



**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ**  
**УНИВЕРСИТЕТ им. Н.Э. БАУМАНА**  
**кафедра «Прикладная механика» (РК-5)**

---

**Домашнее задание №6**  
**по дисциплине «Сопроотивление материалов»**

**Вариант 14**

Выполнил:

Студент группы РК5-32Б

**Приёмко К.С.**

Проверил:

Преподаватель **Крупнин А.Е.**

Москва,

2019

## Задача №2

Для задачи, указанной на рисунке провести расчет:

1. С помощью теорий для тонкостенных оболочек, толстостенных труб, теории стержней – определить напряжения в каждой из 6 предложенных точек.
2. Для каждой из 6 точек – показать напряженное состояние.

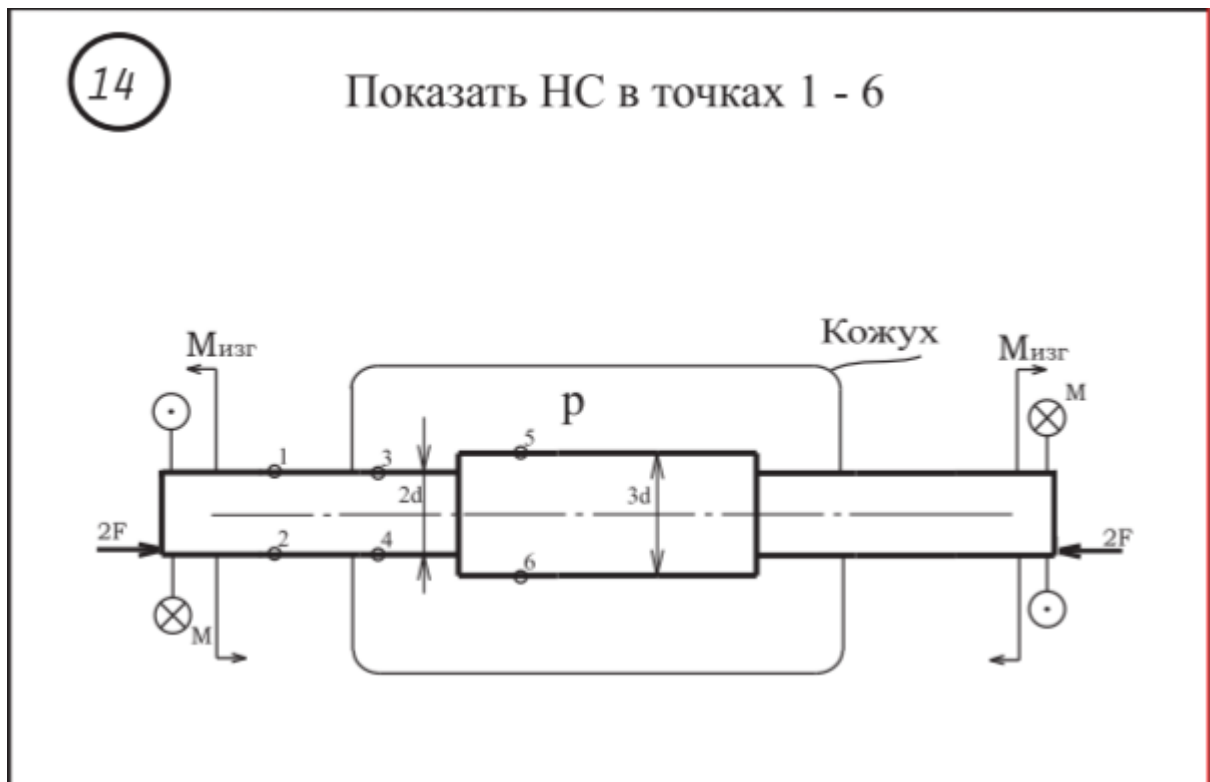
При решении задачи принять:

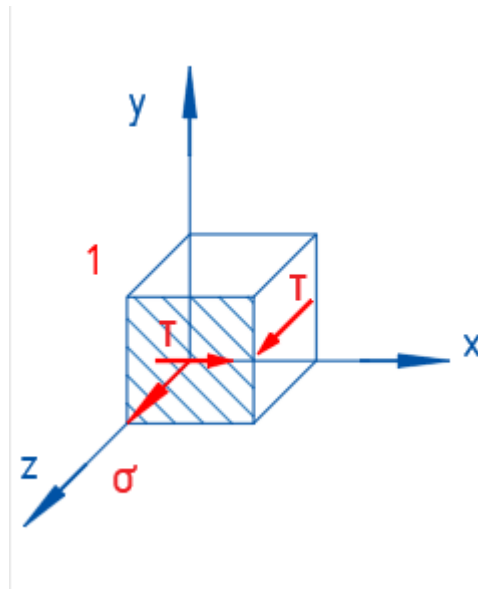
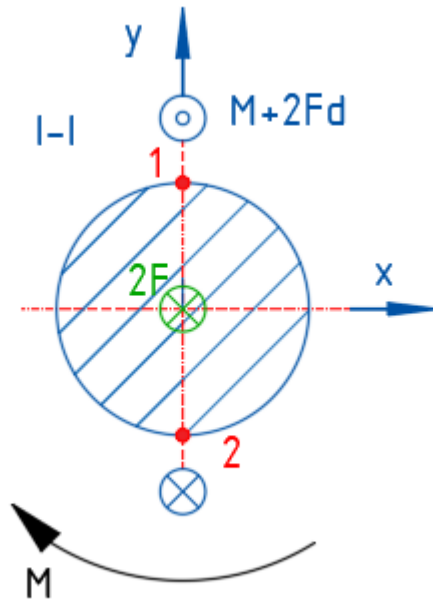
$$M_{кр} = M_{изг} = \frac{p\pi d^3}{2} = M;$$

$$F = p\pi d^2;$$

$$p_1 = 2p;$$

$$p_2 = p;$$





$$A = \frac{\pi(2d)^2}{4} = \pi d^2;$$

$$A' = \frac{\pi(3d)^2}{4} = 2.25\pi d^2;$$

$$y_p = 0.1(2d)^4 = 1.6d^4;$$

$$y_x = y_y = \frac{1.6d^4}{2} = 0.8d^4;$$

$$y_p' = 0.1(3d)^4 = 8.1d^4;$$

$$y_x' = y_y' = \frac{1.6d^4}{2} = 4.05d^4;$$

$$W_p = \frac{1.6d^4}{2d/2} = 1.6d^3;$$

$$W_x = \frac{0.8d^4}{d} = 0.8d^3;$$

$$W_p' = \frac{8.1d^4}{3d/2} = 5.4d^3;$$

$$W_x' = W_y' = \frac{4.05d^4}{3d/2} = 2.7d^3;$$

Точка 1:

$$\sigma = -\frac{2F}{A} + \frac{M+2Fd}{W_x};$$

$$\sigma = -2p + \frac{\frac{p\pi d^3}{2} + 2p\pi d^3}{0.8d^3} = (-2 + 9.82)p = 7.82p;$$

$$\tau = \frac{M_K}{W_K} = \frac{\frac{p\pi d^3}{2}}{1.6d^3} = 0.982p;$$

УПНС. Известна главная площадка, значения оставшихся главных напряжений найдём по формуле

