

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В. И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра информационных систем

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №8
по дисциплине «Цифровая обработка информации»
Тема: Линейные дискретные системы.

Студенты гр. 8374

Пихтовников К. С.
Хохрин С. С.
Чертков Н. Д.

Преподаватель

Клионский Д. М.

Санкт-Петербург

2020

Цель работы:

Освоить моделирование ЛДС и овладеть программными средствами их анализа программными средствами MATLAB.

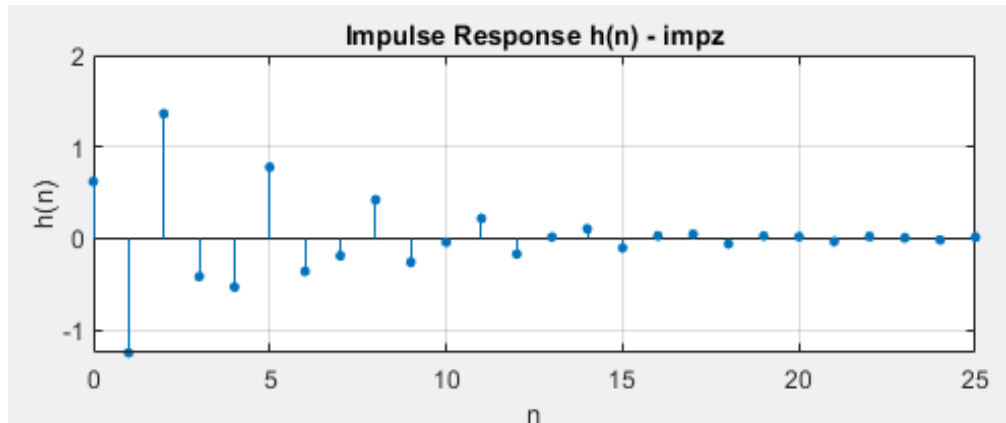
Исходные данные:

Переменная	Назначение	Значение	Идентификатор
$N_{бр}$	Номер бригады	$N_{бр}$	$Nb = 6$
b_0 b_1 b_2	Коэффициенты числителя передаточной функции	$b_0 = 0.5 + 0.02N_{бр}$ $b_1 = b_0(-1)^{N_{бр}+1}(0.9822 + 0.0178N_{бр})$ $b_2 = b_0[0.8 + 0.2(N_{бр} \bmod 5)]$	Вектор $b =$ [0.62, 0.6752, 0.62]
a_0 a_1 a_2	Коэффициенты знаменателя передаточной функции	$a_0 = 1$ $a_1 = (-1)^{N_{бр}}(0.778 + 0.025N_{бр})$ $a_2 = 0.64 + 0.006N_{бр}$	Вектор $a =$ [1, 0.9278, 0.676]
N_1	Длина ИХ	$N_1 = N_{бр} \bmod 10 + 20$	$N_1 = 26$
N_2	Длина воздействия	$N_2 = N_{бр} \bmod 10 + 30$	$N_2 = 36$
f_d	Частота дискретизации	$f_d = 1000N_{бр}$	$F_s = 6000$

Выполнение работы:

1. Вычисление импульсной характеристики (идентификатор h1) длины N_1 с помощью функции `impz` с выводом графика.

Записать аналитическую формулу ИХ рекурсивного звена 2-го порядка с учетом ННУ. Пояснить, чему в действительности равна длина ИХ.



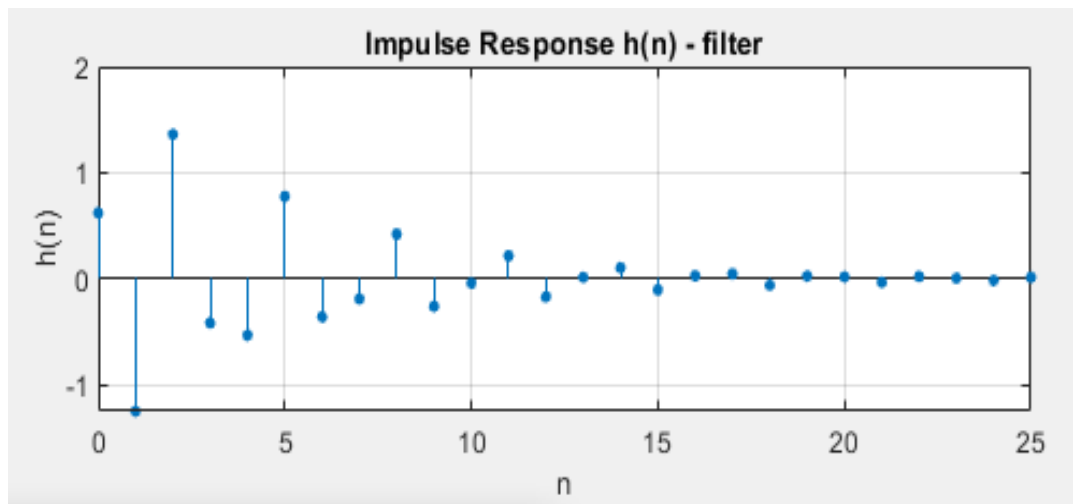
Аналитическая формула импульсной характеристики рекурсивного звена 2-го порядка с учетом ННУ:

$$h(n) = \begin{cases} b_0 r_*^n \frac{\sin[(n+1)\varphi_*]}{\sin(\varphi_*)}, & n = 0 \\ b_0 r_*^n \frac{\sin[(n+1)\varphi_*]}{\sin(\varphi_*)} + b_1 r_*^{(n-1)} \frac{\sin[n\varphi_*]}{\sin(\varphi_*)}, & n = 1 \\ b_0 r_*^n \frac{\sin[(n+1)\varphi_*]}{\sin(\varphi_*)} + b_1 r_*^{(n-1)} \frac{\sin[n\varphi_*]}{\sin(\varphi_*)} + b_2 r_*^{(n-2)} \frac{\sin[(n-1)\varphi_*]}{\sin(\varphi_*)}, & n \geq 2 \end{cases}$$
$$r = \sqrt{a_2} \quad \text{и} \quad \varphi = \arccos\left(-\frac{a_1}{2r}\right)$$

Длина ИХ равна 25 – это значение аргумента для последнего значения на графике.

2. Вычисление импульсной характеристики (идентификатор h2) с помощью функции `filter` с выводом графика.

Пояснить, что и почему выбрано в качестве воздействия.



Импульсная характеристика- это реакция цепи на единичный импульс при ННУ. Отсюда следует, что в качестве воздействия выбирается сам единичный импульс.

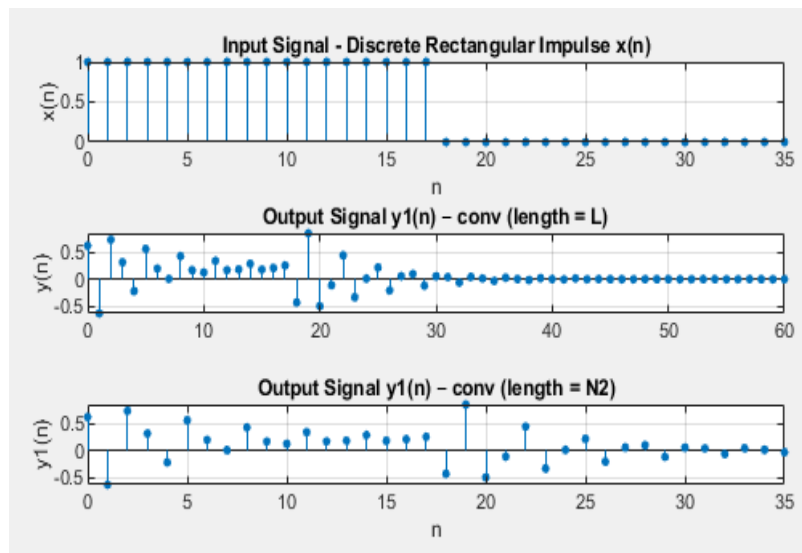
3. Вычисление реакции $y_1(n)$ (идентификатор y_1) по формуле свертки. В качестве воздействия $x(n)$ длины N_2 выбран дискретный прямоугольный импульс (идентификатор x):

$$x(n) = \begin{cases} 0, \text{int}(N_2 / 2) \leq n \leq (N_2 - 1) \\ 1, 0 \leq n \leq \text{int}(N_2 / 2) \end{cases}$$

Вывести график воздействия $x(n)$ и два графика реакции $y_1(n)$ с длиной, равной длине свертки L , и длиной, ограниченной до длины воздействия. Записать формулу свертки.

Пояснить:

- чему равна длина импульса;
- чему равна длина свертки аналитически и по графику;
- почему ее ограничивают до длины воздействия.



