

**Министерство образования и науки Российской Федерации
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. Н.Э. БАУМАНА
кафедра «Прикладная механика» (РК-5)**

**Домашнее задание №2
по дисциплине “Соппротивление материалов”**

Вариант 15

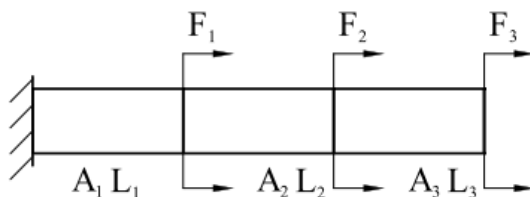
Выполнил:
Студент группы РК5-32Б
Приёмко К.С.

Проверил:
Преподаватель **Крупнин А.Е.**

Москва,
2018

Задача №1

Для заданной задачи построить эпюры нормальных усилий N , напряжений σ , перемещений W .



Геометрические размеры задачи и нагрузка:

Вариант	L1	A1	L2	A2	L3	A3
15	L	2A	L	A	2L	A

Вариант	F1	F2	F3
15	-3F	2F	2F

В первых 2 задачах 2 домашнего задания для построения эпюр буду использовать графический метод.

1. Определение R_0

$$\sum F_k = 0;$$

$$-R_0 - 3F + 2F + 2F = 0;$$

$$R_0 = F;$$

2. Определение N_i

Т к распределённых нагрузок нет, то эпюра нормальных сил будет состоять из отрезков параллельных оси, т е $N_i^H = N_i^K$. Используя правило построения эпюр нормальных сил (если внешняя сила направлена вправо, то нормальная сила на участке будет сжимающей, если налево, то нормальная сила растягивающая), имеем