$$\sigma_{I,III} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2};$$

$$\sigma_{I,III} = 3.91p \pm 4.03p;$$

Таким образом,

$$\sigma_1 = 7.94p;$$

$$\sigma_2 = 0;$$

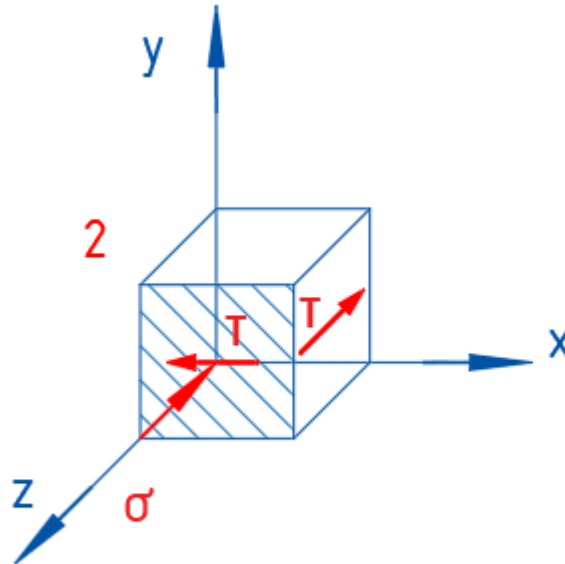
$$\sigma_3 = -0.12p;$$

Для определения эквивалентного напряжения воспользуемся теорией Мизеса:

На данном этапе пришло понимание плачевности ситуации.

Эквивалентное напряжение найдём по формуле

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \sqrt[3]{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt[3]{(7.82p)^2 + 3(0.982p)^2} = 8p;$$



$$\sigma = -\frac{2F}{A} - \frac{M+2Fd}{W_x};$$

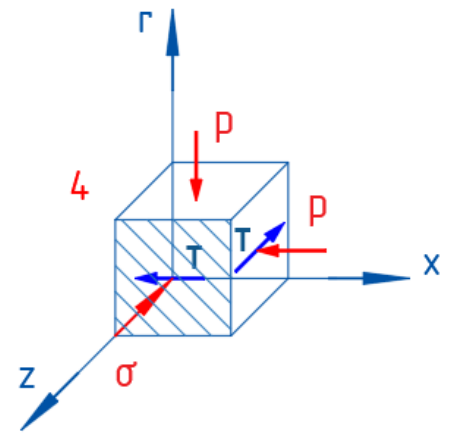
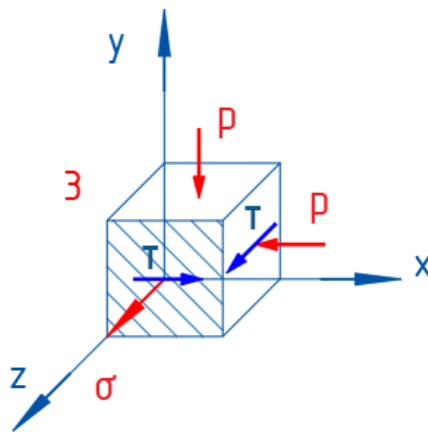
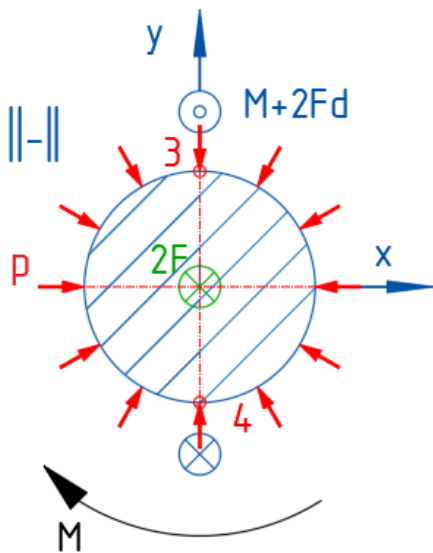
$$\sigma = -2p - \frac{\frac{p\pi d^3}{2} + 2p\pi d^3}{0.8d^3} = (-2 - 9.82)p = -11.82p;$$

$$\tau = \frac{M_k}{W_k} = \frac{\frac{p\pi d^3}{2}}{1.6d^3} = 0.982p;$$

УПНС.

