

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра Информационных систем

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №7
по дисциплине «Цифровая обработка информации»
Тема: Дискретные сигналы.

Студенты гр. 8374

Пихтовников К. С.
Хохрин С. С.
Чертков Н. Д.

Преподаватель

Клионский Д. М.

Санкт-Петербург

2020

Цель работы:

Изучить математическое описание дискретных сигналов и овладеть программными средствами их моделирования в MATLAB.

ТАБЛИЦА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Переменная	Назначение	Значение	Идентификатор
$N_{бр}$	Номер бригады	$N_{бр}$	$Nb = 6$
N	Длина последовательности	$N = 30 + N_{бр} \bmod 5$	$N = 31$
T	Период дискретизации	$T = 0.0005 * (1 + N_{бр} \bmod 3)$	$T = 0.0005$
a	Основание экспоненты	$a = (-1)^{N_{бр}} * (0.8 + 0.005N_{бр})$	$a = 0.830$
C	Амплитуда гармонического сигнала	$C = 1 + N_{бр} \bmod 5$	$C = 2$
$\hat{\omega}$ (рад)	Частота гармонического сигнала	$\hat{\omega} = \frac{\pi}{6 + N_{бр} \bmod 5}$	$w0 = 0.4488$
m	Задержка	$m = 5 + N_{бр} \bmod 5$	$m = 6$
U	Амплитуда импульса	$U = N_{бр}$	$U = 6$
n_0	Начальный момент импульса	$n_0 = N_{бр} \bmod 5 + 3$	$n0 = 4$
n_{imp}	Длина импульса	$n_{imp} = N_{бр} \bmod 5 + 5$	$n_{imp} = 6$
B_1, B_2, B_3	Амплитуды гармонических сигналов	$B_1 = 1.5 + N_{бр} \bmod 5$ $B_2 = 5.7 - N_{бр} \bmod 5$ $B_3 = 2.2 + N_{бр} \bmod 5$	Вектор $B =$ [2.5, 4.7, 3.2]
$\hat{\omega}_1, \hat{\omega}_2, \hat{\omega}_3$	Частоты гармонических сигналов	$\hat{\omega}_1 = \frac{\pi}{4 + N_{бр} \bmod 5}$ $\hat{\omega}_2 = \frac{\pi}{8 + N_{бр} \bmod 5}$ $\hat{\omega}_3 = \frac{\pi}{16 + N_{бр} \bmod 5}$	Вектор $w =$ [0.6283, 0.3491, 0.1848]
a_1, a_2, a_3	Коэффициенты линейной комбинации гармонических сигналов	$a_1 = 1.5 - N_{бр} \bmod 5$ $a_2 = 0.7 + N_{бр} \bmod 5$ $a_3 = 1.4 + N_{бр} \bmod 5$	Вектор $A =$ [0.5, 1.7, 2.4]

mean	Математическое ожидание	$\text{mean} = N_{6p} \bmod 5 + 3$	Mean = 4
var	Дисперсия	$\text{var} = N_{6p} \bmod 5 + 5$	Var = 6

Выполнение работы:

1. Цифровой единичный импульс.

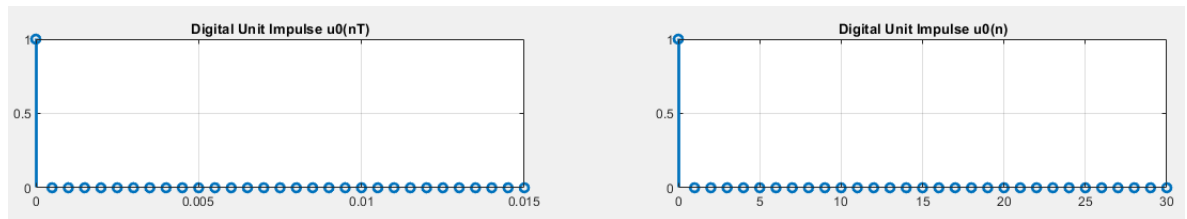


Рис. 1. Графики цифрового единичного импульса на интервале дискретного времени nT и дискретного нормированного времени n .

Пояснение:

- Взаимосвязь между дискретным и дискретным нормированным временем.

При анализе дискретных сигналов удобно пользоваться нормированным временем $t^{\sim} = \frac{t}{T}$, откуда при $t=nT$ (дискретное время)

$$t^{\sim} = \frac{t}{T} = \frac{nT}{T} = n.$$

Таким образом, номер n дискретного сигнала является нормированным временем: иначе говоря, номер n означает, что отсчет взят в момент nT .

