



**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ**  
**УНИВЕРСИТЕТ им. Н.Э. БАУМАНА**  
**кафедра «Прикладная механика» (РК-5)**

---

**Домашнее задание №4**  
**по дисциплине «Соппротивление материалов»**

**Вариант 14**

Выполнил:

Студент группы РК5-32Б

**Приёмко К.С.**

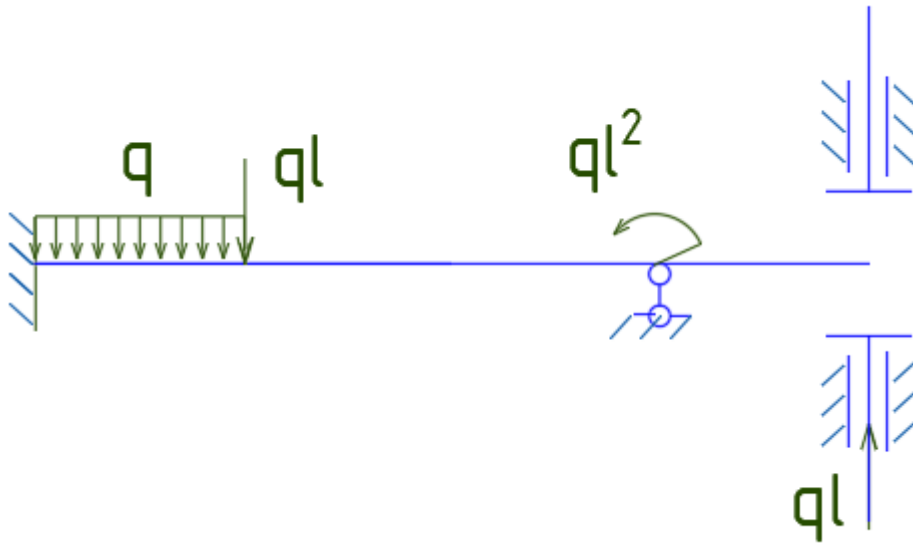
Проверил:

Преподаватель **Крупнин А.Е.**

Москва,

2019

### Задача №1



Для заданной расчетной схемы, представленной в прилагаемом файле,  
решить задачу методом сил:

- Раскрыть статическую неопределимость;
- Построить эпюру изгибающих моментов;
- Выполнить проверку полученного решения.

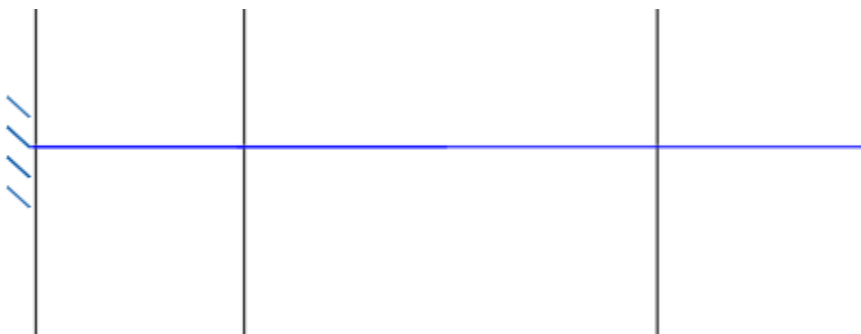
#### 1) Раскрыть статическую неопределимость

