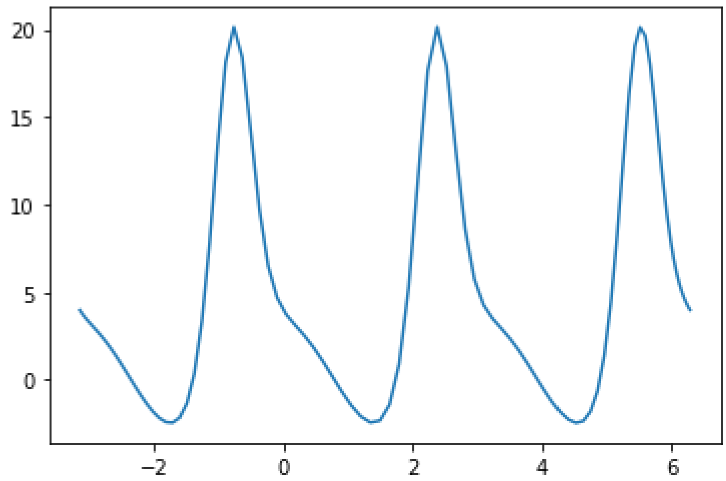
Sprawozdanie z ćwiczenia 2- interpolacja

Konrad Pękala

1. Wstęp

W tym ćwiczeniu miałem za zadanie zaimplementować algorytm interpolacji funkcji f który wyznaczy wielomian interpolujący w postaci Lagrange'a i Newtona.

$$f(x) = e^{-3\sin(2x)} + 3\cos(2x)\,, gdzie -\pi \leq x \leq 2\pi$$



Rysunek 1. Wykres funkcji f

Do obliczeń korzystałem z języka Python 3 oraz projektu Jupyter Notebook

Korzystałem ze standardowej precyzji typu float oferowanej przez język Python(odpowiednik typu double w języku C).

Postać Lagrange'a

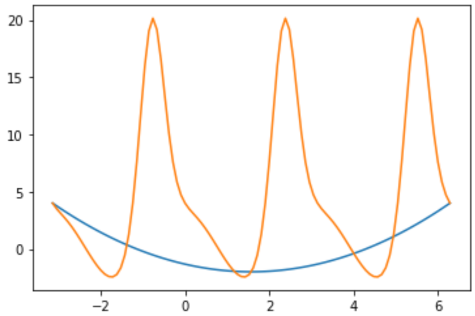
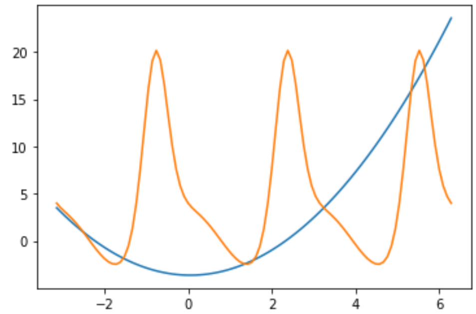
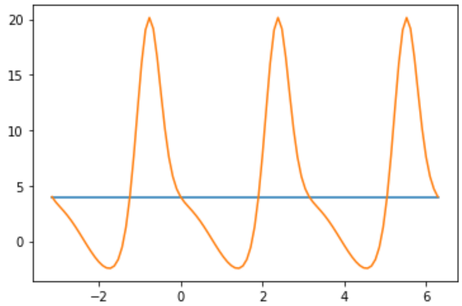
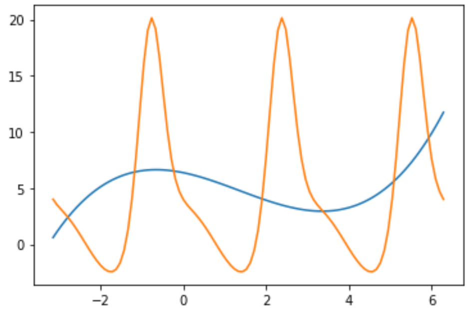
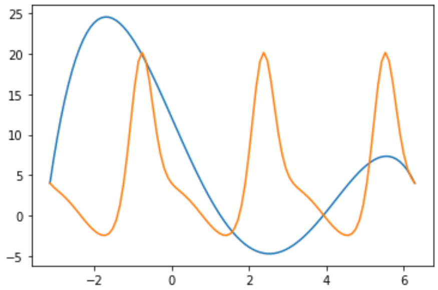
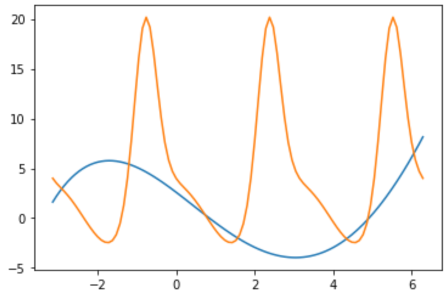
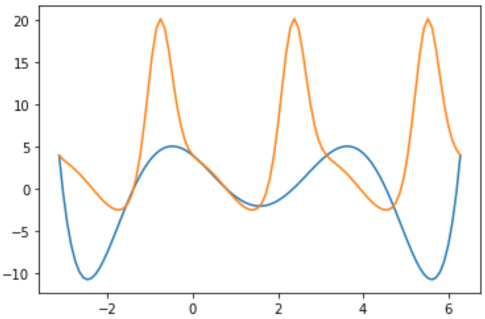
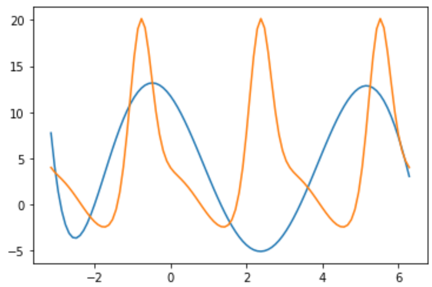
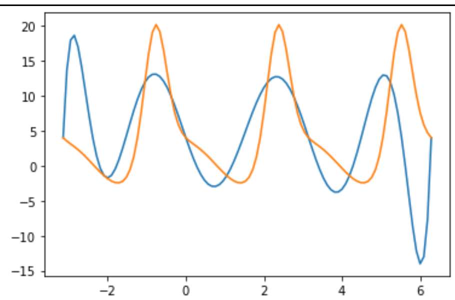
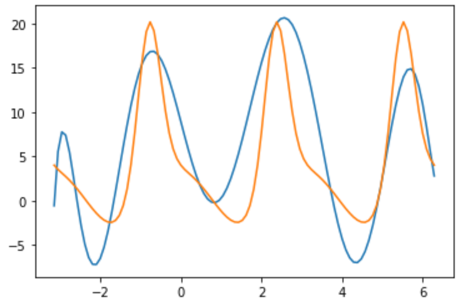
$$p(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{j=0,j\,!=i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