- Различие между цифровым единичным импульсом и дельта-функцией.

Различие между цифровым единичным импульсом и δ -функцией состоит в том, что цифровой единичный импульс является физически реализуемым сигналом, тогда как аналоговый единичный импульс $\delta(t)$ рассматривается только как обобщённая функция.

2. Цифровой единичный скачок.

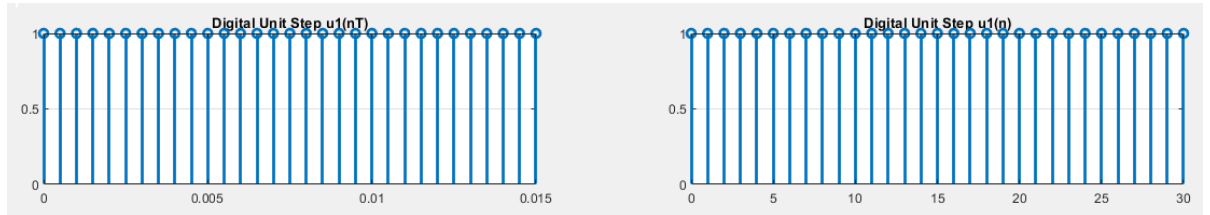


Рис. 2. Графики цифрового единичного скачка на интервале дискретного времени nT и дискретного нормированного времени n .

Пояснение:

- Соответствие между цифровым и аналоговым единичными скачками.

Цифровой единичный скачок представляет собой последовательность, равную нулю при отрицательных значениях аргумента и единице для положительных:

$$U(nT) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

А в аналоговом же случае данный сигнал называют функцией Хевисайда или единично-ступенчатой функцией.

И в том и в другом случае эти сигналы являются физически реализуемыми.

- Чему равна частота дискретизации цифрового единичного скачка.

$$f_d = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.0005} = 2000$$

3. Дискретная экспонента.

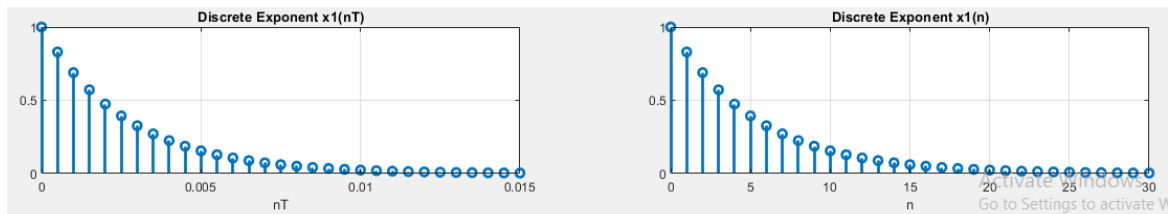


Рис. 3. Графики дискретной экспоненты на интервале дискретного времени nT и дискретного нормированного времени n .

Пояснение:

- Соответствие между дискретной и аналоговой экспонентами.

Вид дискретной экспоненты определяется величиной и знаком параметра a . Дискретная экспонента является аналогом вещественной показательной функции для дискретных систем.

Формула дискретной экспоненты в общем виде и со своими исходными данными.

$$x(n) = \begin{cases} a^n, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$$

$$x(n) = \begin{cases} 0.83^n, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$$

4. Дискретный комплексный гармонический сигнал.