##### 1. Степень статической неопределимости

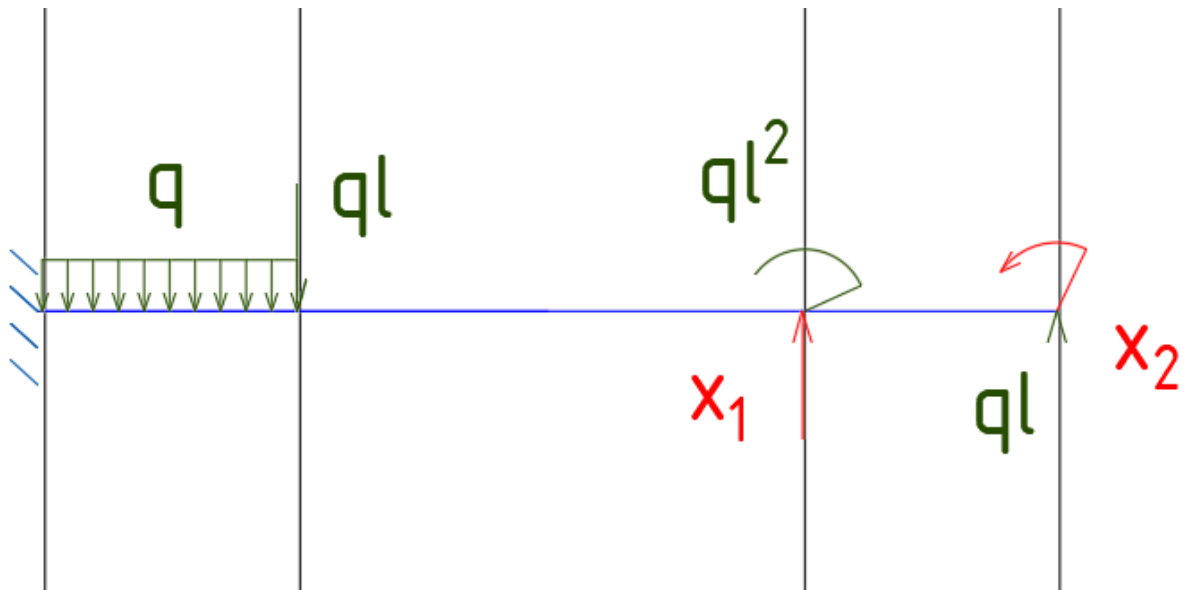
$$1) 5 - 3 = 2;$$

Система 1 раз статически неопределима

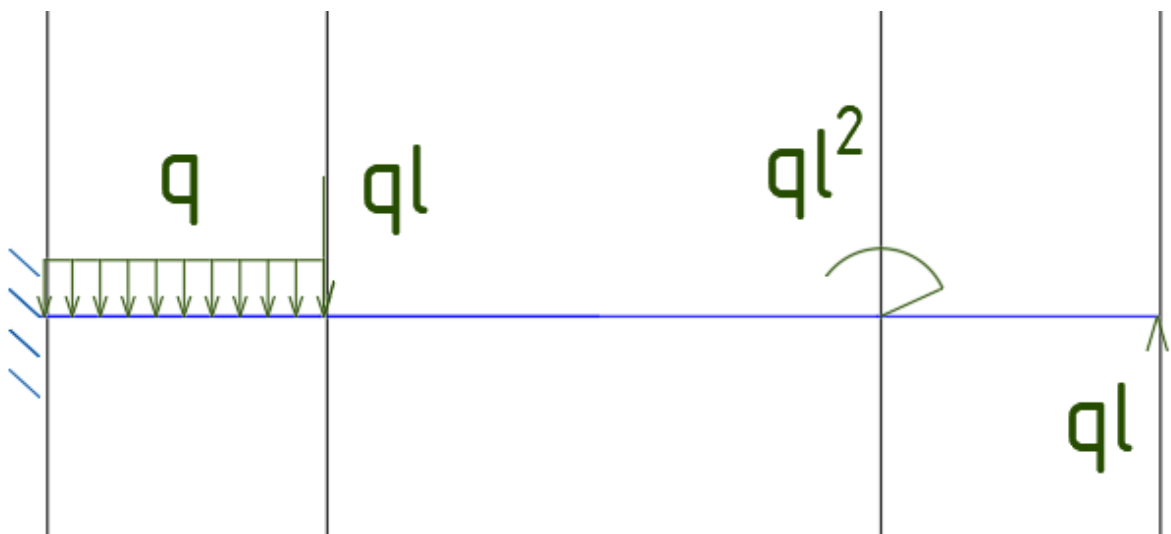
##### 2. Основная система (ОС)



