UNIVERSITY OF PATRAS

SCHOOL OF ENGINEERING

Department of Computer Engineering** & **Informatics

Division of Applications and Foundations

of Computer Science

Pattern Recognition Laboratory

***Director:** S. Likothanassis, Professor,*

e-mail : likothan@ceid.upatras.gr

URL: http://prlab.ceid.upatras.gr/~likothan/

Εργαστηριακή Άσκηση

για το μάθημα Θεωρία Αποφάσεων

2019 - 2020

Μέρος Α'

Διδάσκοντες: Σ. Λυκοθανάσης, Α. Ανδρικόπουλος

Ακ. Έτος 2019-20

Ονοματεπώνυμο: Πετράκης Κωνσταντίνος **ΑΜ: 1041589 (παλαιός: 235878)**

<u>ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ:</u>

Σε αυτή την εργαστηριακή άσκηση καλείστε να χρησιμοποιήσετε βασικά στοιχεία πιθανοθεωρίας, αλλά και να εξασκηθείτε στη θεωρία αποφάσεων του Bayes, λύνοντας απλά προβλήματα (κανόνες απόφασης, όρια απόφασης και λάθος απόφασης). Για κάποιους υπολογισμούς και το σχεδιασμό διαγραμμάτων, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το Matlab.

<u>Ερώτημα 1.</u>

Θεωρείστε τα 2 διαστάσεων δεδομένα από δύο κλάσεις ω_1 και ω_2 και κάθε μία από αυτές ακολουθεί την Gaussian κατανομή $p(x/\omega_k) \sim N(\mu_k, \Sigma_k)$.

Πίνακας 1: Δεδομένα από τις κλάσεις ω_1 και ω_2

ω_1	ω_2
(0, 0)	(6, 9)
(0, 1)	(8, 9)
(2, 2)	(9, 8)
(3, 1)	(9, 9)
(3, 2)	(9,10)
(3, 3)	(8, 11)

1. Ποια είναι η εκ των προτέρων πιθανότητα για κάθε κλάση; ($P(\omega_1)$ και $P(\omega_2)$).

<u>Απάντηση:</u>

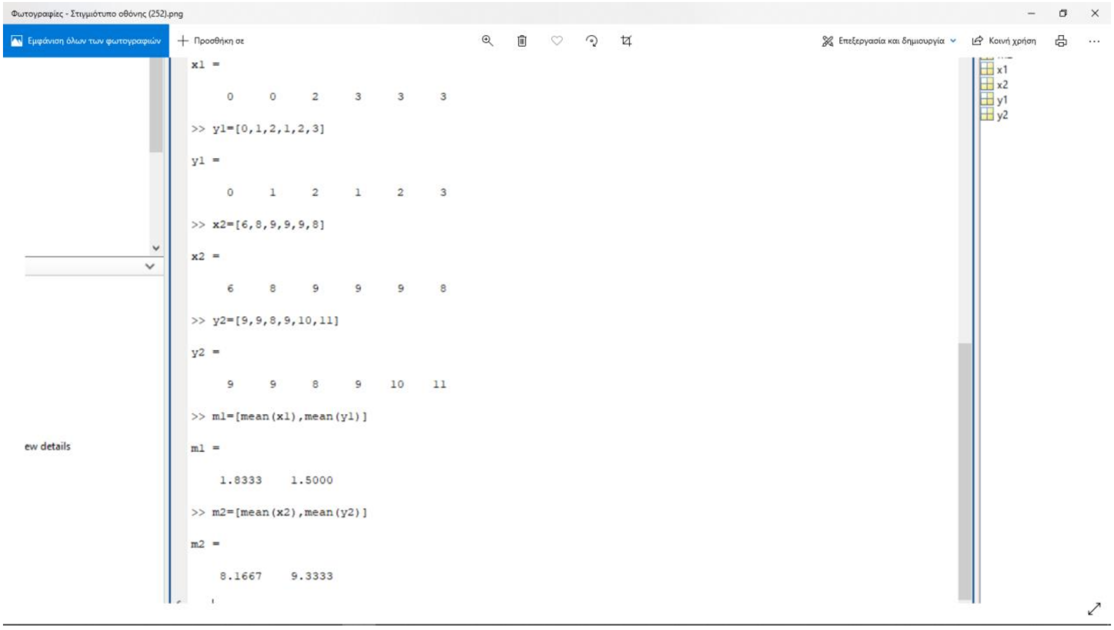
Έχουμε 12 δείγματα συνολικά και κάθε κλάση βλέπουμε ότι περιέχει 6 δείγματα. Άρα η εκ των προτέρων πιθανότητα για την κλάση ω1 είναι P(ω1)=6/12=1/2 και αντίστοιχα για την ω2 είναι P(ω2)=6/12=1/2.

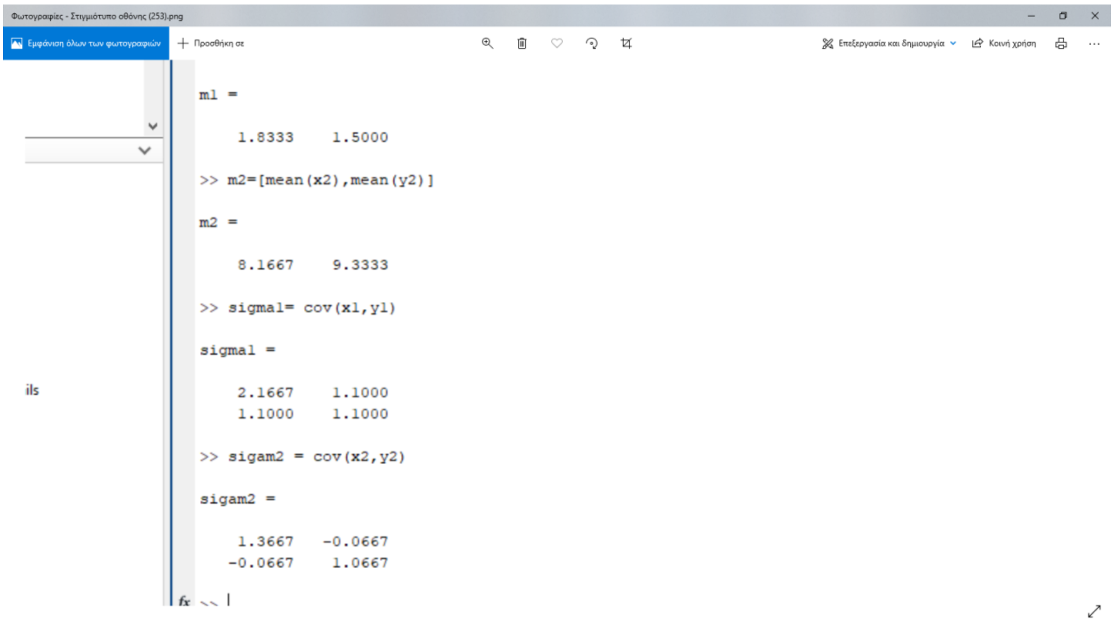
2. Να υπολογίσετε τη μ.τ. και τον πίνακα συνδιασποράς, για κάθε κλάση.