$$N_1 = F;$$

$$N_2 = 4F;$$

$$N_3 = 2F;$$

3. Определение σ_i

По определению $\sigma_i = \frac{N_i}{A_i}$

$$\sigma_1 = \frac{F}{2A};$$

$$\sigma_2 = \frac{4F}{A};$$

$$\sigma_3 = \frac{2F}{A};$$

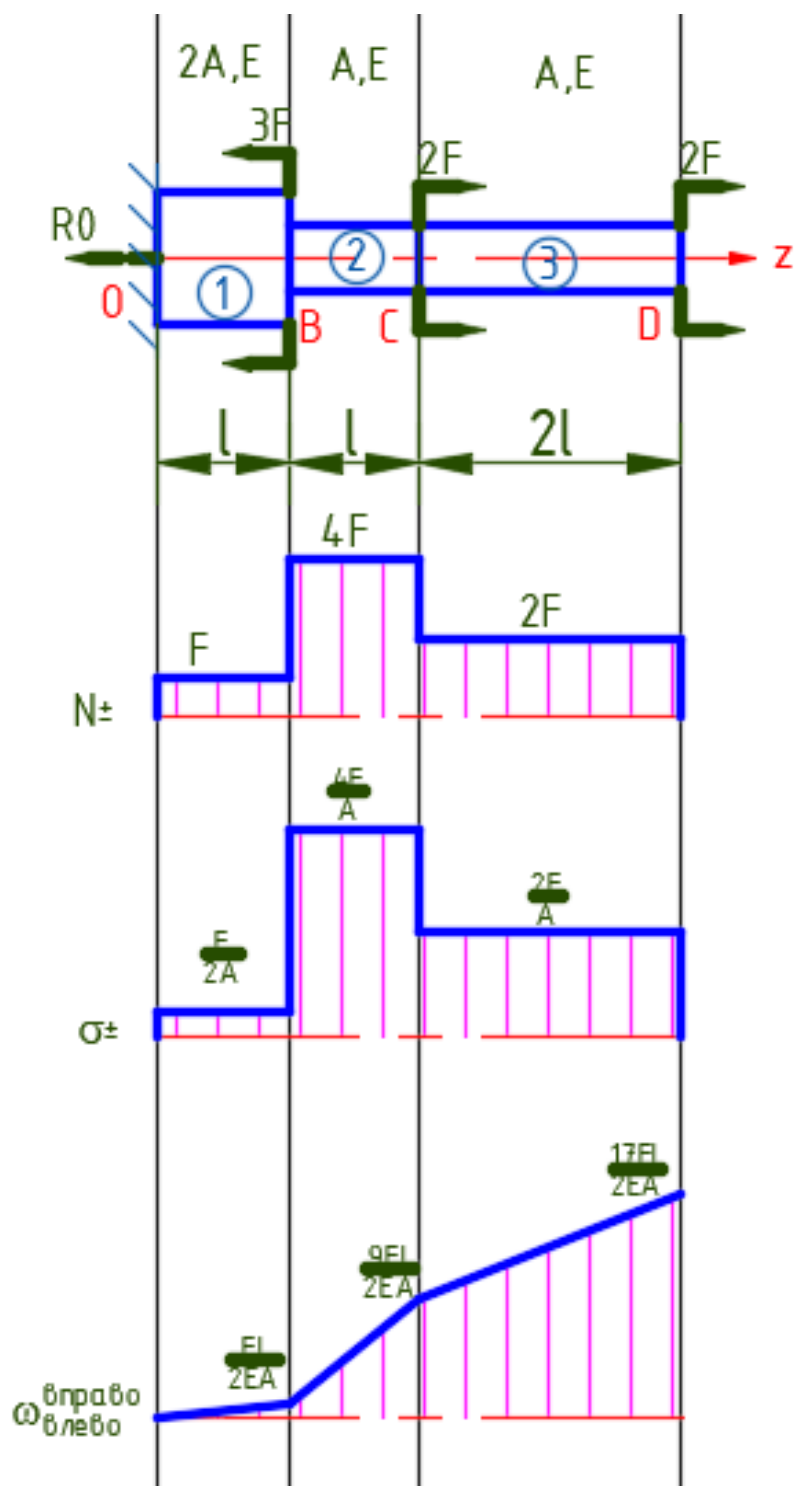
4. Определение ω_i

Воспользуемся формулой $\omega_i^k = \omega_i^h \pm \frac{S_i^q}{EA_i}$

$$\omega_B = \frac{Fl}{2EA}$$

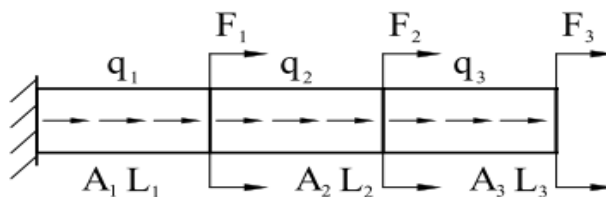
$$\omega_C = \frac{9Fl}{2EA}$$

$$\omega_D = \frac{17Fl}{2EA}$$



Задача №2

Для заданной задачи построить эпюры нормальных усилий N , напряжений σ , перемещений W .



Геометрические размеры задачи и нагрузка:

Вариант	L1	A1	L2	A2	L3	A3
15	L	A	2L	2A	L	A

Вариант	F1	F2	F3	q1	q2	q3
15	0	-qL	2qL	-2q	0	2q

1. Определение R_0

$$\sum F_k = 0;$$

$$-R_0 - ql - 2ql + 2ql + 2ql = 0;$$

$$R_0 = ql;$$

2. Определение N_i

$$N_i^{\kappa} = N_i^H + S_i^q$$

Используя правило построения эпюр нормальных сил (если внешняя сила/распределённая нагрузка направлена вправо, то нормальная сила на участке будет сжимающей, если налево, то нормальная сила растягивающая), имеем

