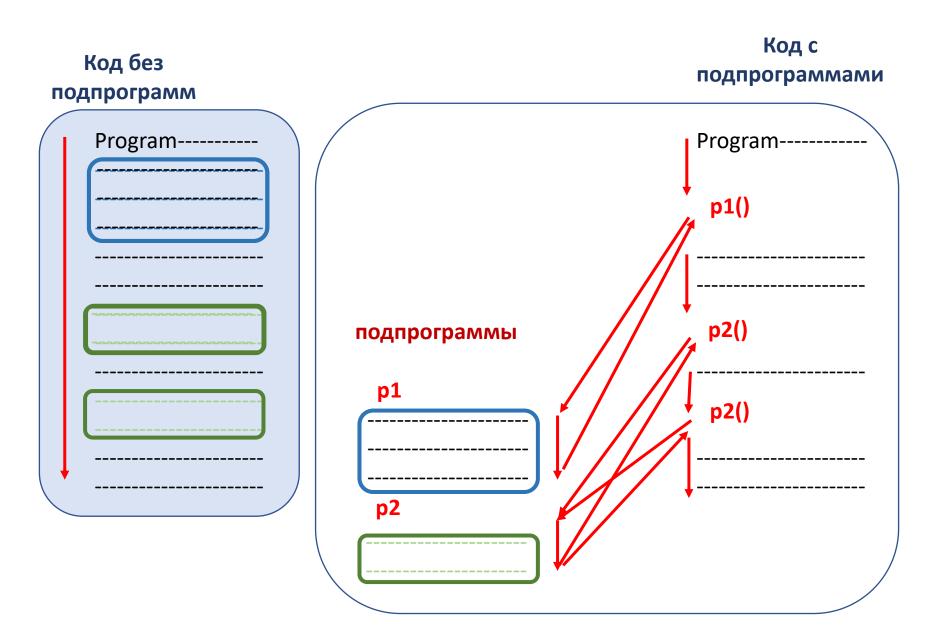
Функции в С++

Функция (процедура, метод) –

отдельно оформленный блок программного кода, который

- выполняет некоторое законченное по смыслу действие
- имеет уникальное имя (идентификатор) или его аналог
- состоит из набора инструкций (операторов)
- может быть многократно выполнен (вызван)
 в ходе работы программы
- имеет средства для обмена данными с остальным кодом (параметры, возвращаемый результат)

Процедурный подход



Функции в С++

```
#define _USE_MATH_DEFINES
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <iomanip>
using namespace std;
int main() {
    setlocale(0, "");
    double x, y;
    cout << "x = "; cin >> x;
    cout << "y = "; cin >> y;
    double z = sqrt(abs(exp(2.0 * y) + pow(x, 3.0) - 17.0));
    cout << setprecision(5) << z;</pre>
    return 0;
```

Объявление и определение функций

Объявление функций

```
тип имя (список формальных параметров); результата функции
```

- Содержит заголовок (прототип) функции
- Размещается до функции main или в отдельном заголовочном файле

Примеры:

```
double calc(double x, double y);
void printHello(string name);
void printAsterisks(int n);
```

Определение функций

```
тип имя (список формальных параметров) {
результата функции
// инструкции тела функции
}
```

- Содержит заголовок (прототип) функции и блок тела функции
- Размещается после функции main

Примеры:

```
double calc(double x, double y) {
    return x + y;
}
```

Определение функций

```
double calc(double x, double y) {
Примеры:
                return x + y;
            void printHello(string name) {
                cout << "Hello, " << name << endl;</pre>
                 return;
            void printAsterisks(int n) {
                for (int i = 0; i < n; i++) {</pre>
                     cout << "*";
                cout << endl;</pre>
```

Объявление и определение функций

Функции должны быть объявлены до их вызова

Функции не обязаны быть определены до момента их использования

Объявление и определение обычно делают раздельно, но определение может служить одновременно и объявлением функции

Вызов функций

```
имя (список фактических параметров)
функции
```

Указание имени функции и списка фактических параметров (аргументов)

- может быть отдельным оператором или использоваться в составе выражения
- передает управление в начало блока инструкций тела функции
- инструкции тела функции выполняются до первого return или до конца их блока
- после чего управление возвращается в точку вызова

```
setlocale(0, "");

double x, y;
cout << "x = "; cin >> x;
cout << "y = "; cin >> y;

double z = sqrt(abs(exp(2.0 * y) + pow(x, 3.0) - 17.0));
cout << setprecision(5) << z;</pre>
```

Вызов функций

Примеры:

```
#include <iostream>
using namespace std;
// объявления функций
double calc(double x, double y);
void printHello(string name);
void printAsterisks(int n);
// опеределения функций
double calc(double x, double y) {
  return x + y;
void printHello(string name) {
  cout << "Hello, " << name << endl;
  return;
void printAsterisks(int n) {
  for (int i = 0; i < n; i++) {
    cout << "*":
 cout << endl;
```

```
int main() {
  printHello("");
  printHello("World");
  printAsterisks(30);
  printAsterisks(0);
  printAsterisks(5);
  cout << calc(4.0, 5.0);
  double z = calc(3.0, 10.0) * calc(4.0, 6.0);
  calc(100.0, 100500.0);
  return 0;
```

Оператор return

- может быть записан в любом месте тела функции;
- может быть записан несколько раз, но выполняться будет только один раз для каждого вызова
- останавливает выполнение инструкций тела функции
- передает управление в точку вызова
- возвращает в точку вызова значение выражения, указанного в return
- имеет две формы записи:

return;

Если тип результата void и оператор return не указан, то будут выполнены все инструкции тела метода, до конца

```
return выражение;
```

Если тип результата функции отличен от void, то return обязателен. Тип выражения должен совпадать или приводиться к типу возвращаемого результата из заголовка функции

Параметры функций

Формальные параметры — указываются в заголовке функции при объявлении и определении

```
double calc(double x, double y) {
    return x + y;
}
```