<u>Απάντηση:</u>

Μπορούμε να υπολογίσουμε την μέση τιμή βρίσκοντας το μέσο όρο των τετμημένων και τον μέσο όρο των τεταγμένων για τα δείγματα που ανήκουν σε κάθε κλάση αλλά για ευκολία χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση mean() της Matlab απ' την οποία προέκυψε ότι η μέση τιμή για την κλάση ω1 είναι μ1=(1.8333,1.500) και για την ω2 η μ2=(8.1667,9.3333) . Για τον υπολογισμό των πινάκων συνδιασποράς για κάθε κλάση έκανα χρήση της συνάρτησης cov() της Matlab. Έτσι ο πίνακας συνδιασποράς για την κλάση ω1 είναι Σ1= $\begin{pmatrix} 2.1667 & 1.1000 \\ 1.1000 & 1.1000 \end{pmatrix}$ και για την κλάση ω2 είναι Σ2=$\begin{pmatrix} 1.3667 & -0.0667 \\ -0.0667 & 1.0667 \end{pmatrix}$.

Ο κώδικας για τον υπολογισμό των παραπάνω φαίνεται στα παρακάτω στιγμιότυπα.





3. Να παράγετε την εξίσωση για το όριο απόφασης που διαχωρίζει τις δύο κλάσεις και να σχεδιάσετε το όριο απόφασης (σημείωση: Αν θέλετε μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την εκ των υστέρων πιθανότητα $p(\omega_i/x)$).

Απάντηση:

Από την θεωρία γνωρίζουμε ότι το όριο απόφασης του Bayes δίνεται αν εξισώσουμε τις εκ των υστέρων πιθανότητες για κάθε κλάση, δηλαδή από την σχέση $p(\omega 1|X)=p(\omega 2|X)$,όπου $X=(x,y)$ το δισδιάστατο διάνυσμα χαρακτηριστικών.

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση σύμφωνα με τον κανόνα απόφασης του Bayes έχουμε διαδοχικά

$$\frac{\mathrm{p(X|\omega 1) * P(}\omega 1)}{p(X)} = \frac{\mathrm{p(X|\omega 2) * P(}\omega 2)}{p(X)}$$

Το evidence είναι ίδιο και για τις 2 κλάσεις και όπως είδαμε στο ερώτημα 1 οι εκ των προτέρων πιθανότητες των 2 κλάσεων είναι ίσες P(ω1)=P(ω2)=1/2 άρα τελικά η εξίσωση του ορίου απόφασης προκύπτει από την λύση της p(X|ω1)=p(X|ω2). Σύμφωνα με τον τύπο της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας πολλών μεταβλητών ισχύει $p(X|\omega 1) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2}} * \frac{1}{|\Sigma_1|^{1/2}} * \exp\{-\frac{1}{2} * (X - \mu 1)^T \Sigma_1^{-1}(X - \mu 1)\}$, αντίστοιχα και για την p(X|ω2), και εδώ d=2 αφού είμαστε στις 2 διαστάσεις άρα έχουμε

$$\frac{1}{2\pi} * \frac{1}{|\Sigma_1|^{1/2}} * \exp\left\{-\frac{1}{2} * (X - \mu 1)^T * \Sigma_1^{-1} * (X - \mu 1)\right\} = \frac{1}{2\pi} * \frac{1}{|\Sigma_2|^{1/2}} * \exp\left\{-\frac{1}{2} * (X - \mu 2)^T * \Sigma_2^{-1} * (X - \mu 2)\right\}$$

Λογαριθμίζοντας παίρνουμε: $\ln\left(\frac{1}{|\Sigma_1|^{\frac{1}{2}}}\right) + \ln\left(\exp\left\{-\frac{1}{2} * (X - \mu 1)^T * \Sigma_1^{-1} * (X - \mu 1)\right\}\right) = \ln(\frac{1}{|\Sigma_2|^{1/2}}) + \ln(\exp\left\{-\frac{1}{2} * (X - \mu 2)^T * \Sigma_2^{-1} * (X - \mu 2)\right\})$ =>

$$-\frac{1}{2} * (X - \mu 1)^T * \Sigma_1^{-1} * (X - \mu 1) - \frac{1}{2} * \ln(|\Sigma_1|) = -\frac{1}{2} * (X - \mu 2)^T * \Sigma_2^{-1} * (X - \mu 2) - \frac{1}{2} * \ln(|\Sigma_2|)$$

Από την Matlab οι ορίζουσες των πινάκων είναι det(Σ1)=1.1733 και det(Σ2)=1.4533 επιπλέον $\Sigma_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0.9375 & -0.9375 \\ -0.9375 & 1.8466 \end{pmatrix}$ και $\Sigma_2^{-1} = \begin{pmatrix} 0.7339 & 0.0459 \\ 0.0459 & 0.9404 \end{pmatrix}$ και αντικαθιστούμε το διάνυσμα X=$\binom{x}{y}$ και τα διανύσματα μέσων τιμών μ1= $\begin{pmatrix} 1.833 \\ 1.500 \end{pmatrix}$, μ2=$\binom{8.1667}{9.3333}$ η εξίσωση γίνεται

$$-\frac{1}{2} * \ln(1.1733) - \frac{1}{2} * \left[\begin{pmatrix} x - 1.833 \\ y - 1.500 \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} 0.9375 & -0.9375 \\ -0.9375 & 1.8460 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x - 1.833 \\ y - 1.500 \end{pmatrix}\right] = -\frac{1}{2} * \ln(1.4533) - \frac{1}{2} * \left[\begin{pmatrix} x - 8.1667 \\ y - 9.3333 \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} 0.7339 & 0.0459 \\ 0.0459 & 0.9404 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x - 8.1667 \\ y - 9.3333 \end{pmatrix}\right]$$

