Теорема Маркова о финальных вероятностях

Некоторые смежные области

Закон больших чисел
Слабая зависимость

Испытания, связанные в цепь
Матрицы переходов
Уравнения Чепмена-Колмогорова
Однородные цепи
Инвариантные распределения
Итерации
Спектр матрицы

Повторение

Однородные цепи определяются условием $Q_{s+u}^{t+u} = Q_s^t$

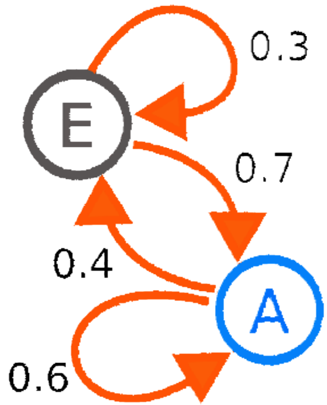
и, следовательно, $Q_s^t = Q_0^{t-s}$. При этом в записи Q_0^{t-s}

нижний индекс, как правило, не пишут (хотя и подразумевают), а уравнения Чепмена−Колмогорова записывают в форме $Q^s Q^t = Q^{s+t}$, где $s \ge 0, t \ge 0$, и используют для изучения процесса свойства возникающей полугруппы операторов.

Существенную роль играют **инвариантные распределения** π, для которых $\pi Q^t = \pi,\ t \ge 0,$

Все испытания *однородной* цепи имеют одинаковое число атомов (может быть, бесконечное), и все матрицы перехода – квадратные.

Элементы матрицы перехода однородной цепи иногда удобно связать с графом, вершины которого – состояния цепи.



Динамика одномерных распределений однородной цепи определяется итерациями $\pi_{k+1} = \pi_1 Q^k$

Формулировка теоремы Маркова

Пусть все элементы переходной матрицы однородной цепи с *конечным числом* состояний N положительны:

$$\min\ q_{i,j} = c > 0, \qquad 1 \le i, j \le N$$

Тогда

1. Существуют пределы $B = \lim Q^k, \qquad k \to \infty$

2. Предельная матрица B подчиняется уравнениям

$$Q\ B = B = B\ Q, \qquad B = B^2$$

3. Уравнение для строчек $$bQ = b$$

имеет единственное нормированное решение b,

все строчки предельной матрицы B совпадают с b.

4.

Распределения $\pi_{k+1} = \pi_1 Q^k$ имеют предел – распределение π

которое автоматически будет стационарным и может быть найдено как решение знакомого уравнения

$$\pi Q = \pi$$

Допуская вольность речи, говорят, что стечением временем стирается зависимость и устанавливается стационарный режим