Modelowanie i przetwarzanie informacji nieprecyzyjnej

Zajęcia IX

Problem

Ile jest gruszek w pudle?

Problem

Ile jest dużych gruszek w pudle?

Liczebność zbiorów rozmytych

Prosta rozmyta liczebność $|A|$

$$|A| = |A_t|,\ gdzie\ A_t = \{x \in U : A(x) \geq t\}$$

Zadanie lab I

Jaka jest liczebność skalarna zbioru A dla $t = \frac{1}{2}$?

$$A = \left\{ \frac{1}{Polska}, \frac{0.0}{Rosja}, \frac{0.3}{Niemcy}, \frac{0.9}{Czechy}, \frac{0.8}{Slowacja} \right\}$$

Liczność skalarna w ogólności

Liczność: $\sigma : FFS \to [0, \inf)$

1. Zgodność
   $\sigma(\frac{1}{x}) = 1$
2. Monotoniczność
   $a \leq b \implies \sigma(\frac{a}{x}) \leq \sigma(\frac{b}{y})$
3. Addytywność
   $A \cap B = \varnothing \implies \sigma(A \cup B) = \sigma(A) + \sigma(B)$

Ponadto, musi istnieć funkcja niemalejąca $f : [0,1] \to [0,1]$, taka, że:

1. $f(0) = 0$
2. $f(1) = 1$

   stąd: $\sigma(A) = \sum_{x \in supp(A)} f(A(x))$

Zadanie lab II

W zadaniu lab I, jaka została zastosowana funkcja f?

Funkcje f

$$f_{1,t}(x) = \begin{cases} 1 & x \geq t, \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$f_{2,t}(x) = \begin{cases} 1 & x > t, \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$f_{3,p}(x) = x^p \;\; p > 0$$

$$f_{5,t,p}(x) = \begin{cases} x^p & x \geq t, \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

Zadanie lab III

Dane są firmy $\{c_1\, c_2, c_3, c_4, c_5\}$:

- tani abonament: $A = \{\frac{1}{c_2}, \frac{0.4}{c_3}, \frac{0.1}{c_4}, \frac{0.3}{c_5}\}$
- długa umowa: $B = \{\frac{0.2}{c_1}, \frac{1}{c_2}, \frac{0.1}{c_3}, \frac{0.2}{c_4}, \frac{0.2}{c_5}\}$
- dużo minut: $C = \{\frac{1}{c_1}, \frac{0.7}{c_3}, \frac{0.2}{c_4}, \frac{0.7}{c_5}\}$

1. Ile firm oferuje tani abonament?
    a) $f = id$
    b) $f = f_{1,t}\ ,\ \ gdzie\, t = 0.2$
2. Ile firm oferuje długoterminową umowę z dużą ilością minut?
    a) $f = id$
    b) $f = f_{1,t}\ ,\ \ gdzie\, t = 0.2$
    c) $f = f_{2,t}\ ,\ \ gdzie\, t = 0.2$

Liczność względna

$$\sigma_f(A|B) = \frac{\sigma_f(A \cap_t B)}{\sigma_f(B)}$$

"jak bardzo A jest w B"

Zadanie I

$$U = \{Anna, Bartek, Celina, Dawid\}$$

osoba	szczupła	umiarkowanie wysoka
Anna	0.9	0.6
Bartek	0.4	0.7
Celina	0.8	0.3
Dawid	0.2	0.1

Na ile osoby szczupłe są jednocześnie umiarkowanie wysokie?
(patrzymy na stosunek, które osoby są szczupłe, a zarazem umiarkowanie wysokie)
t-norma minimum, $f = f_{5,0.2,1}$

Zadanie II

W odniesieniu do Zadanie lab III, ile firm oferuje drogi abonament i mało minut?
Użyj $f = f_{5,0.2,1}$ oraz $f = id$

Kwantyfikatory lingwistyczne

1. Klasyczne: $\forall$ i $\exists$
2. Rozmyte:

- absolutne: (np. około 17, więcej niż 17)
- względne: (np. około połowy, większość)

Kwantyfikator absolutny

Liczba rozmyta: $Q : \mathbb{N} \to [0, 1]$

"ile kontretnie?"

