

Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska

Projektowanie układów sterowania
(projekt grupowy)

Sprawozdanie z projektu nr 1
zespół nr 9

Paweł Bugyi, Marcin Michalski, Krzysztof Pierczyk

Warszawa, 2020

Spis treści

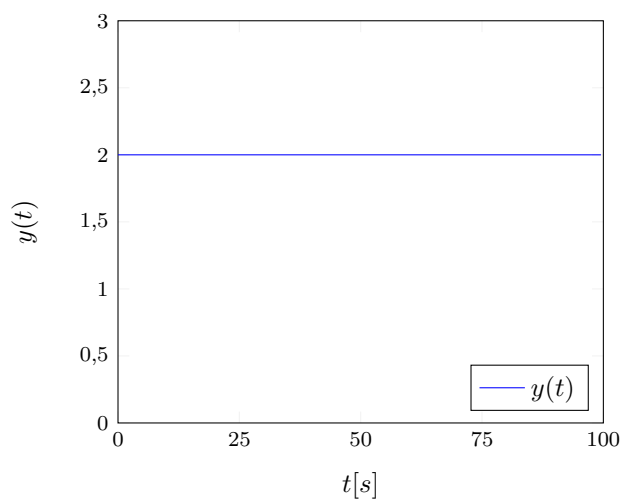
1. Wstęp	2
2. Badanie poprawności punktu pracy	3
3. Wyznaczanie odpowiedzi skokowej	4
4. Przekształcanie odpowiedzi skokowej na potrzeby DMC	6
5. Symulacja algorytmów PID oraz DMC	7
5.1. PID	7
5.2. DMC	7
6. Dobranie nastaw metodą eksperymentalną	9
6.1. strojenie PID	9
6.2. strojenie DMC	29
7. Optymalizacja parametrów regulatorów	50

1. Wstęp

Zadanie postawione w ramach pierwszego projektu dotyczyło zbadania układu dynamicznego, udostępnionego w formie pliku wykonywalnego języka Matlab oraz zaprojektowania do niego dwóch regulatorów - PID i DMC. Parametry obu regulatorów, zgodnie z wytycznymi, zostały dobrane metodą eksperymentalną oraz w wyniku procesu optymalizacji. Każda z konfiguracji została oceniona jakościowo oraz ilościowo za pomocą zaproponowanego wskaźnika jakości.

2. Badanie poprawności punktu pracy

Pierwsze zadanie sprowadzało się do zweryfikowania poprawności, podanego w treści zadania, punktu pracy $U_{pp} = 1,7$, $Y_{pp} = 2$. Weryfikacja polegała na podaniu na wejście obiektu stałej wartości pobudzenia $U = 1,7$ przy jednoczesnym założeniu, że wartość wyjścia w przeszłości ustalona była na poziomie $Y = 2,0$ i sprawdzeniu, czy wartość ta ulegnie zmianie. Wynik eksperymentu został przedstawiony na rys. 2.1. Zgodnie z danymi podanymi w treści zadania, punkt $U = 1,7, Y = 2$ jest rzeczywiście punktem pracy.



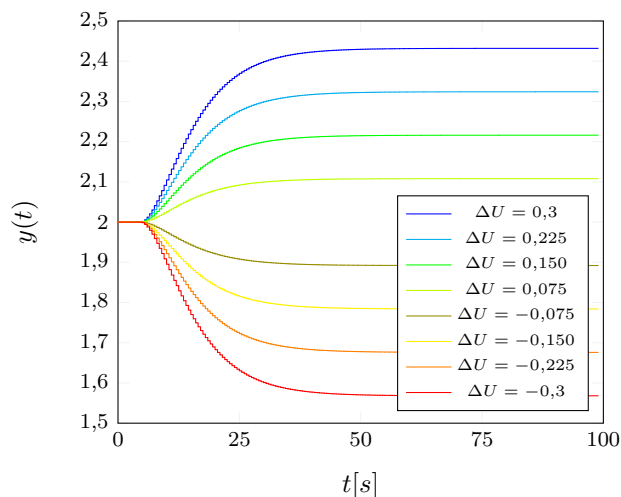
Rys. 2.1. Przebieg wartości wyjściowej procesu po podaniu stałego wejścia $U = 1,7$

3. Wyznaczanie odpowiedzi skokowej

Drugie zadanie polegało na wyznaczeniu odpowiedzi układu na kilka skokowych zmian wartości sygnału sterującego przy zachowaniu ograniczeń ich wartości. Sygnał sterujący musi zawierać się w przedziale $U \in [1,4; 2,0]$. Środkowi tego przedziału odpowiada punkt pracy układu weryfikowany w zadaniu nr 1, który w tym przypadku posłużył jako wartość startowa. Obiekt został doprowadzony do punktu pracy poprzez zainicjalizowanie wektorów wartości sterującej i wartości wyjściowej odpowiednimi wartościami $U = 1,7, Y = 2$, co zostało przedstawione na poniższym listingu.

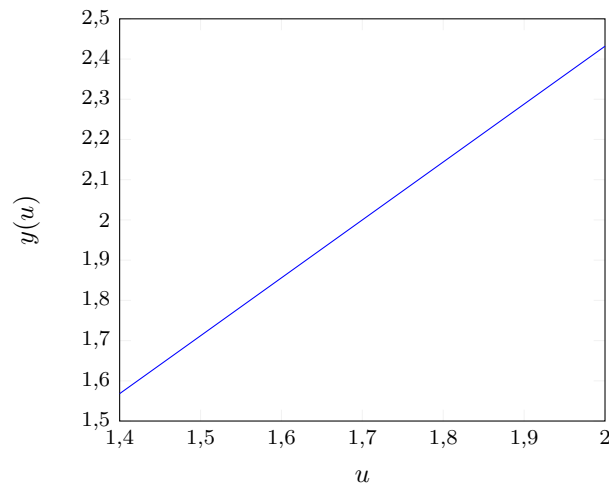
```
U_init = ones(STEPS_NUM,1) * 1.7;  
Y_init = ones(STEPS_NUM,1) * 2;
```

Wykonano łącznie 8 skoków wartości sterującej, przy czym cztery z nich miały wartości ujemne, a cztery wartości dodatnie. Wszystkie zostały równo rozmieszczone pomiędzy punktem początkowym, a minimalną/maksymalną dozwoloną wartością. Wyniki pomiarów przedstawiono na rys. 3.1. Dane pomiarowe zostały przesunięte w czasie tak, aby punkt początkowy ($Czas = 0s$) był momentem wykonania skoku sterowania.



Rys. 3.1. Przebieg wartości wyjściowej procesu przy skokowej zmianie sygnału sterującego

Druga część zadania polegała na zbadaniu charakterystyki statycznej układu i określeniu, czy proces jest w przybliżeniu liniowy. Zebrawszy odpowiedzi skokowe stworzyliśmy wektor par (U_{pp}, Y_{pp}) reprezentujących punkty pracy układu. Punkty te wyrysowane na płaszczyźnie ukazały charakterystykę, którą możemy obserwować na rys. 3.2



Rys. 3.2. Charakterystyka statyczna obiektu

Jak widać, obiekt wykazuje silnie liniowy charakter. Pozwala to wyznaczyć wzmocnienie statyczne układu, czyli wartość zmiany wyjścia układu przy jednostkowej zmianie wartości sygnału sterującego. Obliczając stosunek zmiany na wyjściu układu do zmiany wartości sterującej przy skoku z $U = 1,7$ do $U = 2,0$ otrzymujemy równanie pokazane na rys. 3.1.

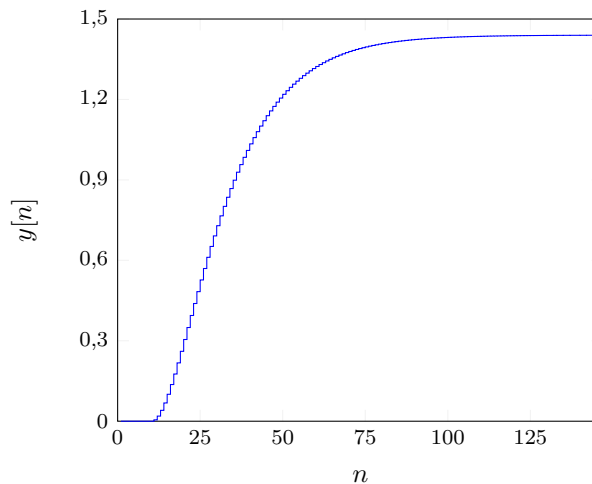
$$K = \frac{\Delta Y}{\Delta U} = \frac{2,4320}{0,3} = 0,6945 \quad (3.1)$$

4. Przekształcanie odpowiedzi skokowej na potrzeby DMC

Kolejnym krokiem mającym na celu stworzenie regulatora do obiektu było przeskalowanie, zarówno w czasie jak i w wartości, jednej z otrzymanych odpowiedzi skokowych tak, aby spełniała ona wymagania algorytmu DMC. Odbyło się to w dwóch krokach. Pierwszy z nich polegał na wybraniu odpowiedniego zestawu próbek z otrzymanego wektora wartości wyjściowych. Biorąc pod uwagę, że skok sterowania następował w chwili $n = 3$, wektor wynikowy powinien zawierać próbki od chwili następnej, czyli $n = 4$. Ponadto wektor ten powinien mieć długość równą wartości rzędu dynamiki układu. Wartość ta została wybrana poprzez znalezienie pierwszego elementu wektora próbek, którego wartość była mniejsza o nie więcej niż wielkość przyjętej tolerancji ($tolerancja = 0,0001$) od wartości maksymalnej. W wyniku takiego wyszukiwania otrzymaliśmy $D = 147$. Drugim krokiem było przeskalowanie wartości otrzymanego wektora zgodnie z formułą 4.1.

$$S = \frac{S^0 - Y_{pp}}{\Delta U} \quad (4.1)$$

S jest porządanym wektorem współczynników odpowiedzi skokowej, a S^0 to wektor otrzymany po wykonaniu kroku pierwszego. Y_{pp} stanowi wartość wyjścia obiektu sprzed zmiany wartości sterowania, natomiast ΔU to wartość samej zmiany sterowania. W wyniku wyżej opisanych czynności otrzymaliśmy odpowiedź skokową widoczną na rys. 4.1.



Rys. 4.1. Odpowiedź skokowa przystosowana do algorytmu DMC

5. Symulacja algorytmów PID oraz DMC

5.1. PID

Regulator PID w wersji dyskretnej obliczany jest ze wzoru:

$$u(k) = r_0 * e(k) + r_1 * e(k - 1) + r_2 * e(k - 2) \quad (5.1)$$

Gdzie:

$$r_0 = K * (1 + \frac{T_s}{2 * T_i} + \frac{T_d}{T_s}) \quad (5.2)$$

$$r_1 = K * (\frac{T_s}{2 * T_i} - \frac{2 * T_d}{T_s} - 1) \quad (5.3)$$

$$r_2 = K * \frac{T_d}{T_s} \quad (5.4)$$

Przyjęte oznaczenia to:

K - wzmacnienie

T_i - czas zdwojenia

T_d - czas wyprzedzenia

T_s - okres próbkowania

Po obliczeniu sygnału sterującego sprawdzane jest, czy zmiana sygnału sterującego zawarta jest w przedziale:

$$-\Delta U^{max} \leq \Delta U(k) \leq \Delta U^{max} \quad (5.5)$$

Jeżeli zmiana sygnału ΔU wykracza poza przyjęte ograniczenia, wartość zmiany sygnału przyjmuje wartość przekroczonego ograniczenia.

5.2. DMC

Regulator DMC w wersji dyskretnej obliczany jest ze wzoru:

$$\Delta u = K * (Y^{zad} - Y^0) \quad (5.6)$$

Gdzie:

$$K = (M^T M + \lambda I)^{-1} M^T \quad (5.7)$$

$$Y^0 = Y(k) + M^p + * \Delta U^p(k) \quad (5.8)$$

$$M = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N & s_{N-1} & \dots & s_N - N_u + 1 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$\mathbf{M}^p = \begin{bmatrix} s_2 - s_1 & s_3 - s_2 & \dots & s_D - s_{D-1} \\ s_3 - s_1 & s_4 - s_2 & \dots & s_{D+1} - s_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N+1} - s_1 & s_{N+2} - s_2 & \dots & s_{N+D-1} - s_{D-1} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$\mathbf{Y}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$\Delta \mathbf{U}^p(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \Delta u(k-2) \\ \vdots \\ \Delta u(k-(D-1)) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Procedura sprawdzenia ograniczeń przebiega identycznie jak w regulatorze PID.

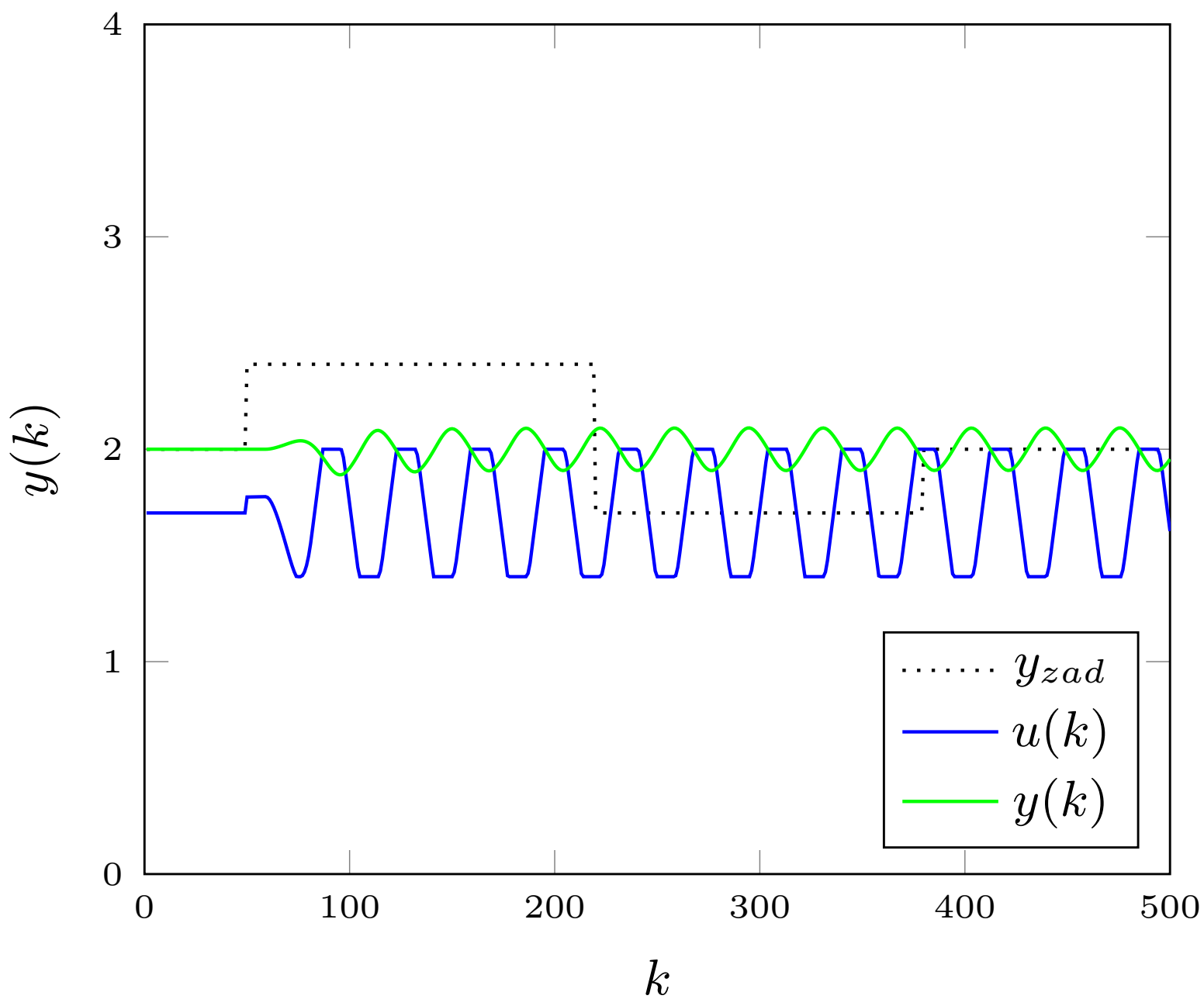
6. Dobranie nastaw metodą eksperymentalną

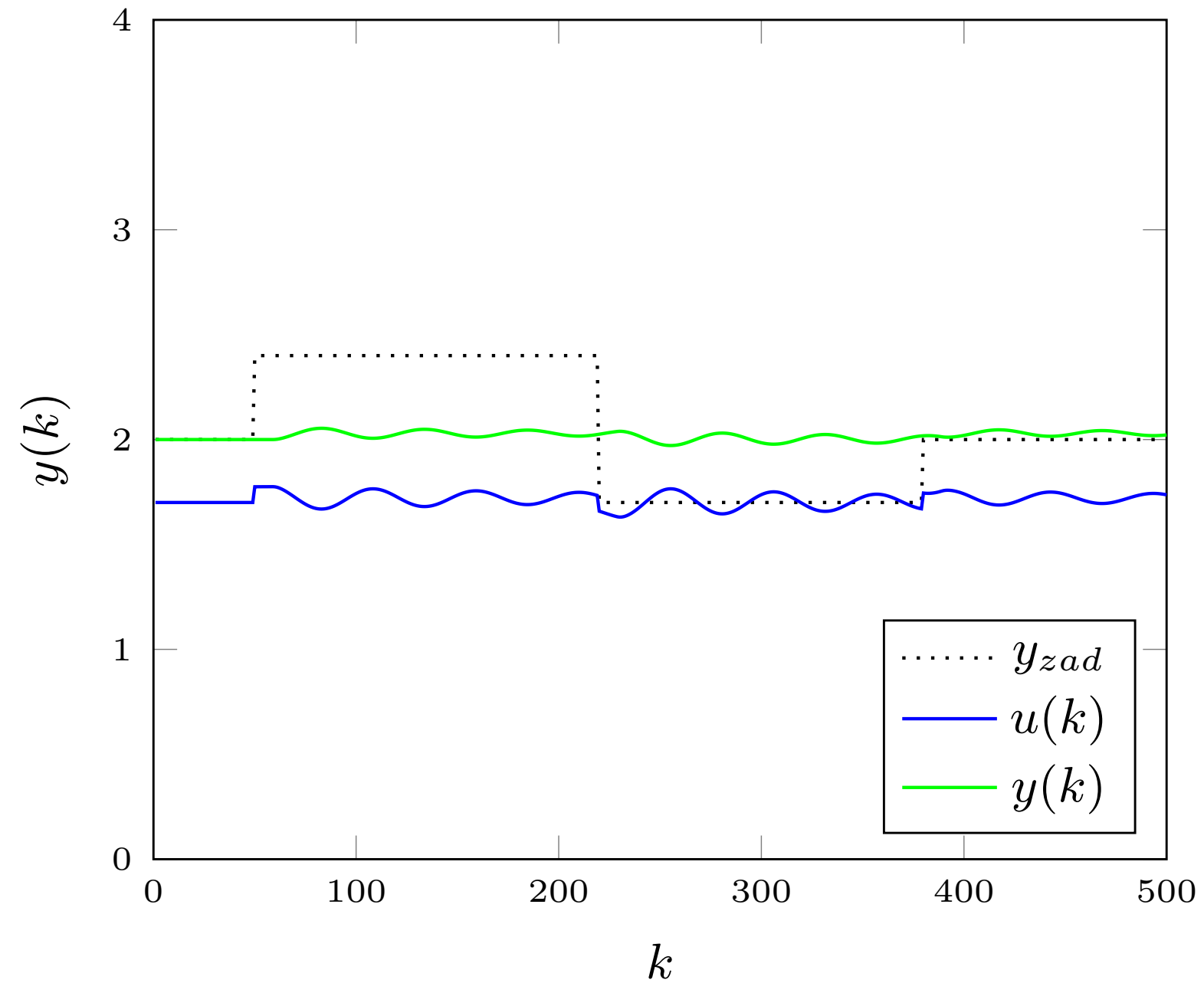
6.1. strojenie PID

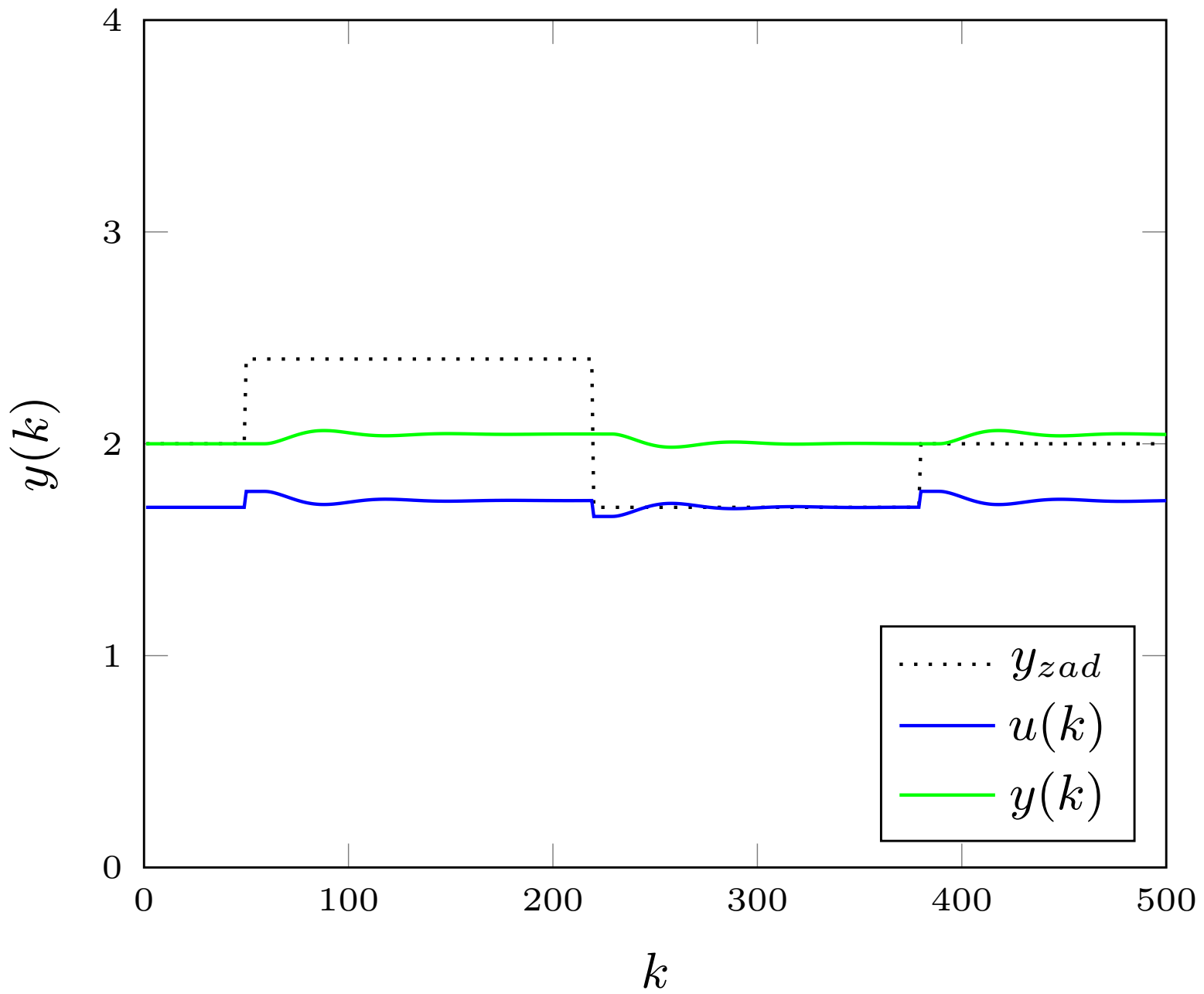
Dla regulatora PID przeprowadziliśmy strojenie metodą eksperymentalną, w której w pierwszej kolejności dobieramy parametr K , następnie T_i , a na końcu T_d . Poniżej wykresów wygenerowanych dla tych eksperymentów zapisane są nastawy regulatora oraz obliczony błąd, korzystając z formuły:

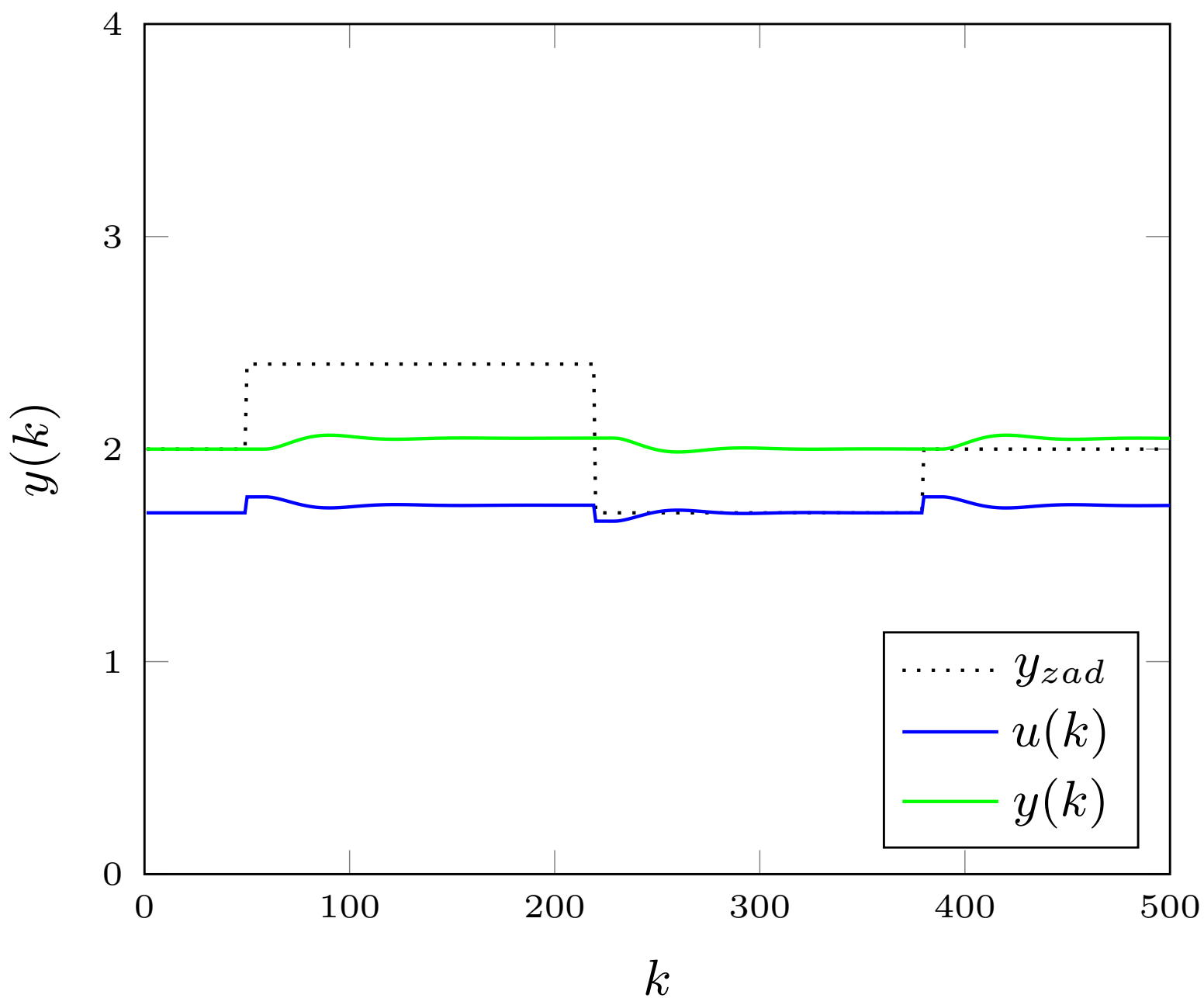
$$E = \sum_{k=1}^{k_{konc}} (y^{zad}(k) - y(k))^2 \quad (6.1)$$

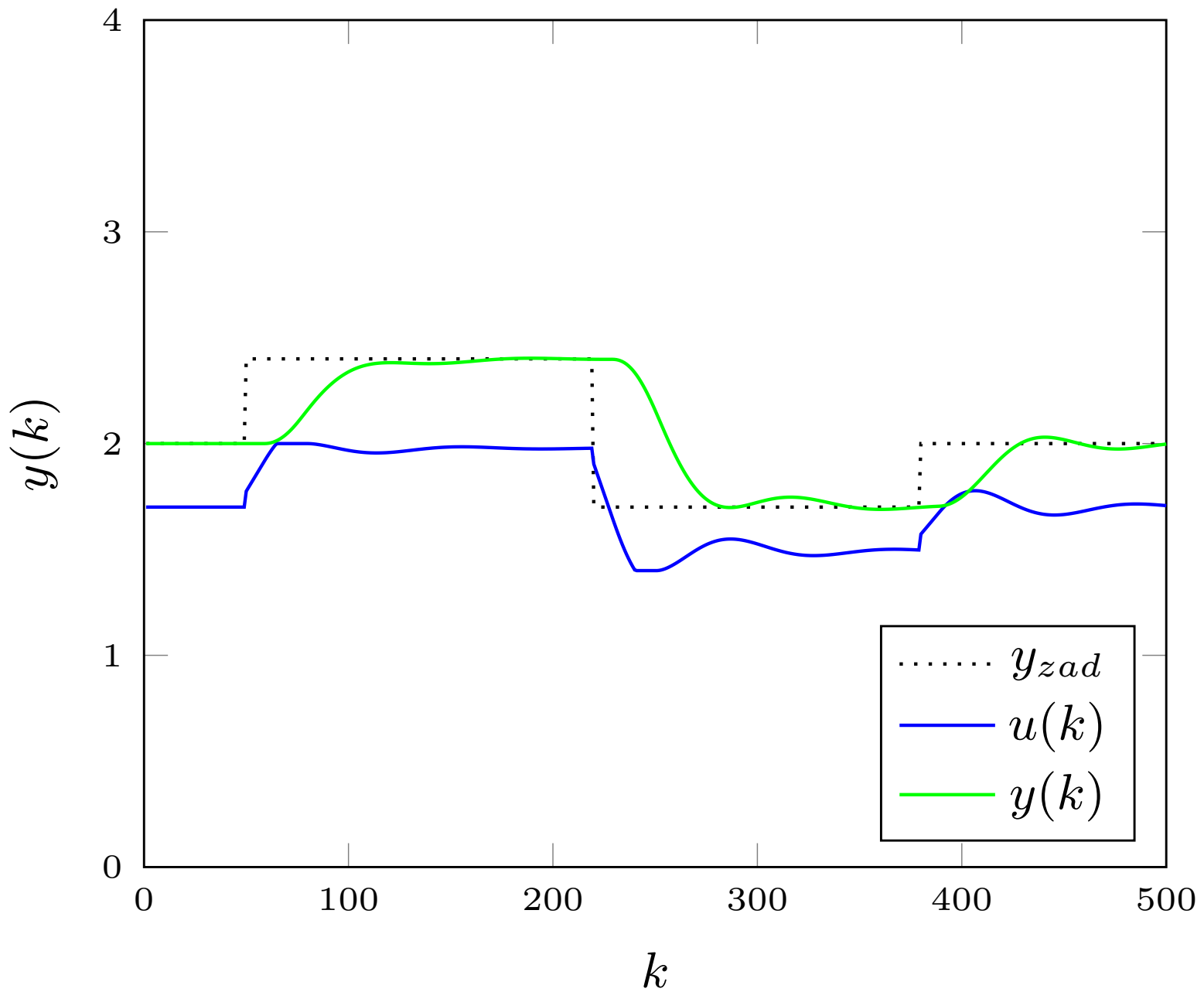
Błąd podany jest jako error=... . W dalszych rozważaniach przyjmowana będzie trajektoria zmian sygnału y^{zad} : 2.0– > 2.4– > 1.7– > 2.0.

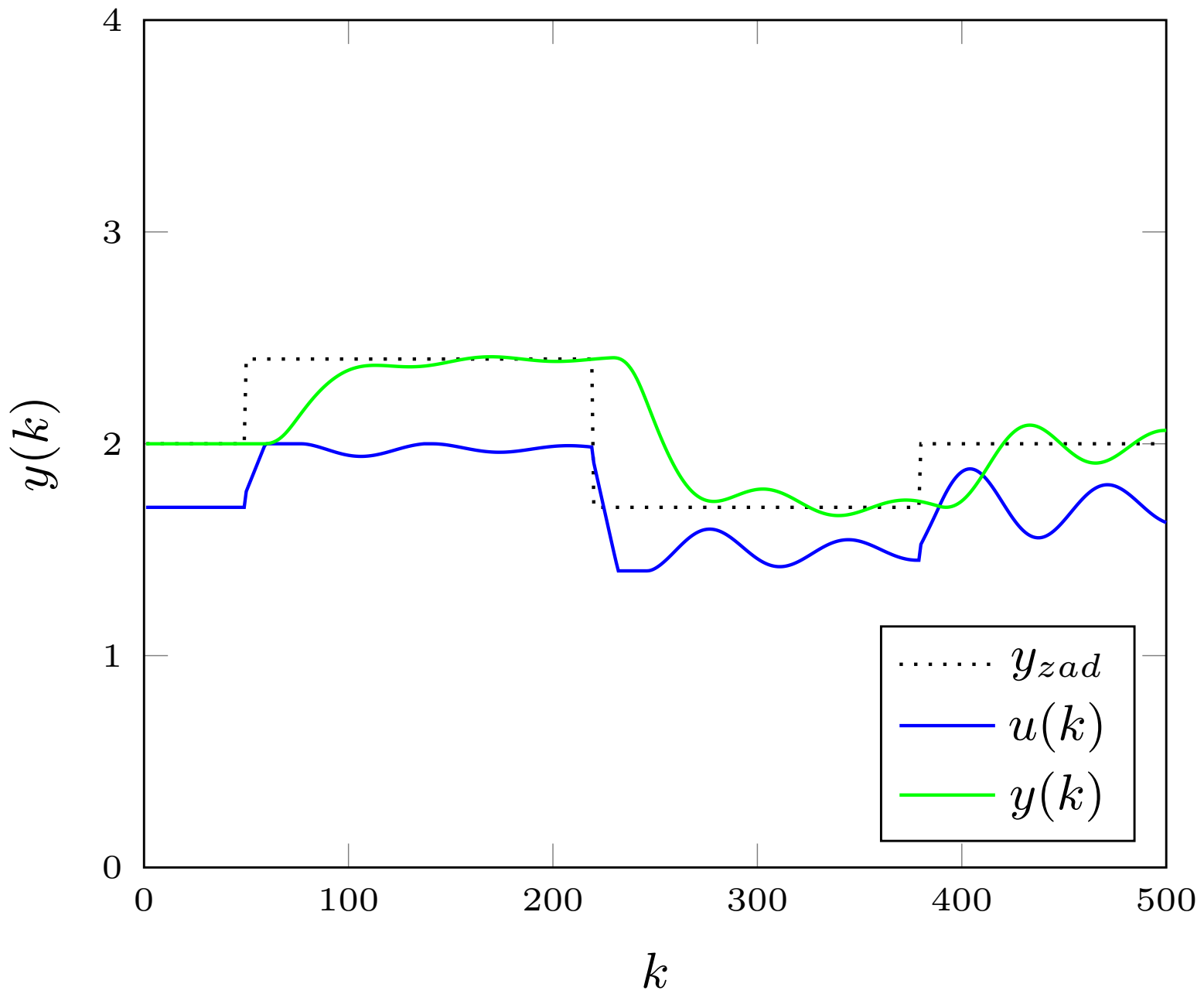
Rys. 6.1. $K=10$, $T_i=10000$, $T_d=0$, $\text{error}=45.0778$

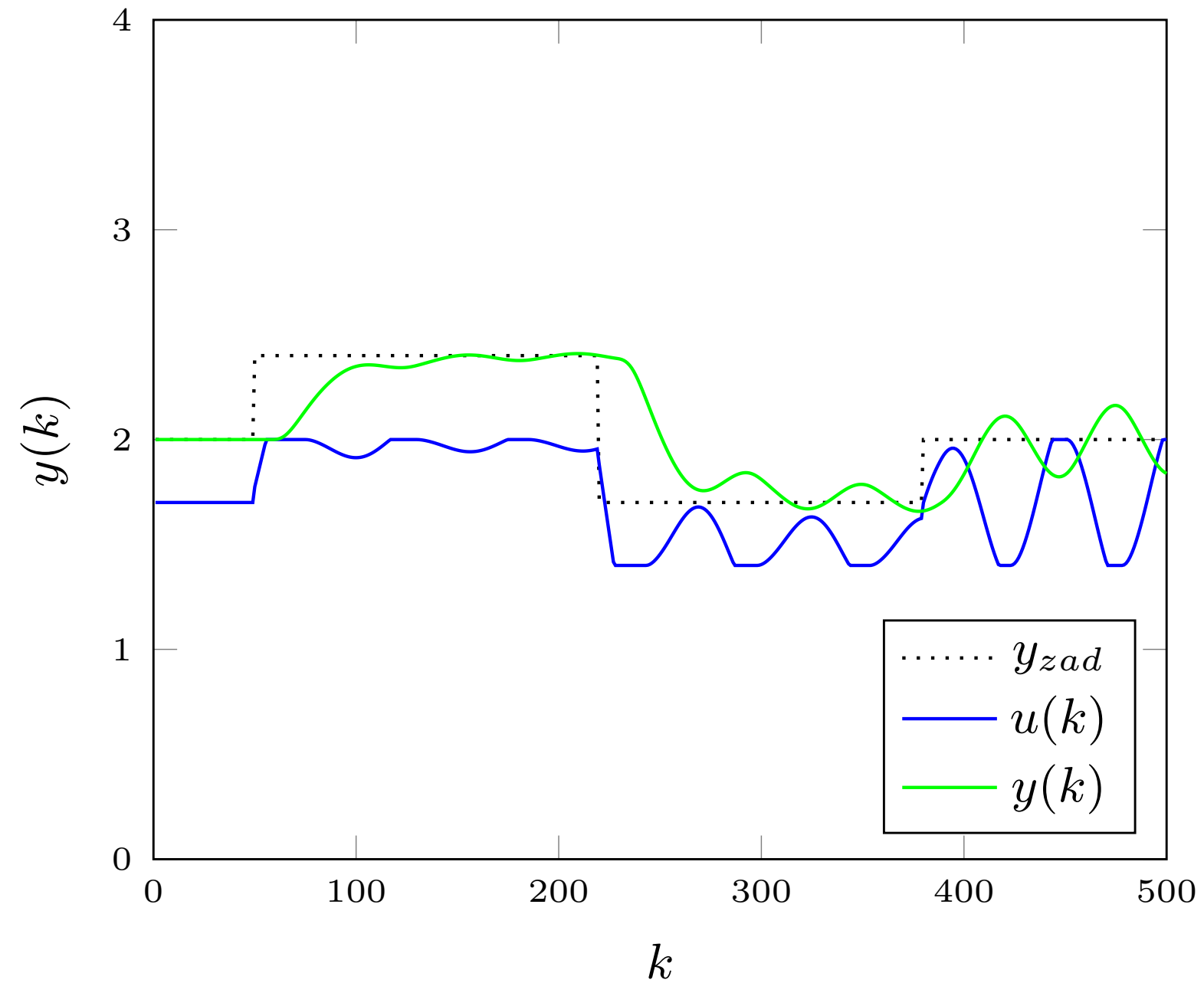
Rys. 6.2. $K=2$, $T_i=10000$, $T_d=0$, $\text{error}=38.6859$

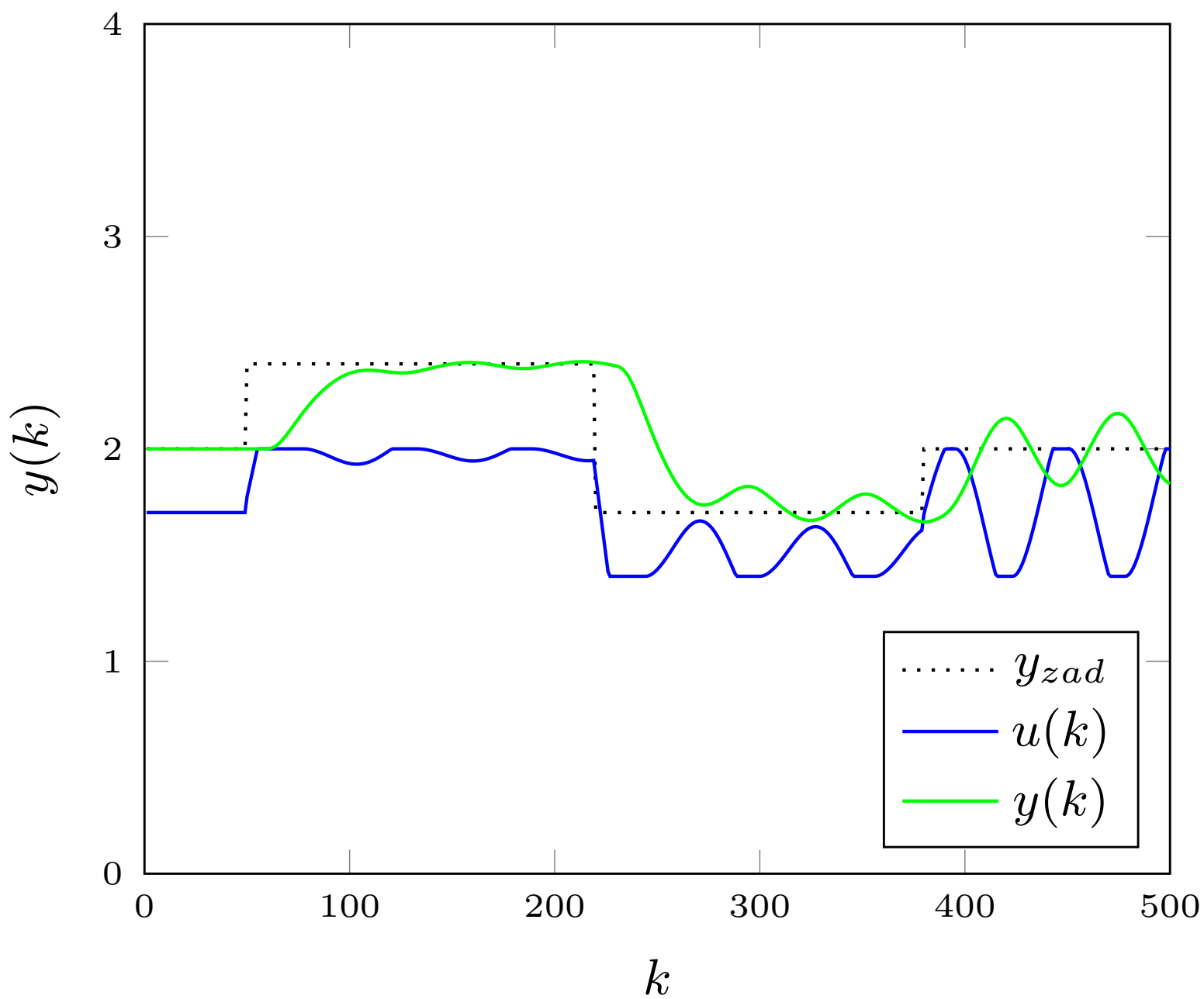
Rys. 6.3. $K=1$, $T_i=10000$, $T_d=0$, $\text{error}=37.0311$