Фактические параметры (аргументы) — указываются при вызове функции

```
cout << calc(4.0, 5.0);
double z = calc(3.0, 10.0) * calc(4.0, 6.0);
calc(100.0, 100500.0);
```

Аргументы по умолчанию

В заголовке, при объявлении, после имени формального параметра можно указать знак = и значение подходящего типа

Тогда, если при вызове фактический аргумент не указывать, то будет использовано это значение

Такие параметры должны быть в конце списка формальных параметров

```
double cost(double price, double count, double discount = 0);
int main() {
  cout << cost(100, 5, 25) << endl; //полный список аргументов, скидка 25%
  cout << cost(100, 5) << endl; //скидка 0% по умолчанию
  return 0;
}
double cost(double price, double count, double discount) {
  return price * count * (1 - discount / 100.0);
}</pre>
```

Передача параметров по значению

- в списке формальных параметров указывают только <u>тип данных</u> <u>имя параметра</u>

```
double calc(double x, double y);
```

- фактическим значением параметра при вызове может быть любое выражение подходящего типа

```
double a = -2.5;
int b = 5;
double z = calc(3.5, 10) * calc(a, b) * calc(2 * a + 4, b - 14);
```

- при выполнении тела считается что в нем создается локальная переменная с именем параметра и его типом и инициализируется значением выражения, указанного как фактический аргумент при вызове;

в теле функции эта переменная может использоваться, в том числе получать новые значения, но после его завершения она уничтожается, все ее локальные значения теряются

Передача параметров по значению

```
Microsoft Visual Studio Debug Console
void calc_value(int, int);
                                          Before: a = 4
                                                           b=5
                                           In calc Values: a = 400 b=500
int main()
                                           After: a = 4 b=5
    int a = 4;
    int b = 5;
    cout << "Before: a = " << a << "\tb=" << b << endl;</pre>
    calc value(a, b);
    cout << "After: a = " << a << "\tb=" << b << endl;</pre>
    return 0;
void calcValue(int a, int b)
    a = 100 * a;
    b = 100 * b;
    cout << "In calc Values: a = " << a << "\tb=" << b << endl;</pre>
```

Передача параметров по ссылке

- в списке формальных параметров указывают

тип данных& имя параметра

```
double calc(double& x, double& y);
```

- фактическим значением параметра при вызове должна быть переменная подходящего типа

```
double a = -2.5;
int b = 5;
double z = calc(3.5, 10) * calc(a, b) * calc(2 * a + 4, b - 14);
```

- при вызове функция получает ссылку (прямой доступ) на переменную, указанную как фактический аргумент;
 - в теле функции эта переменная может использоваться, и **может** получить новое значение;
 - после завершения работы метода она будет хранить последнее значение, полученное в теле метода и оно может быть использовано дальше, вне метода

Передача параметров по ссылке

```
Microsoft Visual Studio Debug Console
void calc reference(int&, int&);
                                      Before: a = 4
                                                      b=5
                                      In calc References: a = 400
                                                                      b=500
int main()
                                      After: a = 400 b=500
    int a = 4;
    int b = 5;
    cout << "Before: a = " << a << "\tb=" << b << endl;</pre>
    calc reference(a, b);
    cout << "After: a = " << a << "\tb=" << b << endl;
    return 0;
void calc reference(int& a, int& b)
    a = 100 * a;
    b = 100 * b;
    cout << "In calc References: a = " << a << "\tb=" << b << endl;</pre>
```

Константные параметры

модификатор **const** запрещает изменение параметров в теле функции

```
void calc const value(const int a, const int b)
{
    a = 100 * a;
    b = 100 * b;
    cout << "In calc Values: a = " << a << "\tb=" << b << endl;</pre>
void calc const reference(const int& a, const int& b)
{
    a = 100 * a;
    b = 100 * b;
    cout << "In calc References: a = " << a << "\tb=" << b << endl;</pre>
```

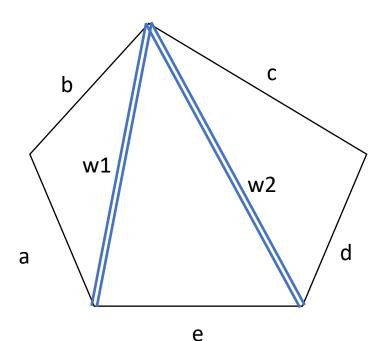
Пример

Для прямоугольного участка земли известны длины его границ a, b, c, d, e. Через участок проходят две дороги, их длины w1 и w2.

Хозяину надо заплатить налог, по ставке х рублей за 1 квадратный метр

Хозяину надо построить забор, он стоит у рублей за 1 погонный метр. Дороги должны остаться проезжими, т.е. забор ставится с двух сторон от дороги. Шириной дороги можно пренебречь.

Сколько денег надо хозяину?



```
int main() {
    setlocale(0, "");
    double a, b, c, d, e;
    read bounds(a, b, c, d, e);
    double w1, w2;
    cout << "Введите длины дорог\n";
    cout \langle\langle "w1 = "; cin \rangle\rangle w1;
    cout \langle\langle \text{"w2} = \text{"}; \text{cin} \rangle\rangle w2;
    double x, y;
    cout << "Введите ставку земельного налога, руб./1 кв.м \n";
    cin >> x;
    cout << "Введите цену строительства забора, руб./1 м \n";
    cin >> y;
    if (is triangle(a, b, w1) && is triangle(c, d, w2) && is triangle(e, w1, w2))
        double s = area(a, b, w1) + area(c, d, w2) + area(e, w1, w2);
        double p = perimeter(a, b, w1) + perimeter(c, d, w2) + perimeter(e, w1, w2);
        double tax = s * x;
        double fence = p * y;
        cout << "Налог: " << tax << " руб." << endl;
        cout << "3a6op: " << fence << " py6." << endl;
        cout << "Bcero: " << tax + fence << " py6." << endl;
    else {
        cout << "Расчет невозможен. Вы ввели неверные данные";
return 0;
```

```
double area(double a, double b, double c)
{
    double p = perimeter(a, b, c) / 2.0;
    return sqrt(p * (p -a) * (p - b) * (p - c));
double perimeter(double a, double b, double c)
    return a + b + c;
bool is_triangle(double a, double b, double c)
{
    return a > 0 && b > 0 && c > 0 && a + b > c && a + c > b && b + c > a;
```

```
void read bounds(double& a, double& b, double& c, double& d, double& e)
{
    cout << "Введите размеры участка (участок в форме пятиугольника)\n";
    cout << "a = ";
    cin >> a;
    cout << "b = ";
    cin >> b;
                       Microsoft Visual Studio Debug Console
    cout << "c = ";
    cin >> c;
                      Введите размеры участка (участок в форме пятиугольника)
    cout << "d = ";
                      a = 3
    cin >> d;
                      b = 4
    cout << "e = ";
                      c = 5
                      d = 4
    cin >> e;
                      e = 3
                      Введите длины дорог
                      w1 = 5
                      w2 = 6
                      Введите ставку земельного налога, руб./1 кв.м
                      100
                      Введите цену строительства забора, руб./1 м
                      10
                      Налог: 2340.49 руб.
                      Забор: 410 руб.
                      Всего: 2750.49 руб.
```