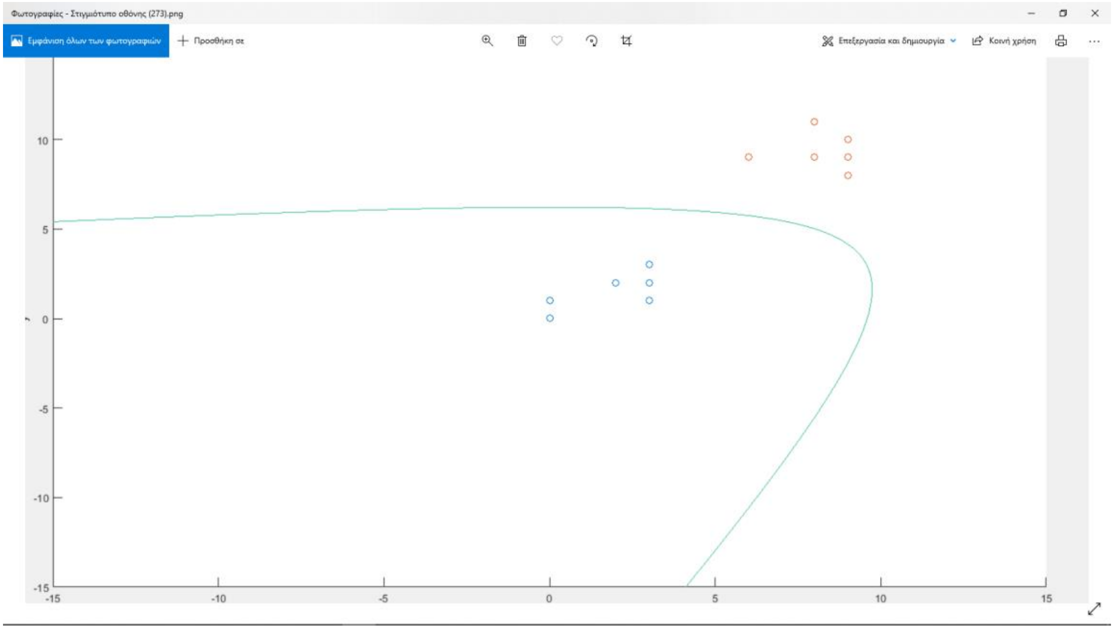
και κάνοντας χρήση της Matlab η εξίσωση που προκύπτει για το όριο απόφασης είναι:

((x - 11/6)*((15*y)/16 - (15*x)/16 + 5/16))/2 + ((y - 3/2)*((15*x)/16 - (325*y)/176 + 185/176))/2 -0.0799 = - ((x - 49/6)*((80*x)/109 + (5*y)/109 - 700/109))/2 - ((y - 28/3)*((5*x)/109 + (205*y)/218 - 1995/218))/2 -0.1869

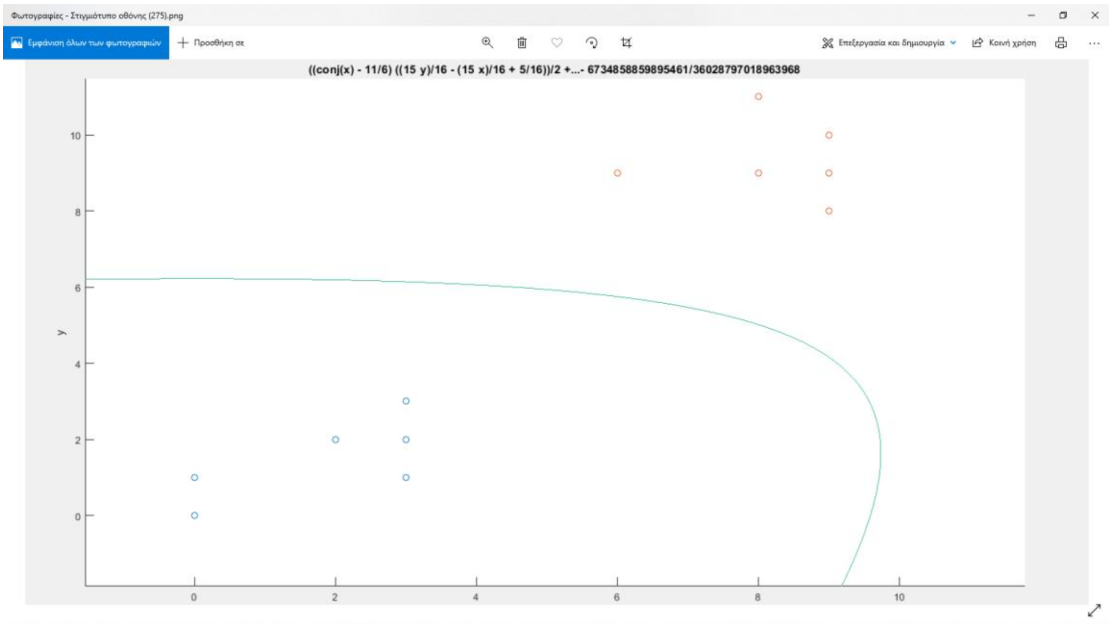
Ακολουθούν στιγμιότυπα με τον κώδικα για τους παραπάνω υπολογισμούς και οπτικοποίηση του ορίου απόφασης

```
>> det(sigma1)

ans =

    1.1733

>> det(sigma2)

ans =

    1.4533

>> inv(sigma1)

ans =

    0.9375   -0.9375
   -0.9375    1.8466

>> inv(sigma2)

ans =

    0.7339    0.0459
    0.0459    0.9404

>>
```

```
>> syms x y
>> X=[x,y];
>> p1=-1/2*((X-m1)*inv(sigma1)*(X-m1)')-1/2*log(det(sigma1))

p1 =

((conj(x) - 11/6)*((15*y)/16 - (15*x)/16 + 5/16))/2 + ((conj(y) - 3/2)*((15*x)/16 - (325*y)/176 + 185/176))/:

>> p2=-1/2*((X-m2)*inv(sigma2)*(X-m2)')-1/2*log(det(sigma2))

p2 =

- ((conj(x) - 49/6)*((80*x)/109 + (5*y)/109 - 700/109))/2 - ((conj(y) - 28/3)*((5*x)/109 + (205*y)/218 - 199!

>> scatter(x1,y1)
>> hold on
>> scatter(x2,y2)
>> ezplot(p1==p2,[-15,15],[-15,15])
>>
```