$$N_1^{\kappa} = 3ql$$

$$N_2^{\kappa} = 3ql$$

$$N_3^{\kappa} = 4ql$$

$$N_3^{\kappa} = 2ql$$

3. Определение σ_i

По определению $\sigma_i = \frac{N_i}{A_i}$

$$\sigma_1^{\kappa} = \frac{ql}{A}$$

$$\sigma_1^{\kappa} = \frac{3ql}{A}$$

$$\sigma_2^{\kappa} = \frac{3ql}{2A}$$

$$\sigma_3^{\kappa} = \frac{4ql}{A}$$

$$\sigma_3^{\kappa} = \frac{2ql}{A}$$

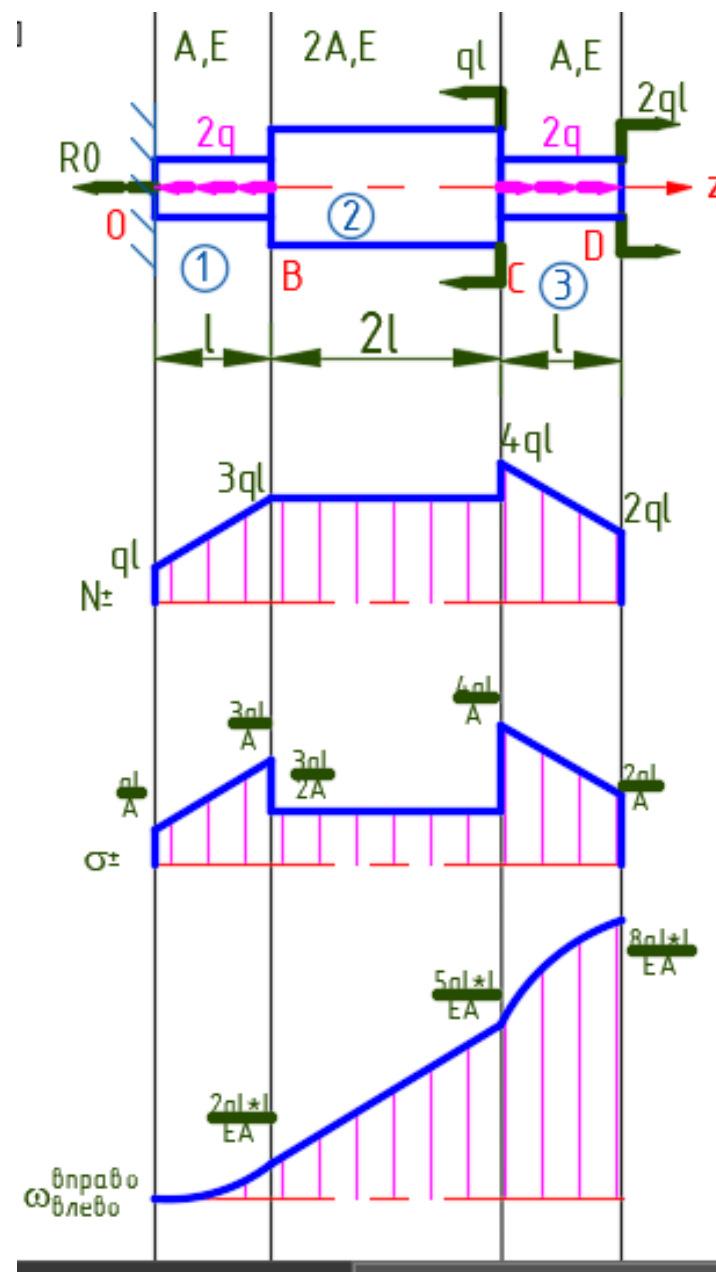
4. Определение ω_i

Воспользуемся формулой $\omega_i^{\kappa} = \omega_i^{\kappa} \pm \frac{S_i^q}{EA_i}$