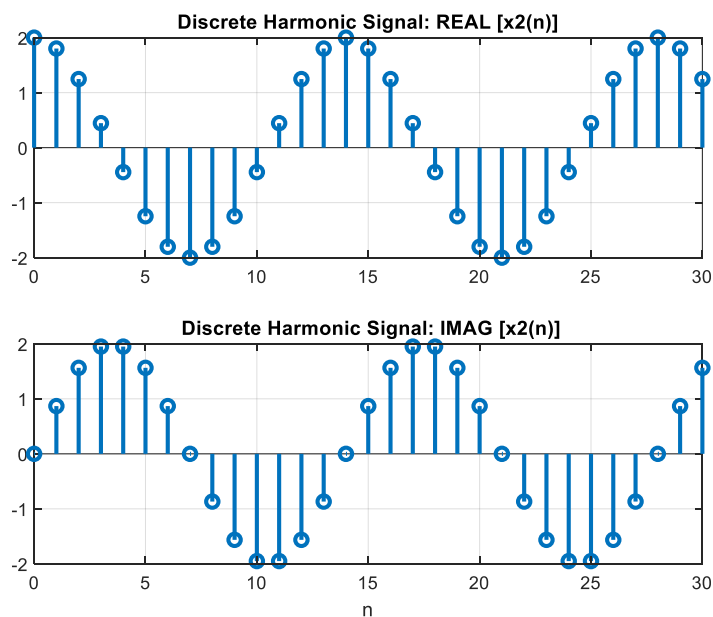


Рис. 4. Графики вещественной и мнимой частей дискретного комплексного гармонического сигнала на интервале дискретного нормированного времени n .

Пояснение:

- Сигнал в виде комбинации двух вещественных последовательностей.

В общем виде:

$$x(nT) = x(n) = Ce^{j\omega nT}$$

$$x(n) = C\cos(\omega nT) + jC\sin(\omega nT)$$

Со своими данными:

$$x(n) = 2e^{j*0.4488*n*0.0005} = 2e^{0.0002jn}$$

$$x(n) = 2\cos(0.0002n) + 2j\sin(0.0002n)$$

5. Задержанные последовательности.

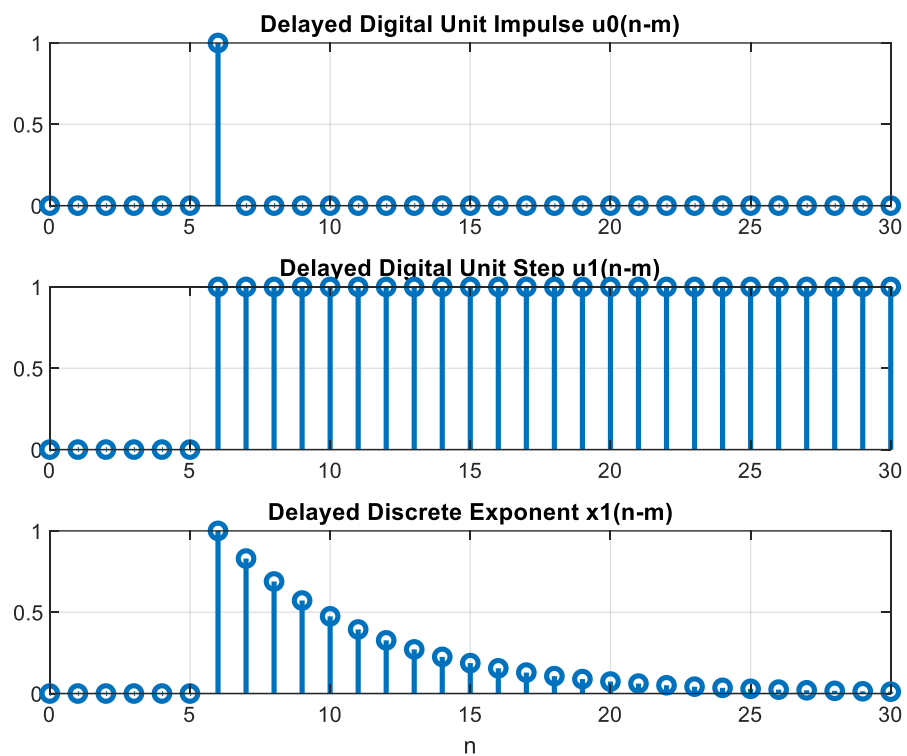


Рис. 5. Графики задержанных последовательностей на интервале дискретного нормированного времени n .

Пояснение:

- Формулы задержанных последовательностей.

$$U_0(n - m) = \begin{cases} 1, n = m \\ 0, n \neq m \end{cases}$$

$$U_1(n - m) = \begin{cases} 1, n \geq m \\ 0, n < m \end{cases}$$

$$x(n - m) = \begin{cases} 1, n \geq m \\ 0, n < m \end{cases}$$

6. Дискретный прямоугольный импульс.

