

Przekształcenia afiniczne.

1. Znaleźć przekształcenie afiniczne przy którym punkty $0 = (0, 0, 0)$, $A = (1, 0, 0)$ i $B = (0, 1, 0)$ przechodzą na siebie, a punkt $C = (0, 0, 1)$ na punkt $D = (1, 1, 1)$.

2. Znaleźć punkty stałe przekształcenia afinicznego określonego wzorami:

$$\begin{aligned}x' &= 2x + y + z + 1 \\y' &= x + z + 1 \\z' &= -z - 2.\end{aligned}$$

3. Znaleźć przekształcenie afiniczne w \mathbf{R}^3 przy którym oś Ox przechodzi na oś Oz , a oś Oz przechodzi na siebie.

4. Dane jest przekształcenie afiniczne w \mathbf{R}^3

$$\begin{aligned}x' &= 2x + 5y + z \\y' &= 3x + 2y \\z' &= 4x + 4y.\end{aligned}$$

Znaleźć wektory które przy tym przekształceniu nie zmieniają kierunku.

5. Znaleźć proste niezmiennicze przekształcenia afinicznego w \mathbf{R}^2 . (O ile istnieją.)

$$a) \begin{aligned}x' &= 2x + y - 1 \\y' &= -2x + 3y + 4,\end{aligned} \quad b) \begin{aligned}x' &= 6x + y + 1 \\y' &= 5x - 6y + 2,\end{aligned}$$

$$c) \begin{aligned}x' &= 2x + 1 \\y' &= x + 3y - 1.\end{aligned}$$

6. Zbadać istnienie prostych niezmienniczych przekształcenia afinicznego

$$\begin{aligned}a) \begin{aligned}x' &= 2x + y + 1 \\y' &= x + 2y \\z' &= 3x + 4y - 5z + 2,\end{aligned} \quad b) \begin{aligned}x' &= 2x + y + z \\y' &= 2x + y - 2z \\z' &= -x - z + 1.\end{aligned}\end{aligned}$$

Jeżeli proste niezmiennicze istnieją, to napisać ich równania.

7. Znaleźć przekształcenie afiniczne w przestrzeni \mathbf{R}^3 przekształcające punkty $(1, 1, 1)$, $(0, 1, -1)$, $(1, 2, 3)$, $(0, 0, 1)$ na punkty $(0, 1, 0)$, $(0, -2, -1)$, $(1, 0, 3)$, $(1, 0, 1)$.