Указатели и массивы в функциях

Указатели как параметры функций

Для параметров-указателей адреса передаются по значению, функция получает и использует локальную копию указателя.

```
void newPointer(int* pa) {
    pa = new int;
    *pa = 1000000;
}

deйствительны только «внутри»
    функции
```

!!! освобождение памяти?

Но эта копия указателя хранит то же адрес, что оригинальный указатель. Поэтому через параметры-указатели можно получить прямой доступ к данным, на которые он указывает и изменить их

```
void newData(int* pa) {
    *pa = 2 * *pa;
}
```

Изменения в данных переданы «наружу» по адресу фактического аргумента

Указатели как параметры функций

```
void newPointer(int* );
                           In newPointer
                                          pa = 0000008419EFF524
                                                               data(*pa) = 1 = old
void newData(int* pa);
                           In newPointer pa = 0000021BEE390850
                                                               data(*pa) = 1000000 = new
                           After newPoint pa = 0000008419EFF524
                                                               data(*pa) = 1
int main()
                                                               data(*a) = 2
                           {
                                                              data(*pa) = 2
                           int a = 1;
   int* pa = &a;
   newPointer(pa);
   cout << "After newPoint \tpa = " << pa << "\tdata(*pa) = " << *pa << endl;</pre>
   newData(pa);
    cout << "After newData \tpa = " << pa << "\tdata(*pa) = " << *pa << endl;</pre>
    return 0;
}
void newPointer(int* pa) {
    cout << "\nIn newPointer \tpa = " << pa << "\tdata(*pa) = " << *pa << " = old\n;</pre>
   pa = new int;
   *pa = 1000000;
   cout << "In newPointer \tpa = " << pa << "\tdata(*pa) = " << *pa << " = new\n;</pre>
   delete pa;
}
void newData(int* pa) {
   *pa = 2 * *pa;
   cout << "\nIn newData \tpa = " << pa << "\tdata(*a) = " << *pa << endl;</pre>
}
```

Параметры-указатели и параметры-ссылки

```
void swap(int* a, int* b)
    int tmp = *a;
    *a = *b;
    *b = tmp;
int main()
    int a = 5, b = 7;
    swap(&a, &b);
    cout << a << b;
    return 0;
```

```
void swap(int& a, int& b)
int tmp = a;
    a = b;
    b = tmp;
int main()
    int a = 5, b = 7;
    swap(a, b);
    cout << a << b;
    return 0;
```

Одномерные массивы как параметры функции

Параметры-массивы могут быть использованы только для встроенных массивов

```
void writeA(int a[], int n) {
    //size_t length = sizeof(arr) / sizeof(int); // нет, а приводится к int*
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cout << a[i] << " ";
    }
    cout << endl;
}</pre>
```

Одномерные массивы как параметры функции

```
void writeA(int a[], int n) {
   for (int i = 0; i < n; i++) {
      cout << a[i] << " ";
  cout << endl;</pre>
void readA(int a[], int n) {
    cout << "Введите массив из " << n << " элементов";
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cin >> a[i];
int main() {
   int a[]{ 4, -5, 1, 3, -7, 9 };
   writeA(a, sizeof(a) / sizeof(int));
   int b[5];
   readA(b, std::size(b));
   writeA(b, std::size(b));
                                //...
```

Параметры-указатели для передачи массивов

Параметры-указатели могут быть использованы как для встроенных, так и для динамических массивов

```
void writeArr(int* a, int n) {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cout << a[i] << " ";
    }
    cout << endl;
}</pre>
```

Параметры-указатели для передачи массивов

```
void writeArr(int* arr, int n) {
    for (int i = 0; i < n; i++) {</pre>
        cout << arr[i] << " ";</pre>
    cout << endl;</pre>
void readArr(int* arr, int n) {
    cout << "Введите массив из " << n << " элементов" << endl;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cin >> arr[i];
int main() {
   int a[]{ 4, -5, 1, 3, -7, 9 };
   int n = 4;
   int* b = new int[n];
   readArr(b, n);
   writeArr(b, n);
    readArr(a, std::size(a));
    writeArr(a, std::size(a));  //... delete[] b;
```

Многомерные встроенные массивы как параметры функции

Для параметров многомерных массивов все размерности кроме первой должны быть указаны явно, в форме константного выражения

void writeMultDA(int arr[][3], int n) {

for (int i = 0; i < n; i++) {

```
for (int j = 0; j < 3; j++) {
             cout << arr[i][j] << " ";</pre>
         cout << endl;</pre>
int main() {
   int a[2][3] = \{ \{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\} \};
   int b[4][3] = \{ \{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\} \};
   writeMultDA(a, 2);
   writeMultDA(b, 4);
   int c[2][5] = \{ \{1, 2, 3, -3, -1\}, \{4, 5, 6, -2, -9\} \};
```

writeMultDA(c, 2); // тип с не соответсвует

//...

