- Funkcja h ma postać

$$h = f + \bar{g}, \quad f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n, \quad g(z) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n z^n, \quad z \in \Delta.$$

- Załóżmy, że ciąg $\{\varphi_n\}_{n=2,3,\ldots}$ liczb rzeczywistych spełnia warunek

$$|b_1| + \sum_{n=2}^{\infty} \varphi_n(|a_n| + |b_n|) \leqslant 1.$$

- Niech $\{\varphi_n\}_{n=2,3,\ldots}$ będzie ciągiem dodatnlich liczb rzeczywistych. Jeśli $h \in H(\{\varphi\})$, to funkcja h_0 postaci

$$h_0(z) = \frac{h(z) - \overline{b_1 h(z)}}{1 - |b_1|^2}, \qquad z \in \Delta \quad (|b_1| < 1),$$

należy do klasy $H^0(\{\varphi_n\})$.

- Niech

$$d(\rho) = \frac{2\rho^2 + \varphi_2^2}{3\varphi_2 \rho} = \frac{2}{3\varphi_2}\rho + \frac{\varphi_2}{3\rho}, \qquad \rho \in (0, 1).$$

Zauważmy, że $d(\rho) > 0$ dla $\rho \in (0, 1)$ oraz

$$\lim_{\rho \to 0^+} d(\rho) = +\infty, \qquad \lim_{\rho \to 1^-} d(\rho) = \frac{2 + \varphi_2^2}{3\varphi_2} > 0.$$

Ponadto mamy

$$d'(\rho) = \frac{2}{3\varphi_2} - \frac{\varphi_2}{3\rho^2} = \frac{2\rho^2 - \varphi_2^2}{3\varphi_2 \rho^2}, \qquad \rho \in (0, 1).$$

- Wiadomo, że $\sqrt[4]{2^{9-7}} = 2^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$.

- Obliczyć następujące całki

1) $\displaystyle\int\limits_0^1 (1 - \sqrt{x})^2 \, dx$,

2) $\displaystyle\int_1^3 \frac{dx}{(x^2 + x)(x + 2)}$,

3) $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^3} \, dx$,

4) $\displaystyle\int_{-\frac{2}{5}}^{\frac{2}{5}} \frac{dx}{4 + 25x^2}$,

5) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos^3 x \, dx$.