

Omni structure

1 Damped vs smooth decay

Let the damped omnibus matrix $M \in \mathbb{R}^{mn \times mn}$ defined as follows,

$$M = \begin{bmatrix} A^{(1)} & \frac{A^{(1)}+A^{(2)}}{2} & \frac{A^{(1)}+2A^{(3)}}{3} & \frac{A^{(1)}+3A^{(4)}}{4} & \dots & \frac{A^{(1)}+(m-1)A^{(m)}}{m} \\ \frac{A^{(1)}+A^{(2)}}{2} & A^{(2)} & \frac{A^{(2)}+2A^{(3)}}{3} & \frac{A^{(2)}+3A^{(4)}}{4} & \dots & \frac{A^{(2)}+(m-1)A^{(m)}}{m} \\ \frac{A^{(1)}+2A^{(3)}}{3} & \frac{A^{(2)}+2A^{(3)}}{3} & A^{(3)} & \frac{A^{(3)}+3A^{(4)}}{4} & \dots & \vdots \\ \frac{A^{(1)}+3A^{(4)}}{4} & \frac{A^{(2)}+3A^{(4)}}{4} & \frac{A^{(3)}+3A^{(4)}}{4} & A^{(4)} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{A^{(1)}+(m-1)A^{(m)}}{m} & \frac{A^{(2)}+(m-1)A^{(m)}}{m} & \frac{A^{(3)}+(m-1)A^{(m)}}{m} & \dots & \dots & A^{(m)} \end{bmatrix}.$$

Define the new omni matrix M as follows

$$M_{ts} = \begin{bmatrix} A^{(1)} & \frac{A^{(1)}+A^{(2)}}{2} & \frac{2A^{(1)}+A^{(3)}}{3} & \frac{3A^{(1)}+A^{(4)}}{4} & \dots & \frac{(m-1)A^{(1)}+A^{(m)}}{m-1} \\ \frac{A^{(1)}+A^{(2)}}{2} & A^{(2)} & \frac{A^{(2)}+A^{(3)}}{2} & \frac{2A^{(2)}+A^{(4)}}{3} & \dots & \frac{(m-2)A^{(2)}+A^{(m)}}{m-1} \\ \frac{A^{(1)}+2A^{(3)}}{3} & \frac{A^{(2)}+A^{(3)}}{2} & A^{(3)} & \frac{A^{(3)}+A^{(4)}}{2} & \dots & \vdots \\ \frac{A^{(1)}+3A^{(4)}}{4} & \frac{A^{(2)}+2A^{(4)}}{3} & \frac{A^{(3)}+A^{(4)}}{2} & A^{(4)} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{A^{(1)}+(m-1)A^{(m)}}{m} & \frac{A^{(2)}+(m-2)A^{(m)}}{m-1} & \frac{A^{(3)}+(m-3)A^{(m)}}{m-2} & \dots & \frac{A^{(m-1)}+A^{(m)}}{2} & A^{(m)} \end{bmatrix}.$$

Define the forward omni matrix M as follows

$$M_{for} = \begin{bmatrix} A^{(1)} & \frac{A^{(1)}+A^{(2)}}{2} & \frac{2A^{(1)}+A^{(3)}}{3} & \frac{3A^{(1)}+A^{(4)}}{4} & \dots & \frac{(m-1)A^{(1)}+A^{(m)}}{m-1} \\ \frac{A^{(1)}+A^{(2)}}{2} & A^{(2)} & \frac{A^{(2)}+A^{(3)}}{2} & \frac{2A^{(2)}+A^{(4)}}{3} & \dots & \frac{(m-2)A^{(2)}+A^{(m)}}{m-1} \\ \frac{2A^{(1)}+A^{(3)}}{3} & \frac{A^{(2)}+A^{(3)}}{2} & A^{(3)} & \frac{A^{(3)}+A^{(4)}}{2} & \dots & \vdots \\ \frac{3A^{(1)}+A^{(4)}}{4} & \frac{2A^{(2)}+A^{(4)}}{3} & \frac{A^{(3)}+A^{(4)}}{2} & A^{(4)} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{(m-1)A^{(1)}+A^{(m)}}{m} & \frac{(m-2)A^{(2)}+A^{(m)}}{m-1} & \frac{(m-3)A^{(3)}+A^{(m)}}{m-2} & \dots & \frac{A^{(m-1)}+A^{(m)}}{2} & A^{(m)} \end{bmatrix}.$$