(με μπλέ τα δείγματα της κλάσης ω1 και με κόκκινο τα δείγματα της ω2)



(το ίδιο στιγμιότυπο με το παραπάνω αλλά σε μεγέθυνση)

4. Να θεωρήσετε την περίπτωση όπου τα κόστη λάθους ταξινόμησης είναι διαφορετικά για τις 2 κλάσεις (δηλαδή δεν είναι 0-1). Θα επηρεάσει αυτό το όριο απόφασης και πως;

Απάντηση:

Στο ερώτημα 3 είχαμε ότι $\lambda_{12} = 1, \lambda_{21} = 1, \lambda_{11} = 0, \lambda_{22} = 0$. Όμοια με πριν η εξίσωση για το όριο απόφασης προκύπτει από την p(ω1|X)=p(ω2|X) και λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι το evidence είναι το ίδιο και για τις 2 κλάσεις και έχουν την ίδια εκ των προτέρων πιθανότητα αλλά τα κόστη τώρα δεν είναι 0-1 προκύπτει η σχέση $(\lambda_{21} - \lambda_{11}) *$p(X|ω1) = $(\lambda_{12} - \lambda_{22})$p(X|ω2). Πριν ίσχυε ότι $\lambda_{21} - \lambda_{11} = 1$ και $\lambda_{12} - \lambda_{22} = 1$ απ όπου το όριο απόφασης προέκυψε από την λύση της εξίσωσης $\frac{p(X|\omega 1)}{p(X|\omega 2)} = 1$. Τώρα το όριο απόφασης προκύπτει από την λύση της $\frac{p(X|\omega 1)}{p(X|\omega 2)} = \frac{(\lambda_{12}-\lambda_{22})}{(\lambda_{21}-\lambda_{11})}$.Αυτό σημαίνει ότι μεταβάλλονται οι περιοχές απόφασης σε σχέση με πριν(δηλαδή οι περιοχές απόφασης υπέρ κάθε κλάσης μεγαλώνουν ή μικραίνουν ανάλογα με τα κόστη). Παρατηρούμε λοιπόν ότι το όριο απόφασης μετατοπίζεται με τέτοιον τρόπο ώστε να ευνοεί την κλάση ω2 αν $\lambda_{12} - \lambda_{22} > \lambda_{21} - \lambda_{11}$ ή να ευνοεί την κλάση ω1 αν $\lambda_{12} - \lambda_{22} < \lambda_{21} - \lambda_{11}$.

5. Θεωρήστε δύο κλάσεις ω_1 και ω_2 στο χώρο προτύπων Ω με συνεχή κατανομή πιθανότητας p_1(x) και p_2(x) αντίστοιχα. Το πρόβλημα ταξινόμησης δύο κατηγοριών μπορεί να διατυπωθεί σαν διαίρεση του χώρου Ω σε δύο εξαντλητικά και μη επικαλυπτόμενα σύνολα Ω_1 και Ω_2, έτσι ώστε $\Omega_1 \cup \Omega_2 = \Omega$ και $\Omega 1 \cap \Omega 2 = 0$. Αν το xi $\in \Omega_k$ τότε αντιστοίχισε το x_i στην κλάση ω_k.

   5.1 θεωρείστε ότι δίνεται μια διακρίνουσα συνάρτηση f(.). Να αναφέρετε τα δύο λάθη που μπορεί να κάνει αυτή η συνάρτηση.

Απάντηση:

Έστω η διακρίνουσα συνάρτηση f(x)=f1(x)-f2(x), όπου αποφασίζει ω1 αν f(x)>0 διαφορετικά αποφασίζει ω2. Τα δύο λάθη που μπορεί να κάνει αυτή η συνάρτηση είναι να ταξινομήσει το x στην κατηγορία ω1 ενώ αυτό ανήκει στην ω2 ή να ταξινομήσει το x στην ω2 ενώ αυτό ανήκει στην ω1.

   5.2 Να γράψετε την πιθανότητα λάθους που αντιστοιχεί σε αυτά τα δύο λάθη.

Έστω R1 η περιοχή στην οποία το x ανήκει στην κατηγορία ω2 αλλά η διακρίνουσα συνάρτηση αποφασίζει ω1 και R2 η περιοχή για την οποία το x ανήκει στην κατηγορία ω1 αλλά ταξινομείται στην ω2. Τότε οι πιθανότητες λάθους για το κάθε λάθος αντίστοιχα είναι:

$P1(error) = \int_{R1} p(x|\omega 2)P(\omega 2)\,dx$ και $P2(error) = \int_{R2} p(x|\omega 1)P(\omega 1)dx$

5.3 Υποθέστε ότι τα κόστη για τους δύο τύπους λαθών είναι c1 και c2. Να γράψετε το συνολικό αναμενόμενο κόστος.

Απάντηση:

Το συνολικό αναμενόμενο κόστος θα είναι

$R = c1P(x\varepsilon\omega1|\omega2)P(\omega2) + c2P(x\varepsilon\omega2|\omega1)P(\omega1)$ =

$= c1\int_{R1} p(x|\omega2)P(\omega2)\,dx + c2\int_{R2} p(x|\omega1)P(\omega1)dx$ και με βάση το προηγούμενο ερώτημα το συνολικό αναμενόμενο κόστος είναι

R=c1*P1(error)+c2*P2(error)

6. Υποθέστε ότι έχουμε ένα πρόβλημα ταξινόμησης δύο κατηγοριών, σολομός (ω_1) και πέρκα (ω_2).
   6.1Πρώτα, υποθέτουμε ότι έχουμε ένα χαρακτηριστικό, και οι σ.π.π. είναι Gaussians N(0, σ^2) και N(1, σ^2) για τις δύο κλάσεις αντίστοιχα. Να δείξετε ότι το κατώφλι που ελαχιστοποιεί το ελάχιστο ρίσκο είναι:

   $$r = \frac{1}{2} - \sigma^2 ln\frac{\lambda_{12}P(\omega_2)}{\lambda_{21}P(\omega_1)}$$

   Όπου έχουμε υποθέσει ότι λ_{11}=λ_{22}=0.