$$\omega_B = \frac{2ql^2}{EA}$$

$$\omega_C = \frac{5ql^2}{EA}$$

$$\omega_D = \frac{8ql^2}{EA}$$

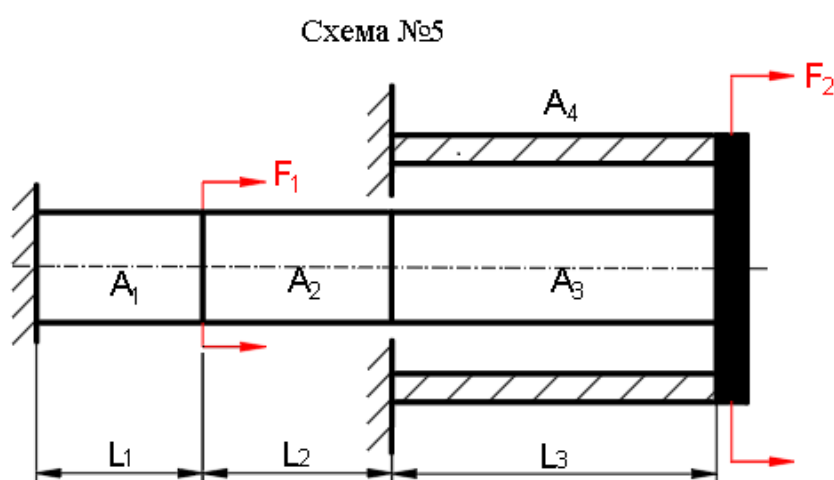


Задача №3

Для заданной в прилагаемом файле задачи требуется:

1. Построить эпюры нормальных усилий N , нормальных напряжений σ , перемещений W .
2. Определить коэффициент запаса по текучести.
3. Вычислить потенциальную энергию деформации, работу внешних сил.

При решении задачи считать известными свойства материала: σ_T , E .

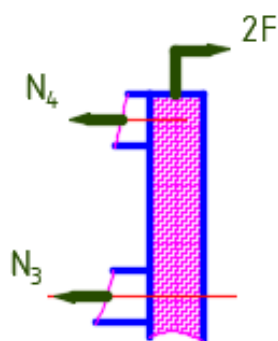
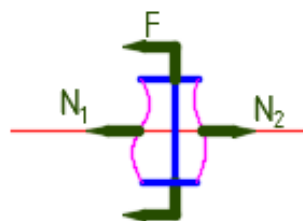
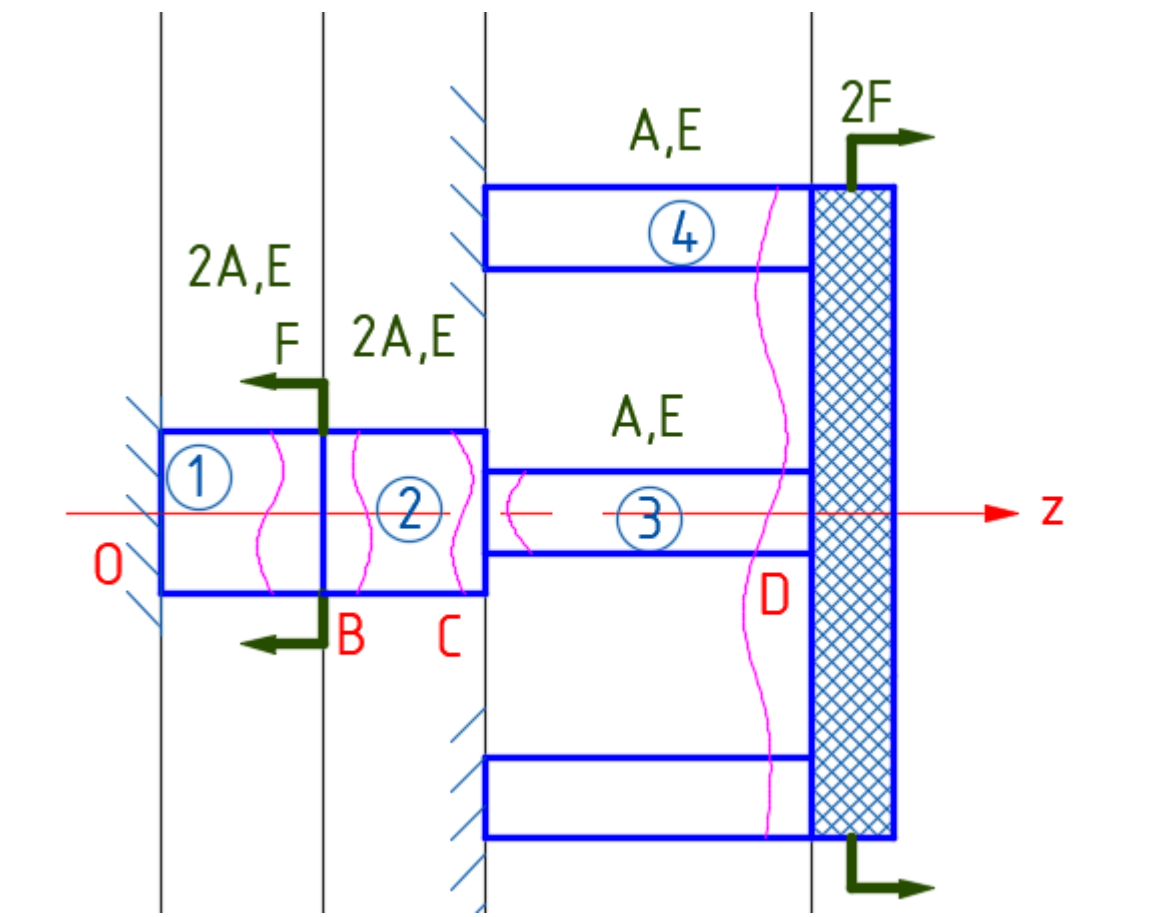