### 3. Эквивалентная система (ЭС)

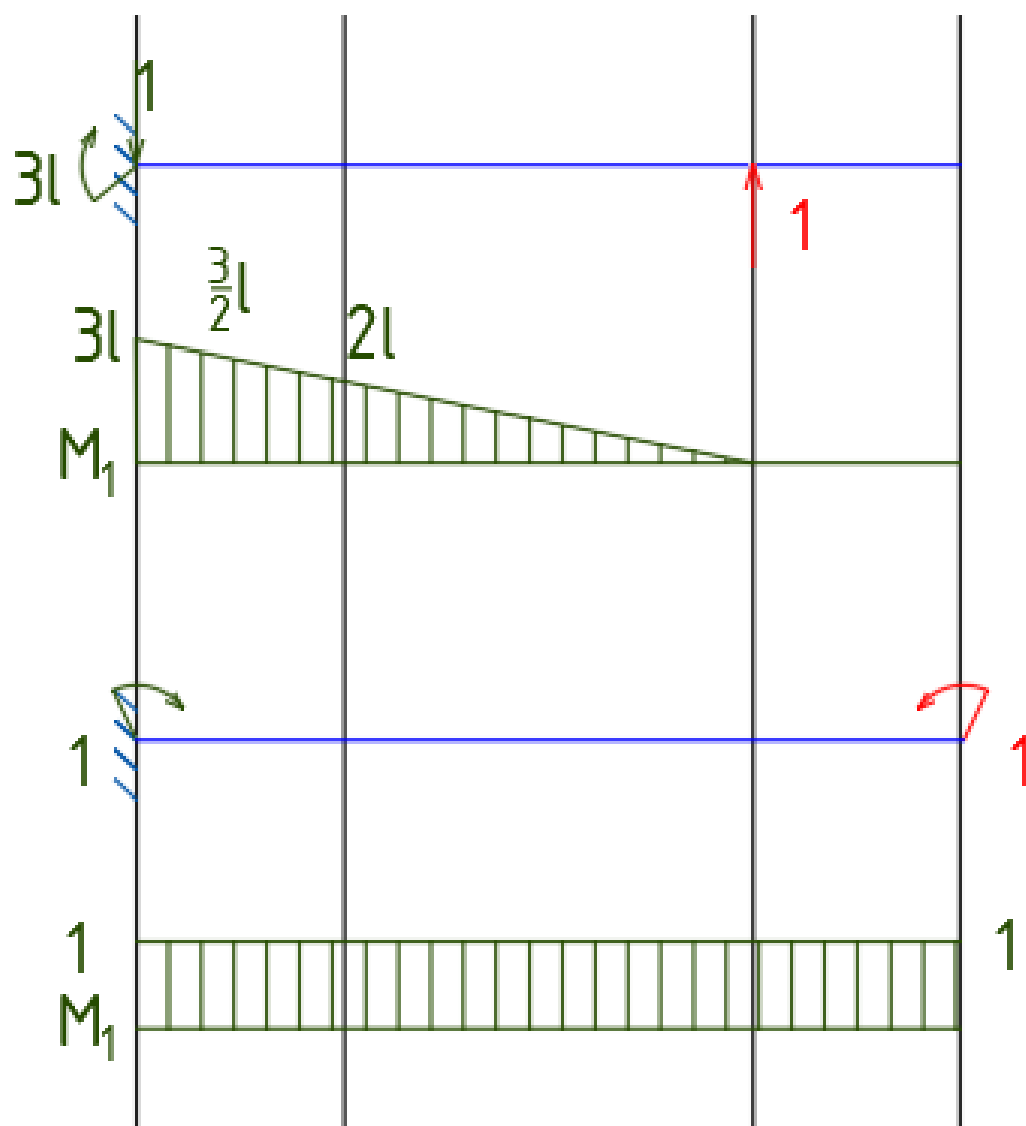
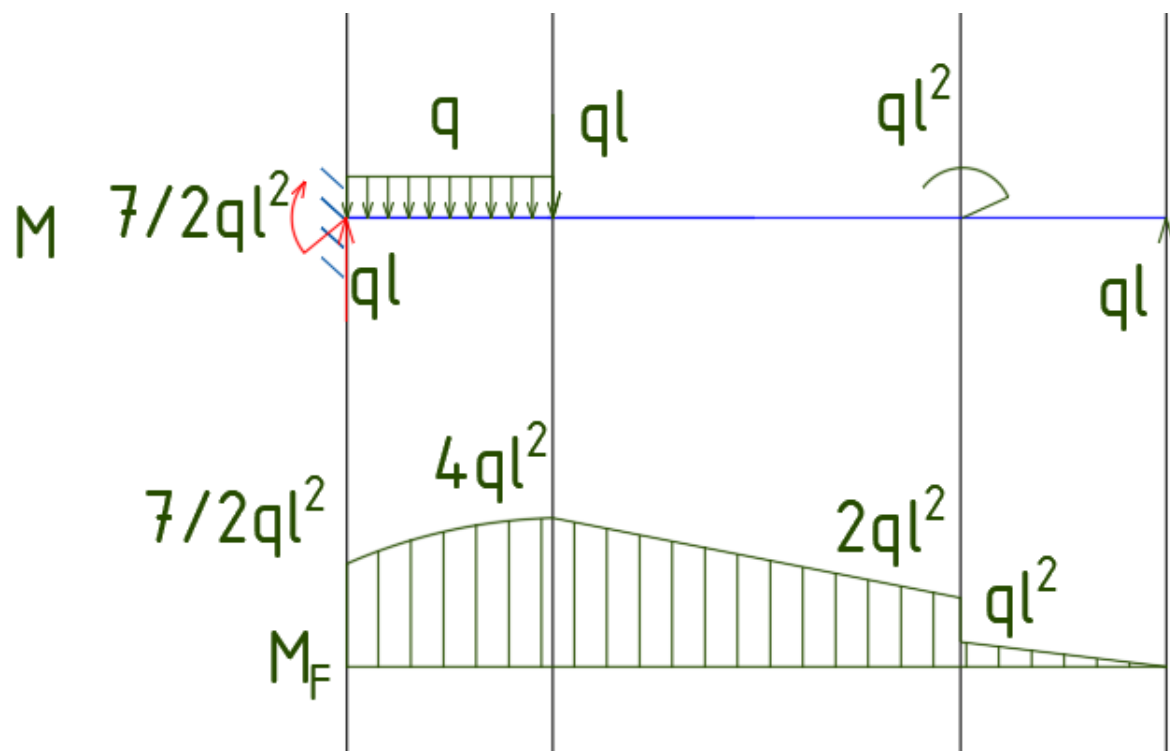


