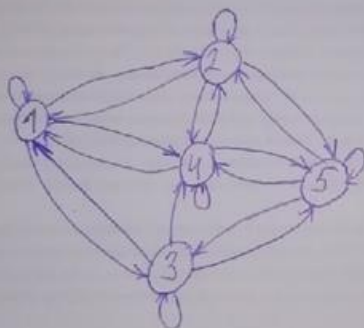


Вариант 15.

$$P = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

1)  $P(n) = P^n \Rightarrow P(2) = P^2$

$$P^2 = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}^2 = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 31 & 19 & 2 & 33 & 15 \\ 21 & 24 & 8 & 38 & 9 \\ 18 & 21 & 12 & 37 & 12 \\ 20 & 23 & 11 & 36 & 10 \\ 29 & 12 & 8 & 34 & 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,31 & 0,19 & 0,02 & 0,33 & 0,15 \\ 0,21 & 0,24 & 0,08 & 0,38 & 0,09 \\ 0,18 & 0,21 & 0,12 & 0,37 & 0,12 \\ 0,2 & 0,23 & 0,11 & 0,36 & 0,1 \\ 0,29 & 0,12 & 0,08 & 0,34 & 0,17 \end{pmatrix}$$



2) Из любого состояния можно попасть в любое за конечное число шагов. Поэтому все состояния образуют один класс сообщающихся состояний:  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

3) Так как все состояния сообщающиеся, то невозвратных состояний нет.

4) Периоды всех состояний равны 1, поскольку вероятности перехода из состояния в себя не равны 0. Цепь апериодическая

$$P_{ii}^1 > 0$$

5) Найдём фиксированные вероятности  $\pi$  из уравнения:

$$\pi P = \pi$$

$$\begin{cases} 0,1\pi_1 + 0,4\pi_2 + 0,3\pi_3 + 0,3\pi_4 = \pi_1 \\ 0,3\pi_1 + 0,2\pi_2 + 0,2\pi_4 + 0,2\pi_5 = \pi_2 \\ 0,1\pi_1 + 0,1\pi_3 + 0,4\pi_5 = \pi_3 \\ 0,5\pi_1 + 0,3\pi_2 + 0,4\pi_3 + 0,3\pi_4 + 0,3\pi_5 = \pi_4 \\ 0,1\pi_2 + 0,2\pi_3 + 0,2\pi_4 + 0,1\pi_5 = \pi_5 \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 = 1 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} -0,9 & 0,4 & 0,3 & 0,3 & 0 & 0 \\ 0,3 & -0,8 & 0 & 0,2 & 0,2 & 0 \\ 0,1 & 0 & -0,9 & 0 & 0,4 & 0 \\ 0,5 & 0,3 & 0,4 & -0,7 & 0,3 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0,2 & 0,2 & -0,9 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow$$

$$\pi_1 = \frac{1321}{5565} = 0,23737646$$

$$\pi_2 = \frac{471}{3710} = 0,207816712$$

$$\pi_3 = \frac{443}{5565} = 0,0796046721$$

$$\pi_4 = \frac{1978}{5565} = 0,355435759$$

$$\pi_5 = \frac{1333}{11130} = 0,119766397$$

## Задание 6 и 7:

### 1. 10 шагов

#### Таблица частот

	Filter				
	▲ V1 ▾	▲ V2 ▾	▲ V3 ▾	▲ V4 ▾	▲ V5 ▾
1	0.5	0.1	0.1	0.2	0.1
2	0.2	0.4	0.1	0.1	0.2
3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.0
4	0.2	0.1	0.0	0.7	0.0
5	0.3	0.2	0.0	0.3	0.2

#### Начальное состояние 1:

	▲ V1 ▾	▲ V2 ▾	▲ V3 ▾	▲ V4 ▾	▲ V5 ▾
1	1.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
2	0.1000000	0.3000000	0.1000000	0.5000000	0.0000000
3	0.3100000	0.1900000	0.0200000	0.3300000	0.1500000
4	0.2120000	0.2270000	0.0930000	0.3640000	0.1040000
5	0.2491000	0.2026000	0.0721000	0.3517000	0.1245000
6	0.2330900	0.2104900	0.0819200	0.3570300	0.1174700
7	0.2391900	0.2069250	0.0784890	0.3548100	0.1205860
8	0.2366787	0.2082212	0.0800023	0.3556869	0.1194109
9	0.2376631	0.2076674	0.0794324	0.3553360	0.1199011
10	0.2372638	0.2078798	0.0796699	0.3554759	0.1197105