Απάντηση:

Η εξίσωση για το όριο απόφασης είναι $\frac{p(X|\omega1)}{p(X|\omega2)} = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} * \frac{P(\omega2)}{P(\omega1)}$. Οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας για κάθε κλάση είναι $p(X|\omega1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}*\sigma}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ και $p(X|\omega2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}*\sigma}e^{-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}}$. Λογαριθμίζοντας και τα 2 μέλη της εξίσωσης για το όριο απόφασης έχουμε $\ln(\frac{p(X|\omega1)}{p(X|\omega2)})=\ln(\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} * \frac{P(\omega2)}{P(\omega1)})$ =>

$\ln(p(X|\omega1))-\ln(p(X|\omega2))=\ln(\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} * \frac{P(\omega2)}{P(\omega1)})$ =>

$\ln(\frac{1}{\sqrt{2\pi}*\sigma}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}) - \ln(\frac{1}{\sqrt{2\pi}*\sigma}e^{-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}})=\ln(\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} * \frac{P(\omega2)}{P(\omega1)})$=>

$\ln(\frac{1}{\sqrt{2\pi}*\sigma})+\ln(e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}})-\ln(\frac{1}{\sqrt{2\pi}*\sigma}) -\ln(e^{-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}})=\ln(\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} * \frac{P(\omega2)}{P(\omega1)})$=>

$-\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{(x-1)^2}{2\sigma^2} = \ln(\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} * \frac{P(\omega2)}{P(\omega1)})$=> $-\frac{1}{2\sigma^2}[x^2 - (x-1)^2] = \ln(\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} * \frac{P(\omega2)}{P(\omega1)})$

- ⇨ $-\frac{1}{2\sigma^2}[2x - 1] = \ln\left(\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} * \frac{P(\omega2)}{P(\omega1)}\right)$
- ⇨ $2x - 1 = -2\sigma^2\ln(\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} * \frac{P(\omega2)}{P(\omega1)})$

⇨ $\boldsymbol{x^* = \frac{1}{2} - \sigma^2 \ln(\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} * \frac{P(\omega 2)}{P(\omega 1)})}$ που είναι η ζητούμενη σχέση.

6.2 Μετά, υποθέτουμε ότι έχουμε δύο χαρακτηριστικά $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ και οι υπό συνθήκη πυκνότητες δύο κλάσεων p(χ/ω=1) και p(χ/ω=2), είναι 2-Δ gaussians κατανομές με κέντρα στα σημεία (4, 11) και (10, 3) αντίστοιχα με τον ίδιο πίνακα συνδιασποράς Σ=3I (όπου I είναι ο μοναδιαίος πίνακας). Υποθέστε ότι οι a priori πιθανότητες είναι P(ω=1) = 0.6 και P(ω=2) = 0.4.

(α) Υποθέστε ότι χρησιμοποιούμε τον Κανόνα Απόφασης του Bayes. Να γράψετε τις διακρίνουσες συναρτήσεις $g_1(x)$ και $g_2(x)$.

Απάντηση:

Επειδή για τους πίνακες συνδιασποράς ισχύει ότι Σ1=Σ2=3I= $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ τα χαρακτηριστικά είναι στατιστικά ανεξάρτητα και κάθε χαρακτηριστικό έχει την ίδια διασπορά. Αφού είναι Σ1=Σ2=3I βρισκόμαστε στην πρώτη περίπτωση και όπως ξέρουμε από την θεωρία οι διακρίνουσες συναρτήσεις θα δίνονται από τις σχέσεις $g1(x) = -\frac{1}{2\sigma^2} * (x - \mu 1)^T * (\chi - \mu 1) + \ln(P(\omega = 1))$ και

$g2(x) = -\frac{1}{2\sigma^2} * (x - \mu 2)^T * (\chi - \mu 2) + \ln(P(\omega = 2))$ όπου μ1=(4,11) η μέση τιμή της πρώτης κλάσης και μ2=(10,3) η μέση τιμή της δεύτερης αντίστοιχα.

(β) Να βρείτε την εξίσωση για το όριο απόφασης.

Απάντηση:

Για να βρούμε την εξίσωση για το όριο απόφασης αρκεί να λύσουμε την g1(x)=g2(x). Αντικαθιστώντας τις τιμές στις παραπάνω σχέσεις έχουμε

$-\frac{1}{2*3} * \begin{pmatrix} x_1 - 4 \\ x_2 - 11 \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} x_1 - 4 \\ x_2 - 11 \end{pmatrix} + \ln(0.6) = -\frac{1}{2*3} * \begin{pmatrix} x_1 - 10 \\ x_2 - 3 \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} x_1 - 10 \\ x_2 - 3 \end{pmatrix} + \ln(0.4)$=>

$-\frac{1}{6}(x_1 - 4)^2 - \frac{1}{6}(x_2 - 11)^2 - 0.5108 = -\frac{1}{6}(x_1 - 10)^2 - \frac{1}{6}(x_2 - 3)^2 - 0.9163$ =>
$-\frac{1}{6}({x_1}^2 - 8x_1 + 16) - \frac{1}{6}({x_2}^2 - 22x_2 + 121) - 0.5108 = -\frac{1}{6}({x_1}^2 - 20x_1 + 100) - \frac{1}{6}({x_2}^2 - 6x_2 + 9) - 0.9163$ =>

$$-\frac{1}{6}({x_1}^2 - 8x_1 + 16 + {x_2}^2 - 22x_2 + 121 + 3.0648)$$
$$= -\frac{1}{6}({x_1}^2 - 20x_1 + 100 + {x_2}^2 - 6x_2 + 9 + 5.4978)$$

Το -1/6 απλοποιείται και από τις 2 πλευρές και όπως βλέπουμε απαλείφονται οι όροι $x1^2$ και $x2^2$ και τελικά έχουμε

-8x1+20x1-22x2+6x2+16+121+3.0648-100-1-5.4978=0 =>

12x1-16x2+33.5668=0 Και διαιρώντας με 4 η εξίσωση που προκύπτει για το όριο απόφασης είναι: **3x1-4x2+8.39175=0**

(γ) Πως θα αλλάξει το όριο απόφασης αν αλλάξουν οι a priori πιθανότητες και η συνδιασπορά;