### 4. Каноническое уравнение метода сил



$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{1F} = 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{2F} = 0; \end{cases}$$

С помощью уравнений статики находим реакции в заделке



$$\delta_{11} = \frac{l^3}{6EA} \left[ 9 + 4 \frac{5}{2} \frac{5}{2} + 4 + 2 * 4 + 2 * 4 \right] = \frac{9l^3}{EA};$$

$$\delta_{22} = \frac{l}{6EA} [1 + 4 + 1 + 2 + 8 + 2 + 1 + 2 + 1] = \frac{4l}{EA};$$

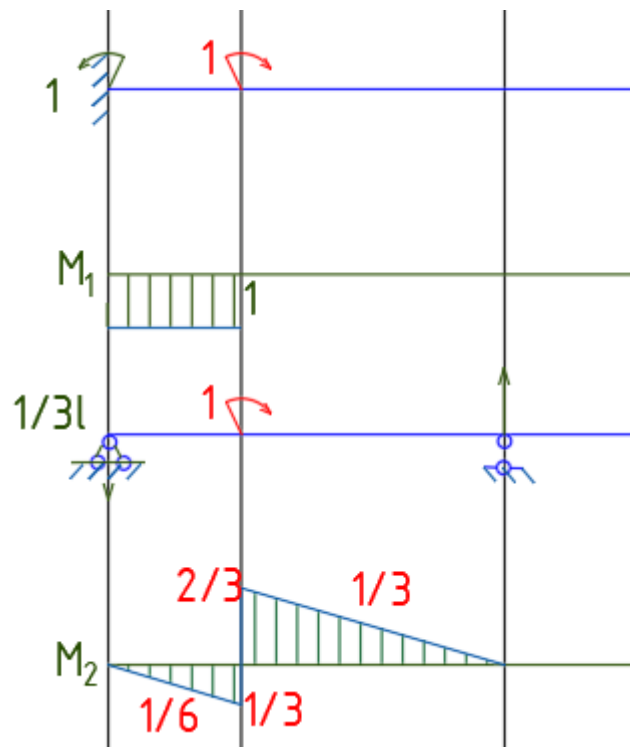
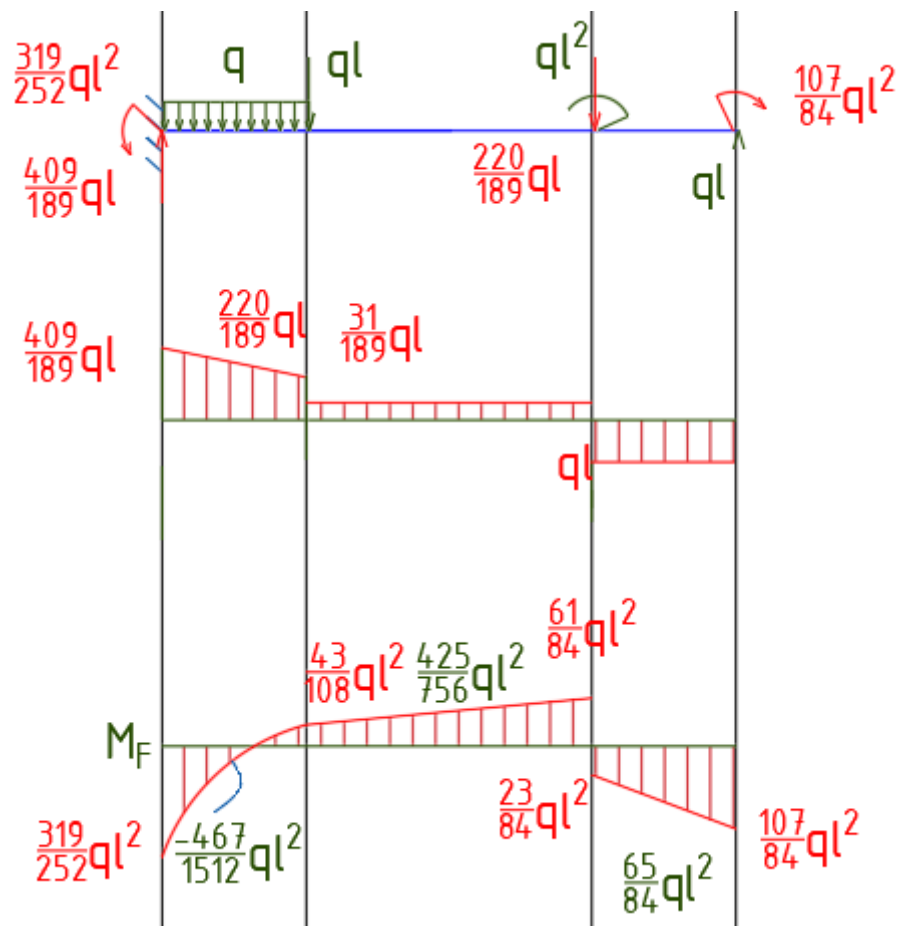
$$\delta_{12} = \frac{l^2}{6EA} \left[ 3 + 4 \frac{5}{2} + 2 + 2 * 2 + 2 * 4 \right] = \frac{9l^2}{2EA};$$