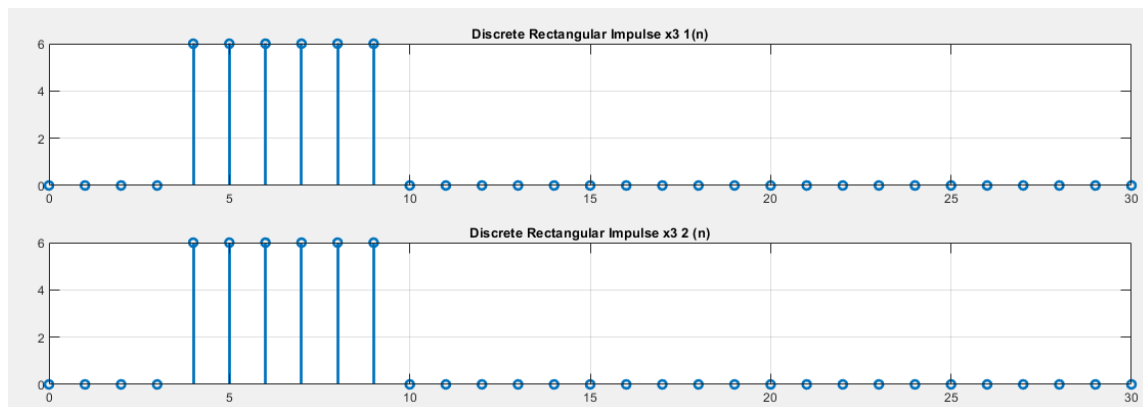


Рис. 6. График дискретного прямоугольного импульса на интервале дискретного нормированного времени n .

Пояснение:

- Формат функции `rectpuls`.

Функция `rectpuls` формирует одиночный прямоугольный импульс с единичной амплитудой. Формат функции: $y = \text{rectpuls}(t, \text{width})$, где t — вектор значений времени, `width` — ширина (длительность) импульса.

- Как выполняется моделирование импульса в обоих случаях.

В первом случае импульс моделируется путём создания одиночного прямоугольного импульса с заданной амплитудой и шириной при помощи функции `rectpuls`.

Во втором случае используется цифровой единичный скачок, задержанный до начала импульса и повторенный в соответствии с его шириной.

7. Дискретный треугольный импульс.

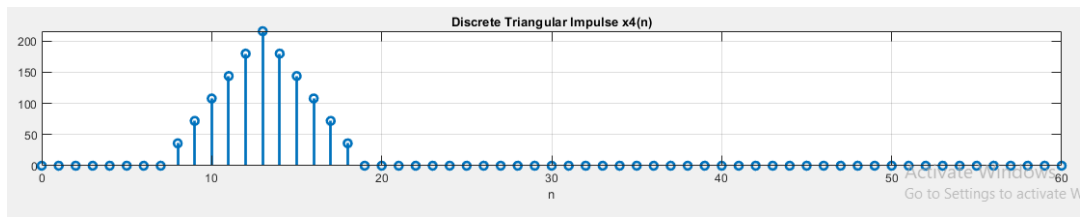


Рис. 7. График дискретного треугольного импульса на интервале времени, равном длине свертки L .

Пояснение:

- Аналитическая запись свёртки.

$$y(n) = \sum(x_1(m)x_2(n-m)) = \sum(x_2(m)x_1(n-m)).$$

- Длина свёртки L .

Свёртка двух прямоугольных импульсов от $-x_0$ до x_0 будет находиться на интервале от $-2x_0$ до $2x_0$. Таким образом, длина свёртки и соответствующего ей треугольного импульса — это двойная длина исходного прямоугольного импульса $6 \times 2 = 12$, что соответствует значению, найденному по графику $19 - 7 = 12$.

8. Линейная комбинация дискретных гармонических сигналов.

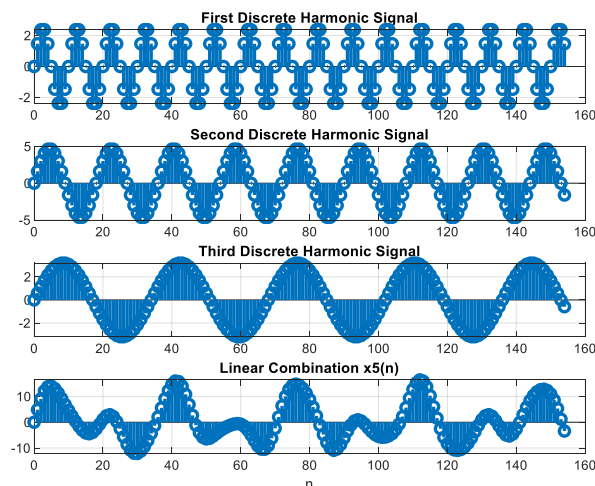


Рис. 8. Графики линейных комбинаций дискретных гармонических сигналов.

$$\text{mean_x5} = 0.82514$$

$$E = 9493.5926$$

$$P = 61.249$$

Пояснение:

- Операции при моделировании линейной комбинации сигналов.