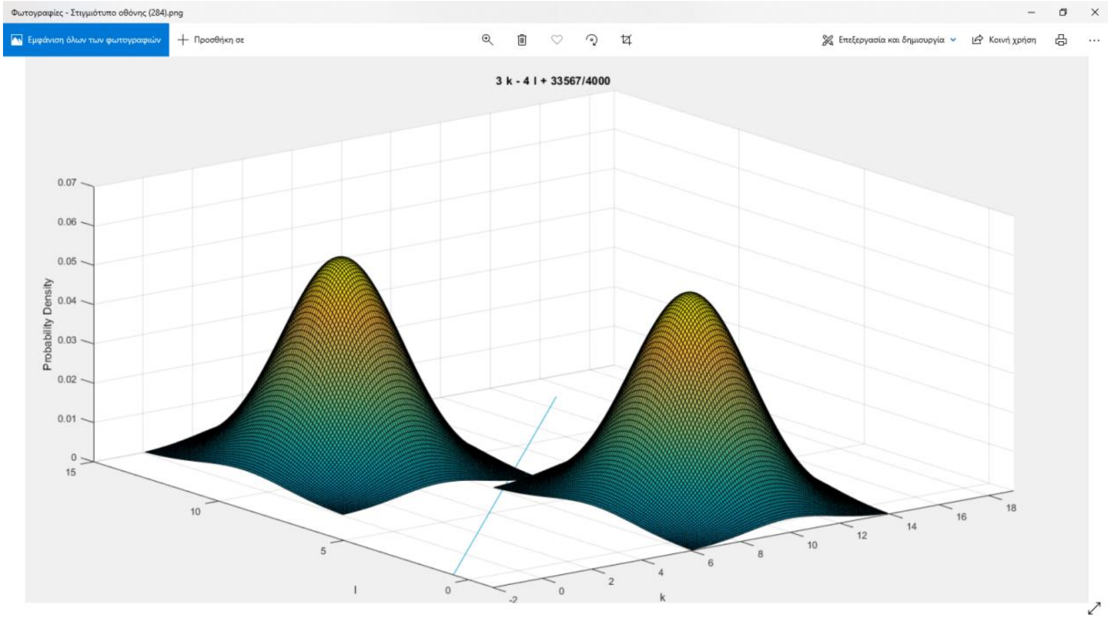
Απάντηση:

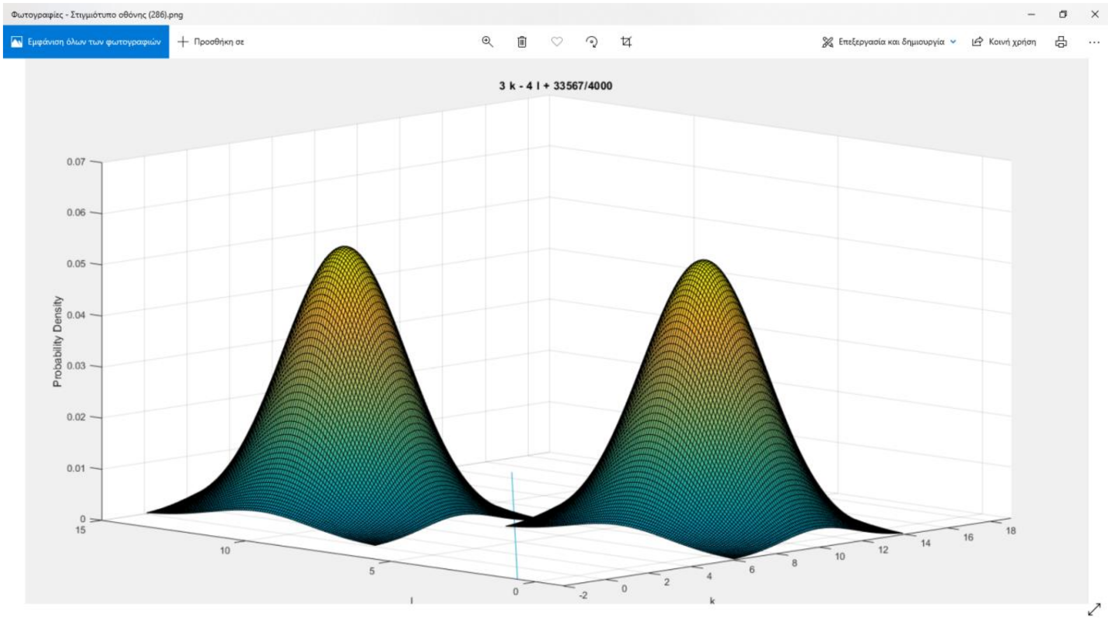
Αν αλλάξουν οι εκ των προτέρων πιθανότητες τότε το όριο απόφασης θα μετακινηθεί(μεροληπτεί) προς την κλάση με την μεγαλύτερη εκ των προτέρων πιθανότητα. Αν αλλάξουν οι πίνακες συνδιασποράς τότε 2 πράγματα μπορεί να συμβούν. Είτε οι πίνακες συνδιασποράς θα είναι και πάλι ίσοι αλλά όχι πολλαπλάσιοι του ταυτοτικού και ο ταξινομητής Bayes θα είναι και πάλι γραμμικός(δηλ το όριο απόφασης θα είναι μια ευθεία) αλλά η ταξινόμηση γίνεται με βάση την ελάχιστη Mahalanobis απόσταση ή οι πίνακες συνδιασποράς θα είναι διαφορετικοί για κάθε κλάση δηλαδή βρισκόμαστε στη γενική περίπτωση και ο ταξινομητής Bayes θα αποτελεί τετραγωνικό ταξινομητή, επομένως μπορεί να εμφανιστούν μη συνεκτικές περιοχές απόφασης. Αυτό σημαίνει ότι οι επιφάνειες απόφασης θα είναι υπερτετραγωνικές, π.χ υπερεπίπεδα, υπερσφάιρες, κλπ.

(δ) Χρησιμοποιώντας τη Matlab, να πάρετε 100 σημεία από κάθε μία κατανομή πυκνότητας. Να σχεδιάσετε τις δύο πυκνότητες (από τα δείγματα) και το όριο απόφασης στον 2-Δ χώρο.