Формула свертки имеет вид:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(n-m)x(m) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)x(n-m)$$

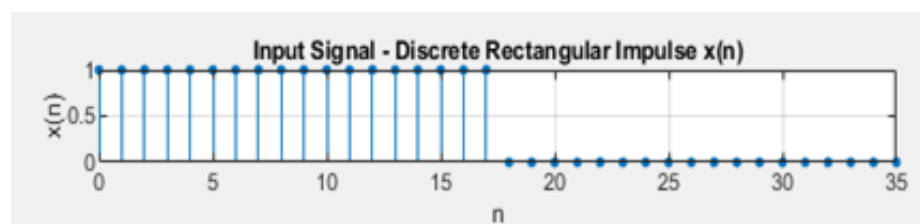
Длина импульса N2 равна 36;

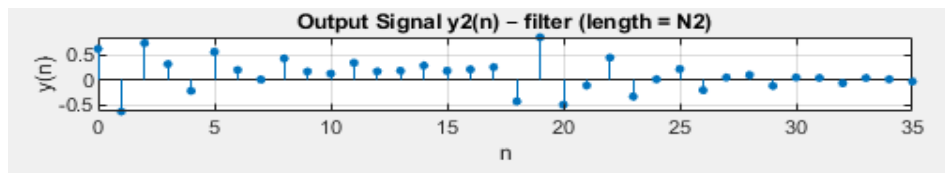
Длина свертки аналитически $L = N1 + N2 - 1 = 26 + 36 - 1 = 61$, по графику $L = 36$;

Свертку ограничивают до длины воздействия, так как за пределами длины воздействия свертка равна нулю.

4. Вычисление реакции $y_2(n)$ (идентификатор y_2) по разностному уравнению. Задать воздействие $x(n)$. Вывести графики воздействия и реакции. Сравнить графики реакций $y_1(n)$ и $y_2(n)$. Записать РУ рекурсивного звена 2-го порядка с заданными коэффициентами.

Пояснить, чему равны длины воздействия и реакции.





Разностное уравнение рекурсивного звена 2-го порядка с заданными коэффициентами:

$$y(n) = 0,62x(n) - 0,6752x(n-1) + 0,62x(n-2) - 0,9278y(n-1) - 0,676y(n-2).$$

Графики реакций $y_1(n)$ и $y_2(n)$ идентичны. Длины воздействия и реакции принимают значения, равные 36.

5. Вычисление параметров передаточной функции в виде произведения простейших множителей. Вычислить нули, полюсы и коэффициент усиления (идентификаторы q , p и K) передаточной функции. Записать нули и полюсы в алгебраической и показательной формах и пояснить связь между ними. Выразить значение аргумента полюса и нуля относительно π , например, значению $\varphi = 1,7654$ будет соответствовать:

$$\varphi = 1,7654 \approx 0,562\pi.$$

Представить передаточную функцию в виде произведения простейших множителей с нулями и полюсами в показательной форме.

Нули в алгебраической форме:

$$q = 0.5445 \pm 0.8388i$$

Полюсы в алгебраической форме:

$$p = -0.4639 \pm 0.6788i$$

Коэффициент усиления:

$$K = 0.6200$$

Нули в показательной форме:

$$r_q = \begin{matrix} 1.0000 \\ 1.0000 \end{matrix}$$

$$w_q = \begin{matrix} 0.9950 \\ -0.9950 \end{matrix}$$

Полюсы в показательной форме:

$$r_p = \begin{matrix} 0.8222 \\ 0.8222 \end{matrix}$$

$$w_p = \begin{matrix} 2.1703 \\ -2.1703 \end{matrix}$$

Связь: в общем случае нули и полюса – попарно сопряженные комплексные числа.

Значения аргумента полюса и нуля относительно π :

$$\text{Аргументы нулей } \varphi = \pm 0.3167\pi$$

$$\text{Аргументы полюсов } \varphi = \pm 0.6908\pi$$

Передаточная функция в виде произведения простейших множителей:

$$H(z) = \frac{0.62 * (1 - e^{0.955i} * Z^{-1}) * (1 - e^{-0.955i} * Z^{-1})}{(1 - 0.8222e^{2.1703i} * Z^{-1}) * (1 - 0.8222e^{-2.1703i} * Z^{-1})}$$

6. Вычисление параметров передаточной функции в виде произведения множителей второго порядка. Вычислить коэффициент усиления (идентификатор G) и матрицу коэффициентов (идентификатор s) передаточной функции. Представить передаточную функцию в виде произведения множителей второго порядка.