Линейная комбинация дискретных сигналов является суммой произведений коэффициентов и соответствующих им дискретных гармоник. Дискретные гармоники зависят от значений амплитуды, частоты и времени.

- Как определяют указанные характеристики.

Среднее значение последовательности — сумма её значений, отнесённая к длине.

Энергия последовательности — сумма квадратов её значений.

Средняя мощность последовательности — энергия, отнесённая к длине последовательности.

9. Дискретный гармонический сигнал с экспоненциальной огибающей.

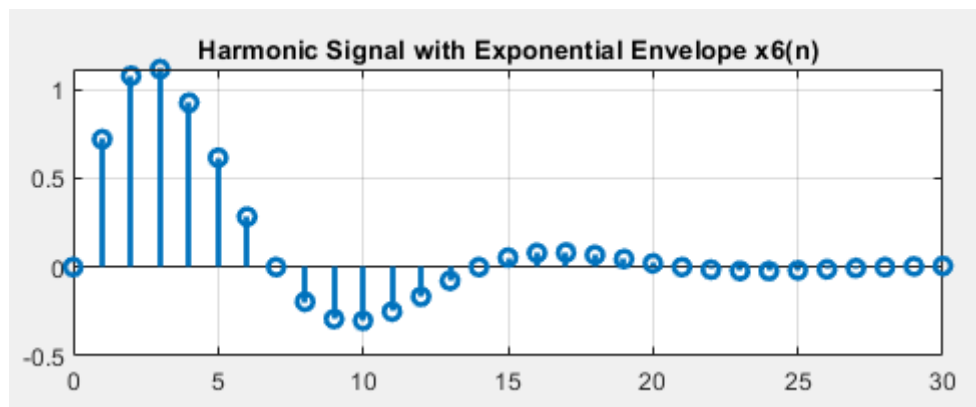


Рис. 9. График дискретного гармонического сигнала с экспоненциальной огибающей на интервале дискретного нормированного времени n .

Пояснение:

- Аналитическая формула дискретного сигнала:

$$x(n) = \sum(x(m)U_0(n - m)),$$

- Операции при моделировании гармонического дискретного сигнала.

$n = 0:(N - 1)$; — задаётся время действия сигнала;

$x = C.*\sin(w0.*n)$; — задаются параметры гармонического

сигнала: амплитуда, частота и зависимость от времени;

$x6 = x.*(abs(a).^n)$; — дискретный сигнал приводится к

экспоненциальной огибающей — функции, соответствующей

основным точкам сигнала. От модуля основания экспоненты зависит её

вид: при $|a| < 1$ экспонента убывает, при $|a| > 1$ экспонента возрастает, и

при $|a| = 1$ экспонента является последовательностью единиц.

10. Периодическая последовательность дискретных прямоугольных импульсов.

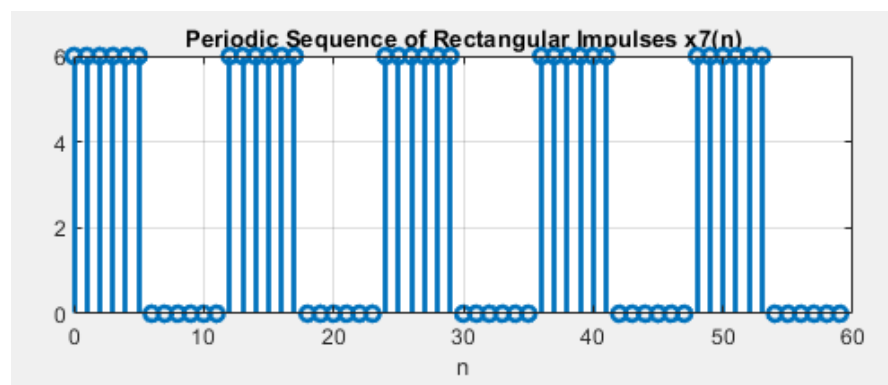


Рис. 10. График пяти периодов периодической последовательности дискретных прямоугольных импульсов амплитуды U и длительности P_{imp} с периодом, вдвое большим длительности импульса.