$$\delta_{1F} = \frac{ql^4}{6EA} \left[ \frac{7}{2} 3 + 4 \frac{31}{8} \frac{5}{2} + 4 * 2 + 2 * 2 * 4 + 2 * 4 * 3 \right] = \frac{389ql^4}{24EA};$$

$$\delta_{2F} = \frac{ql^3}{6EA} \left[ \frac{7}{2} + 4 \frac{31}{8} + 4 + 2 * 4 + 2 * 4 * 3 + 2 * 2 + 1 + \right. \\ \left. + 4 \frac{1}{2} \right] = \frac{31ql^3}{3EA};$$

Решая систему канонических уравнений метода сил, получаем

$$X_1 = -\frac{220}{189}, \quad X_2 = -\frac{107}{84};$$



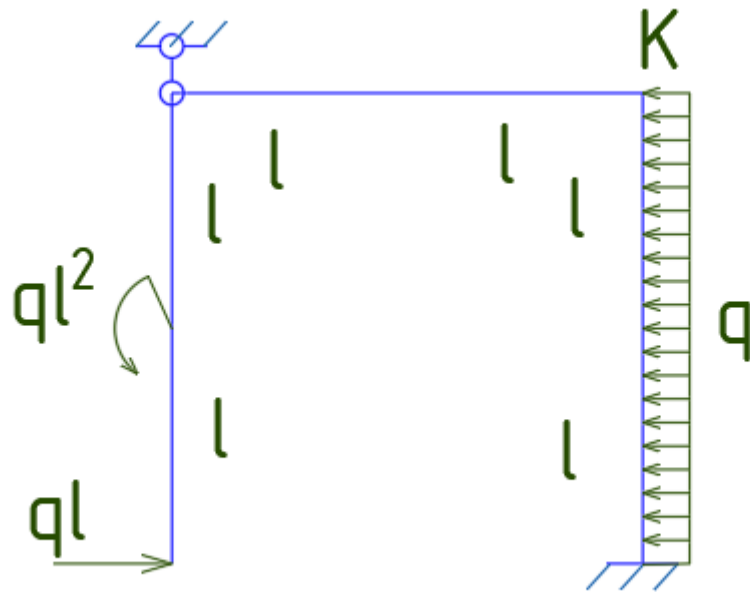
$$\theta_1 = \frac{ql^2}{6EA} \left[ \left[ \frac{319}{252} + 4 \frac{467}{1512} - \frac{43}{108} \right] \right] = \frac{256ql^2}{756EA};$$

$$\theta_2 = \frac{ql^2}{6EA} \left[ \left[ 4 \frac{467}{1512} \frac{1}{6} - \frac{1}{3} \frac{43}{108} \right] + \left[ \frac{43}{108} \frac{2}{3} + 4 \frac{425}{756} \frac{1}{3} \right] * 2 \right] = \frac{256ql^2}{756EA};$$

$$\theta_1 = \theta_2;$$

Для заданной расчётной схемы провести расчёт методом сил:

- Раскрыть статическую неопределимость;
- Построить эпюру изгибающих моментов;
- Определить угловое перемещение сечения К;
- Выполнить проверку полученного решения;