Для определения эквивалентного напряжения воспользуемся теорией Мизеса:

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \sqrt[3]{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt[3]{(11.82p)^2 + 3(0.982p)^2} = 11.94p;$$



Точка 3:

$$\sigma = -2p + \frac{\frac{p\pi d^3}{2} + 2p\pi d^3}{0.8d^3} = (-2 + 9.82)p = 7.82p;$$

$$\tau = \frac{M_K}{W_K} = \frac{\frac{p\pi d^3}{2}}{1.6d^3} = 0.982p;$$

Известна главная площадка и, следовательно, главное напряжение, значения оставшихся главных напряжений найдём по формуле

$$\begin{aligned} \sigma_{||,|||} &= \frac{\sigma_z + \sigma_r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_r}{2}\right)^2 + \tau_{rz}^2} = \\ &= \frac{7.82p - p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{7.82p + p}{2}\right)^2 + (0.982p)^2}; \\ \sigma_{||,|||} &= 3.41p \pm 4.52p; \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\sigma_1 = 7.93p;$$

$$\sigma_2 = p;$$

$$\sigma_3 = -1.11p;$$

Для определения эквивалентного напряжения воспользуемся теорией Мизеса:

Эквивалентное напряжение найдём по формуле

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

$$= \sqrt{(6.93p)^2 + (2.11p)^2 + (-9.04p)^2} = 8.19p;$$

Точка 4:

$$\sigma = -2p - \frac{\frac{p\pi d^3}{2} + 2p\pi d^3}{0.8d^3} = (-2 - 9.82)p = -11.82p;$$

$$\tau = \frac{M_K}{W_K} = \frac{\frac{p\pi d^3}{2}}{1.6d^3} = 0.982p;$$

Известна главная площадка и, следовательно, главное напряжение, значения оставшихся главных напряжений найдём по формуле

$$\sigma_{||,|||} = \frac{\sigma_z + \sigma_r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_r}{2}\right)^2 + \tau_{rz}^2} =$$

$$= \frac{-11.82p - p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-11.82p + p}{2}\right)^2 + (0.982p)^2};$$

