**Математическое моделирование транспортно-логистической сети Ямала для оптимизации маршрутов доставки и снижения затрат**

* 1. **Математическая постановка задачи**

Цель состоит в том, чтобы определить максимальный объем груза, который может быть доставлен из заданного источника (точки входа) в заданный пункт назначения (точку потребления) в транспортно-логистической сети Ямала при заданных ограничениях на пропускную способность транспортных путей.

Пусть дан ориентированный мультиграф[[1]](#footnote-1) , представляющий транспортно-логистическую мультисеть Ямала, где – это множество узлов сети, а – множество дуг между узлами сети (транспортные пути).

– множество исходных узлов (точки входа);

– множество целевых узлов (точки потребления);

– пропускная способность дуги , представляющая максимальный объем груза, который может быть транспортирован по данному маршруту в единицу времени. , если

- пропускная способность дуги для груза типа

– пропускная способность вершины;

- пропускная способность вершины для груза типа

Поток представляет собой функцию , удовлетворяющая следующим условиям:

1. Величина потока не превосходит величину пропускной способности ребра: для
2. Сохранение потока в вершинах:
3. Равенство втекающего и вытекающего потока: , где
4. Поток, проходящий через вершину, не превосходит пропускную способность этой вершины: для для

Величина объема доставленного груза:

Где – функция потока (величины объема груза );

– начальный узел, из которого выходит ребро;

– конечный узел сети;

Затраты на транспортировку груза:

где – величина затрат на транспортировку груза k по дуге

Есть несколько способов решить данную задачу:

1. Решить задачу максимизации доставленного груза при заданном значении затрат на транспортировку;
2. Решить задачу минимизации затрат на транспортировку при заданной величине доставленного груза;
3. Комбинированное решение максимизации объема доставленного груза при минимизации завтра, выраженное через весовые коэффициенты, определяющие относительную важности максимизации объема и минимизации затрат.
   1. **Решение задачи о максимальном потоке**

Для решения задачи максимизации потока необходимо свести ее к стандартной задаче в подходяще построенной мультисети. Описанная в предыдущем пункте сеть отличается от стандартной по некоторым характеристикам:

1. Вместо графа представлен мультиграф, в котором некоторые вершины соединены более чем одним ребром. В такой задаче для каждой пары вершин, в которой вершины v и w соединены более чем одним ребром нужно построить новую сеть, в которой каждая такая пара соединена одним ребром пропускной способностью, равной сумме всех пропускных способностей ребер, ведущих из v в w;
2. Пропускная способность есть не только у ребер, но и у вершин;
3. Множественное число истоков (точек входа) и стоков (точек потребления).

Так как вершина имеет свою пропускную способность, ее необходимо разделить на две: Будем считать, что ребра, входящие в вершину v, входят в , а выходящие из вершины v — выходят из Эти вершины будут соединены ребром, пропускная способность которого равна Пример разбиения одной вершины (вариант а) на две (вариант b) приведен на рисунке 1.

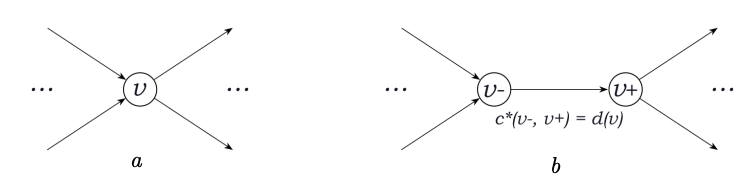


Рисунок 1 - Разбиение вершины с пропускной способностью на две

Кроме того, для решения задачи с несколькими истоками и стоками, необходимо добавить в сеть две новых вершины: новый исток и новый сток (фиктивные). Из нового истока будут проведены ребра в каждый старый исток, а из каждого старого стока будет проведено ребро в новый сток. Получится новая сеть , где

В таком случае на всех старых ребрах останется старое значение пропускной способности, а для новых ребер положим, что +∞.

**Список использованных источников:**

1. Асанов М.О., Березин Д.А., Гальперин А.Л., Зайнуллина А.М., Сеньчонок Т.А. Поток минимальной стоимости и труднорешаемые задачи. - Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2023. - 90 с.
2. Асанов М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 368 с.
3. Кормен Т.Х. , Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л. , Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ . - 3-е изд. - М.: Диалектика-Вильямс, 2020. - 1328 с.

1. Мультиграф – это граф, в котором некоторые вершины соединены более чем одним ребром. [↑](#footnote-ref-1)