1) Раскрыть статическую неопределимость

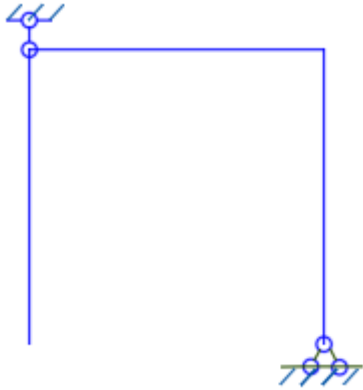
1. Степень статической неопределимости

$$2) 4 - 3 = 1$$

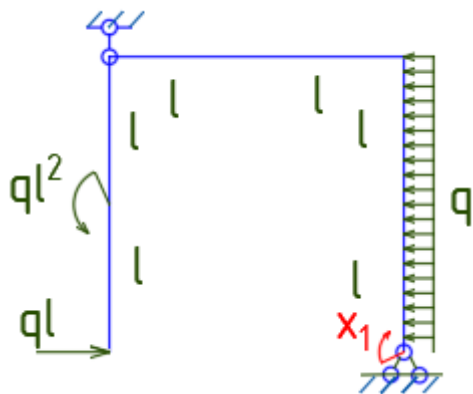
Система 1 раз статически неопределима

2. Основная система (ОС)



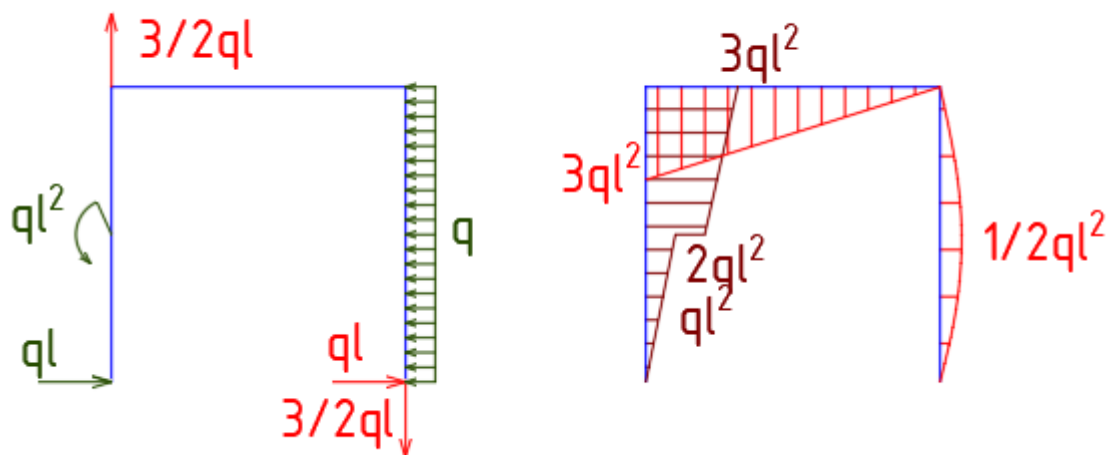


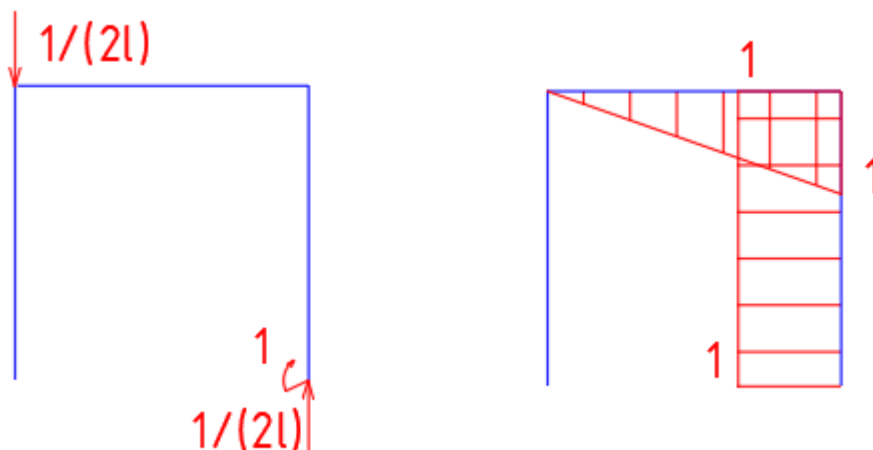
### 3. Эквивалентная система (ЭС)