Kwantyfikator względny

Liczba rozmyta: $Q : [0,1] \to [0,1]$

"jaka proporcja?"

Zdania typu I dla kwantyfikatora względnego

$$[[Qx\ jest\ A]]$$

Q - kwantyfikator

x - elementy ze zbioru

A - zbiór rozmyty

$$[[Qx\ jest\ A]] = Q(\sigma_f(A|1_U)) = Q(\frac{1}{|U|}\sum_{x \in supp(A)} f(A(x)))$$

Q: "Większość" x: "gruszek" A: "jest dużych"

Zdania typu II dla kwantyfikatora względnego

$$[[Q\ Bx\ jest\ A]]$$

Q - kwantyfikator

x - elementy ze zbioru

B - również zbiór rozmyty, tzw. kwalifikator

A - zbiór rozmyty

$$[[Q\ Bx\ jest\ A]] = Q(\sigma_f(A|B)) = Q(\frac{\sigma_f(A \cap_t B)}{\sigma_f(B)})$$

Q: "Około 25%" B: "dojrzałych" x: "gruszek" A: "jest

Zdania typu I dla kwantyfikatora absolutnego

$$[[Qx\ jest\ A]]$$

$$[[Qx\ jest\ A]] = Q(\sigma_f(A))$$

Q: "Około 4" x: "gruszki" A: "są duże"

Zdania typu II dla kwantyfikatora absolutnego

$$[[Q\ Bx\ jest\ A]]$$

$$[[Q\ Bx\ jest\ A]] = Q(\sigma_f(A \cap_t B))$$

Q: "Około 3" B: "pachnących" x: "gruszek" A: "jest średnia"

Zadanie lab IV

W odniesieniu do Zadanie lab III, określ prawdziwość zdania:
"Większość ofert jest droga", gdzie większość zamodeluj jako $Tr(0.3, 0.8, 1, 1)$ oraz $f = id$

Zadanie III

W odniesieniu do Zadanie lab III, określ prawdziwość:

1. "Około połowa ofert ma dość dużo minut", gdzie około połowa zamodeluj jako $T(0.3, 0.5, 0.7)$ oraz $f = f_{5,0.1,1}$
2. "Około 2 długich ofert ma tani abonament", gdzie około 2: $T(0, 2, 4)$, $f = id$, t-norma Łukasiewicza

Dla każdego przykładu określ rodzaj kwantyfikatora oraz typ zdania (I/II).

Liczba rozmyta

Liczba rozmyta to szczególny zbiór rozmyty, który:

- ma ograniczony nośnik w dziedzinie $\mathbb{R}$
- jest normalny
- jest wypukły

Zadanie lab V

Narysuj kilka przykładów liczb rozmytych oraz zbiorów rozmytych, które nie są liczbami rozmytymi.

Operacje na liczbach rozmytych

$$\mu_{A+B}(z) = \sup_{z=x+y} t(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

$$\mu_{A-B}(z) = \sup_{z=x-y} t(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

$$\mu_{A\times B}(z) = \sup_{z=x\cdot y} t(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

$$\mu_{A/B}(z) = \sup_{z=x/y} t(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

Zadanie lab VI

Dane są liczby rozmyte:

$$A = \left\{ \frac{0.2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{0.6}{5} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{0.5}{1}, \frac{1}{2} \right\}$$

Oblicz $A + B$ dla t-normy minimum.

Zadanie IV

Dane są liczby rozmyte:

$$A = \{\frac{0.1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{0.7}{5}, \frac{0.3}{6}\}$$

$$B = \{\frac{0.5}{2}, \frac{1}{3}, \frac{0.1}{4}\}$$

Oblicz $A + B$ i A/B dla t-normy minimum.