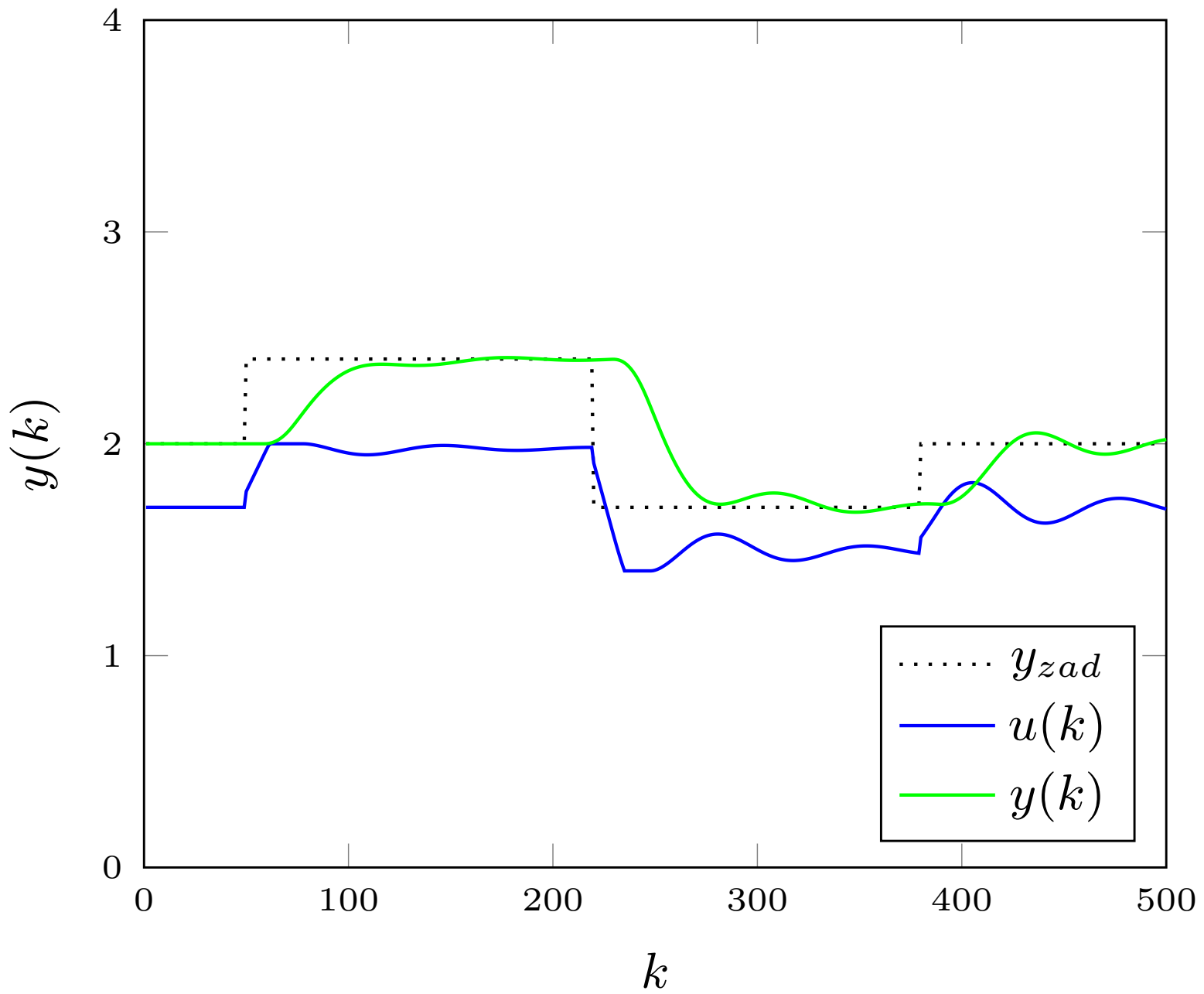
Rys. 6.4. $K=0.8$, $T_i=10000$, $T_d=0$, $\text{error}=36.6129$

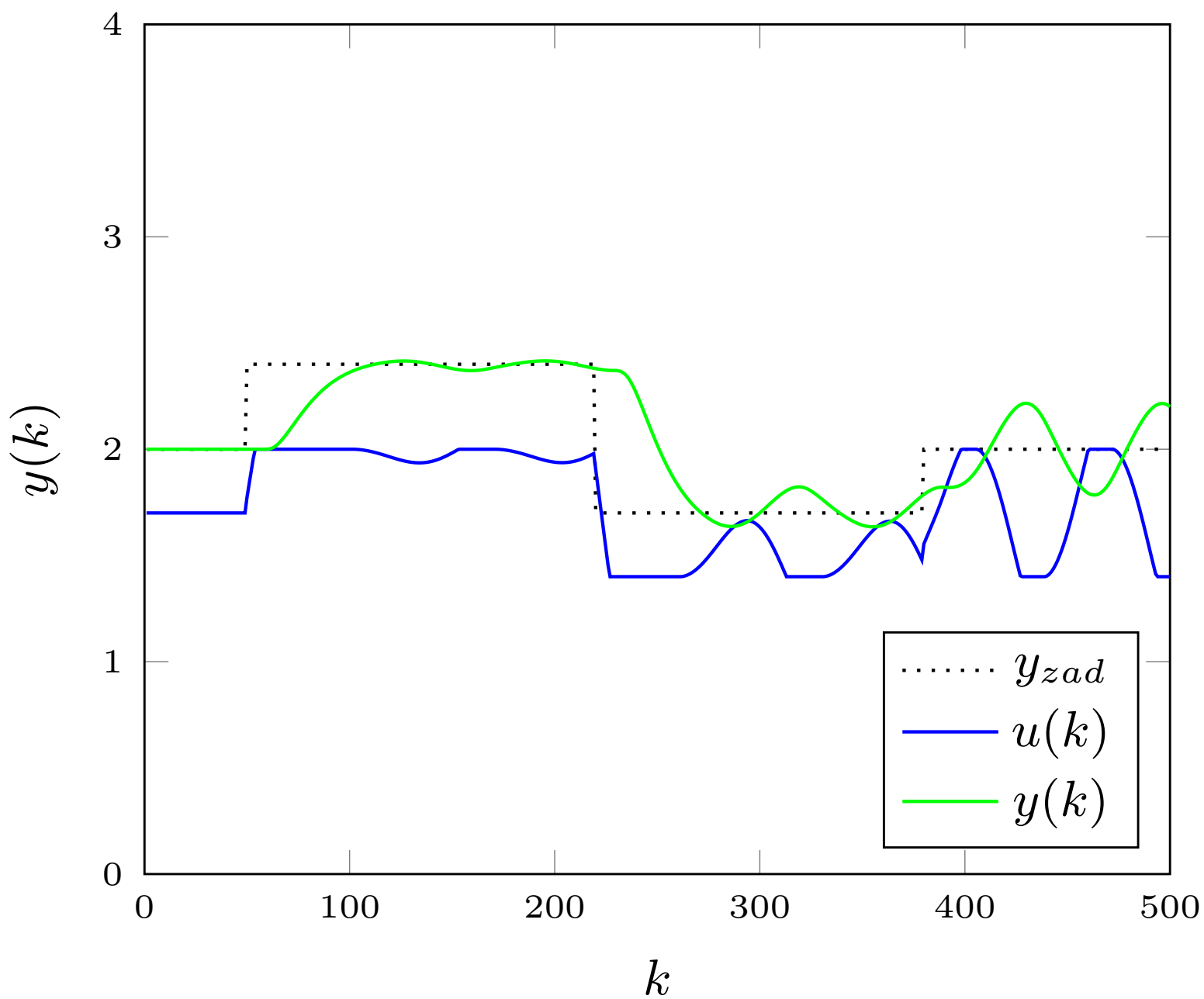
Rys. 6.5. $K=0.8$, $T_i=10$, $T_d=0$, $\text{error}=21.2342$

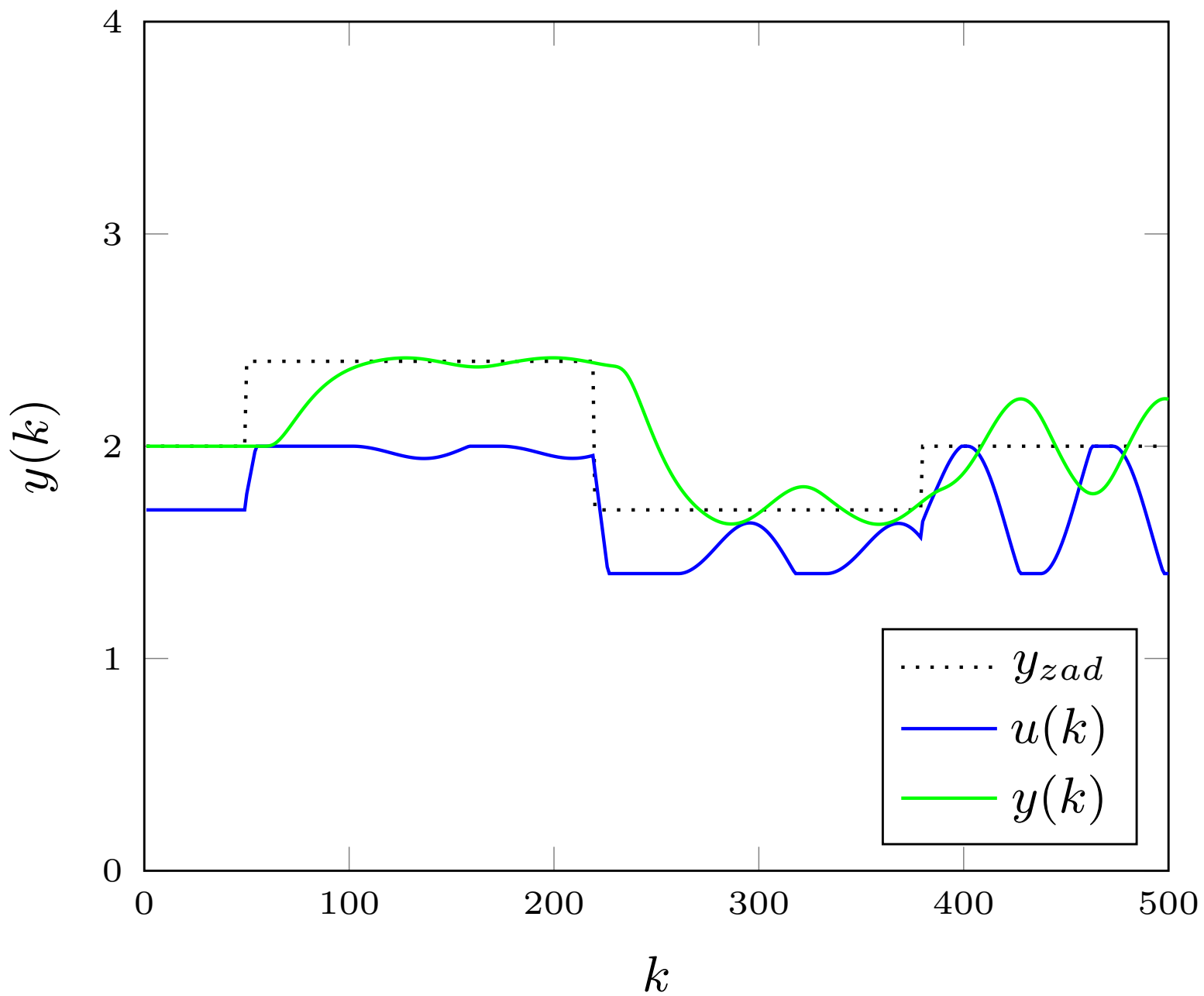
Rys. 6.6. $K=1.2$, $T_i=10$, $T_d=0$, $\text{error}=20.6152$

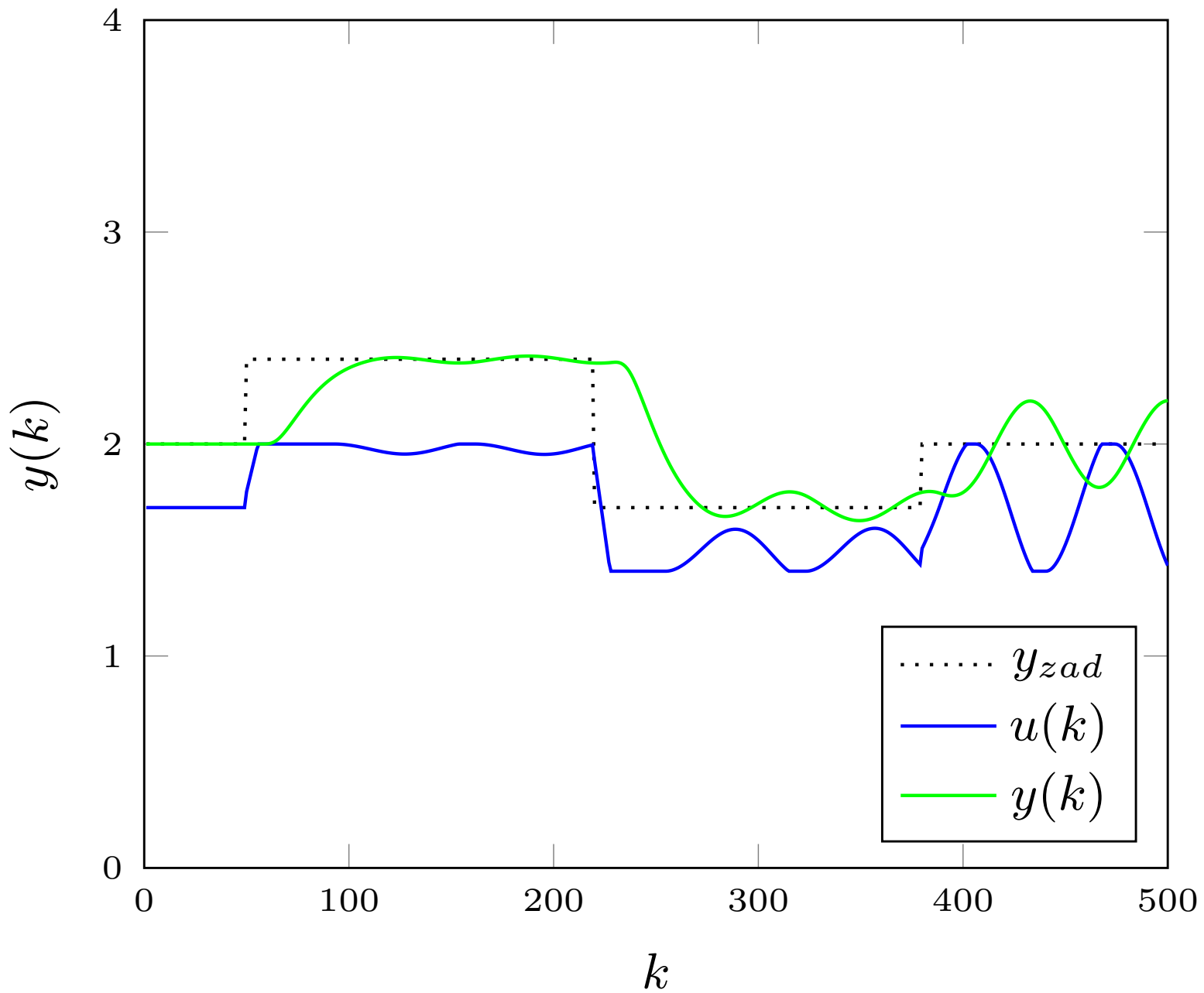
Rys. 6.7. $K=2$, $T_i=10$, $T_d=0$, $\text{error}=19.4053$

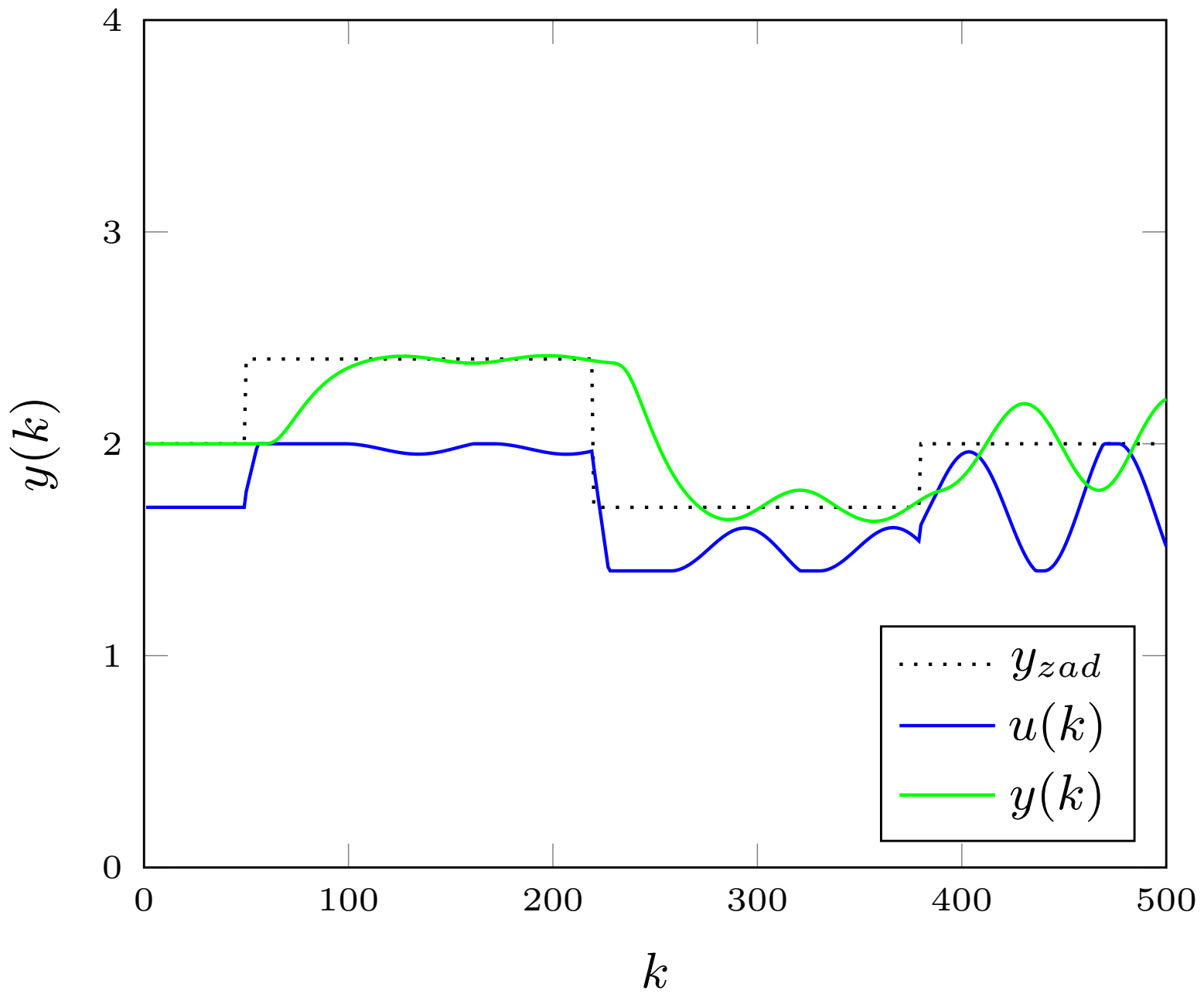
Rys. 6.8. $K=2$, $T_i=9$, $T_d=0$, error=19.4431