Геометрические размеры задачи:

Вариант	Схема №	L1	A1	L2	A2	L3	A3	A4
15	5	L	2A	L	2A	2L	A	A

Нагрузка:

Вариант	F1	F2	F3
15	-F	2F	-



$$\sum F_k = 0$$

$$-N_1 + N_2 = F \quad (1)$$

$$-N_2 + N_3 = 0 \quad (2)$$

$$-N_3 - N_4 = 2F \quad (3)$$

Уравнений состояния 3, неизвестных 4. Система статически неопределима. Необходимо составить одно уравнение совместности перемещений.

$$\Delta l_{1,2,3} = \Delta l_4 \quad (4)$$

$\Delta l_{1,2,3}$ – растяжение

Δl_4 – растяжение

$$\frac{2N_4 l}{EA} = -\frac{N_1 l}{2EA} + \frac{N_2 l}{2EA} + \frac{2N_3 l}{EA}$$

Решая полученную систему линейных уравнений, получаем, что

$$N_1 = -\frac{1}{8} F$$

$$N_2 = \frac{7}{8} F$$

$$N_3 = \frac{7}{8} F$$

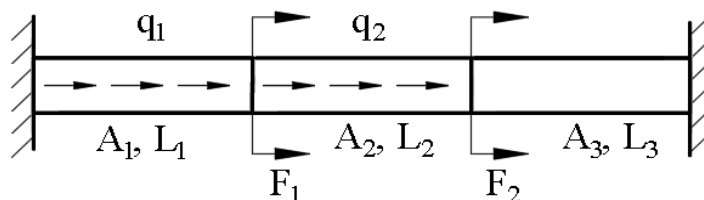
$$N_4 = \frac{9}{8} F$$

?(конечные значения эпюр перемещений не сходятся)?

Задача №4

Для заданной в прилагаемом файле задачи построить эпюры нормальных усилий N , напряжений σ , перемещений W с помощью интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих растяжение-сжатие прямых стержней.

