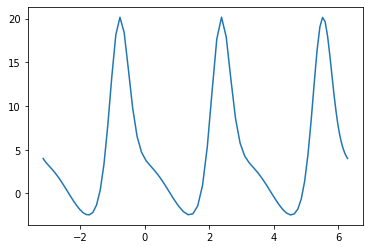
Sprawozdanie z ćwiczenia 4

Aproksymacja

Konrad Pękala

# 1. Wstęp

W tym ćwiczeniu miałem za zadanie zaimplementować algorytm aproksymacji średniokwadratowej funkcji f wielomianami algebraicznymi



Rysunek . Wykres funkcji f

Do obliczeń korzystałem z języka Python 3 oraz projektu Jupyter Notebook

Korzystałem ze standardowej precyzji typu float oferowanej przez język Python(odpowiednik typu double w języku C).

## Oznaczenia używane w sprawozdaniu

N – Liczba węzłów aproksymacji

L – Liczba funkcji bazowych

## Pomiar błędów obliczeniowych

1. maksymalny\_błąd =

gdzie - wartość funkcji aproksymującej w punkcie

- wartość funkcji f w punkcie

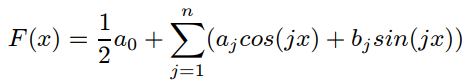
– i-ty punkt ze zbioru 100 punktów równomiernie rozłożonych na dziedzinie funkcji f

## Metoda obliczeń

### 1.1.1 Aproksymacja wielomianowa

Aby znaleźć współczynniki funkcji aproksymującej, rozwiązałem układ normalny, który w postaci macierzowej można opisać wzorem , gdzie D – macierz funkcji bazowych, A – macierz współczynników, f – wektor wartości funkcji f. Aby rozwiązać ten układ użyłem funkcji inv, transpoze z modułu np.linalg

### 1.1.2 Aproksymacja trygonometryczna

Szukamy wielomianu w postaci:

Ze współczynnikami:

Obraz zawierający tekst, zegarek

Opis wygenerowany automatycznieObraz zawierający tekst

Opis wygenerowany automatycznie

## Wykonanie ćwiczenia

Po zaimplementowaniu dwóch metod aproksymacji przeszedłem do testowania dokładności przybliżenia funkcji f. Testowałem zależność błędu od L dla stałej liczby N oraz na odwrót: zależność błędu on N dla stałej liczby L.

# 2. Wizualizacja ciekawszych przypadków

Wizualizowana funkcja przybliżająca zawiera N = 20, dlatego zdecydowałem nie pokazywać węzłów aproksymacji.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Maksymalny stopień** | **Wielomiany algebraiczne** | **Aproksymacja trygonometryczna** |
| **3** |  |  |
| **5** |  |  |
| **7** |  |  |
| **10** |  |  |
| **15** |  |  |

## 3. Porównanie wyników aproksymacji wielomianowej

### 3.1 Maksymalny błąd

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Maksymalny stopień | N = 10 | N = 15 | N = 20 | N = 30 |
| 3 | 15.349 | 15.6144 | 15.6833 | 15.82788 |
| 4 | 15.5335 | 15.6050 | 15.4156 | 15.52757 |
| 5 | 16.8599 | 16.4439 | 16.39615 | 16.3464 |
| 7 | 15.302 | 12.3689 | 11.9505 | 11.99586 |
| 10 | X | 12.426 | 8.324173 | 8.360513 |
| 15 | X | X | 61.418926 | 12.01940 |

### 3.2 Średni błąd

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Maksymalny stopień | N = 10 | N = 15 | N = 20 | N = 30 |
| 3 | 5.4455 | 5.3712 | 5.3856 | 5.38769555 |
| 4 | 5.4798 | 5.3267 | 5.3490 | 5.344455 |
| 5 | 5.28071 | 5.2068 | 5.23599 | 5.245863 |
| 7 | 4.7295 | 4.2418 | 4.12896 | 4.06769 |
| 10 | X | 3.402169 | 2.77014 | 2.71187 |
| 15 | X | X | 4.80013 | 2.48739 |

### 3.3 Wnioski

1. Dla stałej liczby węzłów im większa liczba funkcji bazowych tym przybliżenie jest dokładniejsze.

2. Dla takiej samej bazy funkcji liczba węzłów nie ma dużego znaczenia dla dokładności przybliżenia

3. Gdy liczba węzłów aproksymacji jest mniejsza od stopnia aproksymacji to funkcja aproksymująca nie spełnia swojej roli, błędy są znacznie za duże.

## 4. Porównanie wyników aproksymacji trygonometrycznej

### 4.1 Maksymalny błąd

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Maksymalny stopień | N = 10 | N = 15 | N = 20 | N = 30 |
| 3 | 19.7489 | 17.6253 | 19.6323 | 18.9116 |
| 4 | 19.4634 | 9.2509 | 10.9519 | 10.2858 |
| 5 | 19.3679 | 10.6257 | 13.7163 | 11.8784 |
| 7 | 21.0917 | 10.7370 | 10.2047 | 8.3157 |
| 10 | X | 17.6565 | 12.3787 | 8.0043 |
| 15 | X | X | 23.9620 | 11.1544 |

### 4.2 Średni błąd

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Maksymalny stopień | N = 10 | N = 15 | N = 20 | N = 30 |
| 3 | 5.5659 | 6.233 | 6.0688 | 5.9922 |
| 4 | 5.5976 | 3.9792 | 3.4729 | 3.3651 |
| 5 | 5.5785 | 4.0954 | 3.6102 | 3.4075 |
| 7 | 5.8854 | 4.2031 | 2.8904 | 2.2543 |
| 10 | X | 4.9100 | 3.2712 | 1.9332 |
| 15 | X | X | 5.141 | 2.4284 |

## 5. Porównanie obu metod aproksymacji

Czas porównać obie metody. Do testów wybieram zawsze liczby węzłów większe od liczby funkcji bazowych. Np. dla liczby funkcji bazowej = 5 dobieram liczby węzłów w zakresie od 5 do 25.

|  |  |
| --- | --- |
| **Błąd średni** | **Błąd maksymalny** |
|  |  |
|  |  |

### 5.1 Wnioski

1. Błąd aproksymacji trygonometrycznej wacha się – raz jest lepiej a raz gorzej – ale ze zwiększająca się liczbą węzłów maleje. Błąd średni zmierza do zakresu (1,3). Błąd aproksymacji wielomianowej szybciej się stabilizuje, np. dla liczby funkcji bazowych = 10 stabilizacja błędu zachodzi dla N = 15.

2. Na wykresach dokładnie widać, że za mała liczba węzłów może powodować „katastrofę” obliczeniową.

3. Wyniki wyraźnie pokazały, że aby przybliżenie było dokładne to musi być spełniona zasada N >> L. Gdy ta zasada jest spełniona to widzimy że dla stałej liczby N błąd maleje wraz ze wzrostem liczby L