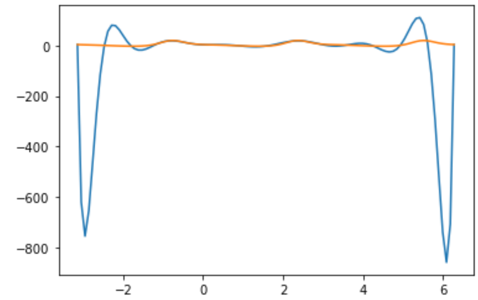
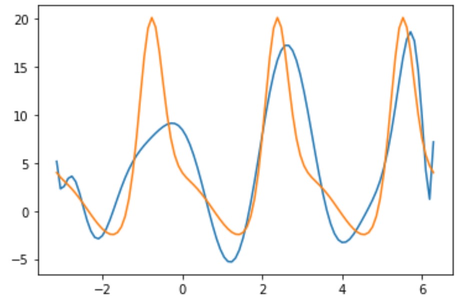
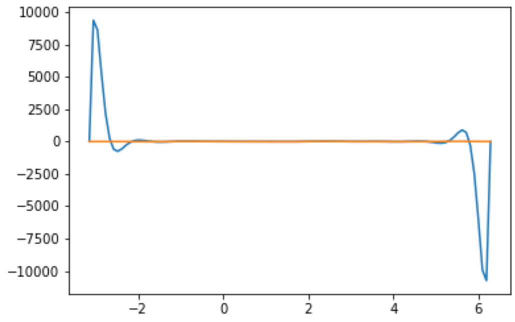
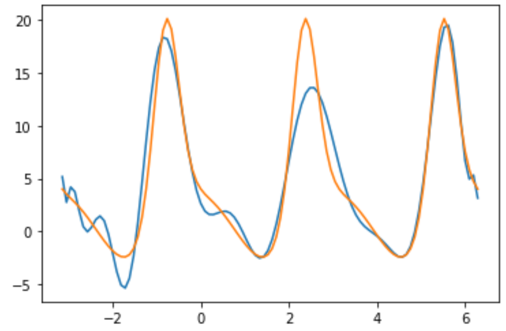
Postać Newtona

$$p(x) = y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \cdots + \frac{q(q-1)\ldots(q-n+1)}{n!}\Delta^n y_0$$