### 4. Каноническое уравнение метода сил

$$\delta_{11}x_1 + \delta_{1F} = 0;$$





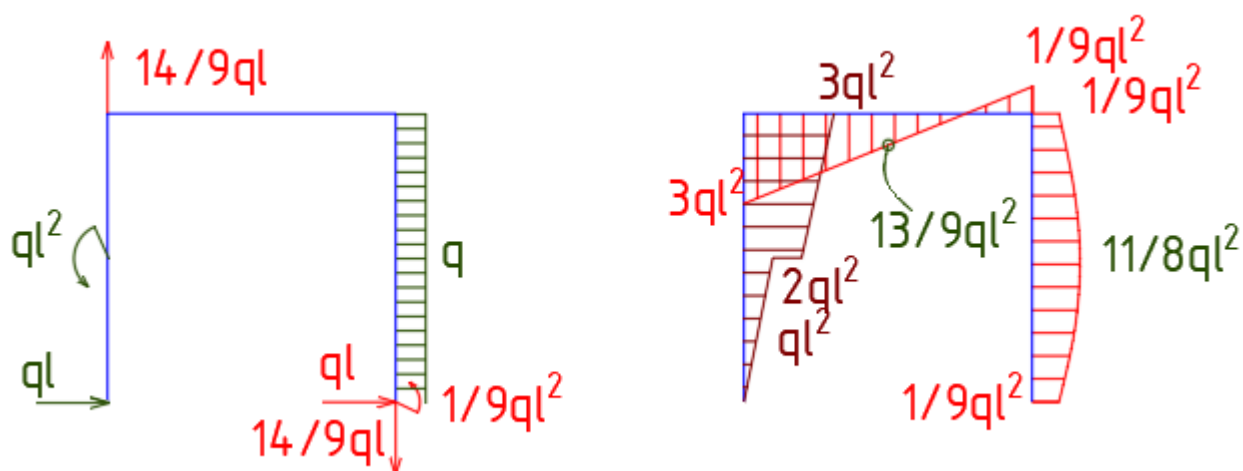
Реакции определены с помощью уравнений статики ( $\sum F = 0$ ,  $\sum M = 0$ )

$$\delta_{11} = \frac{2l}{6EA} \left[ 4 \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{2} + 1 + 1 + 4 + 1 \right] = \frac{8l}{3EA};$$

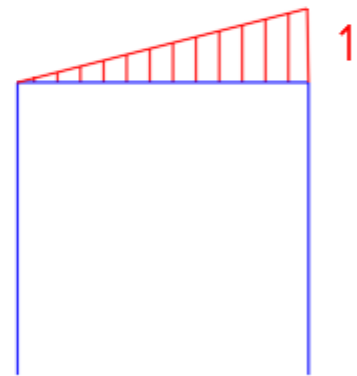
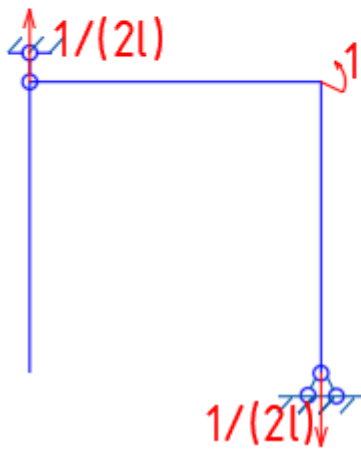
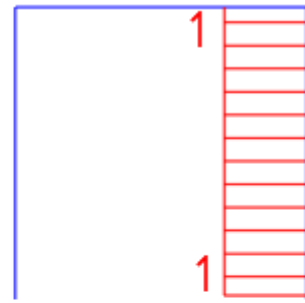
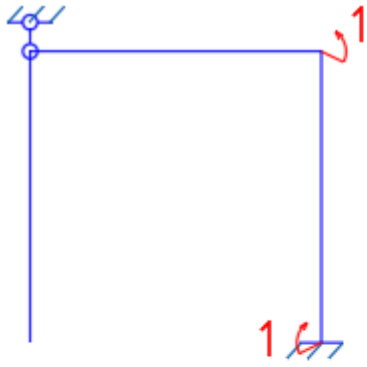
$$\delta_{1F} = \frac{2l}{6EA} \left[ 4 \cdot \frac{3}{2} \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{1}{2} \right] = \frac{ql^3}{3EA};$$

$$x_1 = \frac{-\delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{-ql^2}{8EA};$$

2) Эпюра изгибающих моментов



3) Определить угловое перемещение сечения К (проверка)



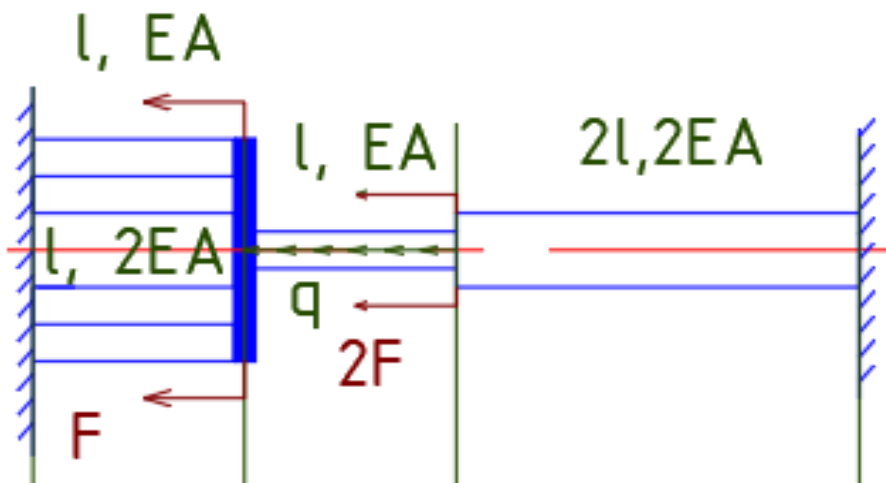
$$\theta_K^1 = \frac{2ql^3}{6EA} \left[ -\frac{1}{8} - 4 \cdot \frac{5}{8} - \frac{1}{8} \right] = -\frac{11ql^3}{12EA};$$

