Kacper Przekwas
Nr albumu 253919

1. Cel programu

Zadaniem programu jest obliczanie funkcji *sin(x)* na przedziale (-π; π) oraz porównywanie wyników z funkcjami wbudowanymi.

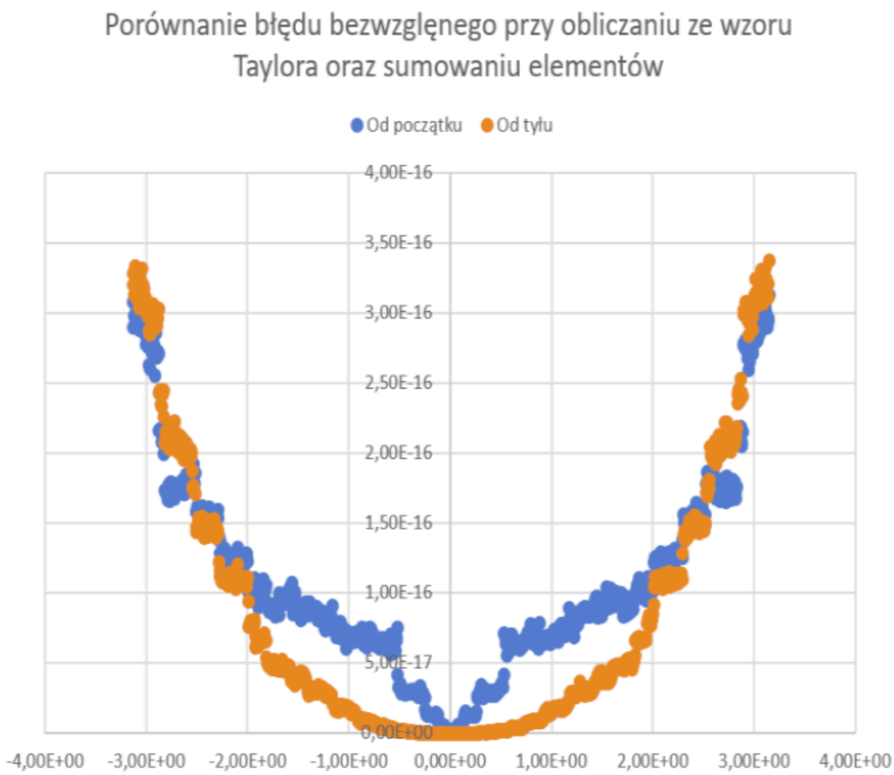
2. Weryfikacja hipotez:

Hipoteza 1 - sumowanie od końca daje dokładniejsze wyniki niż sumowanie od początku.

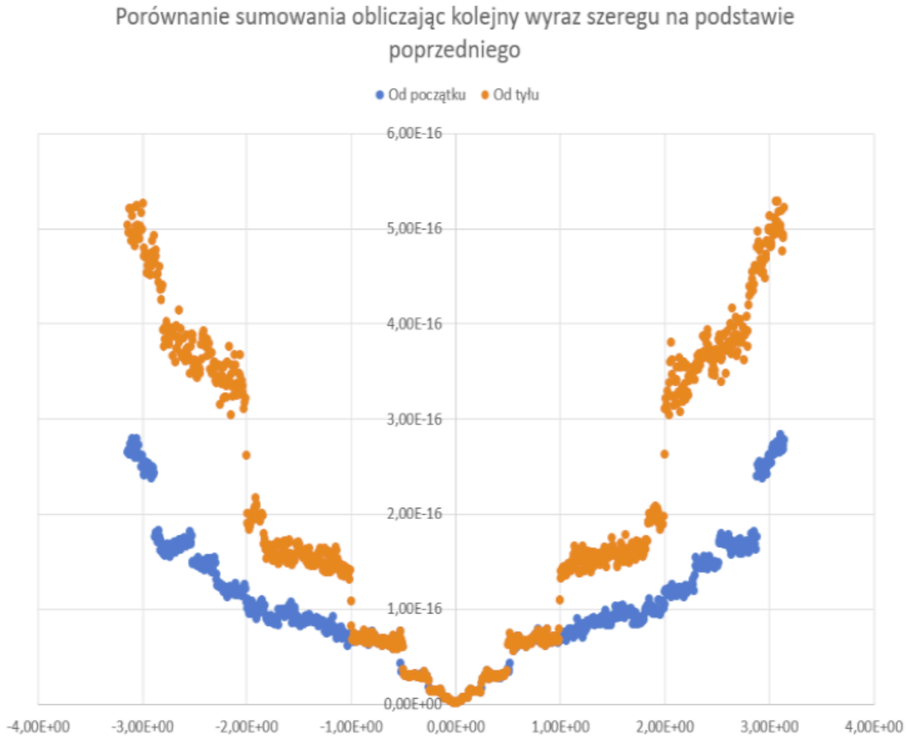
Sumowanie składników rozpoczynając działania od dużych liczb może doprowadzić do utraty pewnych cyfr znaczących. Badamy wpływ kierunku sumowania poszczególnych elementów dla dwóch przypadków:

- wyliczając *sin(x) ze wzoru Taylora.*
- obliczając kolejny wyraz szeregu na podstawie poprzedniego.

Poniżej znajdują się wykresy przestawiające powyższe przypadki.



Na podstawie powyższego wykresu można spostrzec, że sumowanie od końca w przypadku korzystania ze wzoru Taylora jest opłacalne, ponieważ błąd bezwzględny w okolicach środka badanego przedziału jest bliski zeru.



Przypadek obliczający kolejny wyraz szeregu na podstawie poprzedniego zaś jest odmienny. Błąd bezwzględny podczas sumowania składników od końca zwiększa się porównując do sumowania od początku.

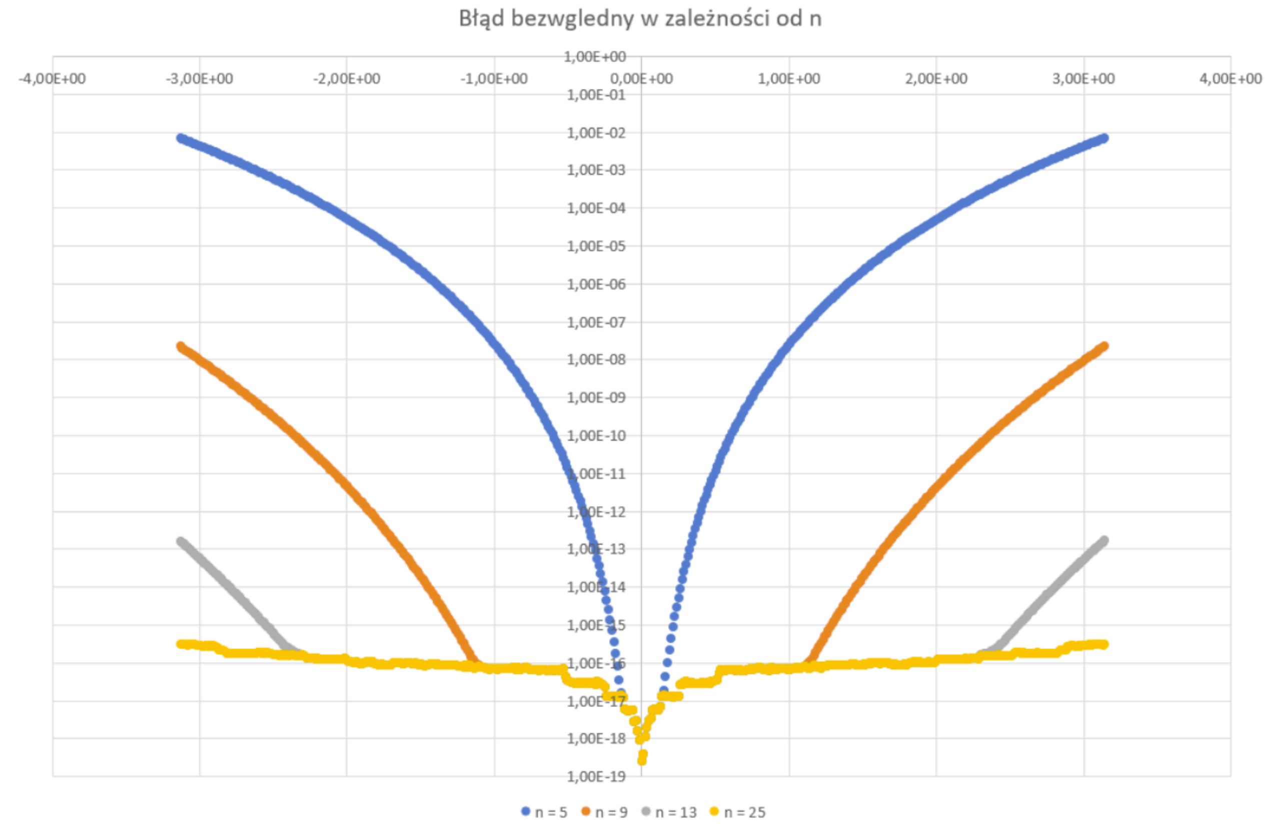
Wniosek

Na podstawie dwóch powyższych przykładów można wywnioskować, iż sumowanie elementów od końca jest skuteczniejsze podczas stosowania wzoru Taylora, ponieważ na końcu szeregu znajdują się najmniejsze składniki. W przypadku obliczania kolejnego wyraz szeregu na podstawie poprzedniego zachodzi sumowanie od końca odwrotna - obliczone wartości posiadają większy błąd bezwzględny.