#### Начальное состояние 2:

	▲ V1 ▾	▲ V2 ▾	▲ V3 ▾	▲ V4 ▾	▲ V5 ▾
1	0.0000000	1.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
2	0.4000000	0.2000000	0.0000000	0.3000000	0.1000000
3	0.2100000	0.2400000	0.0800000	0.3800000	0.0900000
4	0.2550000	0.2050000	0.0650000	0.3500000	0.1250000
5	0.2320000	0.2125000	0.0820000	0.3575000	0.1160000
6	0.2400500	0.2068000	0.0778000	0.3546000	0.1207500
7	0.2364450	0.2084450	0.0800850	0.3557900	0.1192350
8	0.2377850	0.2076275	0.0793470	0.3552975	0.1199430
9	0.2372229	0.2079091	0.0796904	0.3554917	0.1196860
10	0.2374406	0.2077842	0.0795657	0.3554136	0.1197959

### Начальное состояние 3:

▲	V1	V2	V3	V4	V5
1	0.0000000	0.0000000	1.00000000	0.0000000	0.0000000
2	0.3000000	0.0000000	0.1000000	0.4000000	0.2000000
3	0.1800000	0.2100000	0.1200000	0.3700000	0.1200000
4	0.2490000	0.1940000	0.0780000	0.3480000	0.1310000
5	0.2303000	0.2093000	0.0851000	0.3576000	0.1177000
6	0.2395600	0.2060100	0.07862000	0.3545700	0.1212400
7	0.2363170	0.2082320	0.08031400	0.3557740	0.1193630
8	0.2377509	0.2075689	0.07940830	0.3552948	0.1199771
9	0.2372136	0.2078934	0.07970676	0.3554910	0.1196952
10	0.2374381	0.2077800	0.07957012	0.3554134	0.1197984

### Начальное состояние 4:

▲	V1	V2	V3	V4	V5
1	0.0000000	0.0000000	0.00000000	1.0000000	0.0000000
2	0.3000000	0.2000000	0.00000000	0.3000000	0.2000000
3	0.2000000	0.2300000	0.1100000	0.3600000	0.1000000
4	0.2530000	0.1980000	0.0710000	0.3510000	0.1270000
5	0.2311000	0.2111000	0.08320000	0.3577000	0.1169000
6	0.2398200	0.2064700	0.07819000	0.3545400	0.1209800
7	0.2363890	0.2083440	0.08019300	0.3557830	0.1192910
8	0.2377693	0.2076003	0.07937460	0.3552971	0.1199587
9	0.2372186	0.2079020	0.07969787	0.3554913	0.1196902
10	0.2374394	0.2077823	0.07956774	0.3554135	0.1197971

### Начальное состояние 5:

▲	V1	V2	V3	V4	V5
1	0.0000000	0.0000000	0.00000000	0.0000000	1.0000000
2	0.0000000	0.2000000	0.40000000	0.3000000	0.1000000
3	0.2900000	0.1200000	0.08000000	0.3400000	0.1700000
4	0.2030000	0.2130000	0.10500000	0.3660000	0.1130000
5	0.2468000	0.1993000	0.07600000	0.3511000	0.1268000
6	0.2325300	0.2094800	0.08300000	0.3569600	0.1180300
7	0.2390330	0.2066530	0.07876500	0.3548060	0.1207430
8	0.2366358	0.2081503	0.08007700	0.3556831	0.1194538
9	0.2376517	0.2076482	0.07945280	0.3553349	0.1199124
10	0.2372607	0.2078746	0.07967543	0.3554756	0.1197136

## 2. 50 шагов

Таблица частот:

▲	V1	V2	V3	V4	V5
1	0.28	0.22	0.08	0.32	0.10
2	0.26	0.26	0.00	0.34	0.14
3	0.14	0.26	0.12	0.28	0.20
4	0.24	0.10	0.10	0.42	0.14
5	0.22	0.22	0.02	0.38	0.16

Начальное состояние 1:

▲	V1	V2	V3	V4	V5
1	1.0000000	0.0000000	0.00000000	0.0000000	0.0000000
2	0.1000000	0.3000000	0.10000000	0.5000000	0.0000000
3	0.3100000	0.1900000	0.02000000	0.3300000	0.1500000
4	0.2120000	0.2270000	0.09300000	0.3640000	0.1040000
5	0.2491000	0.2026000	0.07210000	0.3517000	0.1245000
6	0.2330900	0.2104900	0.08192000	0.3570300	0.1174700
7	0.2391900	0.2069250	0.07848900	0.3548100	0.1205860
8	0.2366787	0.2082212	0.08000230	0.3556869	0.1194109
9	0.2376631	0.2076674	0.07943246	0.3553360	0.1199011
10	0.2372638	0.2078798	0.07966998	0.3554759	0.1197105
11	0.2374221	0.2077924	0.07957759	0.3554198	0.1197882
12	0.2373584	0.2078267	0.07961525	0.3554422	0.1197575
13	0.2373837	0.2078128	0.07960037	0.3554332	0.1197699
14	0.2373736	0.2078183	0.07960637	0.3554368	0.1197650
15	0.2373776	0.2078161	0.07960399	0.3554353	0.1197670
16	0.2373760	0.2078170	0.07960494	0.3554359	0.1197662
17	0.2373766	0.2078166	0.07960456	0.3554357	0.1197665
18	0.2373764	0.2078168	0.07960472	0.3554358	0.1197664
19	0.2373765	0.2078167	0.07960465	0.3554357	0.1197664
20	0.2373764	0.2078167	0.07960468	0.3554358	0.1197664
21	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664
22	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664
23	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664

## Начальное состояние 2:

	V1	V2	V3	V4	V5
1	0.0000000	1.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
2	0.4000000	0.2000000	0.0000000	0.3000000	0.1000000
3	0.2100000	0.2400000	0.0800000	0.3800000	0.0900000
4	0.2550000	0.2050000	0.0650000	0.3500000	0.1250000
5	0.2320000	0.2125000	0.0820000	0.3575000	0.1160000
6	0.2400500	0.2068000	0.0778000	0.3546000	0.1207500
7	0.2364450	0.2084450	0.08008500	0.3557900	0.1192350
8	0.2377850	0.2076275	0.07934700	0.3552975	0.1199430
9	0.2372229	0.2079091	0.07969040	0.3554917	0.1196860
10	0.2374406	0.2077842	0.07956571	0.3554136	0.1197959
11	0.2373515	0.2078309	0.07961900	0.3554447	0.1197539
12	0.2373866	0.2078114	0.07959860	0.3554322	0.1197712
13	0.2373724	0.2078189	0.07960701	0.3554372	0.1197644
14	0.2373781	0.2078158	0.07960371	0.3554352	0.1197672
15	0.2373758	0.2078171	0.07960505	0.3554360	0.1197661
16	0.2373767	0.2078166	0.07960452	0.3554357	0.1197665
17	0.2373764	0.2078168	0.07960473	0.3554358	0.1197663
18	0.2373765	0.2078167	0.07960465	0.3554357	0.1197664
19	0.2373764	0.2078167	0.07960468	0.3554358	0.1197664
20	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664
21	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664

## Начальное состояние 3:

	V1	V2	V3	V4	V5
1	0.0000000	0.0000000	1.0000000	0.0000000	0.0000000
2	0.3000000	0.0000000	0.1000000	0.4000000	0.2000000
3	0.1800000	0.2100000	0.1200000	0.3700000	0.1200000
4	0.2490000	0.1940000	0.0780000	0.3480000	0.1310000
5	0.2303000	0.2093000	0.0851000	0.3576000	0.1177000
6	0.2395600	0.2060100	0.07862000	0.3545700	0.1212400
7	0.2363170	0.2082320	0.08031400	0.3557740	0.1193630
8	0.2377509	0.2075689	0.07940830	0.3552948	0.1199771
9	0.2372136	0.2078934	0.07970676	0.3554910	0.1196952
10	0.2374381	0.2077800	0.07957012	0.3554134	0.1197984
11	0.2373509	0.2078298	0.07962019	0.3554446	0.1197545
12	0.2373864	0.2078110	0.07959892	0.3554322	0.1197714
13	0.2373724	0.2078189	0.07960709	0.3554372	0.1197645
14	0.2373781	0.2078158	0.07960374	0.3554352	0.1197672
15	0.2373758	0.2078171	0.07960506	0.3554360	0.1197661
16	0.2373767	0.2078166	0.07960452	0.3554357	0.1197665
17	0.2373764	0.2078168	0.07960473	0.3554358	0.1197663
18	0.2373765	0.2078167	0.07960465	0.3554357	0.1197664
19	0.2373764	0.2078167	0.07960468	0.3554358	0.1197664
20	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664
21	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664
22	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664