$$\sigma_{||,|||} = -6.41p \pm 5.5p;$$

Таким образом,

$$\sigma_1 = 5.5p;$$

$$\sigma_2 = p;$$

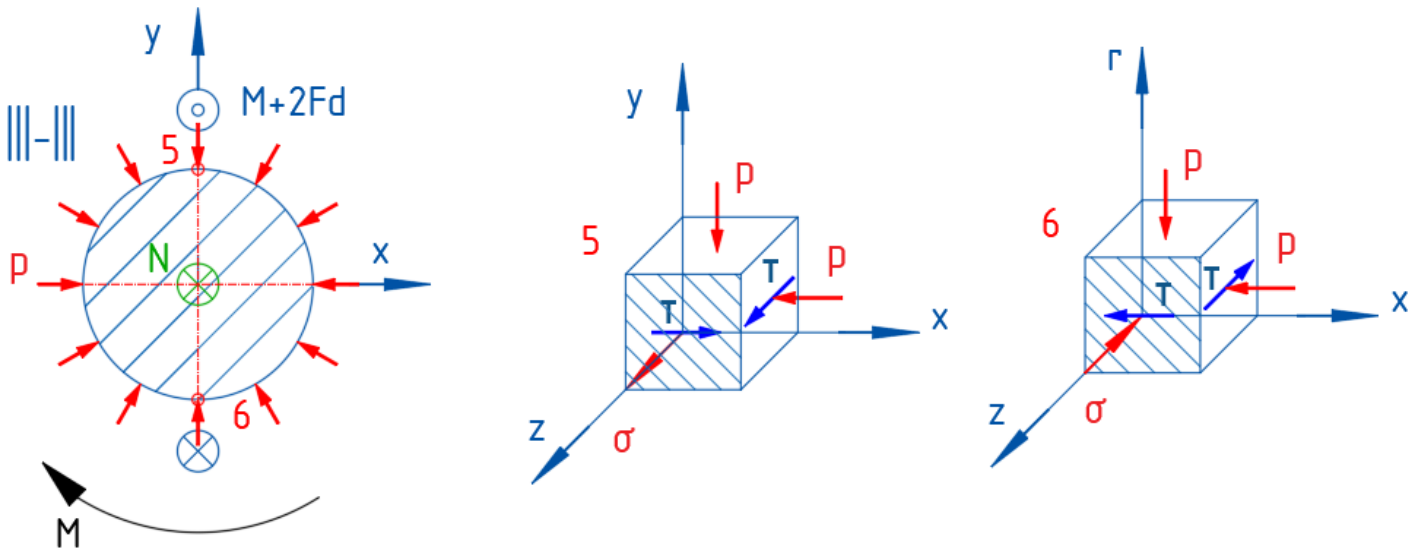
$$\sigma_3 = -12p;$$

Для определения эквивалентного напряжения воспользуемся теорией Мизеса:

Эквивалентное напряжение найдём по формуле

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

$$= \sqrt{(4.5p)^2 + (13p)^2 + (-17.5p)^2} = 15.74p;$$



Точка 5:

$$\sigma = -\frac{2F}{A} + \frac{M+2Fd}{W_x} - \sigma';$$

$$\sigma = -0.89p + \frac{27\frac{p\pi d^3}{2} + 3p\pi d^3}{2.7d^3} - \frac{p\pi d^2(2.25-1)}{2.25\pi d^2} = (-0.89 + 6.11 - 0.56)p =$$

$$= -4.66p;$$

$$\tau = \frac{M_k}{W_p} = \frac{27\frac{p\pi d^3}{2}}{5.4d^3} = 2.5p;$$

Известна главная площадка и, следовательно, главное напряжение, значения оставшихся главных напряжений найдём по формуле



$$\begin{aligned}\sigma_{||,|||} &= \frac{\sigma_z + \sigma_r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_r}{2}\right)^2 + \tau_{rz}^2} = \\ &= \frac{-4.66p - p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4.66p + p}{2}\right)^2 + (2.5p)^2}; \\ \sigma_{||,|||} &= -2.83p \pm 3.1p;\end{aligned}$$

Таким образом,

$$\sigma_1 = p;$$

$$\sigma_2 = 0.27p;$$

$$\sigma_3 = -5.93p;$$

Для определения эквивалентного напряжения воспользуемся теорией Мизеса:

Эквивалентное напряжение найдём по формуле

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{экв}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ &= \sqrt{(0.73p)^2 + (6.2p)^2 + (-6.93p)^2} = 6.6p;\end{aligned}$$

Точка 6:

$$\sigma = -\frac{2F}{A} - \frac{M+2Fd}{W_x} - \sigma';$$

$$\begin{aligned}\sigma &= -0.89p - \frac{27\frac{p\pi d^3}{2} + 3p\pi d^3}{2.7d^3} - \frac{p\pi d^2(2.25-1)}{2.25\pi d^2} = (-0.89 - 6.11 - 0.56)p = \\ &= -7.56p;\end{aligned}$$

$$\tau = \frac{M_K}{W_p} = \frac{27\frac{p\pi d^3}{2}}{5.4d^3} = 2.5p;$$

Известна главная площадка и, следовательно, главное напряжение, значения оставшихся главных напряжений найдём по формуле

$$\begin{aligned}\sigma_{||,|||} &= \frac{\sigma_z + \sigma_r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_r}{2}\right)^2 + \tau_{rz}^2} = \\ &= \frac{-7.56p - p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-7.56p + p}{2}\right)^2 + (2.5p)^2}; \\ \sigma_{||,|||} &= -4.28p \pm 4.12p;\end{aligned}$$

Таким образом,

$$\sigma_1 = p;$$

$$\sigma_2 = -0.16p;$$

$$\sigma_3 = -8.4p;$$

Для определения эквивалентного напряжения воспользуемся теорией Мизеса:

Эквивалентное напряжение найдём по формуле

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{экв}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ &= \sqrt{(1.16p)^2 + (8.24p)^2 + (-9.4p)^2} = 8.87p;\end{aligned}$$