Схема №1



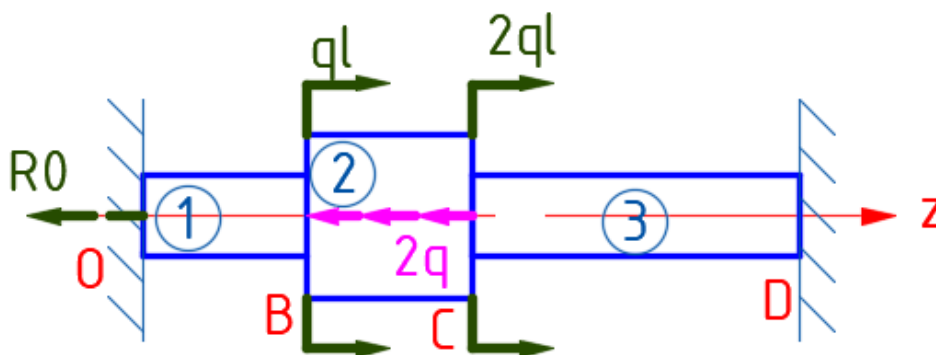
При решении принять обозначение: $\delta = qL^2/(EA)$;

Геометрические размеры задачи:

Вариант	Схема №	L1	A1	L2	A2	L3	A3	Зазор
15	1	L	A	L	2A	2L	A	-

Нагрузка:

Вариант	F1	F2	q1	q2
15	qL	$2qL$	0	$-2q$



```

ClearAll["Global`*"]
|очистить все

qn[z_] = r0 DiracDelta[z] - q1 DiracDelta[z - 1] - 2 q1 DiracDelta[z - 2] + 2 q1 HeavisideTheta[z - 1] - 2 q1 HeavisideTheta[z - 2]
|дельта- функция Дирака |дельта- функция Дирака |дельта- функция Дирака |тета- функция Хевисайда |тета- функция Хевисайда

2 q1 DiracDelta[ 2 + z] - q1 DiracDelta[ 1 + z] + r0 DiracDelta[z] - 2 q1 HeavisideTheta[ 2 + z] + 2 q1 HeavisideTheta[ 1 + z]

nB1[z_] = Integrate[qn[z], z]
|интегрировать

2 q1 (- 1 + z) HeavisideTheta[ 2 + z] + q1 (- 3 + 2 z) HeavisideTheta[ 1 + z] + r0 HeavisideTheta[z]

aB[z_] = Piecewise[{{a, z < 1}, {2 a, 2 > z >= 1}, {a, z >= 2}}]
|кусочно-заданная функция

a z < 1
2 a 2 > z >= 1
a z >= 2
_ 0 True

sig1[z_] =  $\frac{nB1[z]}{aB[z]}$  // FullSimplify
|упростить в полно

2 q1 (- 1 + z) HeavisideTheta[ 2 + z] - q1 (- 3 + 2 z) HeavisideTheta[ 1 + z] - r0 HeavisideTheta[z]
{ a z >= 2 || z < 1
2 a True

w1[z_] = Integrate[ $\frac{1}{e}$  sig1[z], z] + c0 // FullSimplify
|интегрировать |упростить в полно

{ q1 (-2-z; (-1-z; HeavisideTheta[-1-z]-r0 z HeavisideTheta[z] z <= 1
r0-q1 (-2-z; (-1-z; -r0 z-q1 (-2-z; z HeavisideTheta[-2-z] 1 < z <= 2
- r0+2 q1 (-2+z; -2 r0 z 2 a e True
\ _ 2 a e

c0s = Solve[w1[0] == 0, c0]
|решить уравнения

{{c0 -> 0}}

r0s = Solve[w1[4] == 0, r0] /. c0s
|решить уравнения

{{{r0 ->  $\frac{4 q1}{7}$ }}}

nB[z_] =  $\frac{1}{q1} nB1[z] /. r0s$  // FullSimplify
|упростить в полно

{  $\frac{1}{7} (- 14 (- 1 + z) HeavisideTheta[ 2 + z] + 7 (- 3 + 2 z) HeavisideTheta[ 1 + z] + 4 HeavisideTheta[z])$  }

sig[z_] =  $a \frac{nB[z]}{aB[z]}$  /. r0s // FullSimplify
|упростить в полно

{ { { { a (- 14 (- 1 + z) HeavisideTheta[ 2 + z] - 7 (- 3 + 2 z) HeavisideTheta[ 1 + z] - 4 HeavisideTheta[z] )
7 {  $\left\{ \begin{array}{l} a z \geq 2 || z < 1 \\ 2 a \text{ True} \end{array} \right\}$  } } } }

w[z_] = e1 Integrate[ $\frac{1}{e1}$  sig[z], z] + c0 /. c0s /. r0s // FullSimplify
|интегрировать |упростить в полно

-  $\frac{3}{7} (-4 + z)$  z > 2
{ { { { { {  $\frac{1}{14} (18 + z (-17 + 7 z) - 7 (-2 + z) z HeavisideTheta[-2 + z])$  1 < z <= 2 } } } } } }
{ (-2 + z) (-1 + z) HeavisideTheta[-1 + z] +  $\frac{4}{7} z HeavisideTheta[z]$  True