Параметры-указатели для многомерных массивов

Многомерные динамические массивы передаются через соответствующие параметры типа указателей

```
void writeMultDArr(int** arr, int n, int m) {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < m; j++) {
            cout << arr[i][j] << " ";
        }
        cout << endl;
    }
}</pre>
```

Перегрузка функций

Перегрузка функций — это создание нескольких функций с одним именем, но с разными параметрами.

Под разными параметрами понимают, что должно быть разным количество аргументов функции и/или их тип.

То есть перегрузка функций позволяет определять несколько функций с одним и тем же именем и типом возвращаемого значения.

Перегрузка функций также называется полиморфизмом функций.

"Поли" означает много, "морфе" – форма, то есть полиморфическая функция – это функция, отличающаяся многообразием форм.

Перегрузка функций

```
#include <iostream>
using namespace std;
int sum(int a, int b);
int sum(int a, int b, int c);
int main() {
    cout << "200 + 801=" << sum(200, 801) << "\n";
    cout \langle "100 + 201 + 700 = " \langle sum(100, 201, 700) \langle " \rangle "
    return 0;
int sum(int a, int b) {
    return a + b ;
int sum(int a, int b, int c) {
    return a + b + c;
```

```
#include <string>
#include <iostream>
using namespace std;
double mult(double a, double b);
double mult(double a, double b, double c);
string mult(string a, int n);
                                               Microsoft Visual Studio Debug Console
int main() {
    cout << mult(2, 3) << endl;</pre>
    cout << mult(2, 3, 5) << endl;</pre>
                                              30
    cout << mult("Hello! ", 5) << endl;</pre>
                                             Hello! Hello! Hello! Hello! Hello!
    return 0;
}
double mult(double a, double b) {
    return a * b;
}
double mult(double a, double b, double c) {
    return a * b * c;
string mult(string a, int n) {
    string res;
    res.reserve(a.size() * n);
    while (n--)
        res += a;
    return res;
```

Перегрузка функций

Проблемы перегрузки функций

```
int sum(int a, double b);
int sum(double a, int b);
int main() {
  cout << "200+801=" << sum(200, 801) << "\n";
   cout << "100+201+700=" << sum(100, sum(201, 700)) << "\n";
  cout << "200+801=" << sum(200, 801.005) << "\n";
  cout << "100+201+700=" << sum(100.009, 201) << "\n";
  return 0;
int sum(int a, double b) {
  return a + b ;
int sum(double a, int b) {
  return a + b;
```

Переменное количество параметров

```
#include <cstdarg>
#include <iostream>
using namespace std;
double avr(string title, int n, ...) // n - количество параметров в ...
    double result = 0.0;
    va_list arg; // указатель на список аргументов
    va_start(arg, n); // установить указатель на первый аргумент
    for (int i = 0; i < n; i++)
        result += va_arg(arg, int); // получить значение текущего параметра типа int
    va_{end}(arg); // завершаем обработку параметров
    result /= n;
    cout << title << " " << result:</pre>
    return result;
}
int main(void)
    cout << avr("Bacs", 4, 2, 2, 3, 5) << endl;</pre>
    cout << avr("Петя", 7, 2, 2, 3, 4, 5, 1, 5) << endl;
    return 0;
```

Переменное количество параметров,

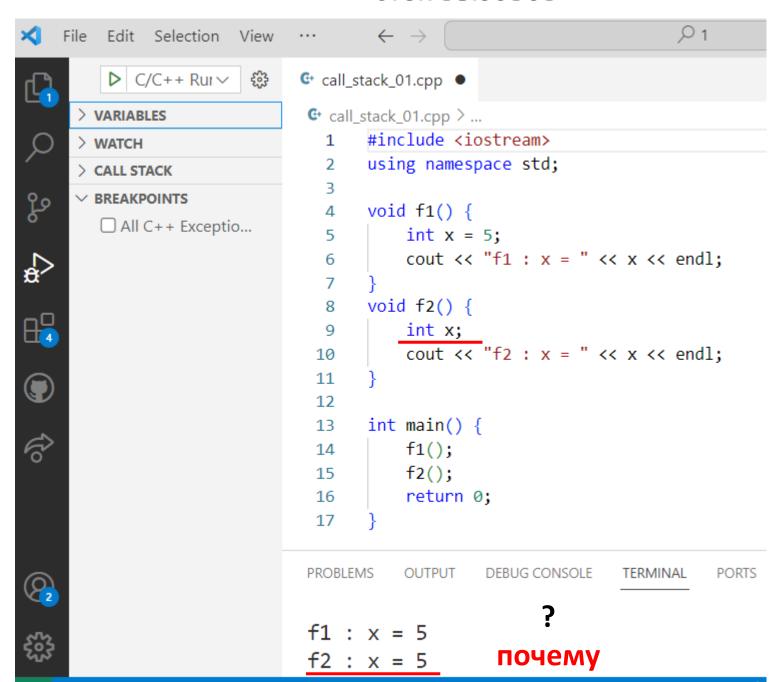
```
#include <cstdarg>
#include <iostream>
                                                          тип параметров
using namespace std;
double avr(string title, int n, ...) // n - количество параметров в ...
    setlocale(0, "");
    double result = 0.0;
    va_list arg; // указатель на список аргументов
    va_start(arg, n); // устанавливаем указатель на первый аргумент
    for (int i = 0; i < n; i++)
       result += va_arg(arg, double); // получаем значение текущего параметра типа double
    va\_end(arg); // завершаем обработку параметров
    result /= n;
    cout << title << " " << result << " = ";</pre>
                                                                Microsoft Visual Studio D...
                                                               Вася 3 = 3
    return result;
}
                                                               Петя 3.14286 = 3.14286
                                                               Коля 2.57143 = 2.57143
int main(void)
    cout << avr("Bacg", 4, 2.0, 2.0, 3.0, 5.0) << endl;</pre>
    cout << avr("Петя", 7, 2.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 1.0, 5.0) << endl;
    // неверно, размещены аргументы типа int;
    // будет неправильно интерпретироваться как double
    cout << avr("Коля", 7, 2, 2, 3, 4, 5, 1, 5) << endl;
    return 0;
```