Пояснение:

- Операции при моделировании периодической последовательности.

$xr = [U \cdot u1(1:n_imp) \text{ zeros}(1, n_imp)]$; — формирование импульса с периодом n_imp и амплитудой U при помощи цифрового единичного скачка;

$p = 5$; — указание числа периодов;

$x7 = \text{hermat}(xr, 1, p)$; — создание массива из p импульсов xr при помощи функции `hermat`.

11. Равномерный белый шум.

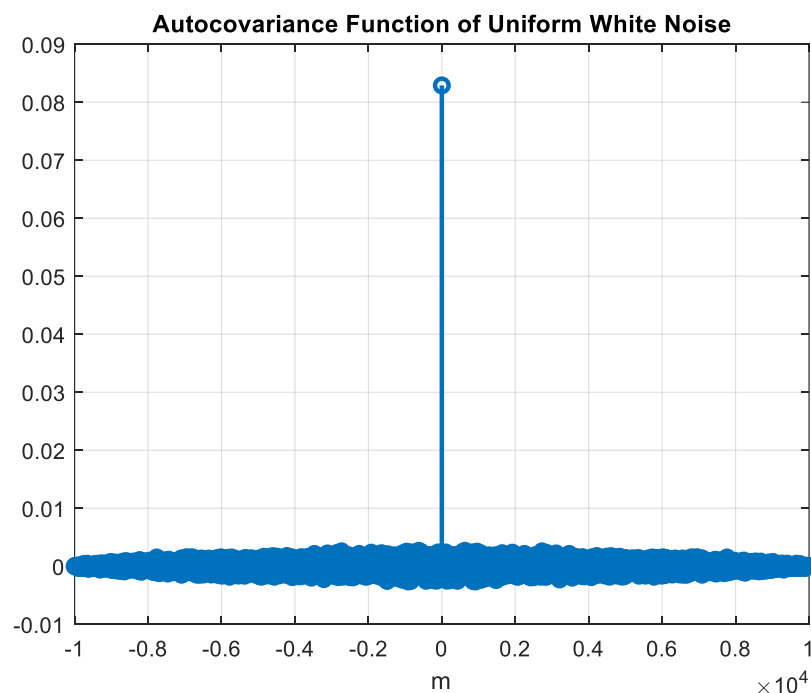


Рис. 11. График оценки автоковариационной функции шума, центрированной относительно $m = 0$.

Пояснение:

- Истинные значения математического ожидания и дисперсии:
 $\text{mean_uniform} = 0.49956$;

$\text{var_uniform} = 0.08291$

- Вид истинной автоковариационной функции

Истинная автоковариационная функция имеет вид цифрового единичного импульса.

- Длина оценки автоковариационной функции

$$L = 2N - 1$$

12. Нормальный белый шум.