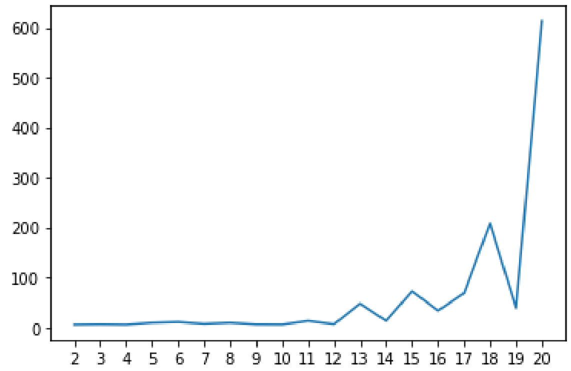
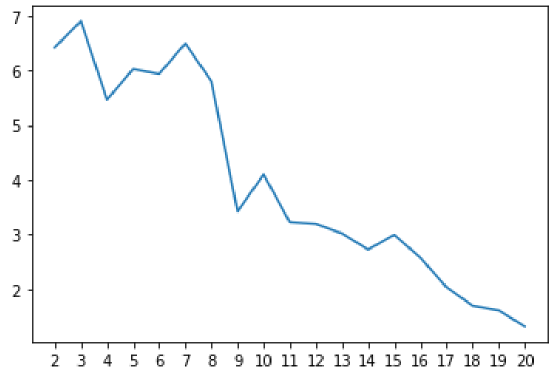
2. Porównanie wyników

2.1 Postać Lagrange

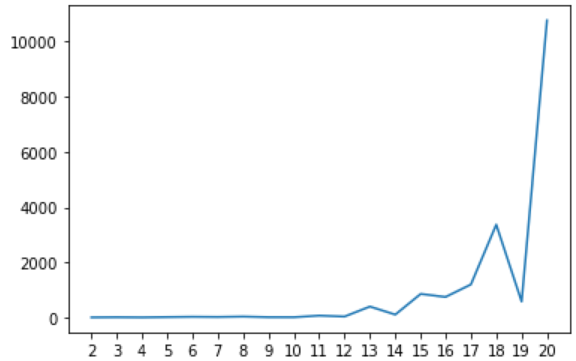
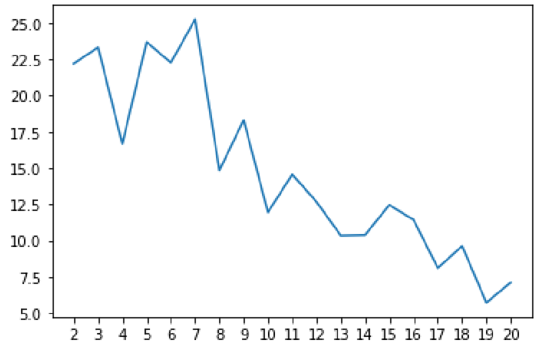
Liczba węzłów	**Równoległe rozłożenie węzłów**	**Rozłożenie węzłów metodą Czebyszewa**
3		
4		
5		
7		
10		

15		
20		

Porównanie średniego błędu

Równoległe rozłożenie węzłów	Rozłożenie węzłów metodą Czebyszewa
	

Porównanie maksymalnego błędu

Równoległe rozłożenie węzłów	Rozłożenie węzłów metodą Czebyszewa
	

3. Wnioski

3.1 Efekt Runge'go

Ten efekt możemy zauważyć już przy wielomianie stopnia 11(liczba węzłów=12) ale tylko gdy będziemy równomiernie wybierać węzły. Już dla wielomianu o 20 węzłach powstanie maksymalny błąd bliski 10 000. Rozłożenie węzłów metodą Czebyszewa radzi sobie całkiem dobrze w minimalizowaniu tego efektu

3.2 Wielomian z dobrym przybliżeniem

Jeśli chcemy żeby wielomian przybliżał bardzo dokładnie (z maksymalnym błędem rzędu 0.5) to musimy wybrać wielomian stopnia co najmniej 39. Oczywiście bierzemy pod uwagę tylko wielomiany z węzłami Czebyszewa, ponieważ gdybyśmy wybierali węzły równomiernie to zwiększając stopień wielomianu zwiększalibyśmy maksymalny błąd wykładniczo.