Стек вызовов

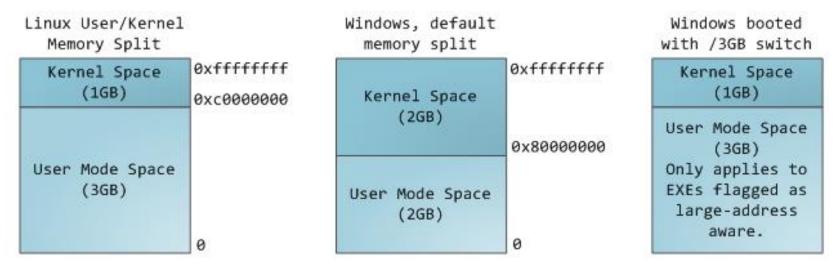
Пример:

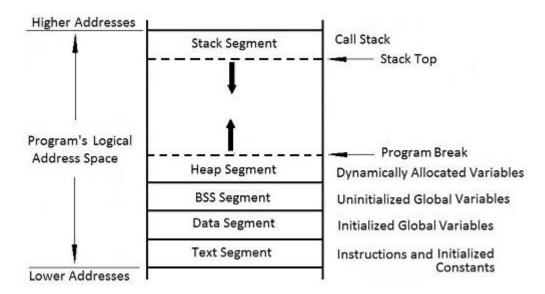
```
void f1() {
    int x = 5;
    cout << "f1 : x = " << x << endl;</pre>
void f2() {
    int x;
    cout << "f2 : x = " << x << endl;
int main() {
    f1();
    f2();
    return 0;
                                   что будет выведено
```

Стек вызовов

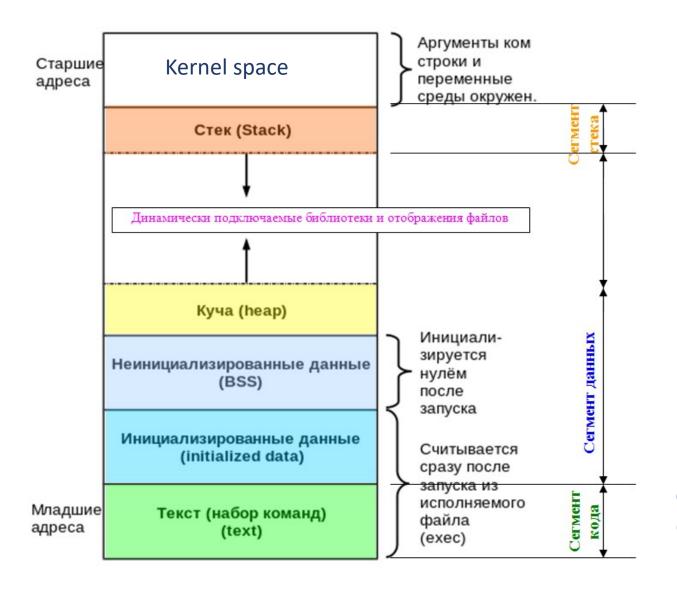


Память процесса, виртуальное адресное пространство





Память процесса, виртуальное адресное пространство

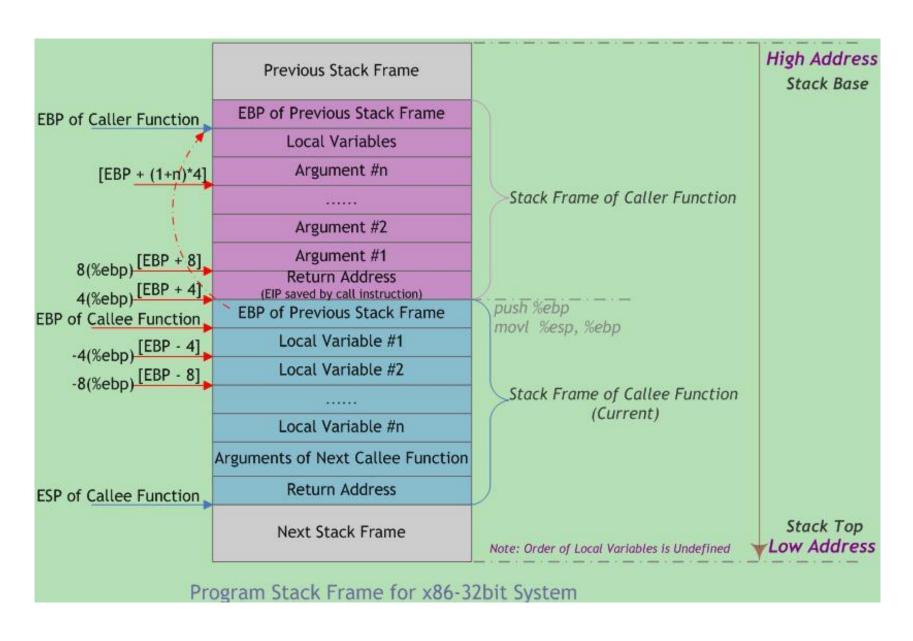


Сегмент — область памяти с определенным назначением, внутри которой поддерживается линейная адресация