Матрица коэффициентов передаточной функции:

$$s = (1.0000, -1.0890, 1.0000, 1.0000, 0.9278, 0.6760)$$

$$\text{Коэффициент усиления: } G = 0.6200$$

Передаточная функция в виде произведения множителей второго порядка:

$$H(z) = 0.62 * \frac{1 - 1.089z^{-1} + z^{-2}}{1 + 0.9278z^{-1} + 0.676z^{-2}}$$

7. Вычисление параметров передаточной функции в виде суммы простых дробей. Вычислить полюсы, коэффициенты разложения и целую часть (идентификаторы p, r и c) передаточной функции. Записать полюсы и коэффициенты разложения в алгебраической и показательной формах. Выразить значения аргумента полюса и коэффициента разложения относительно π . Представить передаточную функцию в виде суммы простых дробей с полюсами и коэффициентами разложения в показательной форме.

Коэффициенты разложения и полюсы в алгебраической форме:

$$r1 = -0.1486 + 1.0226i$$

$$r2 = -0.1486 - 1.0226i$$

$$p1 = -0.4639 + 0.6788i$$

$$p2 = -0.4639 - 0.6788i$$

Целая часть:

$$c = 0.9172$$

Коэффициенты разложения в показательной форме:

$$rr1 = 1.0333 \quad wr1 = 1.7151$$

$$rr2 = 1.0333 \quad wr2 = -1.7151$$

Полюсы в показательной форме:

$$rp1 = 0.8222 \quad wp1 = 2.1703$$

$$rp2 = 0.8222 \quad wp2 = -2.1703$$

Аргументы полюсов относительно π :

$$\varphi = \pm 0.2161\pi$$

Аргументы коэффициентов разложения относительно π :

$$\varphi = \pm 0.5459\pi$$

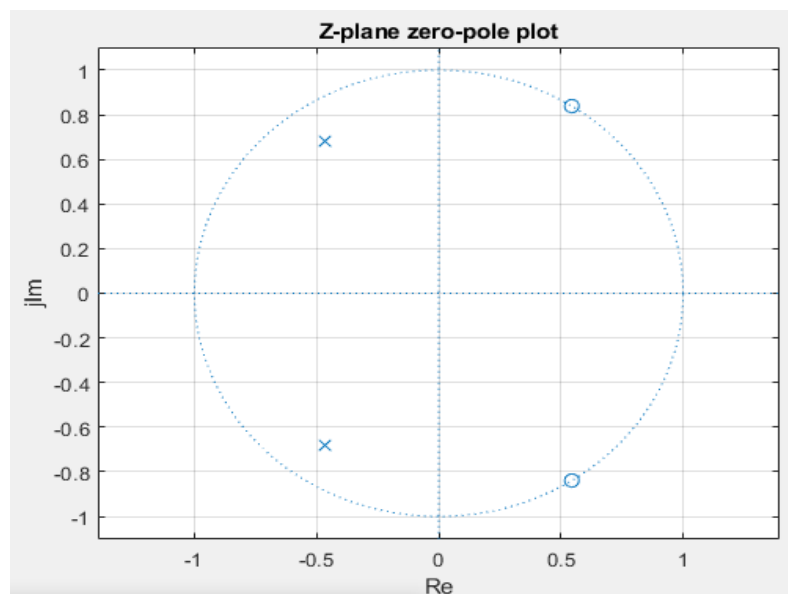
Передаточная функция в виде суммы простых дробей:

$$H(z) = \frac{1.0333e^{1.715i}}{1 - 0.8222e^{2.1703} * z^{-1}} + \frac{1.0333e^{-1.715i}}{1 - 0.8222e^{-2.1703} * z^{-1}} + 0.9172$$

8. Вывод карты нулей и полюсов. Изобразить карту нулей и полюсов.

Пояснить:

- является ли рекурсивное звено устойчивым;
- совпадают ли значения нулей и полюсов с вычисленными в п. 5.



- Полюсы устойчивой ЛДС на карте нулей и полюсов располагаются внутри единичного круга. В нашем случае полюсы располагаются внутри единичного круга, поэтому можно сделать вывод, что цепь устойчива.

- Сопоставив значения нулей и полюсов в показательной форме, полученные в п. 5, и карту нулей и полюсов, мы увидим, что эти значения совпадают.