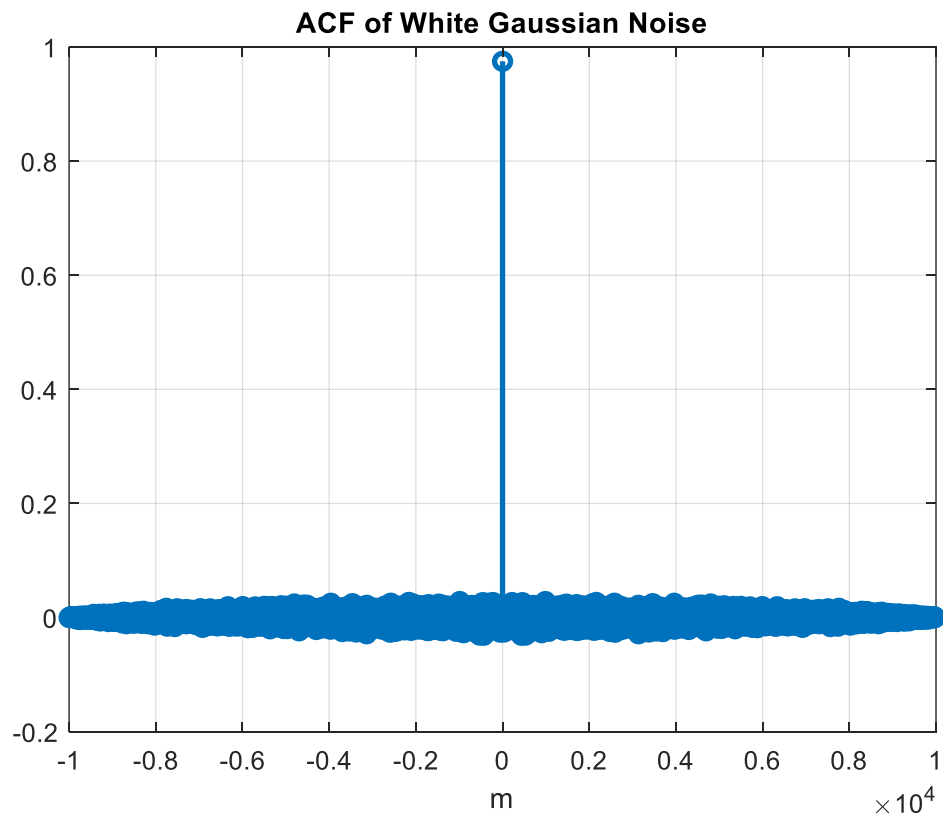


Рис. 12. График АКФ шума, центрированной относительно $m = 0$.

Пояснение:

- Истинные значения математического ожидания и дисперсии:

$\text{mean_norm} = 0.0018848;$

$$\text{var_norm} = 0.97502$$

- Вид истинной автоковариационной функции.

Истинная автоковариационная функция имеет вид цифрового единичного скачка.

- Чему равна длина оценки АКФ.

$$L = 2N - 1$$

13. Аддитивная смесь дискретного гармонического сигнала с нормальным белым шумом.

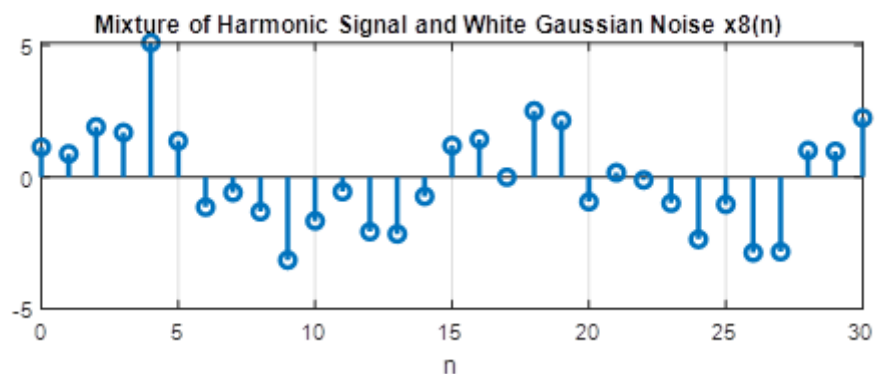


Рис. 13. График аддитивной смеси дискретного гармонического сигнала с нормальным белым шумом на интервале дискретного нормированного времени n .

Пояснение:

- Аддитивная смесь сигнала с шумом

Аддитивная смесь сигнала с шумом – это сумма шума с полезным сигналом.

14. Оценка АКФ последовательности с выводом графика АКФ, центрированной относительно $m = 0$.

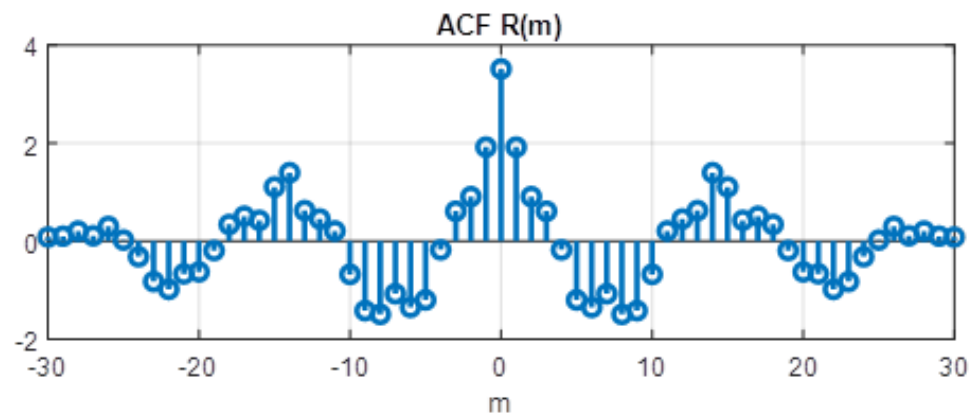


Рис.14. График АКФ, центрированной относительно $m = 0$.

$$\text{var_x8} = 3.63$$

$$R(N) = 3.5136$$

Пояснение:

- Свойства АКФ.