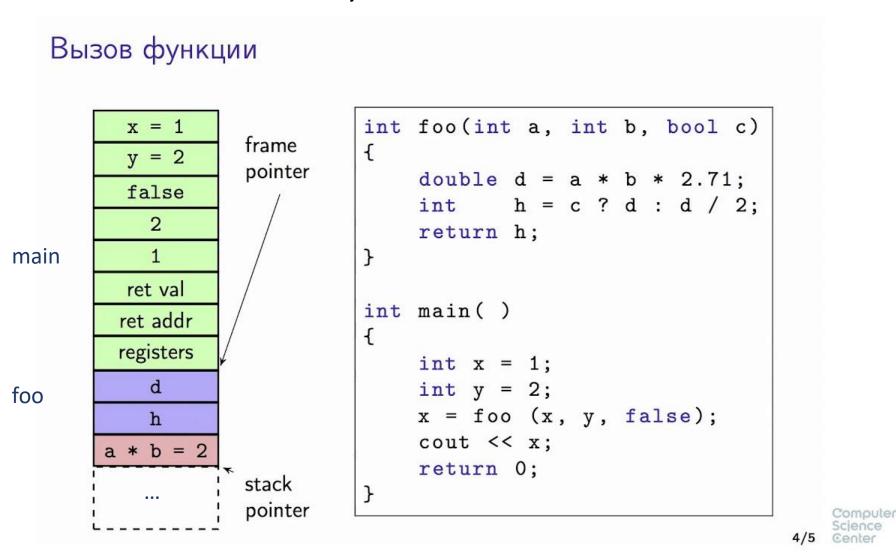
Стек, стек вызовов Push Pop свободное пространство стека указатель стека сохранённые регистры Стековый кадр локальные данные вызванной процедуры Стек хранит информацию о каждом вызове, в том [адреса вложенных кадров] числе и вызовы вложенных функций. адрес возврата Каждая незавершенная функция занимает В аргументы C независимую непрерывную область – фрейм (кадр) сохранённые регистры стека. Стековый кадр Фрейм стека - это логический фрагмент стека. вызвавшей процедуры локальные данные [адреса вложенных кадров] Фрейм помещается в стек при вызове функции и извлекается из стека при возврате функции. аргументы Фрейм хранит параметры функции, локальные переменные и данные, необходимые для восстановления предыдущего кадра стека.

язык высокого уровня

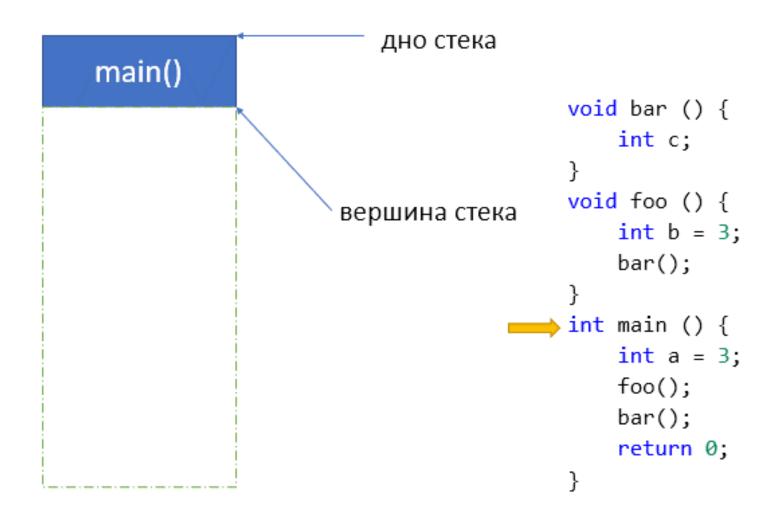
Стек вызовов, структура фрейма



Стек, стек вызовов



Стек, стек вызовов



Рекурсивные функции

```
#include <iostream>
using namespace std;
                                                   C:\Users\yok\source\repos\summer2022\pr-lec01\x64\Debug\func003-recursio...
                                                  Hello, World!!!Hello, World!!!Hello, World!!!Hello, World!!!
                                                  Hello, World!!!Hello, World!!!Hello, World!!!Hello, World!!!
                                                  Hello, World!!!Hello, World!!!Hello, World!!!Hello, World!!!
                                                  Hello, World!!!Hello, World!!!Hello, World!!!Hello, World!!!
void f();
                                                  Hello, World!!!Hello, World!!!Hello, World!!!Hello, World!!!
                                                  Hello, World!!!Hello, World!!!_
int main() {
                                                             Exception Unhandled
                                                             Unhandled exception at 0x00007FFA263D7CBE (ucrtbased.dll) in
      f(); // не рекурсивный вызов
                                                             func003-recursion.exe: 0xC00000FD: Stack overflow (parameters:
                                                              0x0000000000000001, 0x000000BD2AE03FD8).
      return 0;
                                                             Show Call Stack | Copy Details | Start Live Share session...
                                                              Exception Settings
void f() {
      cout << "Hello, World!!!";</pre>
      f(); // рекурсивный вызов
```

Рекурсивные алгоритмы и рекурсивные функции

Рекурсия в программировании — это пошаговое разбиение задачи на подзадачи, подобные исходной

Функция называется рекурсивной, если в своем теле она содержит обращение к самой себе явно или не явно.

Такое обращение называется рекурсивным вызовом

При этом количество обращений должно быть конечно

Бесконечная рекурсия – последовательность рекурсивных вызовов, неограниченное число раз выполняющая новые рекурсивные вызовы; на практике **не допускается**

Обычный прием обеспечения конечности — изменять аргументы в каждом рекурсивном вызове, так чтобы решение сводилось к базовому случаю, когда ответ очевиден и рекурсивный вызов не нужен.