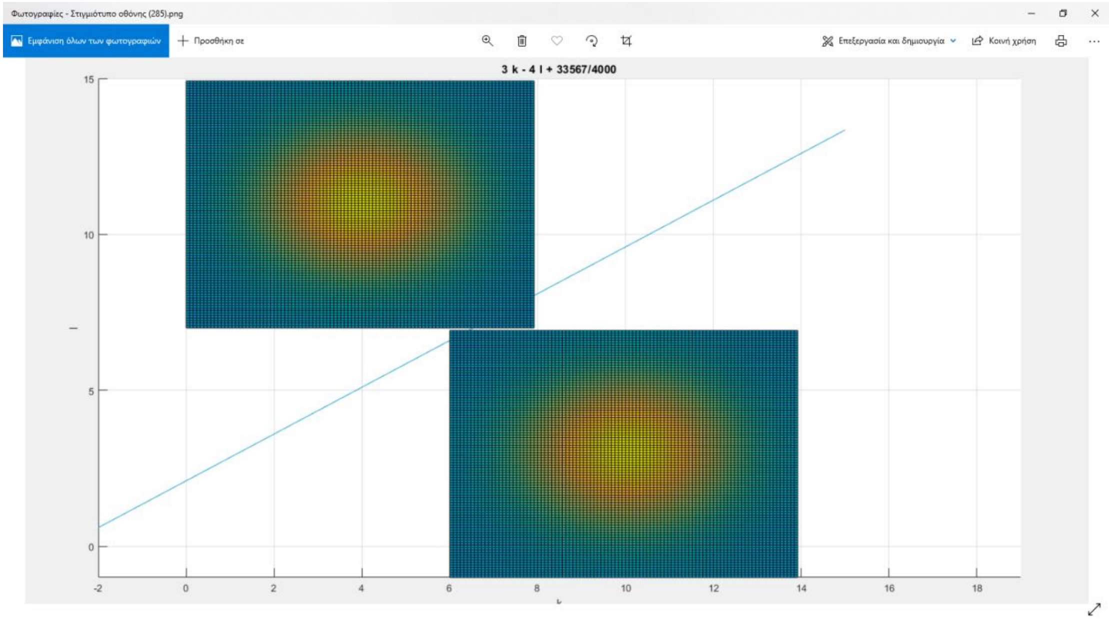
Απάντηση:

Ακολουθούν στιγμιότυπα με τις πυκνότητες και το όριο απόφασης καθώς και ο κώδικας για την παραγωγή αυτών. Επειδή οι εκ των προτέρων πιθανότητες διαφέρουν μόνο κατά 0.2(P(ω=1)=0.6 κ' P(ω=2)=0.4) υπάρχει περίπτωση να μην είναι απόλυτα εμφανές ότι η ευθεία του ορίου απόφασης είναι πιο κοντά στην κλάση ω1(μεροληπτεί υπέρ της ω1), αλλά να φαίνεται σαν να είναι η μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τα κέντρα των 2 κλάσεων(πράγμα που θα ίσχυε αν οι εκ των προτέρων πιθανότητες ήταν ίσες). Γι' αυτόν τον λόγο και έχω παραθέσει τα γραφήματα που προκύπτουν από διάφορες οπτικές γωνίες, ώστε να είναι περισσότερο κατανοητά.

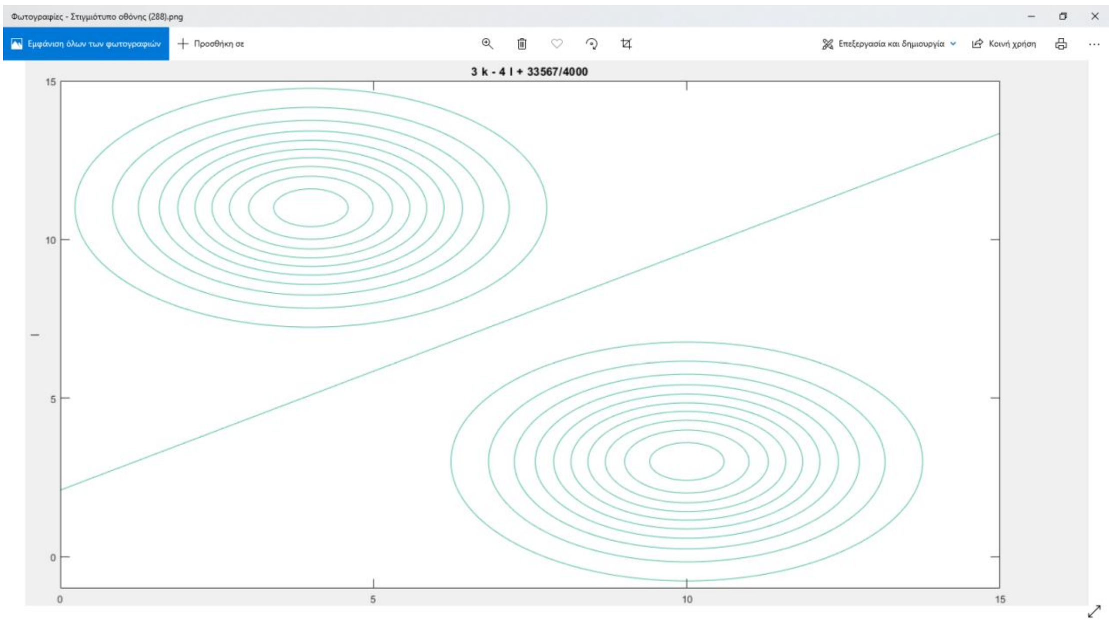




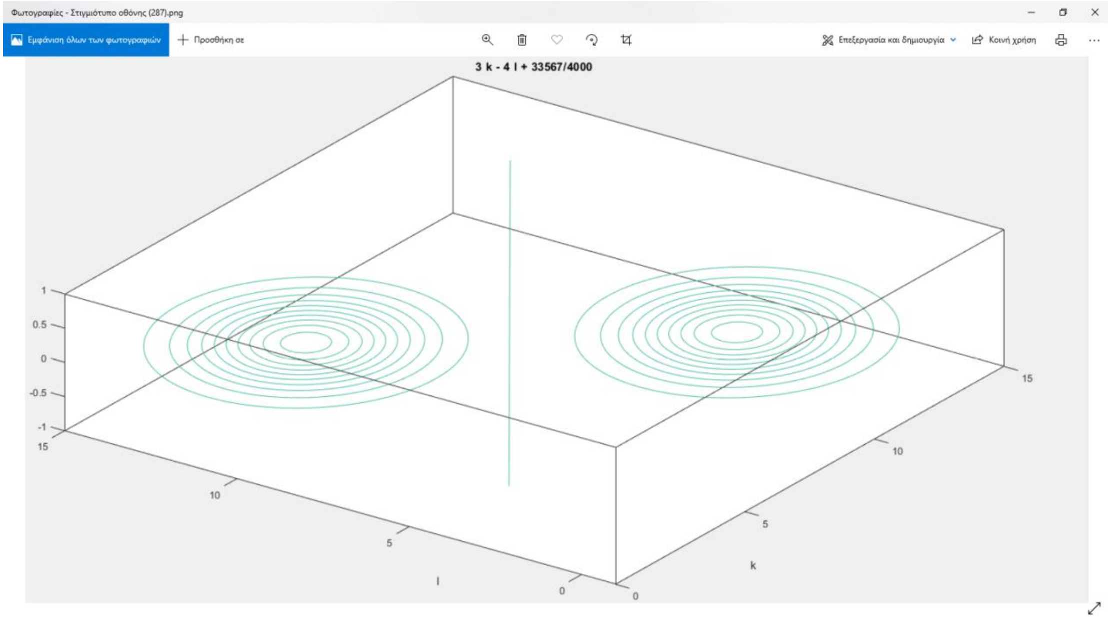
(ίδιο με το παραπάνω αλλά από διαφορετική γωνία)