1) При $\tau = 0$ автокорреляционная функция становится равной энергии сигнал

$$B_u(0) = E_u$$

2) АКФ – функция чётная

$$B_u(\tau) = B_u(-\tau)$$

3) Важное свойство автокорреляционной функции состоит в следующем: при любом значении временного сдвига модуль АКФ не превосходит энергии сигнала:

$$|B_u(\tau)| \leq B_u(0) = E_u$$

4) Обычно, АКФ представляется симметричной линией с центральным максимумом, который всегда положителен. При этом в зависимости от вида сигнала автокорреляционная функция может иметь как монотонно убывающей, так и колеблющийся характер.

- Соответствие между дисперсией последовательности и значением $R(N)$

Выведенные значения близки друг к другу. Также максимальное значение функции автокорреляции достигается при $\tau = 0$ и равно дисперсии случайного процесса σ_x^2 .

15. Нормальный белый шум с заданными статистическими характеристиками.

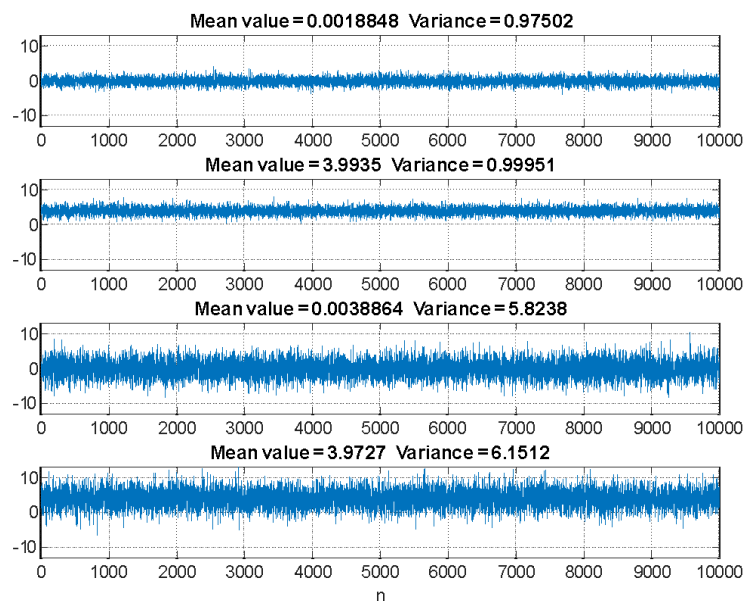


Рис. 15. Графики четырех разновидностей нормального белого шума длины 10000.

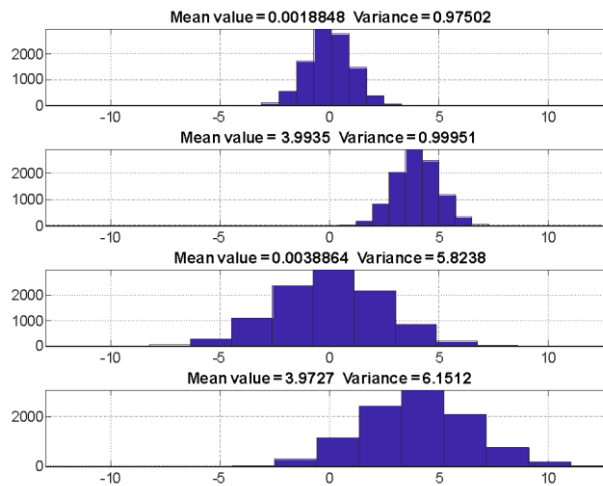


Рис. 16. Гистограммы четырех разновидностей нормального белого шума.

Пояснение:

- К каким изменениям шума приводит изменение его математического ожидания и дисперсии.

Изменения шума при изменении его математического ожидания и дисперсии.

$$U_x = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)$$

$$\delta^2 = \frac{1}{N} * \sum_{n=0}^{N-1} [x(n) - M(x)]^2$$

Изменение математического ожидания и дисперсии приводит к изменению размаха и отклонению по оси x.

- Что отображает гистограмма и как она изменяется при изменении математического ожидания и дисперсии шума.

Гистограмма отражает нормальное распределение, при изменении математического ожидания и дисперсии шума происходит изменения высоты и отклонения по оси x.