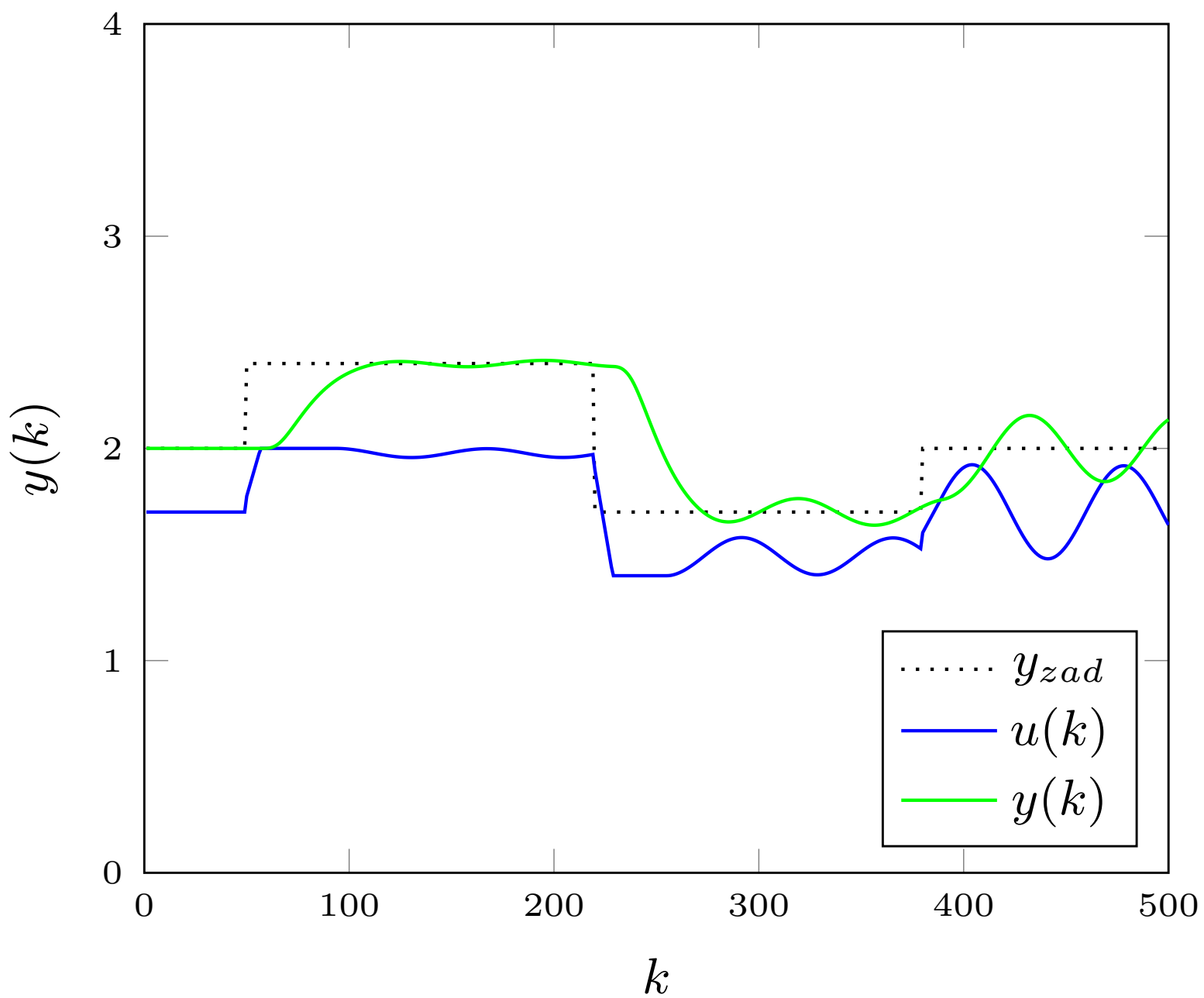
Rys. 6.9. $K=1$, $T_i=10$, $T_d=0$, $\text{error}=20.4703$

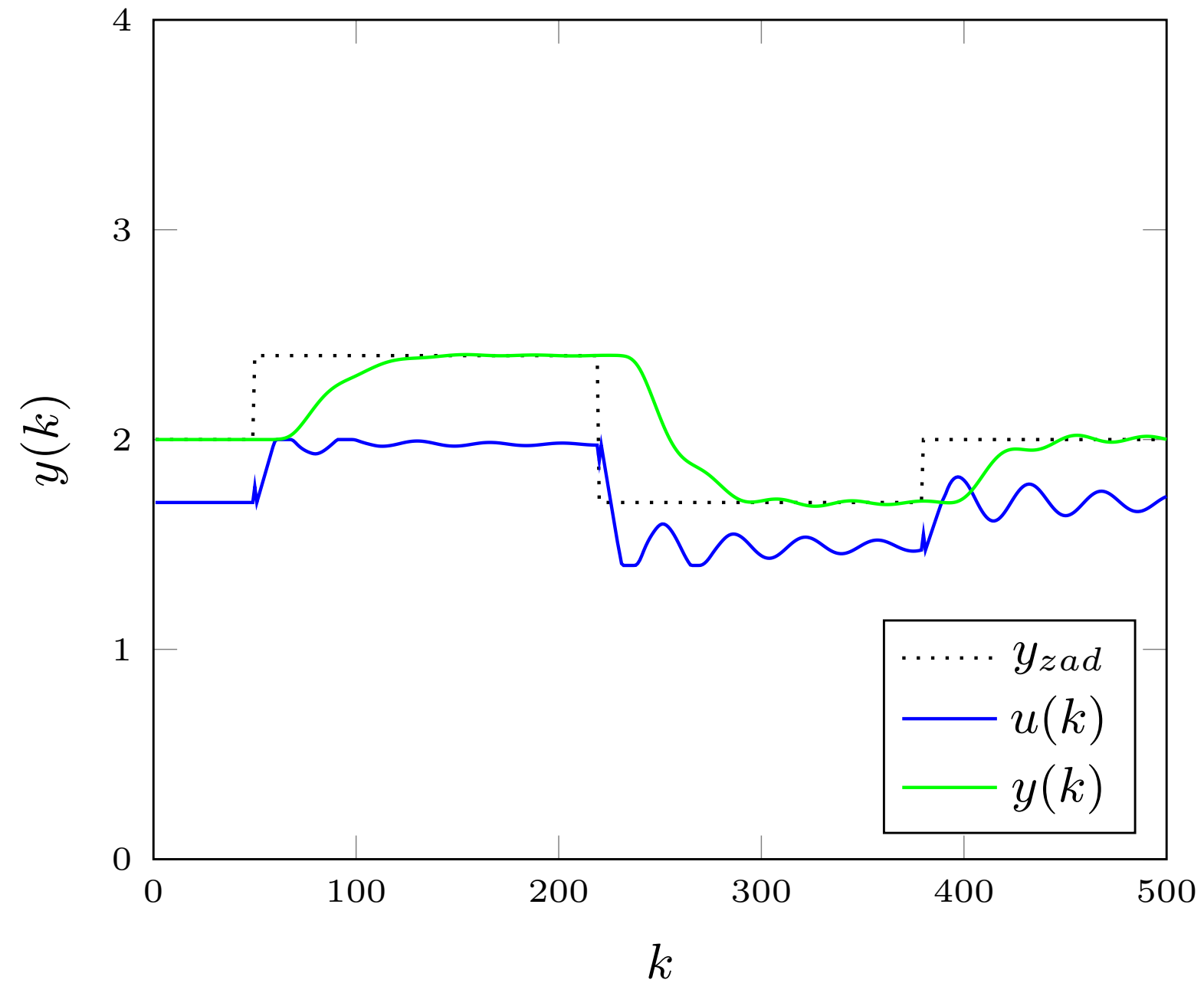
Rys. 6.10. $K=1.2$, $T_i=4$, $T_d=0$, $\text{error}=18.6904$

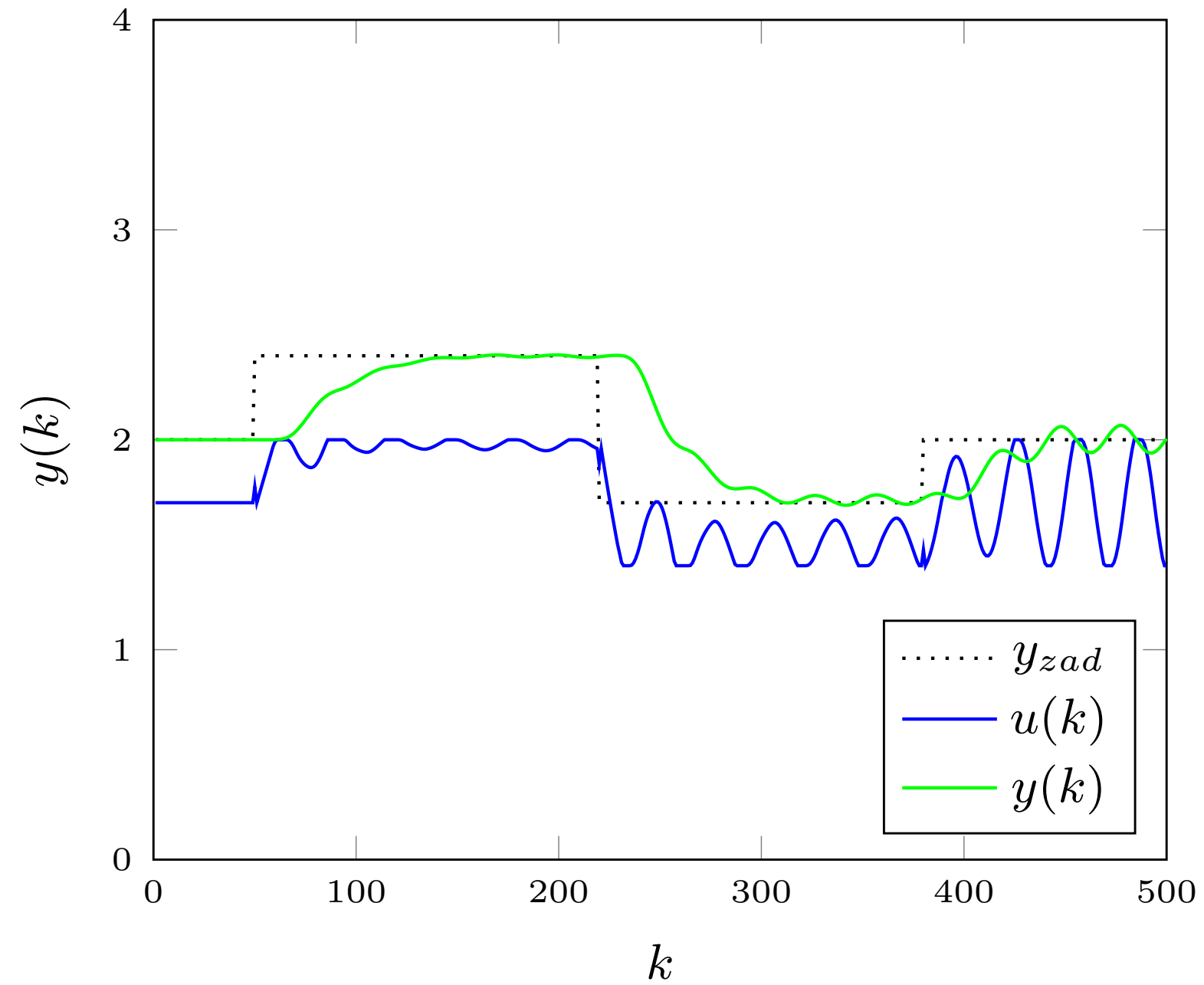
Rys. 6.11. $K=1$, $T_i=4$, $T_d=0$, $\text{error}=19.0115$

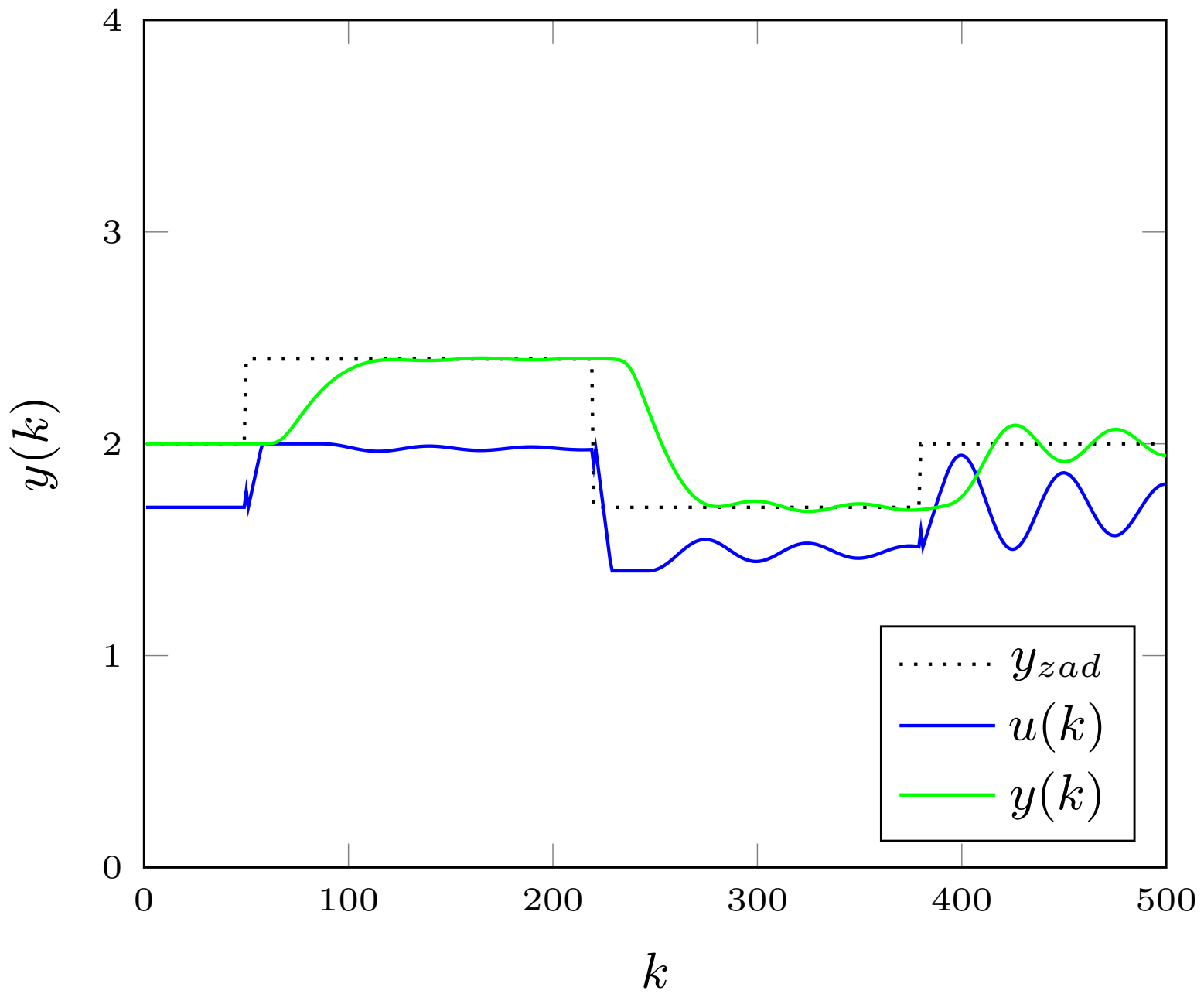
Rys. 6.12. $K=1.2$, $T_i=6$, $T_d=0$, $\text{error}=19.6207$

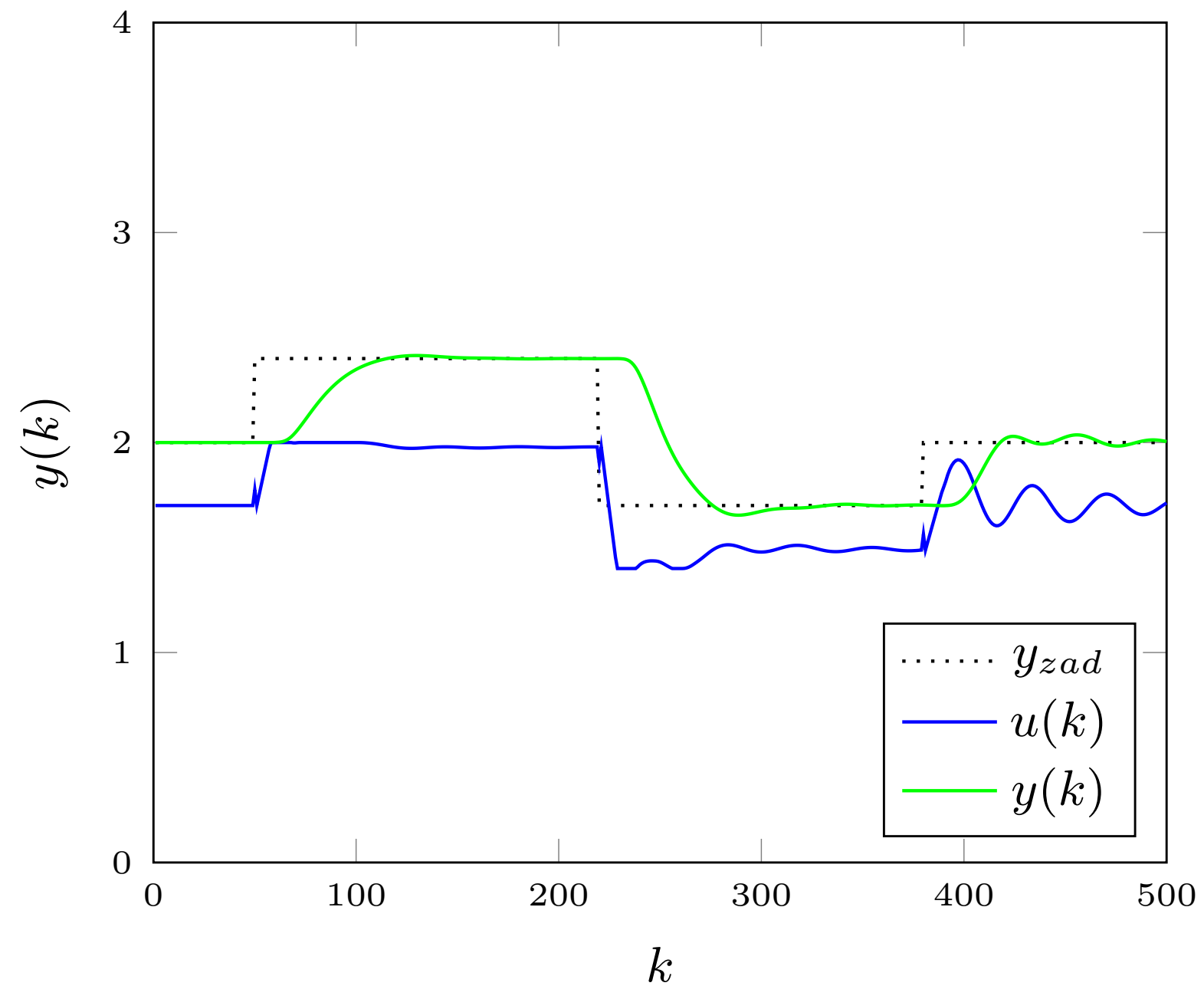
Rys. 6.13. $K=1$, $T_i=5$, $T_d=0$, $\text{error}=19.0302$

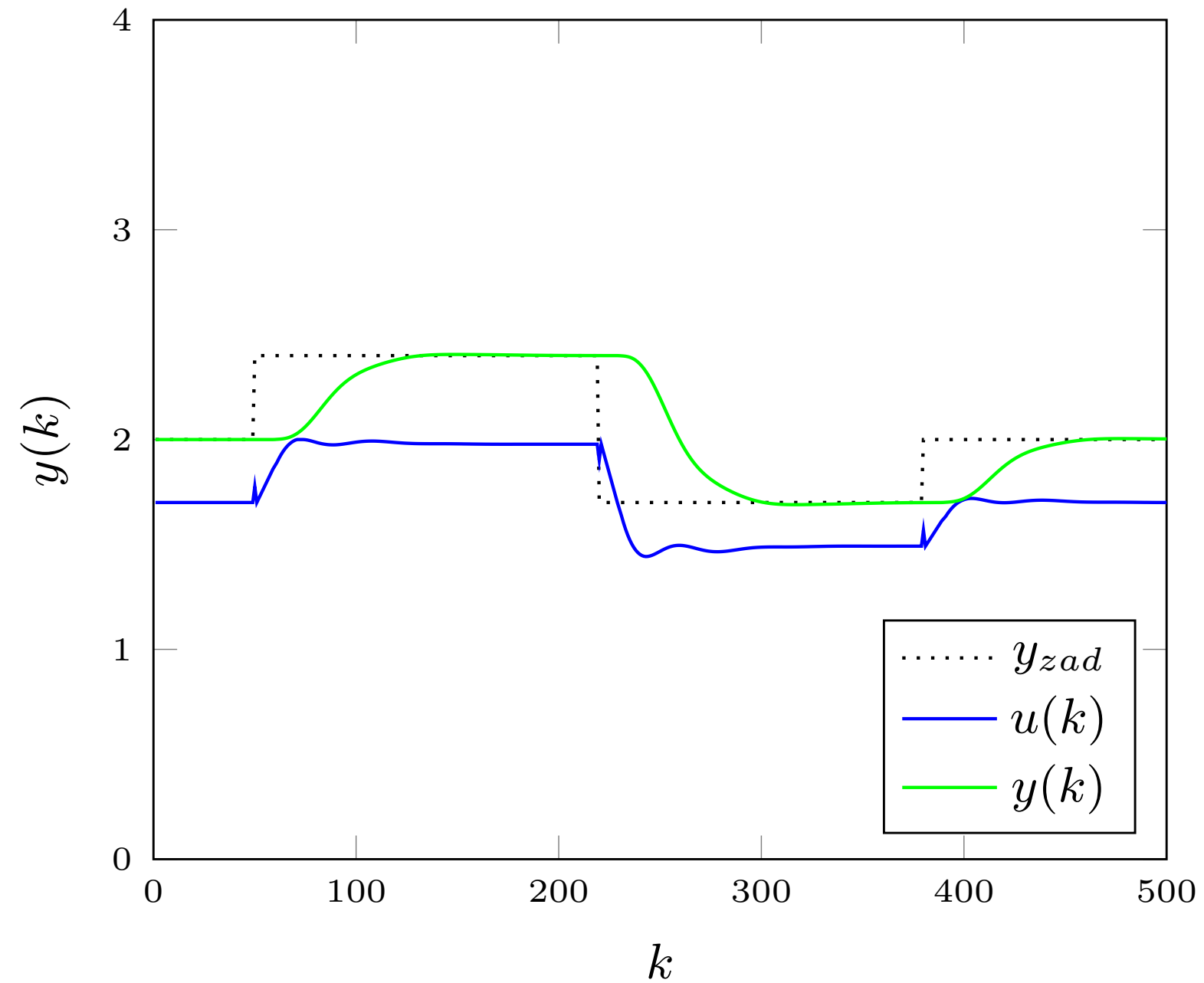
Rys. 6.14. $K=1$, $T_i=6$, $T_d=0$, $\text{error}=18.8405$