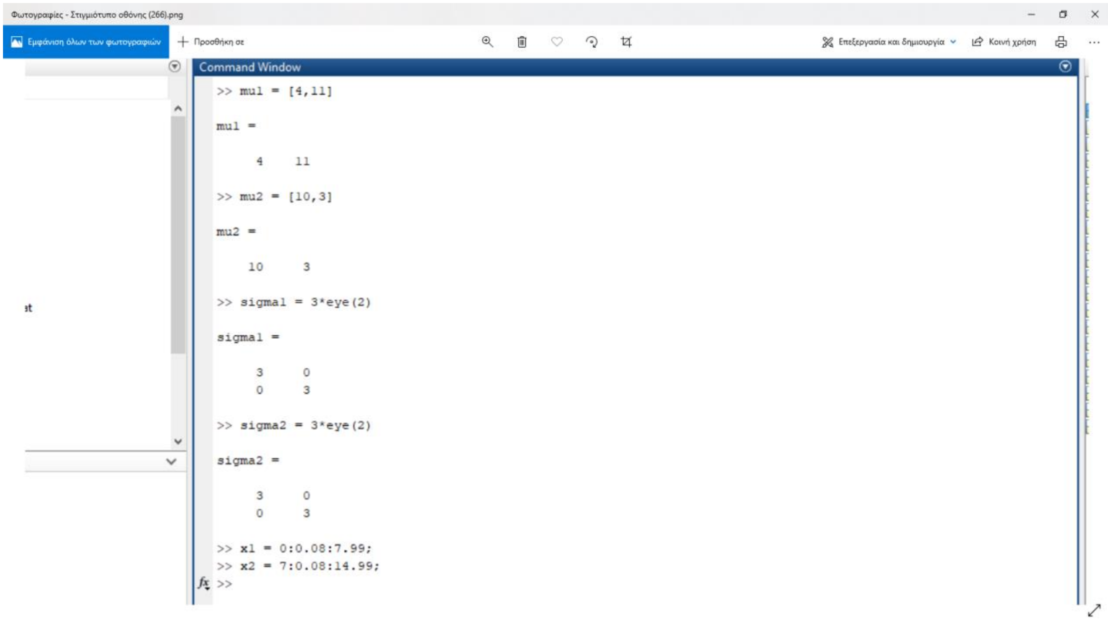
(κοιτώντας το γράφημα από πάνω, εδώ ίσως είναι περισσότερο εμφανές πως το όριο δεν αποτελεί τη μεσοκάθετο των κέντρων)

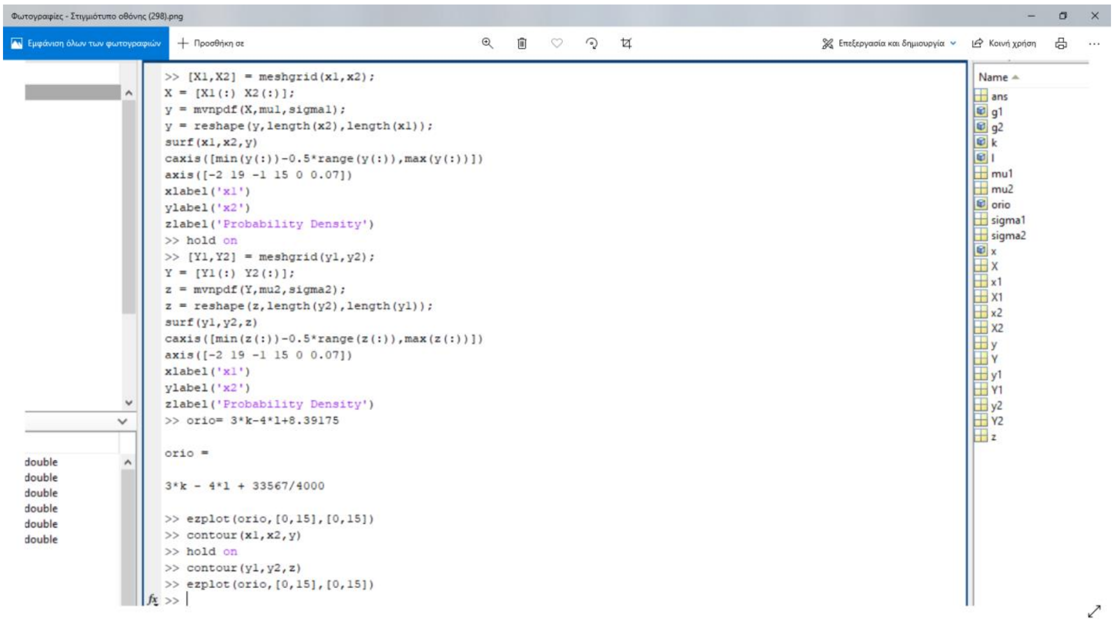


(σε διαφορετική αναπαράσταση)



(και εδώ από άλλη γωνία)





<u>Παρατηρήσεις:</u>

- Η αξιολόγηση της εργασίας θα έχει βαρύτητα 40% του τελικού βαθμού (20% το A' μέρος και 20% το B' μέρος).
- Η εργασία σας θα παραδοθεί τμηματικά. Το πρώτο μέρος πρέπει να παραδοθεί (με ανάρτηση στο e-class) μέχρι τις 1/12/2019 στις 23.55. Το 2ο μέρος της εργασίας πρέπει να αναρτηθεί την παραμονή της εξέτασης του μαθήματος στις 23.55.
- Για απορίες σχετικές με την εργασία σας μπορείτε να επικοινωνείτε με email με τον κο Θ. Αμοργιανιώτη (amorgianio@ceid.upatras.gr) και τον κο Α. Ανδριόπουλο (a.andriopoulos@upatras.gr).
- Σύντομα θα ανακοινωθούν και ώρες γραφείου.