

# Stożkowe

## Okrąg

1. Napisać równanie okręgu wiedząc, że jest on styczny do osi  $Oy$  w punkcie  $A = (0, 5)$  i ma promień  $r = 3$ .
2. Napisać równanie okręgu stycznego do osi  $Ox$  w punkcie  $M = (4, 0)$  i odcinającego na osi  $Oy$  cięciwę o długości 8 jednostek.
3. Znaleźć równanie elipsy o wierzchołkach  $A = (-1, 3)$ ,  $B = (5, 3)$ ,  $C = (2, 1)$ ,  $D = (2, 5)$ .
4. Napisać równanie okręgu mającego środek w punkcie  $A = (-1, 2)$  i stycznego do prostej o równaniu  $2x + y - 6 = 0$ .
5. Dany jest okrąg o równaniu  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ . Znaleźć równanie stycznej do tego okręgu w punkcie  $(5, 5)$ .
6. Napisać równania stycznych do okręgu o równaniu:
  - (a)  $x^2 + y^2 - 10x - 4y + 25 = 0$ , poprowadzonych z początku współrzędnych,
  - (b)  $x^2 + y^2 = 25$ , poprowadzonych z punktu  $B = (7, 1)$ ,
  - (c)  $x^2 + y^2 = 4$ , równoległych do prostej o równaniu  $x + y + 3 = 0$ .
7. Wiadomo, że prosta  $4x - 3y - 38 = 0$  jest styczna do okręgu  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$ . Znaleźć punkt styczności.
8. Ułożyć równania wspólnych stycznych do dwóch okręgów o równaniach
$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1 \text{ i } (x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 9.$$
9. Znaleźć długość odcinka stycznej do okręgu o równaniu  $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ , poprowadzonego z punktu  $M = (2, 6)$  do punktu styczności.
10. Pod jakim kątem przecinają się okręgi
$$x^2 + y^2 = 16 \text{ i } (x - 5)^2 + y^2 = 9?$$
11. Dany jest okrąg  $O : x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$  i punkt  $B = (5, 4)$ . Napisać równanie okręgu mającego środek w punkcie  $B$  i zewnętrznie stycznego do okręgu  $O$ .

## Elipsa

1. Dane jest równanie elipsy  $25x^2 + 169y^2 = 4225$ . Obliczyć długości osi tej elipsy, współrzędne ognisk i mimiśród.

2. Odległości jednego z ognisk elipsy od końców osi wielkiej równają się odpowiednio 7 i 1. Napisać równanie tej elipsy.
3. Napisać równania kierownic elipsy  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ .
4. Na elipsie o równaniu  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$  znaleźć taki punkt, którego odległość od prawego ogniska jest cztery razy większa niż odległość od lewego ogniska.
5. Napisać równanie stycznej do elipsy  $\frac{x^2}{16} + y^2 = 1$  w punkcie o jednakowych współrzędnych dodatnich.
6. Znaleźć równania stycznych do elipsy,  $4x^2 + 5y^2 = 120$ , które są
  - (a) równoległe do prostej  $y = 4x$ ,
  - (b) prostopadłe do prostej  $y = -2x + 1$ .
7. Dana jest elipsa  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ . Przez punkt  $A = (1, 1)$  poprowadzić cięciwę tak, aby był on jej środkiem.
8. W elipsę  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$  wpisano prostokąt, którego dwa przeciwległe boki przechodzą przez ogniska elipsy. Obliczyć pole tego prostokąta.
9. Znaleźć równanie toru jaki zakreślają środki cięciw poprowadzone z końca osi małej elipsy o równaniu  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

## Hiperbola

1. Napisać równanie hiperboli, której osie pokrywają się z osiami współrzędnych, wiedząc, że;
  - (a) odległość między wierzchołkami hiperboli równa jest 6, a odległość między ogniskami jest równa 8,
  - (b) półoś rzeczywista jest równa 4, a wierzchołki dzielą odcinki między środkiem, a wierzchołkami na połowy,
  - (c) oś rzeczywista równa się 8 i hiperbola przechodzi przez punkt  $P = (7, -3)$ .
2. Znaleźć współrzędne wierzchołka oraz półosie hiperboli

$$9x^2 - 16y^2 + 36x + 96y - 252 = 0.$$

3. Na hiperboli o równaniu  $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1$  znaleźć punkt, który leży trzy razy bliżej jednej asymptoty niż drugiej.
4. Napisać równanie stycznej do hiperboli  $xy = 14$  w punkcie  $(2, 7)$ .

5. Znaleźć równania stycznych do hiperboli  $9x^2 - y^2 = 9$  przechodzących przez punkt  $P = (1, 9)$ .
6. Na hiperboli danej równaniem  $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{9} = 1$  znaleźć punkty, w których styczne nachylone są do osi  $Ox$  pod kątem  $\frac{\pi}{3}$ .
7. Znaleźć równania stycznych do hiperboli,  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ , które są
  - (a) równoległe do prostej  $y = x - 1$ ,
  - (b) prostopadłe do prostej  $y = -3x - 4$ .
8. Hiperbola jest styczna do prostej  $x - y - 2 = 0$  w punkcie  $P = (4, 2)$ . Napisać równanie tej hiperboli.

## Parabola

1. Napisać równanie paraboli wiedząc, że
  - (a) Odległość ogniska od wierzchołka jest równa 2,
  - (b) Ognisko ma współrzędne  $(5, 0)$ , a oś rzędnych jest kierownicą.
2. Podać współrzędne wierzchołka oraz równanie osi symetrii paraboli

$$y^2 - 10y - 4x + 21 = 0.$$

3. Na paraboli  $y^2 = 16x$  znaleźć punkt, którego odległość od ogniska jest równa 30.
4. Napisać równanie stycznej do paraboli  $y^2 = -8x$  prostopadłej do prostej  $x + 4y - 1 = 0$ .
5. Znaleźć wspólne styczne elipsy  $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$  i paraboli  $y^2 = \frac{20}{3}x$ .
6. Obliczyć parametr  $p$  paraboli  $y^2 = 2px$  wiedząc, że jest ona styczna do prostej o równaniu  $x - y + 2 = 0$ .
7. Znaleźć równanie krzywej utworzonej przez środki rzędnych paraboli  $y^2 = 8x$ .
8. Znaleźć równanie cięciwy paraboli  $y^2 = 4x$ , której środkiem jest punkt  $M = (4, 1)$ .