Rys. 6.15. $K=2$, $T_i=12$, $T_d=4$, $\text{error}=21.3271$

Rys. 6.16. $K=2$, $T_i=12$, $T_d=6$, $\text{error}=21.7122$

Rys. 6.17. $K=2$, $T_i=9$, $T_d=2$, $\text{error}=19.9437$

Rys. 6.18. $K=2$, $T_i=9$, $T_d=4$, $\text{error}=19.9535$

Rys. 6.19. $K=1.2$, $T_i=12$, $T_d=4$, $\text{error}=23.532$

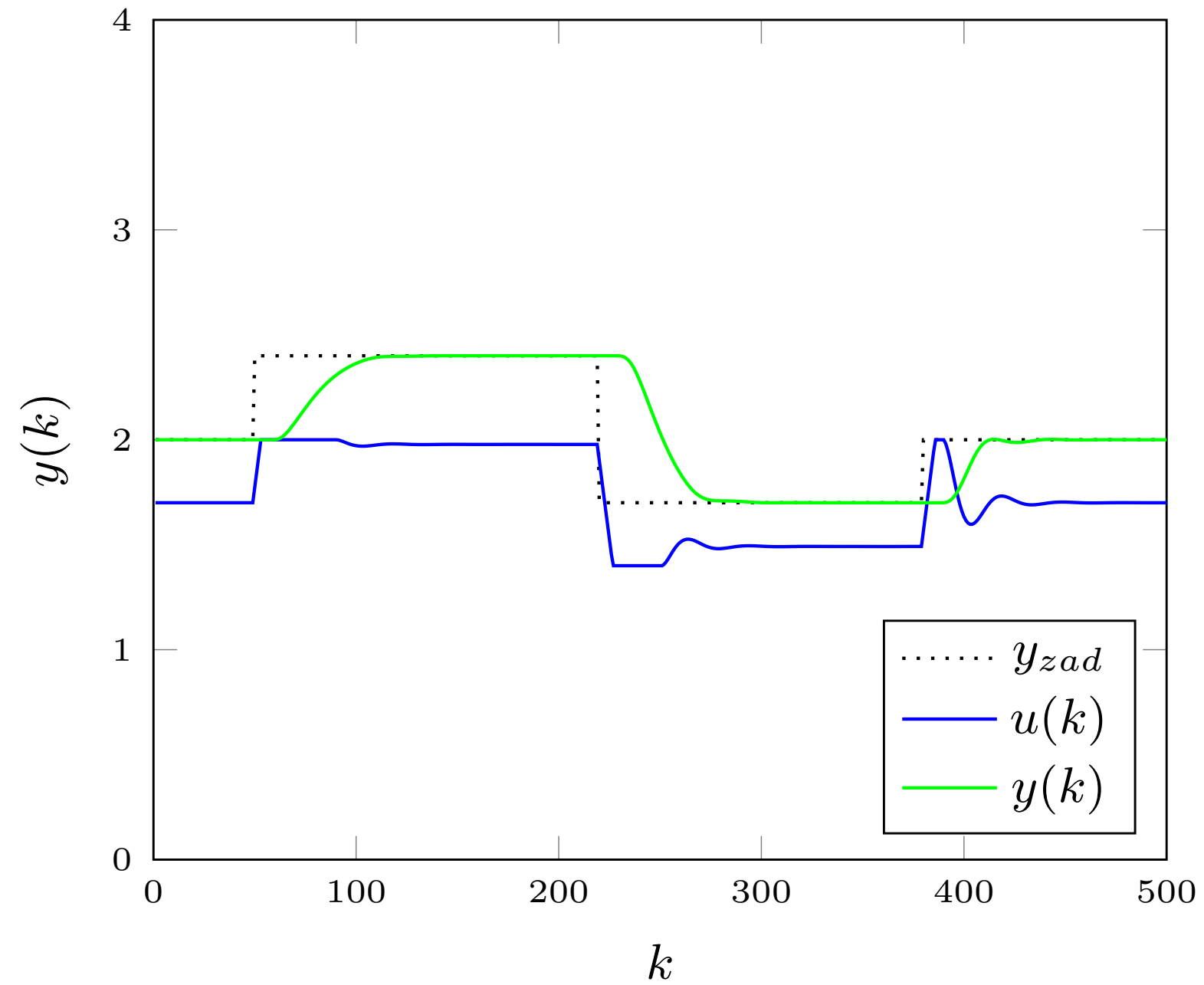
Jak widać na powyższych wykresach rozpoczynając od wykresu 6.1 obniżamy parametr K , aby wyjść ze strefy drgań niegasnących. Po dobraniu parametru na wykresie 6.4 dalsze dobieranie parametrów przeprowadzane jest "na czuja", przez co dochodzimy do parametrów najlepszych pod względem minimalizacji wskaźnika jakości(6.14) oraz według nas najlepszy(6.17).

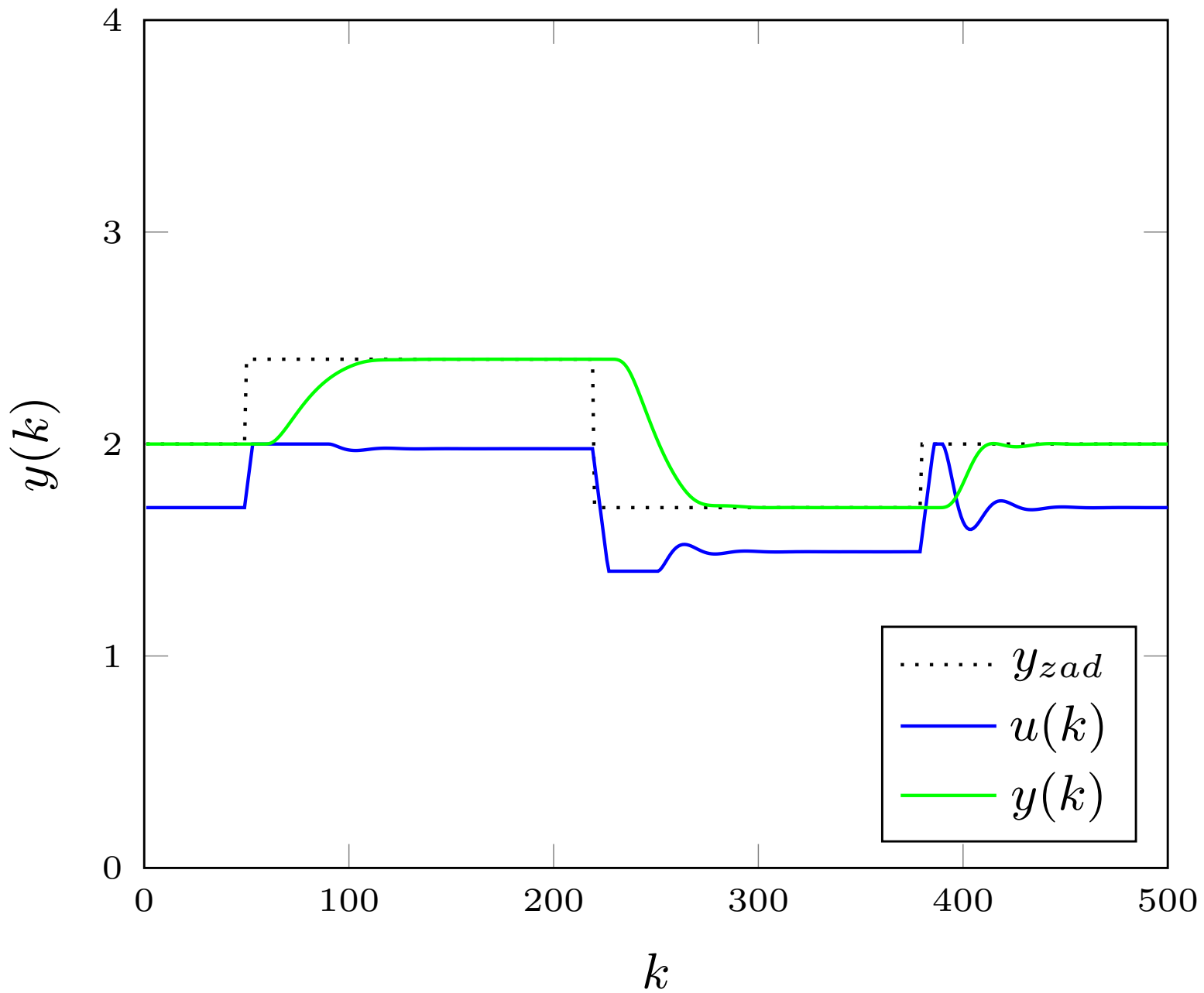
6.2. strojenie DMC

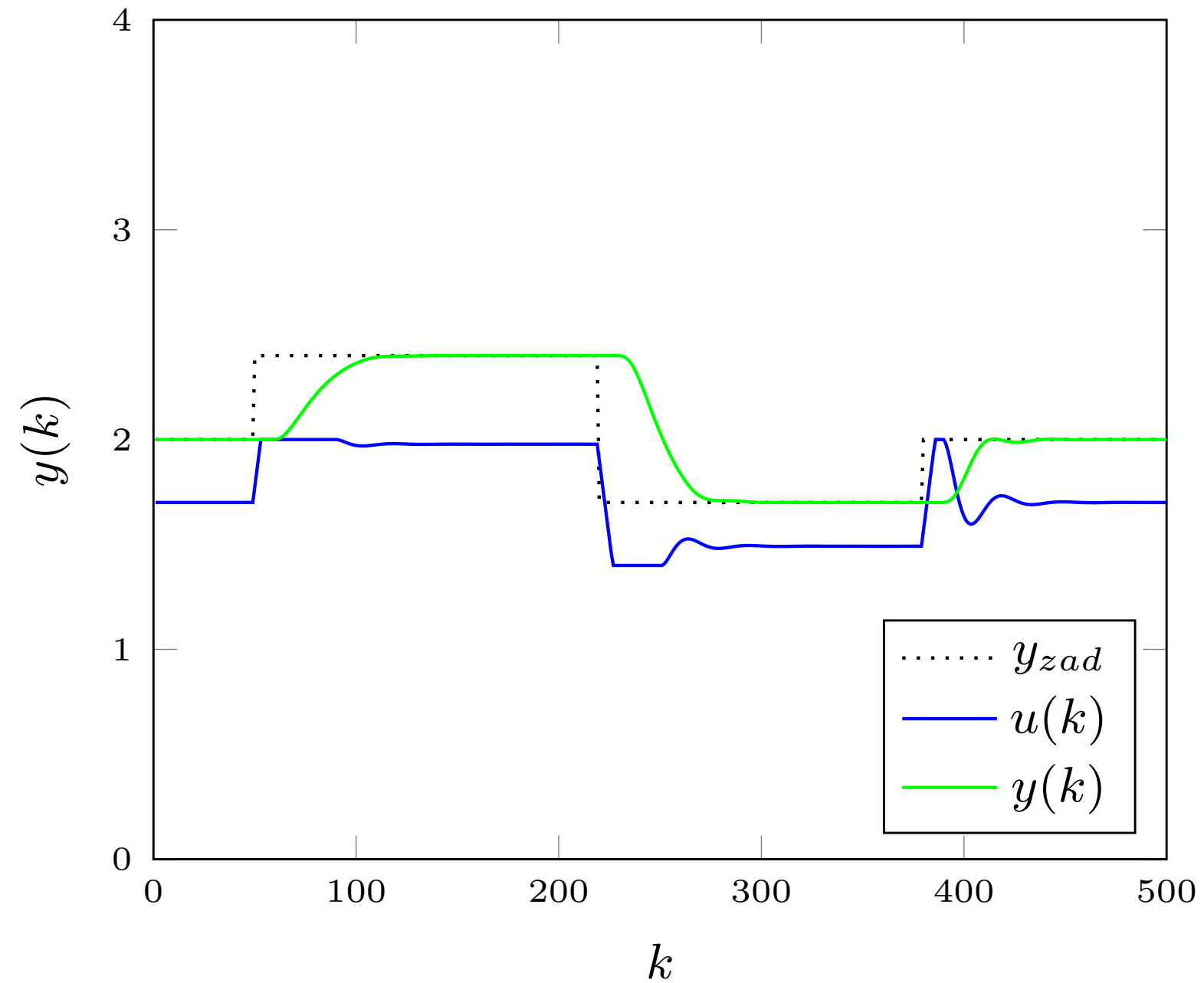
Dla regulatora DMC przeprowadziliśmy strojenie metodą eksperymentalną, w której w pierwszej kolejności dobieramy parametr N , następnie N_u , a na końcu λ . Poniżej wykresów wygenerowanych dla tych eksperymentów zapisane są nastawy regulatora oraz obliczony błąd, korzystając z formuły:

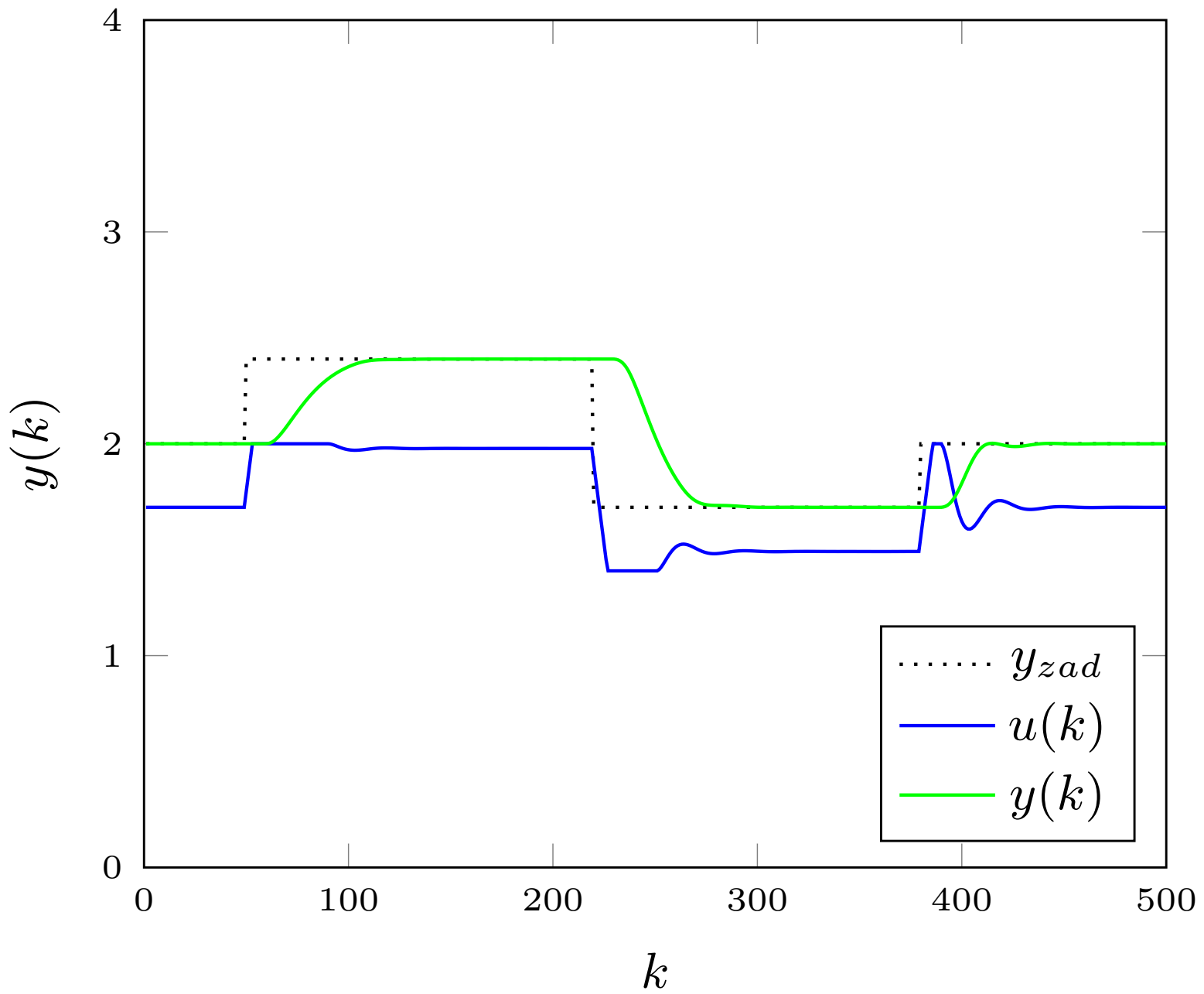
$$E = \sum_{k=1}^{k_{konc}} (y^{zad}(k) - y(k))^2 \quad (6.2)$$

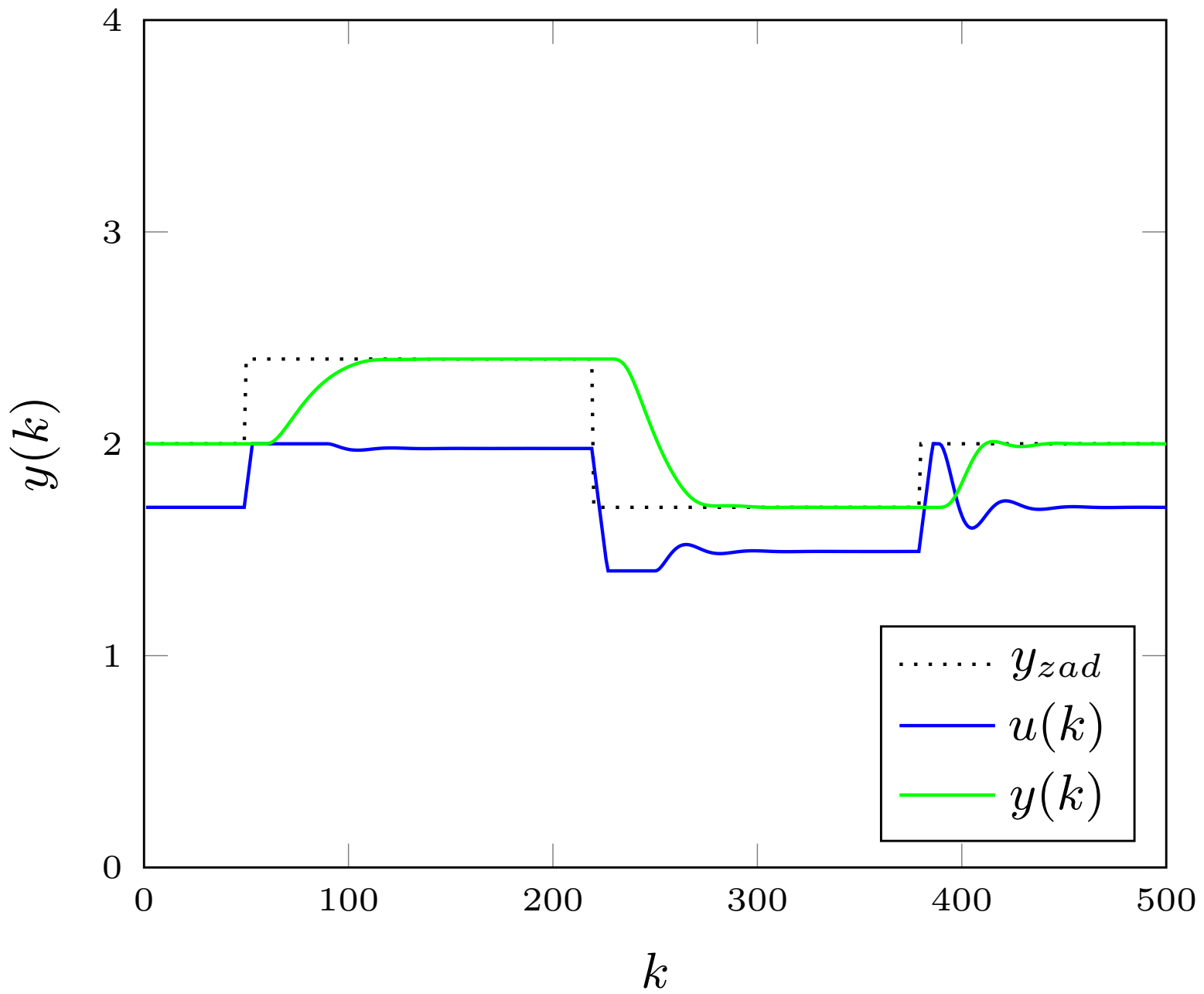
Błąd podany jest jako error=... .