```

```
{ {
Plot[nB[z], {z, 0, 4}, Filling -> Axis, AxesLabel -> {z}, PlotLabel -> "1/N(z)", PlotStyle -> {Thickness[.01], Blue},
|график функции |заливка |ось |обозначения на осях |пометка графика q1 |стиль графика |толщина |синий

Exclusions -> None, ImageSize -> 300] },

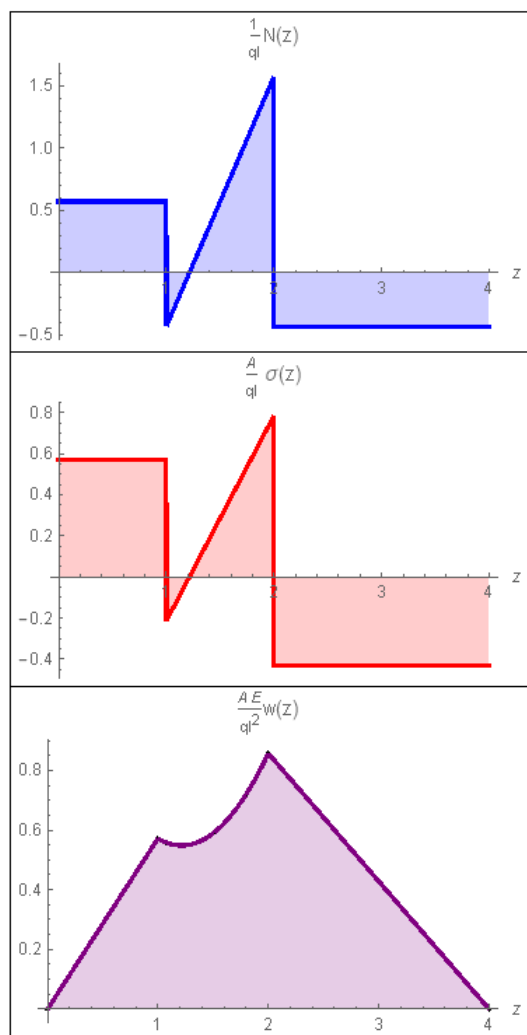
{Plot[sig[z], {z, 0, 4}, Filling -> Axis, AxesLabel -> {z}, PlotLabel -> "A/σ(z)", PlotStyle -> {Thickness[.01], Red},
|график функции |заливка |ось |обозначения на осях |пометка графика q1 |стиль графика |толщина |красный

Exclusions -> None, ImageSize -> 300]

}, {Plot[w[z], {z, 0, 4}, Filling -> Axis, AxesLabel -> {z}, PlotLabel -> "A E/w(z)", PlotStyle -> {Thickness[.01], Purple},
|график функции |заливка |ось |обозначения на осях |пометка графика q1^2 |стиль графика |толщина |фиолетовый

Exclusions -> None, ImageSize -> 300] }}, Frame -> All
|исключить из ... |ни 0 ... |размер изображения |рамка |всё

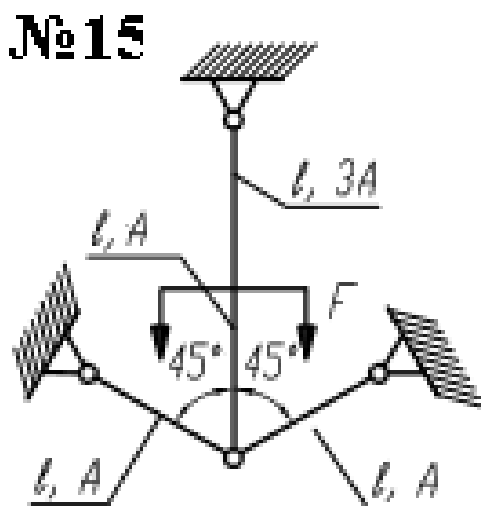
Limit[nB[z], z -> 0, Direction -> -1]
```