9. Вычисление АЧХ и ФЧХ в шкале нормированных частот.
Вычислить АЧХ и ФЧХ (идентификаторы MAG_w и PHASE_w) в шкале нормированных частот $\hat{\omega}$ (идентификатор w) и вывести их графики.

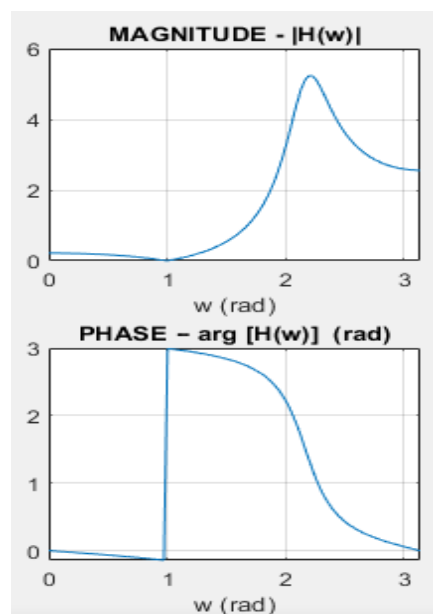
Сравнить значения полученной АЧХ на границах основной полосы со значениями, вычисленными аналитически по формулам:

$$A(0) = |H(z)|_{z=e^{j0}=1} = \left| \frac{b_0 + b_1 + b_2}{1 + a_1 + a_2} \right|;$$

$$A(\pi) = |H(z)|_{z=e^{j\pi}=-1} = \left| \frac{b_0 - b_1 + b_2}{1 - a_1 + a_2} \right|.$$

Пояснить:

- чему равны границы основной полосы частот;
- соответствие между картой нулей и полюсов и видом АЧХ;
- какому значению АЧХ соответствует скачок на π , если он имеется;
- какие частотные составляющие воздействия, низкие или высокие, оказались преимущественно подавленными в реакции.



$$A(0) = |H(z)|_{z=e^{j0}=1} = \left| \frac{b_0 + b_1 + b_2}{1 + a_1 + a_2} \right| = 0.217$$

$$A(\pi) = |H(z)|_{z=e^{j\pi}=-1} = \left| \frac{b_0 - b_1 + b_2}{1 - a_1 + a_2} \right| = 2.56$$

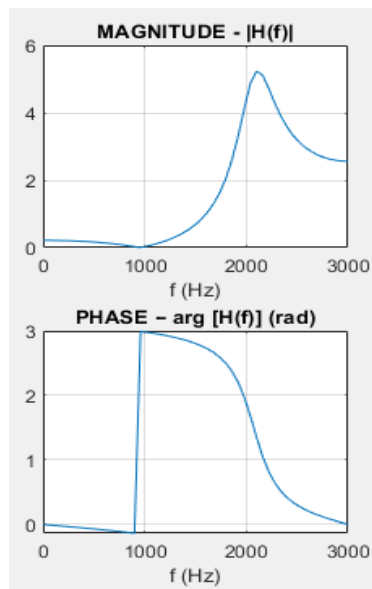
Значения, полученные аналитически по формулам выше, совпадают со значениями на графиках.

- Границы основной полосы частот – от 0 до π .
- Карта нулей и полюсов позволяет по расположению нулей и полюсов сделать вывод о качественном характере АЧХ.
- В точке нуля АЧХ наблюдается скачок ФЧХ на π .
- Высокие составляющие воздействия оказались преимущественно подавленными в реакции.

10. Вычисление АЧХ и ФЧХ в шкале абсолютных частот. Вычислить АЧХ и ФЧХ (идентификаторы MAG и PHASE) в шкале частот f (Гц) (идентификатор f) при заданной частоте дискретизации f_d и вывести их графики.

Пояснить:

- чему равны границы основной полосы частот;
- соответствие частотами $\hat{\omega}$ и f .



- Границы основной полосы частот – от 0 до 3000 Гц.
- Частоты соотносятся по формуле: $\hat{\omega} = 2\pi * \frac{f}{f_d}$

11. Описание структуры рекурсивного звена. Описать четыре разновидности структур рекурсивного звена 2-го порядка в виде объектов dfilt с именами Hd1—Hd4.

Пояснить:

- что отображает структура и чем определяется ее вид;
- свойства каждого из объектов dfilt.