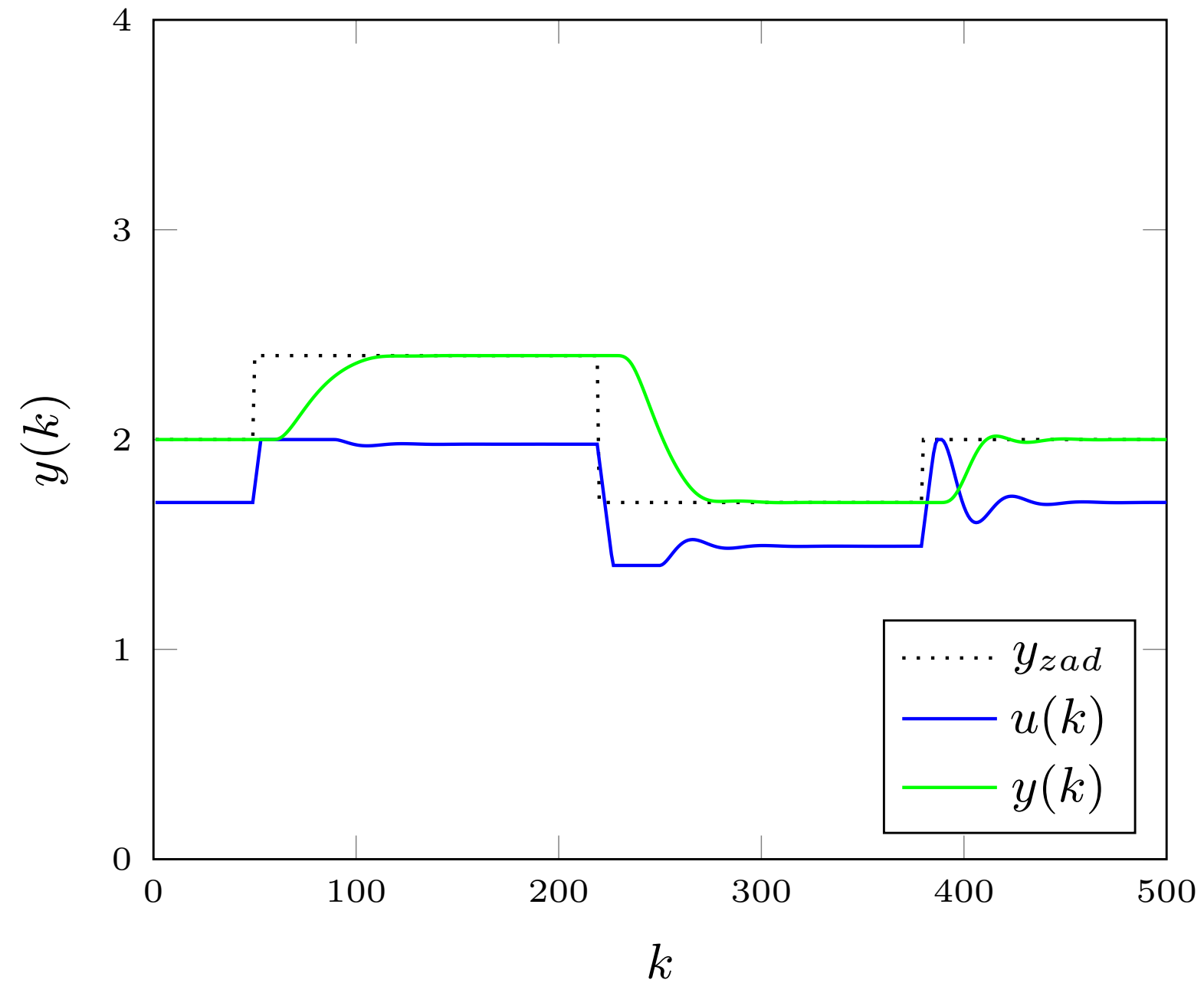
Rys. 6.20. $N=120$, $N_u=110$, $\lambda=1$, $\text{error}=17.9641$

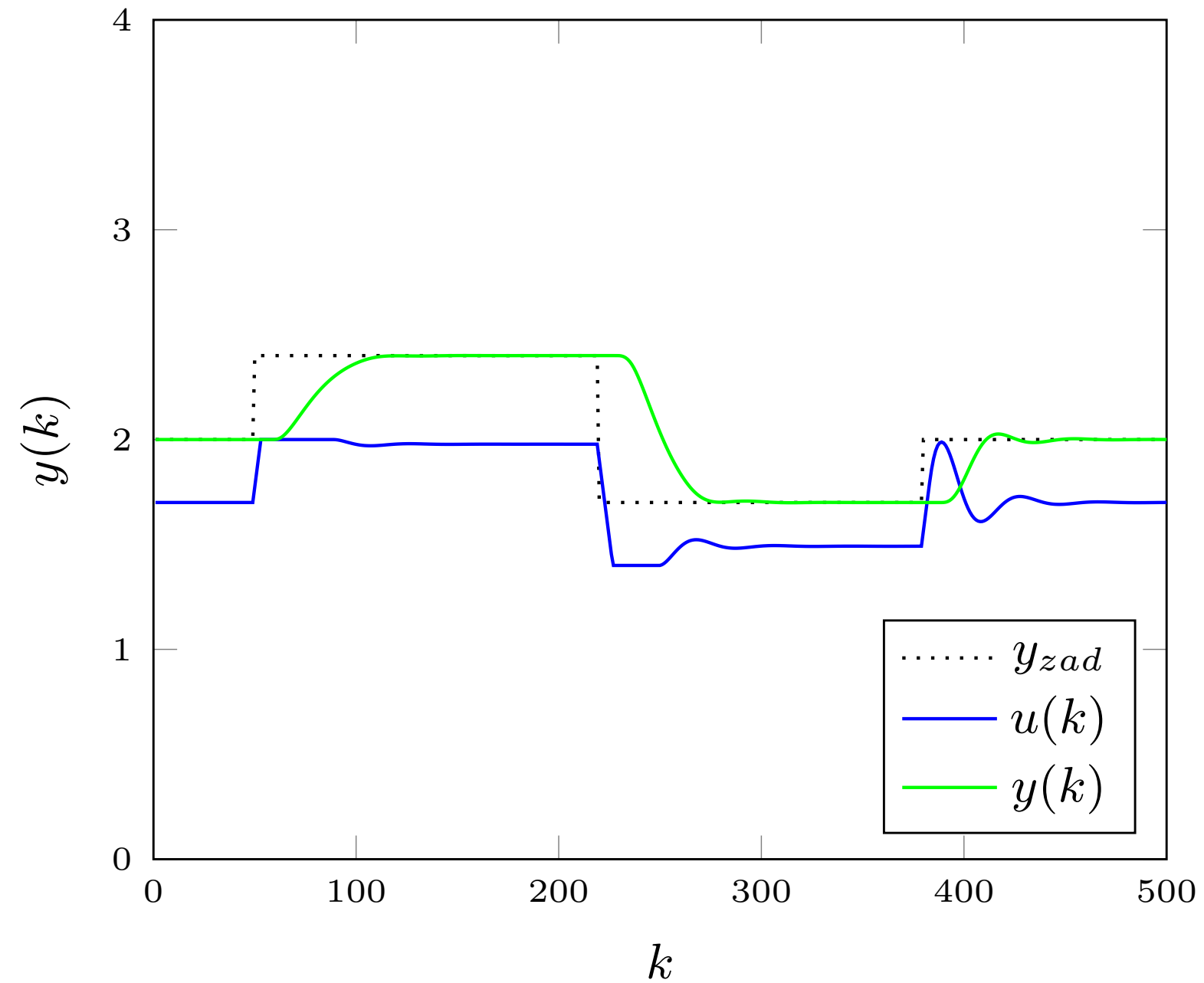
Rys. 6.21. $N=80$, $N_u=70$, $\lambda=1$, $\text{error}=17.9641$

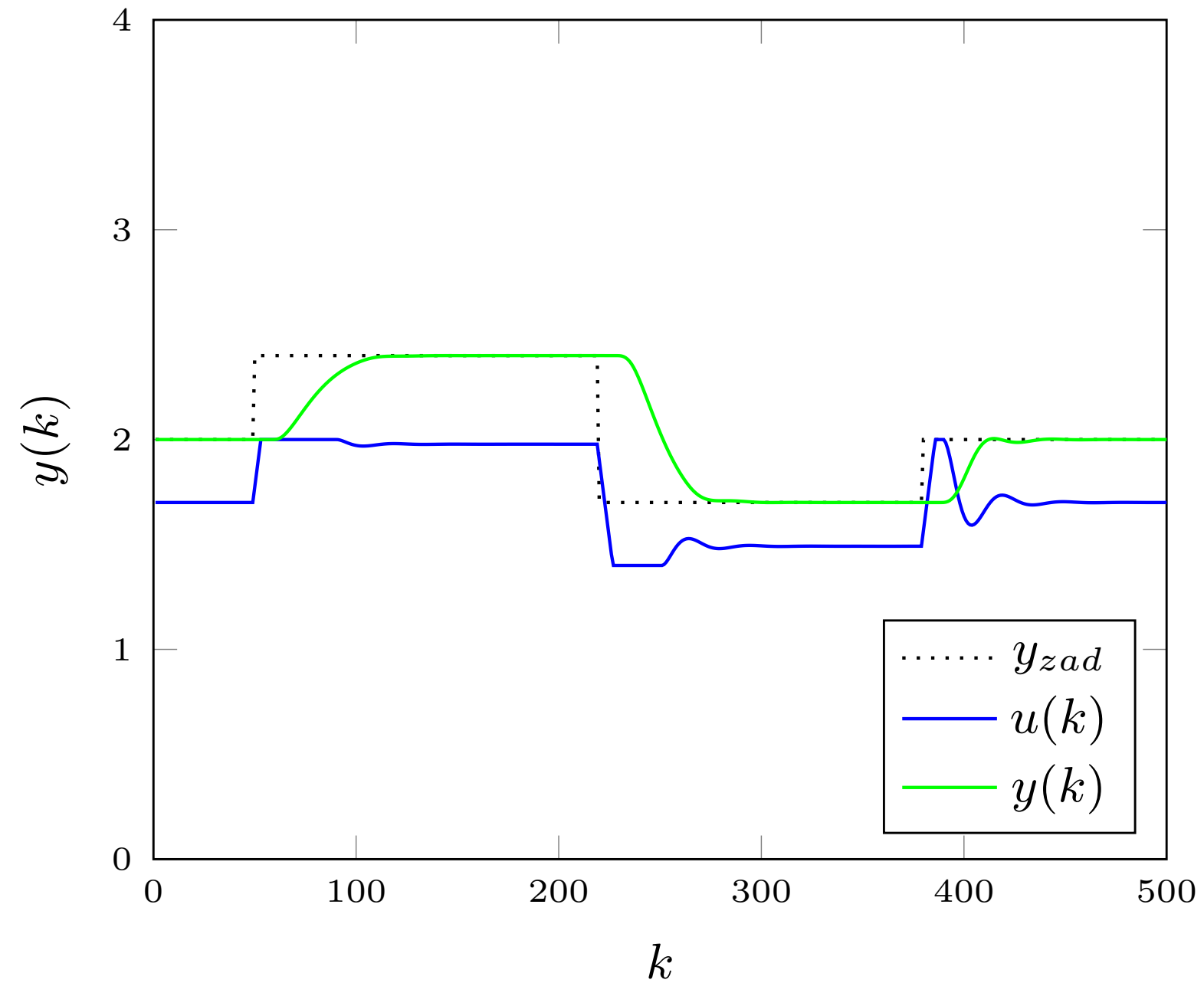
Rys. 6.22. $N=80$, $Nu=40$, $\lambda=1$, $\text{error}=17.9641$

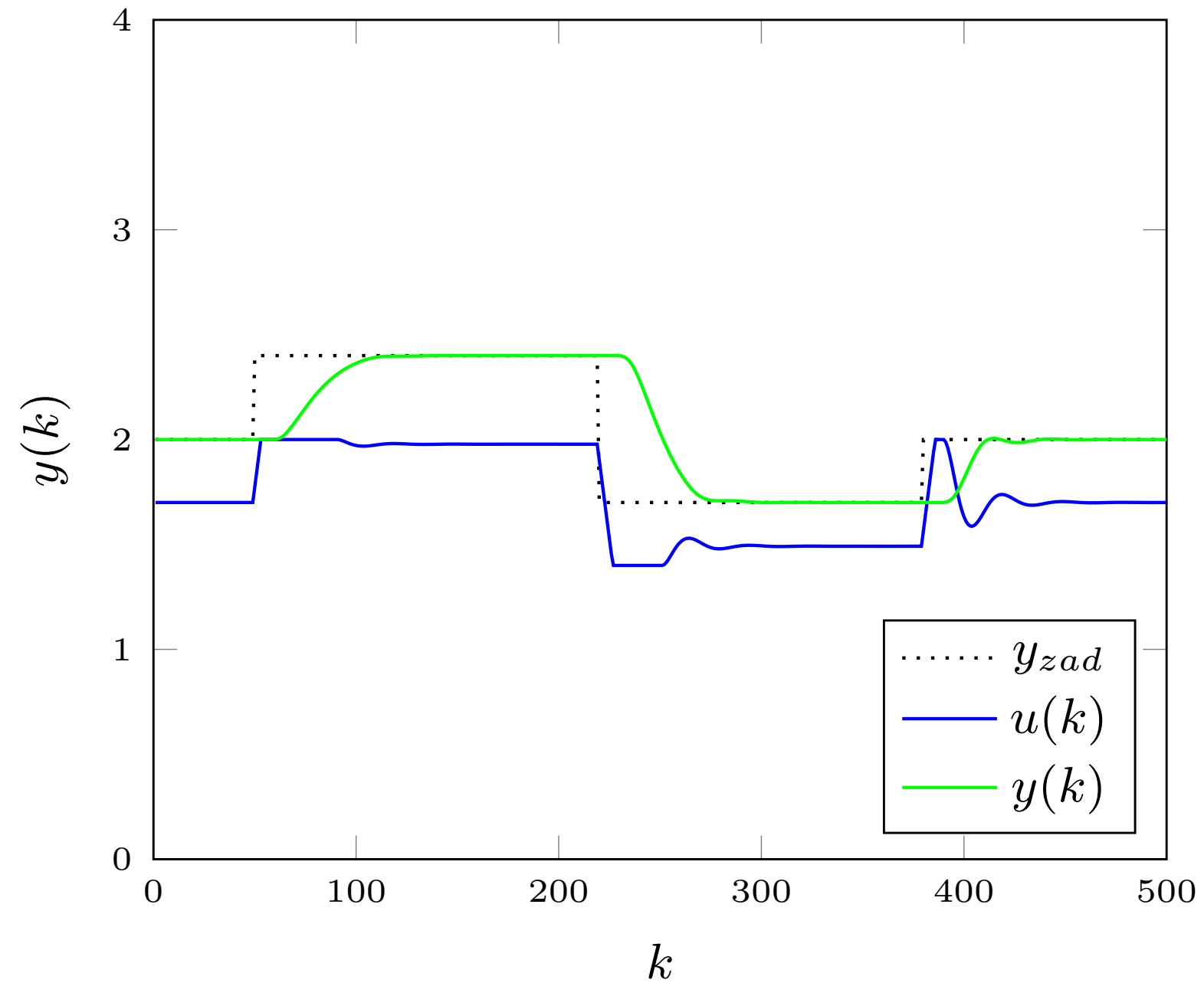
Rys. 6.23. $N=60$, $Nu=40$, $\lambda=1$, $\text{error}=17.9641$

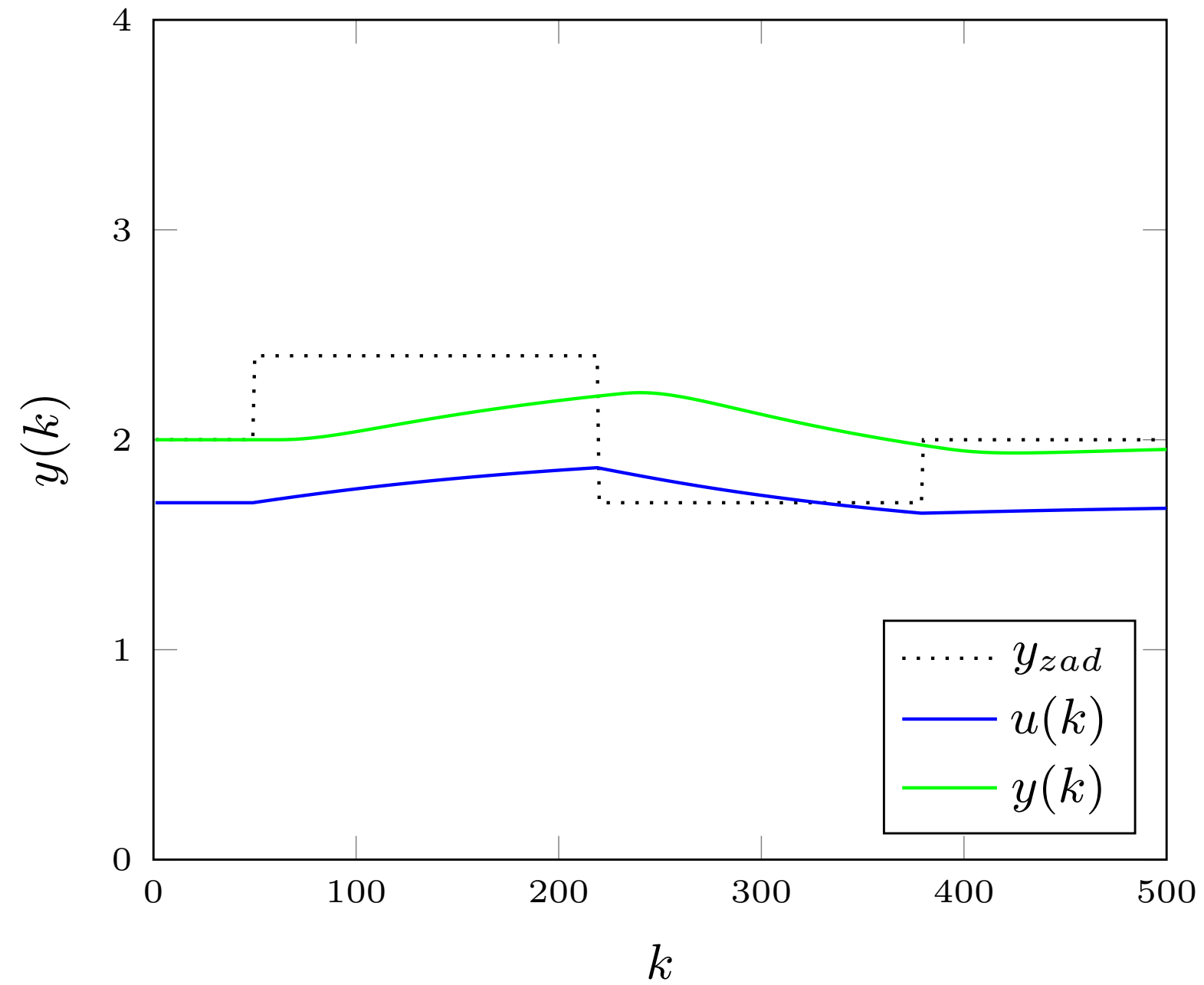
Rys. 6.24. $N=25$, $N_u=10$, $\lambda=2$, $\text{error}=17.9642$

Rys. 6.25. $N=25$, $N_u=10$, $\lambda=3$, $\text{error}=17.9676$

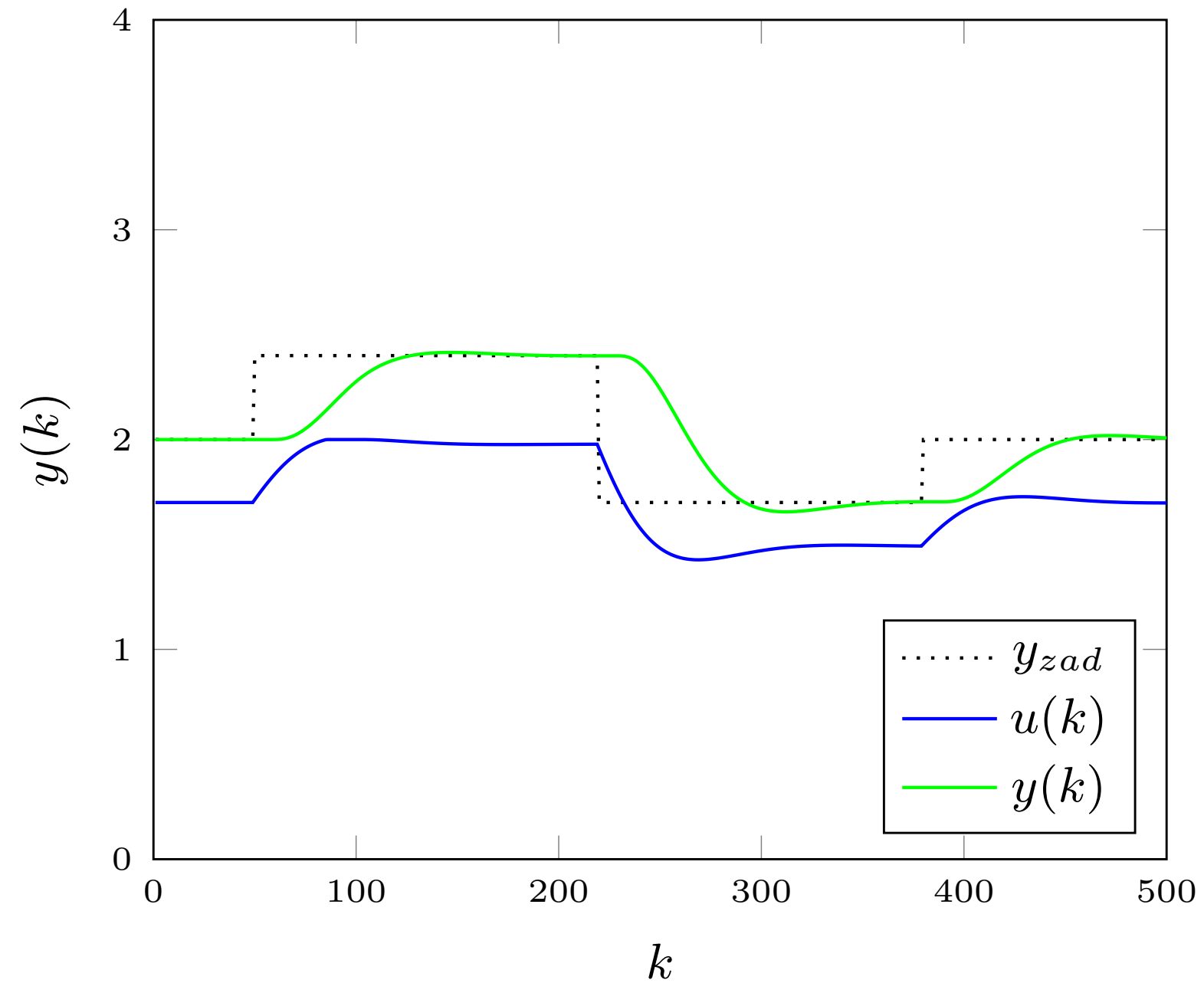
Rys. 6.26. $N=25$, $N_u=10$, $\lambda=5$, $\text{error}=17.9836$