Базис рекурсии – условие выхода из блока рекурсивных вызовов;

– базисное решение задачи, когда нет необходимости вызывать рекурсию

Терминальная ветвь – ветвь кода рекурсивной функции, завершающая его без дальнейших рекурсивных вызовов

Шаг рекурсии — вызов функцией самой себя при изменении параметров

```
#include <iostream>
                                           Microsoft Visual Studio Debug Console
                                                                                 X
using namespace std;
                                           Hello, World!!!
                                           Hello, World!!!
                                           Hello, World!!!
void f(int);
                                           Hello, World!!!
                                           Hello, World!!!
int main() {
                                           C:\Users\yok\source\repos\summer2022\pr-lec01
                                           \x64\Debug\func003-recursion.exe (process 598
                                           68) exited with code 0.
   f(5); // не рекурсивный вызов
                                           To automatically close the console when debug
                                           ging stops, enable Tools->Options->Debugging-
                                           >Automatically close the console when debuggi
                                           ng stops.
   return 0;
                                           Press any key to close this window . . .
void f(int n) {
   if (n <= 0) return; // база рекурсии
   cout << "Hello, World!!!\n";</pre>
   f(n-1);
                                    // рекурсивный вызов
```

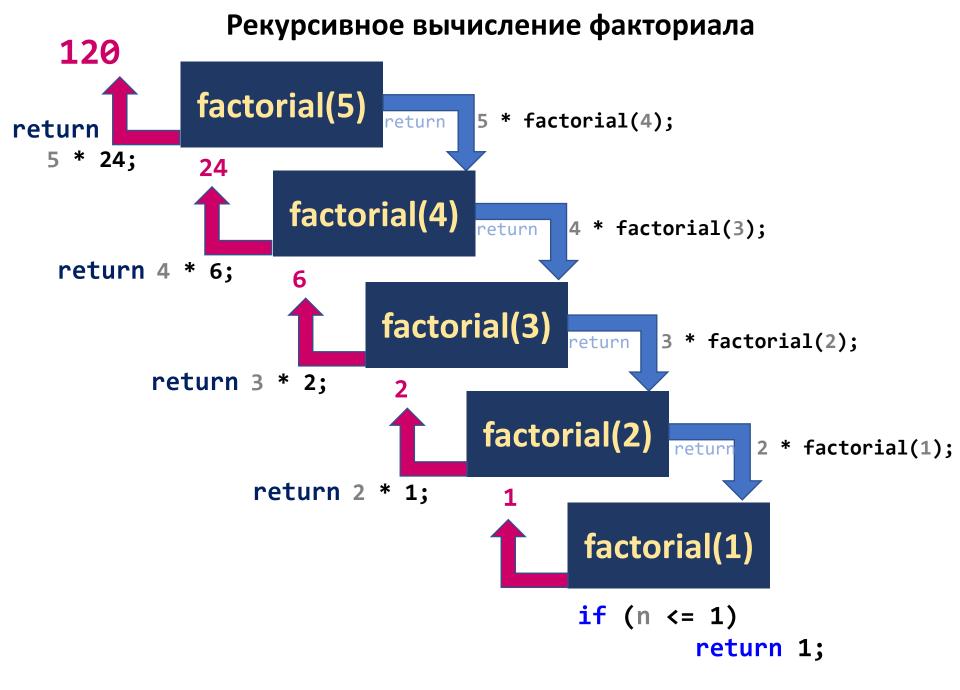
Рекурсивное вычисление факториала

```
#include <iostream>
using namespace std;
int factorial(int);
int main() {
    int num = 5;
    cout << factorial(num);</pre>
    return 0;
int factorial(int n) {
    if (n <= 1)
        return 1;
    return n * factorial(n-1);
```

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0, \\ (n-1)! \times n & \text{if } n > 0. \end{cases}$$

Рекурсивное вычисление факториала

```
factorial(5)
                    return 5 * factorial(4);
             factorial(4)
                           return 4 * factorial(3);
                    factorial(3)
                                  return 3 * factorial(2);
                           factorial(2)
                                          return 2 * factorial(1);
int factorial(int n) {
                                   factorial(1)
    if (n <= 1)
                                         if (n <= 1)
       return 1;
                                                 return 1;
   return n * factorial(n-1);
```



```
Рекурсивное вычисление факториала –
                                                                           main()
int main() {
                                             стек вызовов
    int num = 5;
                                                                  num = 5
    cout << factorial(num);</pre>
    return 0;
                                                                         factorial(5)
}
                                                                  n = 5
int factorial(int n) {
    if (n <= 1)
                                                                         factorial(4)
         return 1;
    return n * factorial(n-1);
                                                                  n = 4
}
        factorial(5)
                                                                         factorial(3)
                          5 * factorial(4);
              factorial(4)
                                                                  n = 3
                                4 * factorial(3);
                                                                         factorial(2)
                     factorial(3)
                                      3 * factorial(2);
                                                                  n = 2
                            factorial(2)
                                                * factorial(1);
                                                                         factorial(1)
                                   factorial(1)
                                        if (n <= 1)
                                                                  n = 1
                                               return 1;
```

Виды рекурсии

- Прямая рекурсия (direct recursion)
 - головная (не хвостовая) рекурсия
 - концевая (хвостовая) рекурсия
 - параллельная рекурсия (рекурсия по дереву)
- Косвенная рекурсия (indirect recursion)

Головная (не хвостовая) рекурсия

```
void f(int n) {
  if (n <= 0) return; // база рекурсии
  cout << "Hello, World!!!\n";
  f(n-1); // рекурсивный вызов
  cout << "Hello, BACЯ!!!\n";
}</pre>
```

Концевая (хвостовая) рекурсия

```
void f(int n) {
   if (n <= 0) return; // база рекурсии
   cout << "Hello, World!!!\n";
   f(n-1); // рекурсивный вызов
}</pre>
```

Рекурсивный вызов - последняя инструкция в функции

Головная (не хвостовая) рекурсия

```
void f(int n) {
  if (n <= 0) return; // база рекурсии
  cout << "Hello, World!!!\n";
  f(n-1); // рекурсивный вызов
  cout << "Hello, BACЯ!!!\n";
}</pre>
```

```
int factorial(int n) {
   if (n <= 1)
      return 1;
   return n * factorial(n-1);
}</pre>
```

После рекурсивного вызова в функции выполняются еще какие-нибудь действия

Концевая (хвостовая) рекурсия

Оптимизация хвостовой рекурсии, или оптимизация хвостового вызова — преобразование транслятором хвостового вызова функции в линейный (циклический) код

```
void print_tail(int n)
{
    if (n < 0) return;
    cout << " " << n;

    print_tail(n - 1);
}</pre>
```

```
void print_tail(int n)
{
   start:
     if (n < 0) return;
     cout << " " << n;
     n--;
     goto start;
}</pre>
```

Рекурсивный вызов - последняя инструкция в функции

Легко оптимизируется преобразованием в цикл; меньше места в стеке, быстрее

Рекурсивное вычисление чисел Фибоначчи

0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 ...