Прямая структура:

Hd1=

FilterStructure: 'Direct-Form I'

Arithmetic: 'double'

Numerator: [0.62 -0.67518 0.62]

Denominator: [1 0.9278 0.676]

PersistentMemory: false

Прямая каноническая:

Hd2=

FilterStructure: 'Direct-Form II'

Arithmetic: 'double'

Numerator: [0.62 -0.67518 0.62]

Denominator: [1 0.9278 0.676]

PersistentMemory: false

Прямая транспонированная:

Hd3=

FilterStructure: 'Direct-Form I Transposed'

Arithmetic: 'double'

Numerator: [0.62 -0.67518 0.62]

Denominator: [1 0.9278 0.676]

PersistentMemory: false

Прямая каноническая транспонированная:

Hd4=

FilterStructure: 'Direct-Form II Transposed'

Arithmetic: 'double'

Numerator: [0.62 -0.67518 0.62]

Denominator: [1 0.9278 0.676]

PersistentMemory: false

- Структура (структурная схема) ЛДС отображает алгоритм вычисления реакции по РУ и определяется видом передаточной функции.
- Свойства объекта dfilt с именем Hd для рекурсивных звеньев 2-го порядка включают в себя:

FilterStructure – структура звена;

Arithmetic – форма представления данных;

Numerator – коэффициенты числителя передаточной функции;

Denominator – коэффициенты знаменателя передаточной функции;

PersistentMemory – начальные условия при вычислении реакции (значение false соответствует ННУ).

12. Анализ влияния нулей и полюсов на вид АЧХ.

В отдельных полях одного графического окна вывести карты нулей и полюсов и соответствующие нормированные АЧХ (идентификатор MAGN) в шкале нормированных частот ω для различных вариантов коэффициентов 19 передаточной функции, представленных в табл. 8.3, которые вычисляются автоматически. Для одновременного вычисления нормированных АЧХ при четырех вариантах коэффициентов, коэффициенты числителей и знаменателей представить в виде матриц размером 4×3 .

Пояснить соответствие между картой нулей и полюсов и видом АЧХ.

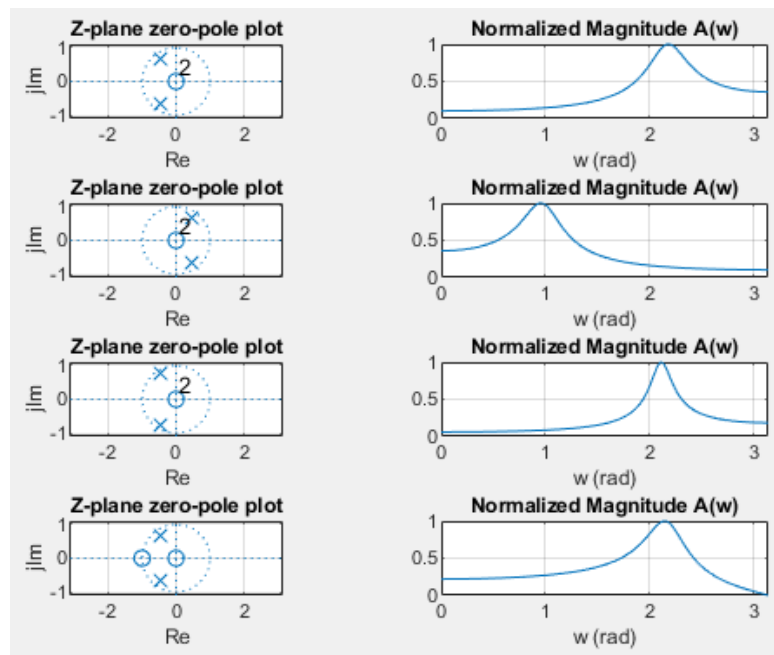


Таблица. Варианты коэффициентов

Вариант	Векторы коэффициентов передаточной функции	
	числителя	знаменателя
1	[1 0 0]	[1 0.9278 0.676]
2	[1 0 0]	[1 -0.9278 0.676]
3	[1 0 0]	[1 -0.9278 1.292]
4	[1 1 0]	[1 0.9278 0.676]

Если вещественная составляющая полюсов больше нуля, то преимущественно подавляются высокие частотные составляющие воздействия.

Если вещественная составляющая полюсов меньше нуля, то преимущественно подавляются низкие частотные составляющие воздействия.

Чем ближе расположены полюса к единичной окружности, тем уже будет пик АЧХ.

Если хотя бы один из нулей лежит на единичной окружности (является вещественным), то АЧХ в одной из точек будет принимать значение равное 0.