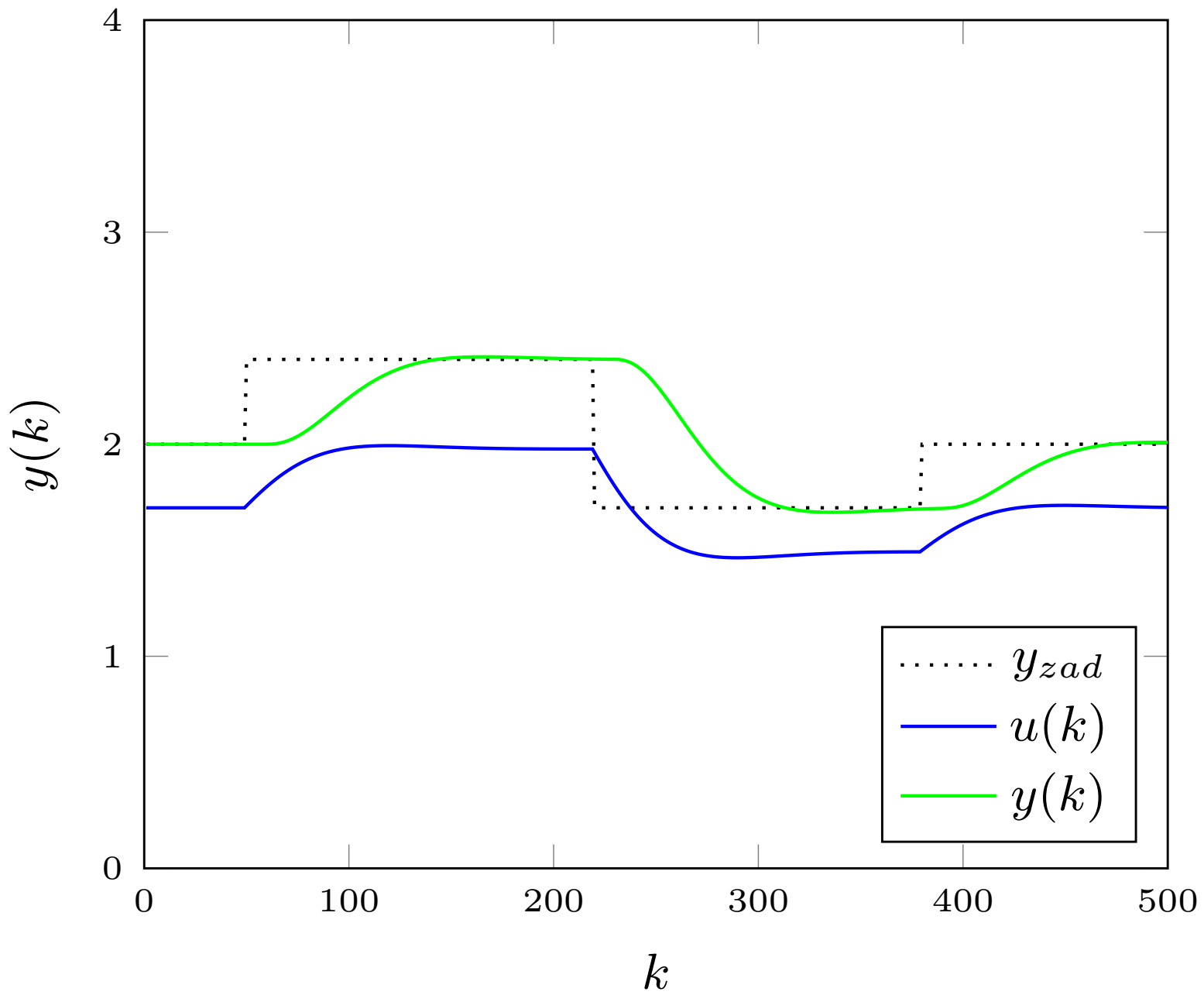
Rys. 6.27. $N=25$, $N_u=20$, $\lambda=1$, $\text{error}=17.9628$

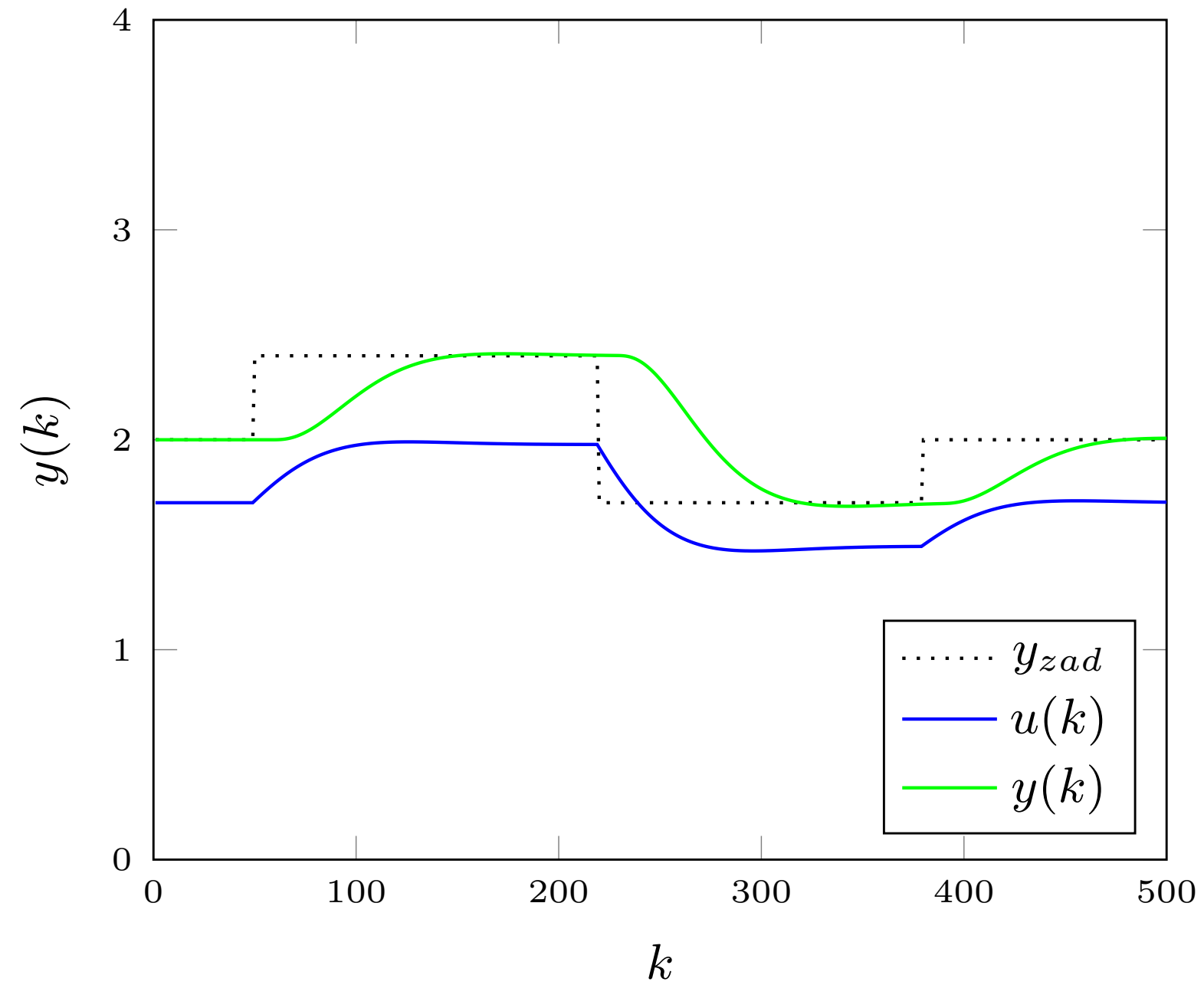
Rys. 6.28. $N=24$, $N_u=22$, $\lambda=1$, $\text{error}=17.9622$

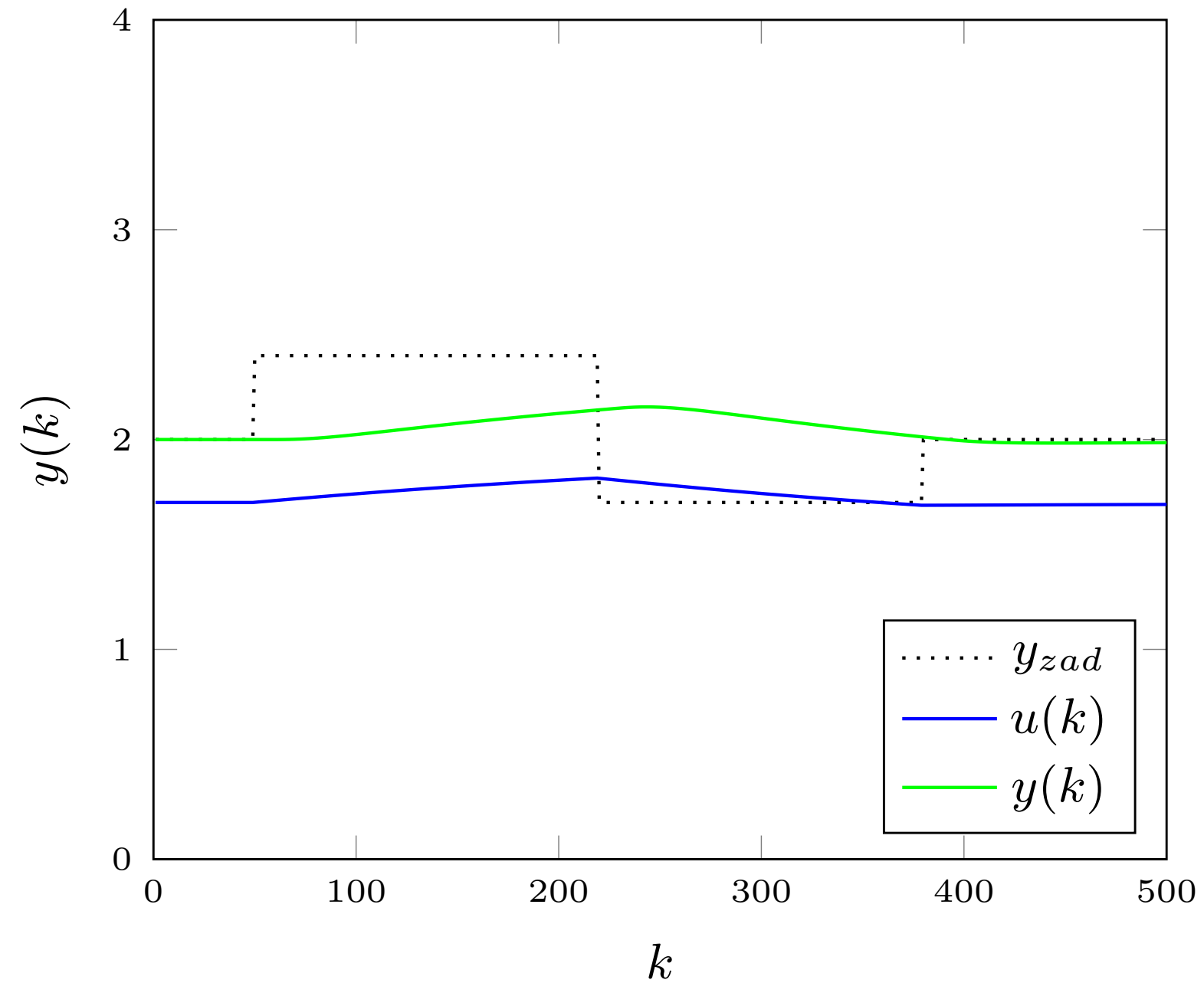


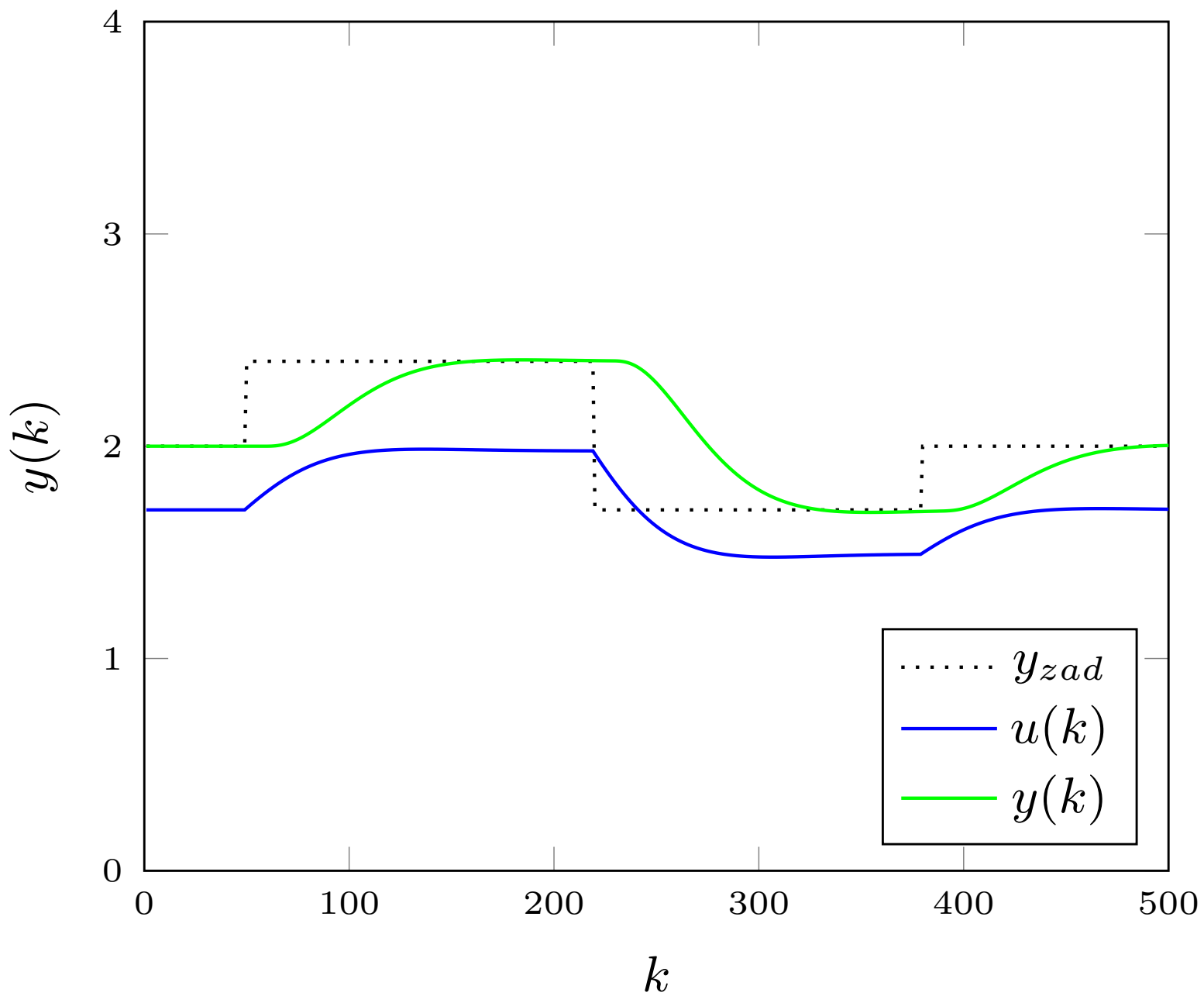
Rys. 6.29. N=25, Nu=10, lambda=1000, error=45.9859

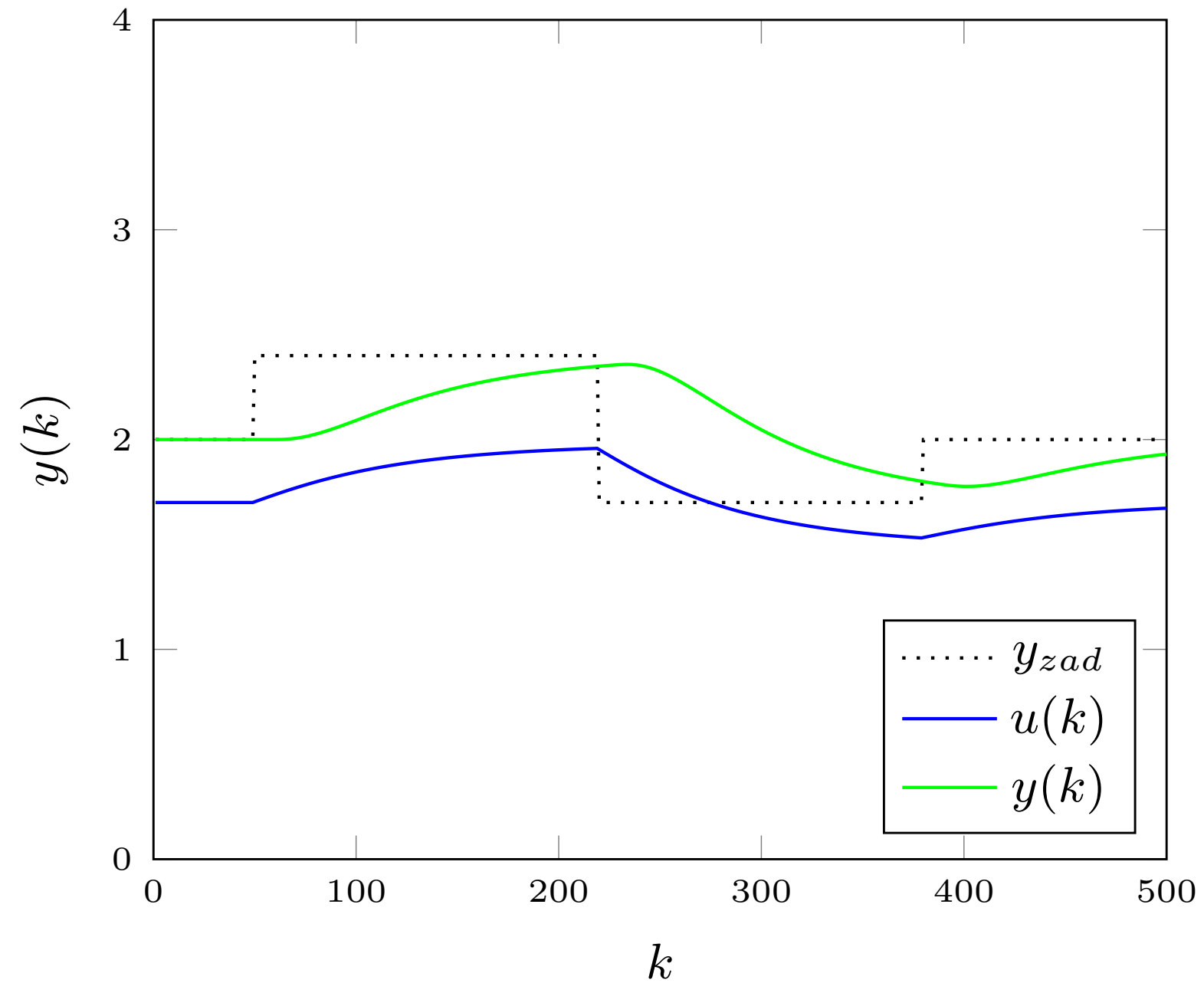
Rys. 6.30. $N=25$, $Nu=10$, $\lambda=100$, $\text{error}=25.4516$

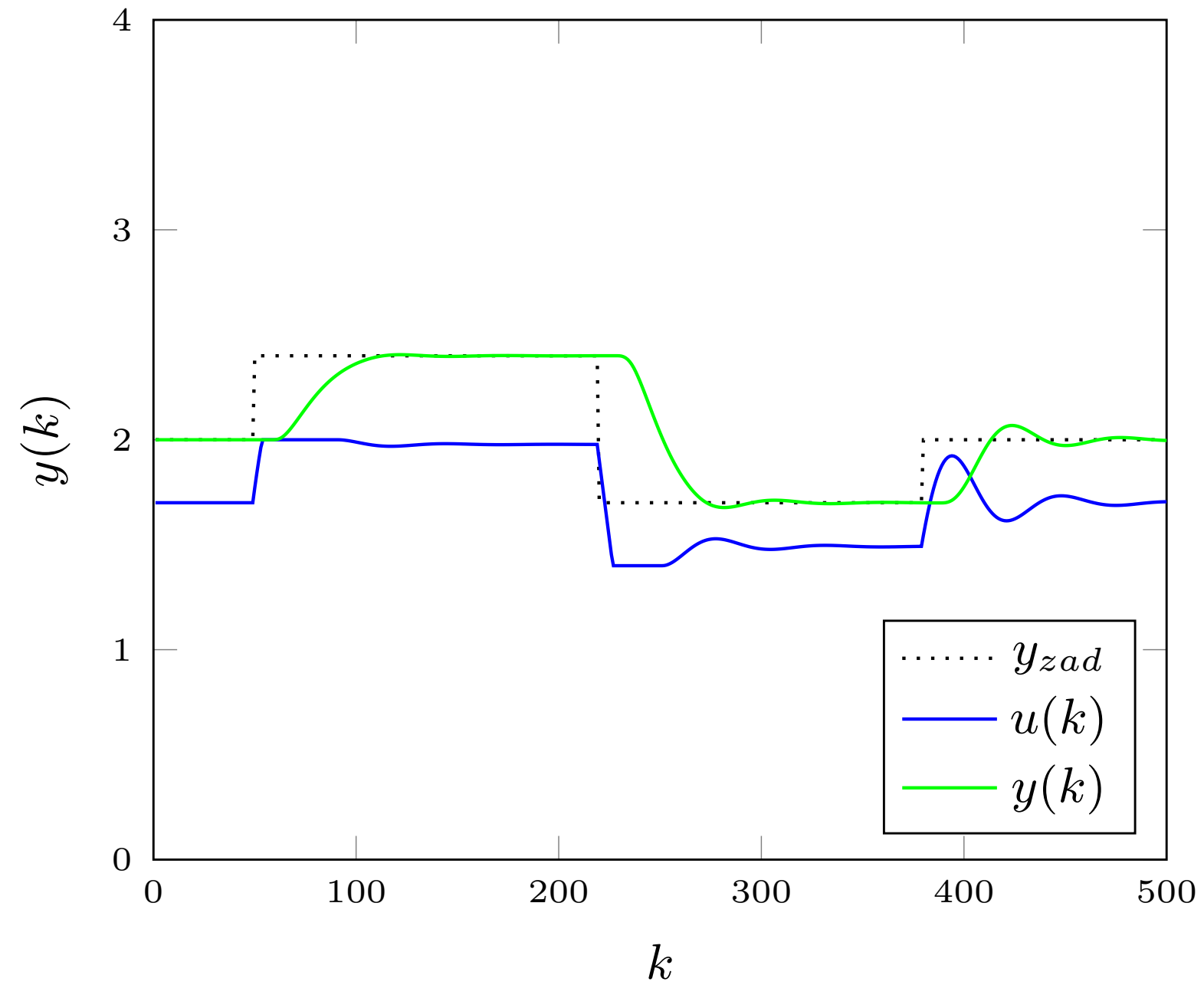
Rys. 6.31. $N=25$, $Nu=10$, $\lambda=140$, $\text{error}=28.8587$