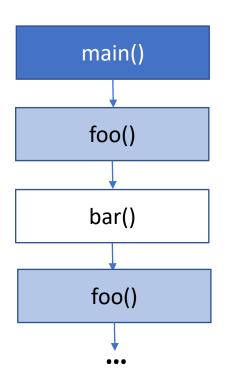
```
#include <iostream>
                                  F(n) = egin{cases} 0 & 	ext{если } n = 0 \ 1 & 	ext{если } n = 1 \ f(n-1) + f(n-2) & 	ext{если } n > 0 \end{cases}
using namespace std;
int fibonacci(int);
int main() {
   cout << fibonacci(8);</pre>
   return 0;
int fibonacci(int n)
     if (n == 0)
          return 0; // базовый случай
     if (n == 1)
          return 1; // базовый случай
     return fibonacci(n - 1) + fibonacci(n - 2);
```

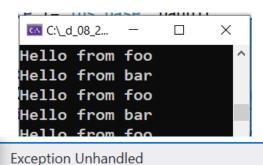
Рекурсивное вычисление чисел Фибоначчи

```
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 ...
int f(int n)
     if (n == 0)
          return 0; // базовый случай
                                                                     Проблема:
     if (n <= 1)
                                                                    многократное
          return n; // базовый случай
                                                               повторение одних и тех
                                                                   же вычислений
     return f(n - 1) + f(n - 2);
}
                                    f(5)
                                                                              f(4)
                                                                  f(3)
                           f(4)
                                                           f(2)
                                                                       f(1) = 1
               f(3)
         f(2)
                     f(1) = 1
                                f(2)
                                                     f(1) = 1
                                                               f(0) = 0
                                                                          f(1) = 1
                                                                                     f(0) = 0
   f(1) = 1
            f(0) = 0
                        f(1) = 1
                                   f(0) = 0
                                                   f(3)
                                            f(2)
                                                        f(1) = 1
                                                f(0) = 0
                                      f(1) = 1
```

Косвенная рекурсия

```
#include <iostream>
using namespace std;
void foo();
void bar();
int main() {
    foo();
    return 0;
void foo() {
    cout << "Hello from foo \n";</pre>
    bar();
void bar() {
    cout << "Hello from bar \n";</pre>
    foo();
```





Unhandled exception at 0x00007FF95E8B5308 (KernelBase.dll) in Call_stack_01.exe: 0xC00000FD: Stack overflow (parameters: 0x0000000000000001, 0x0000004092273FF8).

Show Call Stack | Copy Details | Start Live Share session...

▶ Exception Settings

Косвенная рекурсия

```
#include <iostream>
#include <conio.h>
using namespace std;
void foo();
void bar();
int main() {
    foo();
    return 0;
void foo() {
    cout << "Hello from foo \n";</pre>
    bar();
void bar() {
    cout << "Hello from bar \n";</pre>
    cout << "\?\n";
    if (getch() == 27) return; // выход при нажатии
    foo();
```

```
Hello from foo
Hello from bar

Press ESC
```

Рекурсивные функции для массивов

Линейный поиск в одномерном массиве, итеративная реализация

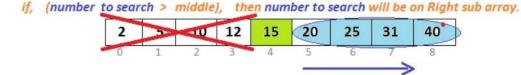
```
int linear_search(int key, int* a, int n) {
     for (int i = 0; i < n; i++)
         if (key == a[i])
             return i;
                                       вернуть индекс элемента кеу в массиве а;
     return -1;
                                         или -1, если key в массиве отсутствует
int main() {
    int a[5]{ 2, 3, 7, 12, 25 };
    int res_index = linear_search(12, a, size(a));
    if (res index > 0) {
        cout << "Число 12 есть в массиве а под индексом " << res_index << endl;
    } else {
        cout << "Нет такого элемента в массиве a \n";
```

Линейный поиск в одномерном массиве, рекурсивная реализация

```
int linear_search_req(int key, int* a, int n) {
    if (n < 1) {
                                                  пытаемся найти значение кеу в
        return -1;
                                                  последнем из доступных сейчас
                                                       элементов массива а
    if (key == a[n - 1])
        return n;
                                                  в следующий раз будет
    return linear_search_req(key, a, n - 1);
                                                  рассматриваться тот же массив,
                                                  но без еще одного элемента в
int main() {
                                                  его «хвосте»
    int a[5]{ 2, 3, 7, 12, 25 };
    int res_index = linear_search_req(12, a, size(a));
    if (res index > 0) {
        cout << "Число 12 есть в массиве а под индексом " << res_index << endl;
    } else {
        cout << "Нет такого элемента в массиве а \n";
```

Бинарный поиск в одномерном отсортированном массиве, рекурсивная реализация

```
int main() {
    //!!! отсортировано
    int a[]{ 2, 5, 10, 12, 15, 20, 25, 31, 40};
    cout << binarySearch(12, a, 0, size(a) - 1);</pre>
    return 0;
                                                                Получить индекс
                                                              искомого элемента
                                                                   в массиве
                                                         или -1, если его в массиве нет
                if, (number to search == middle), then we found the element.
                                          25
                                                  40
                                              31
          if, (number to search < middle), then number to search will be on left sub array.
```



Бинарный поиск в одномерном отсортированном массиве, рекурсивная реализация

```
int binary search(int key, int* a, int left, int right) {
     if (left > right) return -1;
     int middle = left + (right - left) / 2;
                                                         if, (number to search == middle), then we found the element.
     if (key == a[middle]) {
          return middle;
                                                    if, (number to search < middle), then number to search will be on left sub array.
                                                   if, (number to search > middle), then number to search will be on Right sub array.
     if (key < a[middle]) {</pre>
          return binary search(key, a, left, middle - 1);
     else {
           return binary_search(key, a, middle + 1, right);
```