$$\left\{ \begin{Bmatrix} 4 \\ 7 \end{Bmatrix} \right\}$$
$$\left\{ \begin{Bmatrix} 4 \\ 7 \end{Bmatrix} \right\}$$
$$\begin{Bmatrix} 3 \\ 7 \end{Bmatrix}$$
$$\left\{ \left\{ \begin{matrix} 11 \\ 7 \end{matrix} \right\} \right\}$$
$$\begin{Bmatrix} 3 \\ 7 \end{Bmatrix}$$
$$\left\{ \begin{array}{cccccc} 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \end{array} \right\}$$
$$\left\{ \begin{array}{cccccc} 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \end{array} \right\}$$

Задача №5

Для заданной в прилагаемом файле задачи, провести следующие расчеты:

- а) Определить усилия в стержнях N_i
- б) Вычислить потенциальную энергию деформации и работу внешних сил.
- в) Определить коэффициент запаса.



$$\sum F_k = 0$$

$$N_1 - N_2 = F \quad (1)$$

$$2N_3 \sin \alpha + N_2 = 0 \quad (2)$$

$$N_3 \sin \alpha - N_4 \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

Уравнений состояния 3, неизвестных 4. Система статически неопределима. Необходимо составить одно уравнение совместности перемещений. Используя принцип начальных размеров, получаем, что

$$\Delta l_{1,2} \cos \alpha = \Delta l_3 \quad (4)$$

$\Delta l_{1,2}$ – растяжение

Δl_3 – растяжение

Решая полученную систему линейных уравнений, получаем, что

$$N_1 = \frac{6}{7} F$$

$$N_2 = -\frac{1}{7} F$$

$$N_3 = \frac{\sqrt{2}}{7} F$$

Вычислять потенциальную энергию деформации и работу внешних сил, будем по следующим формулам.

$$W_i = \frac{1}{2} F_i \omega_i$$

$$U_i = \frac{1}{2} \int_{l_i} \frac{N_i}{EA_i} dz_i$$

$$W = \frac{1}{2} F \frac{6Fl}{21EA} = \frac{1F^2l}{7EA}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{F^2l}{EA} \left[\frac{13}{49} + \frac{1}{49} \right] = \frac{1F^2l}{7EA}$$

Коэффициент запаса по определению равен

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}}$$

Найдём напряжения на каждом участке системы

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i}$$

$$\sigma_1 = \frac{6A}{7F}$$

$$\sigma_2 = \frac{A}{7F}$$

$$\sigma_3 = \frac{A}{7\sqrt{2}F}$$

Таким образом, $\sigma^{\max} = \sigma_1$ и

$$n_T = \frac{7\sigma_T A}{6F}$$