Rys. 6.32. $N=25$, $Nu=10$, $\lambda=150$, $\text{error}=29.7139$

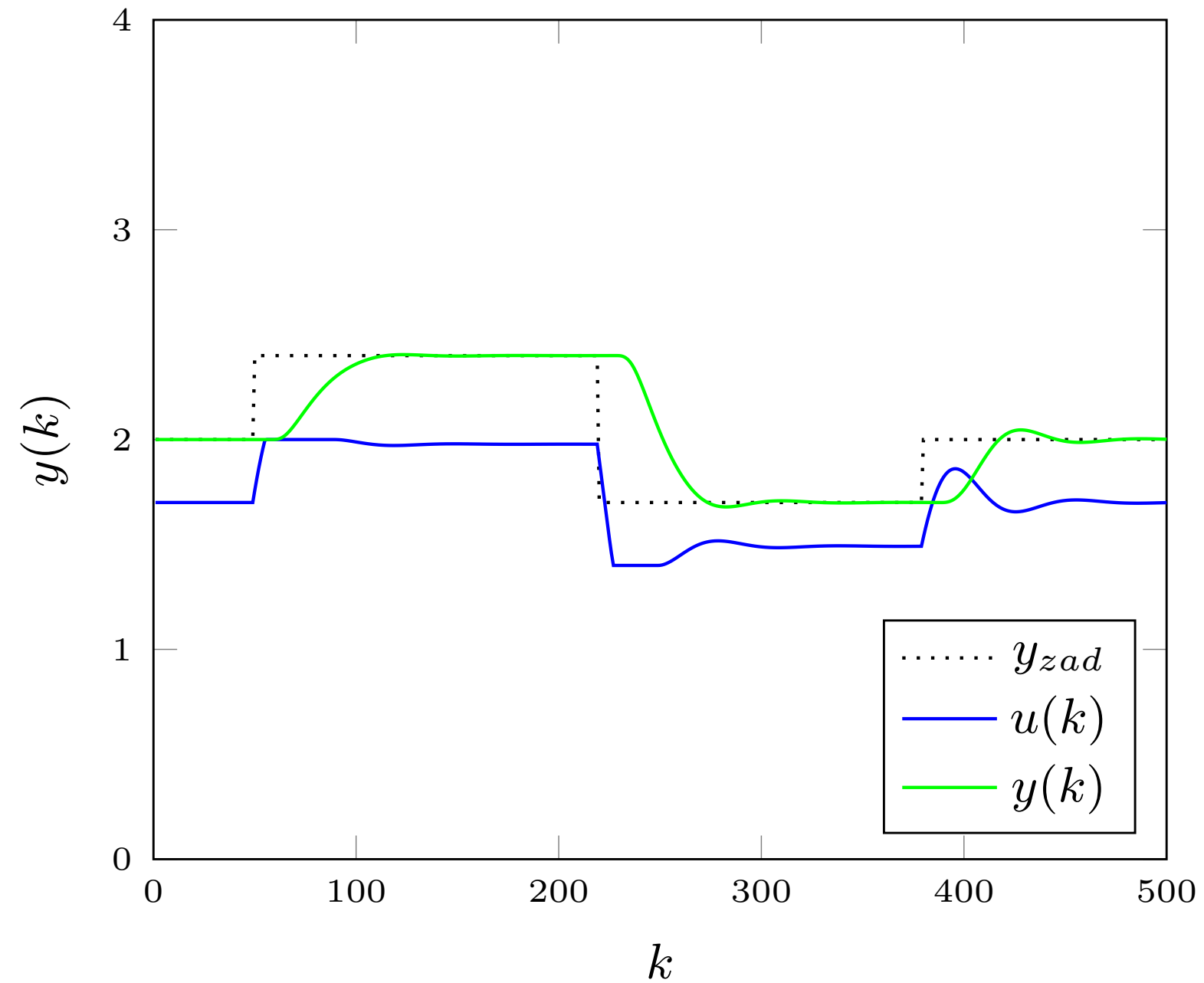
Rys. 6.33. $N=25$, $N_u=10$, $\lambda=1650$, $\text{error}=45.47$

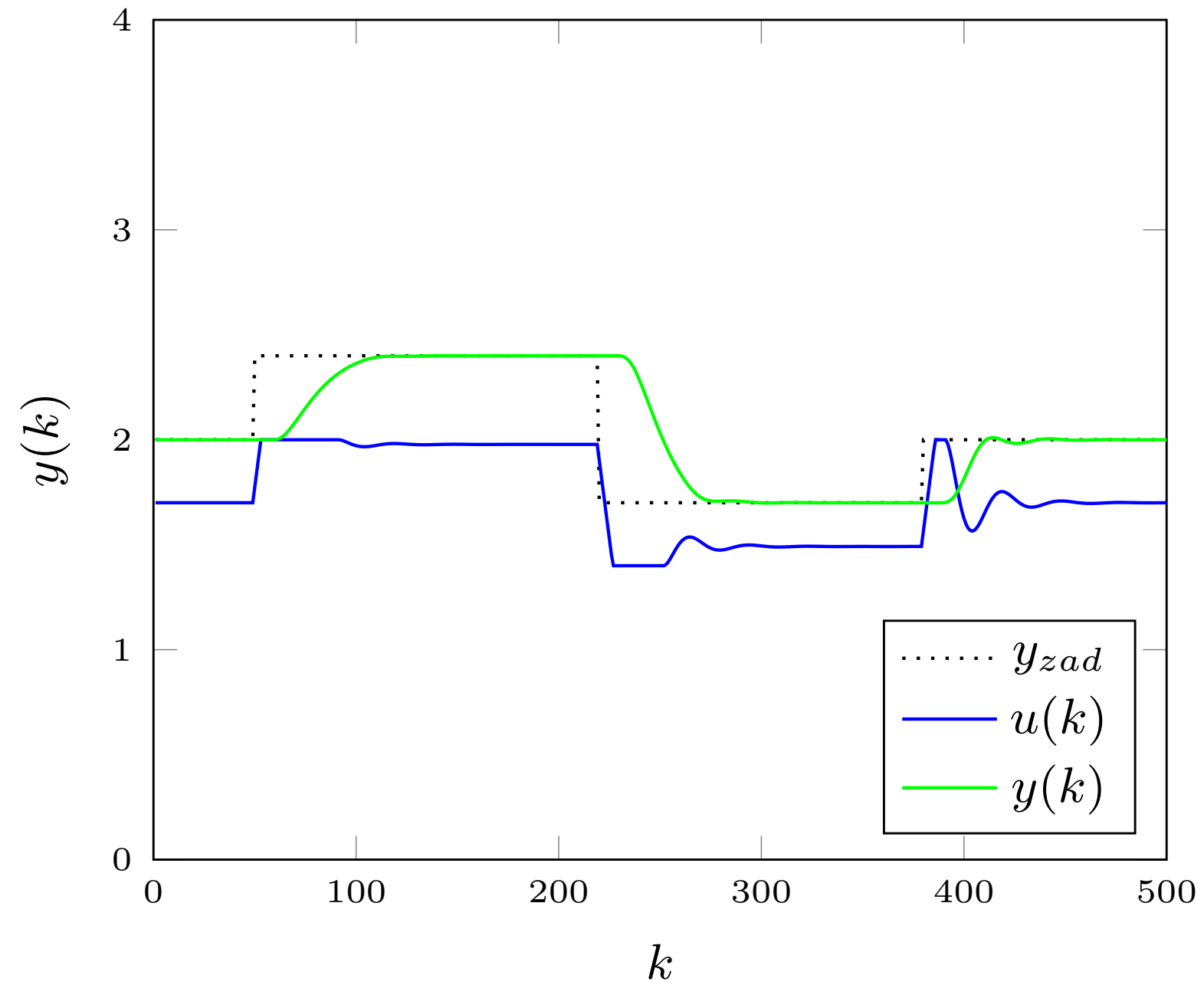
Rys. 6.34. $N=25$, $Nu=10$, $\lambda=165$, $\text{error}=30.9703$

Rys. 6.35. $N=25$, $Nu=10$, $\lambda=400$, $\text{error}=42.5096$



Rys. 6.36. N=22, Nu=10, lambda=10, error=18.2618

Rys. 6.37. $N=25$, $N_u=10$, $\lambda=20$, $\text{error}=18.4273$

Rys. 6.38. $N=22$, $N_u=10$, $\lambda=1$, $\text{error}=17.9604$

Jak można się było spodziewać, dla nieproporcjonalnie dużej wartości λ osiągamy duże wartości błędu (wykres 6.29). Najlepsze rezultaty osiągnęliśmy dla parametrów regulatora $N=22$, $Nu=10$, $\lambda=1$, $\text{error}=17.9604$ (wykres 6.38).

7. Optymalizacja parametrów regulatorów

Parametry obydwu regulatorów zostały dobrane także przy pomocy funkcji optymalizujących dostępnych w środowisku Matlab - **ga** oraz **fmincon**. Pierwsza z nich, oparta o algorytm genetyczny, została zastosowana do dostrojenia obydwu regulatorów. Druga, jedynie w przypadku regulatora PID. Wynika to z faktu, że dwa z trzech parametrów regulatora DMC (horyzont predykcji N oraz horyzont sterowania N_u) są parametrami całkowitoliczbowymi. Jedynie **ga** pozwala na optymalizację ze względu na parametry całkowitoliczbowe. Funkcja **fmincon** pozwala na optymalizację dowolnej, w ogólności nieliniowej, funkcji celu o parametrach rzeczywistych w oparciu o jeden z dostępnych algorytmów (m.in. **Interior-point**, **sqp**). Obie funkcje pozwalają nałożyć zestaw liniowych ograniczeń na rozwiązanie, co nie zostało w tym przypadku wykorzystane.

Pierwszą z wykorzystanych metod była **ga**. Jako, że obie funkcje udostępniają szeroki zakres parametrów, umożliwiając dostosowywanie algorytmu optymalizacji, wykorzystaliśmy je, aby zwiększyć prawdopodobieństwo, że znalezione parametry są faktycznym optimum globalnym (oczywiście w przeszukiwanym obszarze). Parametry regulatora PID (K , T_i , T_d) poszukiwane były w obszarze o brzegach [000] [10010000001000]. Dla parametrów regulatora DMC ($[KT_iT_d]$) był to obszar [110] [12012010], gdzie oczywiście pierwsze dwa parametry były całkowitoliczbowe. W kolejnych podejściach do optymalizacji manipulowano kilkoma parametrami algorytmu **ga**:

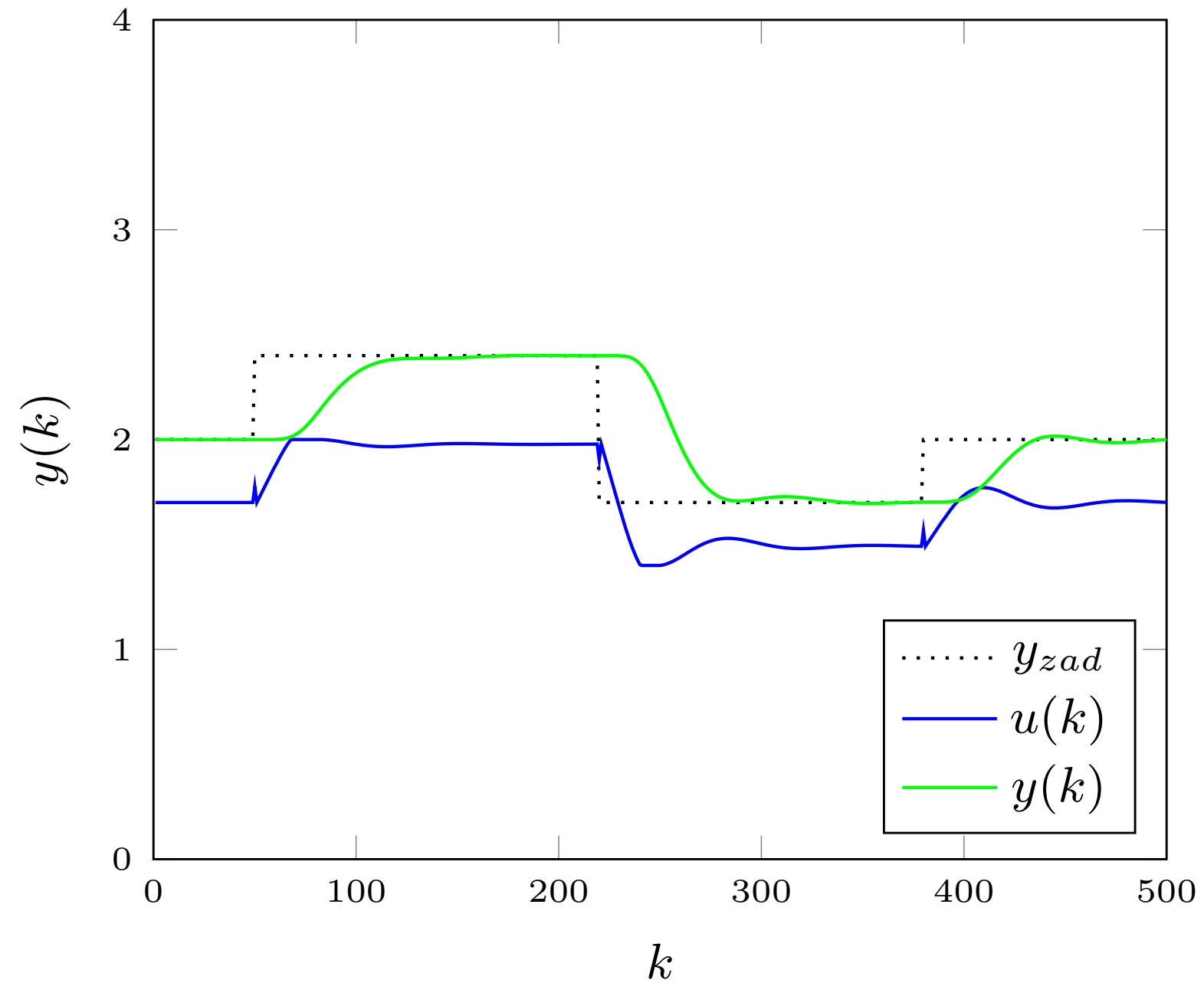
1. PopulationSize (50, 100, 150, 200) : rozmiar populacji
2. FunctionTolerance (1e-2, 1e-4, 1e-6, 1e-8) : tolerancja zmiany wartości funkcji celu, którą algorytm uznaje wciąż za poprawę
3. EliteCount (2%, 5%, 10%, 20% populacji) : Procent osobników w populacji, które mają zagwarantowane przejście do następnej generacji
4. MigrationFraction (0.2, 0.3, 0.4) : Procent osobników w każdej subpopulacji, które migrują między subpopulacjami

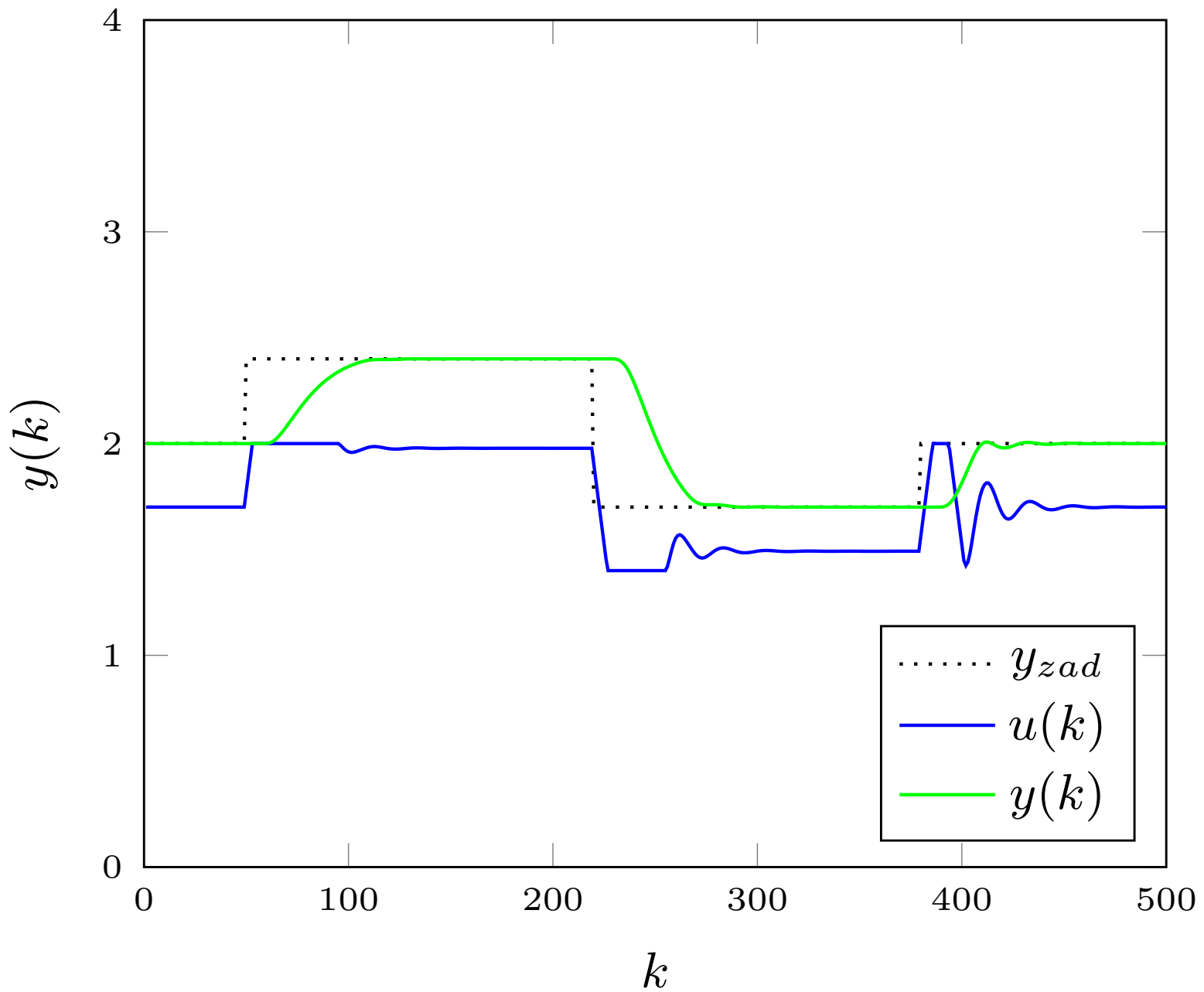
W przypadku **fmincon** parametry, którymi manipulowaliśmy to kolejno:

1. Algorithm ('interior-point', 'active-set') : algorytm stosowany w procesie optymalizacji
2. MaxIterations (400, 2000) : maksymalna liczba iteracji
3. OptimalityTolerance (1e-2, 1e-4, 1e-6, 1e-8) : tolerancja zmiany wartości funkcji celu, którą algorytm uznaje wciąż za poprawę
4. * HessianApproximation ('bfgs', 'lbfgs', 'finite-difference') : metoda aproksymacji hesjanu funkcji celu

* - dotyczy algorytmu 'active-set'

W przypadku obu regulatorów manipulacja parametrami algorytmów nie przyniosła większych zmian w wartości błędu generowanego przez regulator przy znalezionych parametrach. W szczególności, znalezione wartości okazały się praktycznie identyczne, dla regulatora DMC, i o około 20% gorsze, dla regulatora PID, niż w przypadku strojenia ręcznego. Poniżej znajdują się wykresy dla najlepszych parametrów strojenia (PID: 7.1 oraz DMC: 7.2).

Rys. 7.1. $K=1.0107$, $T_i=10.4463$, $T_d=1.449$, $error=23.1441$

Rys. 7.2. $N=20$, $Nu=4$, $\lambda=0.0373$, $\text{error}=17.9563$