$$\theta_K^2 = \frac{2ql^3}{6EA} \left[ -4 \cdot \frac{23}{16} \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \right] = -\frac{11ql^3}{12EA};$$

### Задача №3

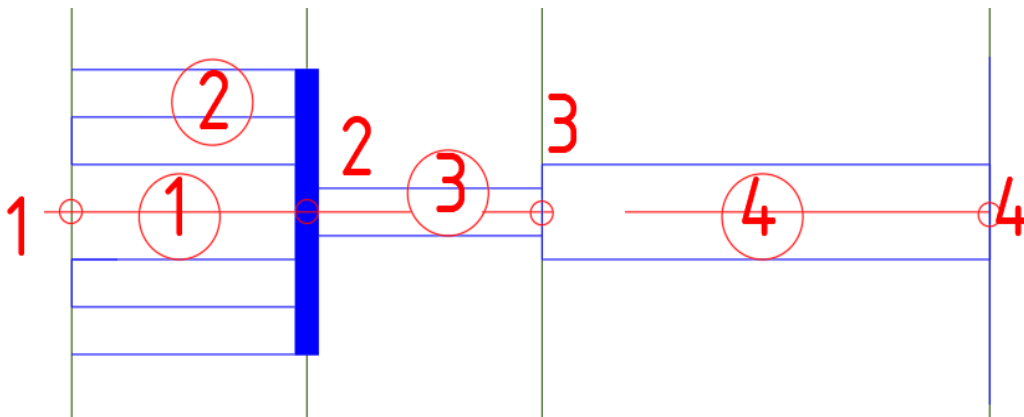
Для заданной задачи

- Решить задачу МКЭ: вычислить узловые перемещения;
- Определить нормальные усилия и напряжения в стержнях;
- Построить эпюры  $N$ ,  $w$ ;



1) Решить задачу МКЭ: вычислить узловые перемещения;

1. Дискретизация



2. Все силы (в том числе и распределённая нагрузка) приводятся к узлам.

3. Составив матрицы жесткости для каждого элемента, нашли глобальную матрицу жесткости.

$$[K_{global}] = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 3 & -3 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix};$$

4. Вектор узловых перемещений и вектор узловых сил (для данной задачи)

$$\{u\} = \begin{pmatrix} 0 \\ u_2 \\ u_3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \{F\} = \begin{pmatrix} F_1 \\ -F - \frac{ql}{2} \\ -2F - \frac{ql}{2} \\ F_4 \end{pmatrix};$$

5. Сборка ансамбля конечных элементов

$$\frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 3 & -3 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ u_2 \\ u_3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ -F - \frac{ql}{2} \\ -2F - \frac{ql}{2} \\ F_4 \end{pmatrix};$$

6. Решая систему линейных алгебраических уравнений, находим неизвестные

Полагая, что  $F = ql$ ;

$$u_2 = \frac{1}{k} \left( -\frac{11}{14} \right) F, \quad u_3 = \frac{1}{k} \left( -\frac{23}{14} \right) F;$$

$$F_1 = \frac{33}{14} F, \quad F_4 = \frac{23}{14} F;$$

$$\text{Где } k = \frac{EA}{l};$$

## 2) Определить нормальные усилия и напряжения в стержнях

(постпроцессорная обработка)

Для 1-го элемента:

$$\frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1^1 \\ N_2^1 \end{pmatrix};$$

$$N_1^1 = \frac{11}{7}F;$$

$$N_2^1 = -\frac{11}{7}F;$$

Для 2-го элемента:

$$\frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1^2 \\ N_2^2 \end{pmatrix};$$

$$N_1^2 = \frac{11}{14}F;$$

$$N_2^2 = -\frac{11}{14}F;$$

Для 3-го элемента:

$$\frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_2^3 \\ N_3^3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{ql}{2} \\ -\frac{ql}{2} \end{pmatrix};$$

$$N_2^3 = \frac{19}{14}F;$$

$$N_3^3 = -\frac{5}{14}F;$$

Для 4-го элемента:

$$\frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_3^4 \\ F_4 \end{pmatrix};$$

$$N_3^4 = -\frac{23}{14}F;$$

$$u_4 = 0;$$