## Начальное состояние 4:

	V1	V2	V3	V4	V5
1	0.0000000	0.0000000	0.0000000	1.0000000	0.0000000
2	0.3000000	0.2000000	0.0000000	0.3000000	0.2000000
3	0.2000000	0.2300000	0.1100000	0.3600000	0.1000000
4	0.2530000	0.1980000	0.0710000	0.3510000	0.1270000
5	0.2311000	0.2111000	0.0832000	0.3577000	0.1169000
6	0.2398200	0.2064700	0.07819000	0.3545400	0.1209800
7	0.2363890	0.2083440	0.08019300	0.3557830	0.1192910
8	0.2377693	0.2076003	0.07937460	0.3552971	0.1199587
9	0.2372186	0.2079020	0.07969787	0.3554913	0.1196902
10	0.2374394	0.2077823	0.07956774	0.3554135	0.1197971
11	0.2373512	0.2078304	0.07961954	0.3554447	0.1197542
12	0.2373865	0.2078112	0.07959875	0.3554322	0.1197713
13	0.2373724	0.2078189	0.07960705	0.3554372	0.1197644
14	0.2373781	0.2078158	0.07960372	0.3554352	0.1197672
15	0.2373758	0.2078171	0.07960505	0.3554360	0.1197661
16	0.2373767	0.2078166	0.07960452	0.3554357	0.1197665
17	0.2373764	0.2078168	0.07960473	0.3554358	0.1197663
18	0.2373765	0.2078167	0.07960465	0.3554357	0.1197664
19	0.2373764	0.2078167	0.07960468	0.3554358	0.1197664
20	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664
21	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664
22	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664

## Начальное состояние 5:

	V1	V2	V3	V4	V5
1	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	1.0000000
2	0.0000000	0.2000000	0.4000000	0.3000000	0.1000000
3	0.2900000	0.1200000	0.0800000	0.3400000	0.1700000
4	0.2030000	0.2130000	0.1050000	0.3660000	0.1130000
5	0.2468000	0.1993000	0.0760000	0.3511000	0.1268000
6	0.2325300	0.2094800	0.0830000	0.3569600	0.1180300
7	0.2390330	0.2066530	0.07876500	0.3548060	0.1207430
8	0.2366358	0.2081503	0.08007700	0.3556831	0.1194538
9	0.2376517	0.2076482	0.07945280	0.3553349	0.1199124
10	0.2372607	0.2078746	0.07967543	0.3554756	0.1197136
11	0.2374212	0.2077910	0.07957905	0.3554197	0.1197890
12	0.2373581	0.2078263	0.07961564	0.3554422	0.1197578
13	0.2373837	0.2078127	0.07960048	0.3554332	0.1197700
14	0.2373735	0.2078183	0.07960640	0.3554368	0.1197650
15	0.2373776	0.2078161	0.07960399	0.3554353	0.1197670
16	0.2373760	0.2078170	0.07960495	0.3554359	0.1197662
17	0.2373766	0.2078166	0.07960456	0.3554357	0.1197665
18	0.2373764	0.2078168	0.07960472	0.3554358	0.1197664
19	0.2373765	0.2078167	0.07960465	0.3554357	0.1197664
20	0.2373764	0.2078167	0.07960468	0.3554358	0.1197664
21	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664
22	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664
23	0.2373765	0.2078167	0.07960467	0.3554358	0.1197664

### 3. 100 шагов

Таблица частот:

	V1	V2	V3	V4	V5
1	0.26	0.23	0.06	0.33	0.12
2	0.19	0.20	0.10	0.35	0.16
3	0.26	0.18	0.04	0.41	0.11
4	0.25	0.20	0.07	0.38	0.10
5	0.19	0.23	0.05	0.36	0.17

### 4. 1000 шагов

Таблица частот:

	V1	V2	V3	V4	V5
1	0.247	0.210	0.068	0.351	0.124
2	0.242	0.243	0.074	0.319	0.122
3	0.230	0.194	0.071	0.371	0.134
4	0.235	0.225	0.072	0.338	0.130
5	0.240	0.187	0.099	0.358	0.116

Таблицы для каждого начального состояния для 100 и 1000 шагов будут аналогичны таблицам для 50 шагов, потому что финальные вектора вероятностей стабилизируются на 21 шаге для начального состояния: 1,5 и на 20 шаге для начальных состояний: 2,3,4

### 5. 100000 шагов

Таблица частот:

	V1	V2	V3	V4	V5
1	0.23761	0.20759	0.08017	0.35436	0.12027
2	0.23768	0.20939	0.07793	0.35560	0.11940
3	0.23616	0.20807	0.07851	0.35520	0.12206
4	0.23912	0.20863	0.07902	0.35372	0.11951
5	0.23914	0.20733	0.07863	0.35507	0.11983

Отсюда можно сделать такой вывод, что при увеличении длины цепи процент времени в каждом состоянии становится близким к финальным вероятностям.