Hipoteza 2 - używając rozwinięcia wokół 0 (szereg MacLaurina), przy tej samej liczbie składników szeregu dokładniejsze wyniki uzyskujemy przy małych argumentach.

Poniższy wykres przestawia błąd bezwzględny w zależności od ilości sumowanych elementów.

Obserwując poniższy wykres można zauważyć, iż błąd bezwzględny w otoczeniu bliskim zera jest znikomy nie będąc zależnym od *n* - liczby składników. Jednak poszerzenie przedziału powoduje gwałtowny wzrost błędu przy małej ilości elementów.



Wniosek

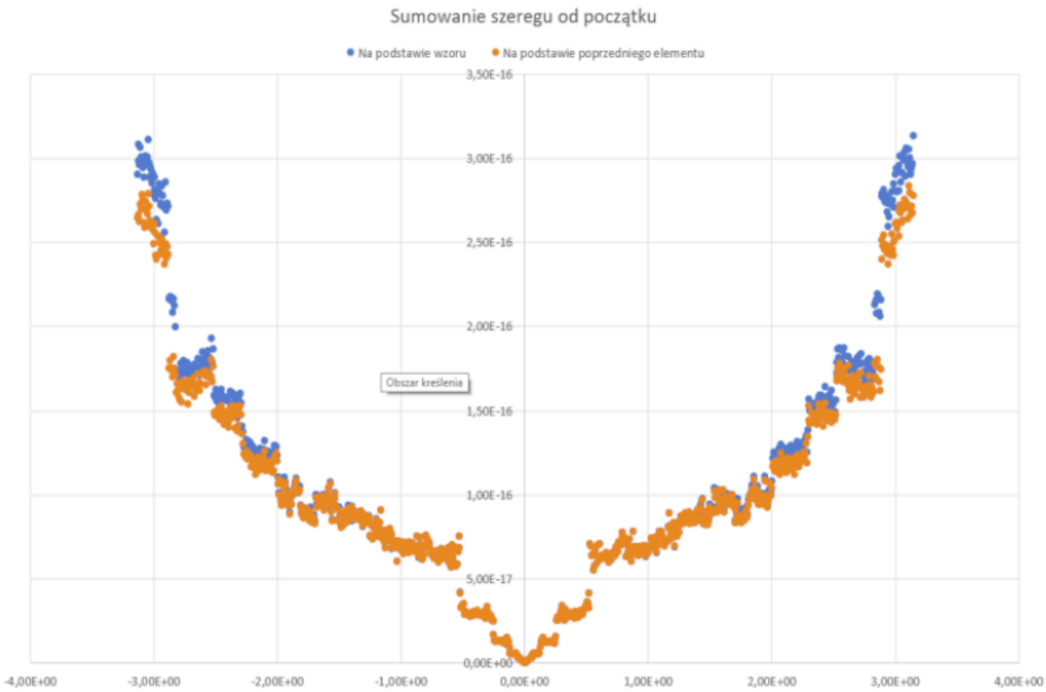
Błąd bezwzględny przy zwiększonej ilości składników utrzymuje się na dość stałej oraz niskiej wartości, zaś przy mniejszej ilości składników wyniki stają się mniej dokładne.

Hipoteza 3 - sumowanie elementów obliczanych na podstawie poprzedniego daje dokładniejsze wyniki niż obliczanych bezpośrednio ze wzoru.

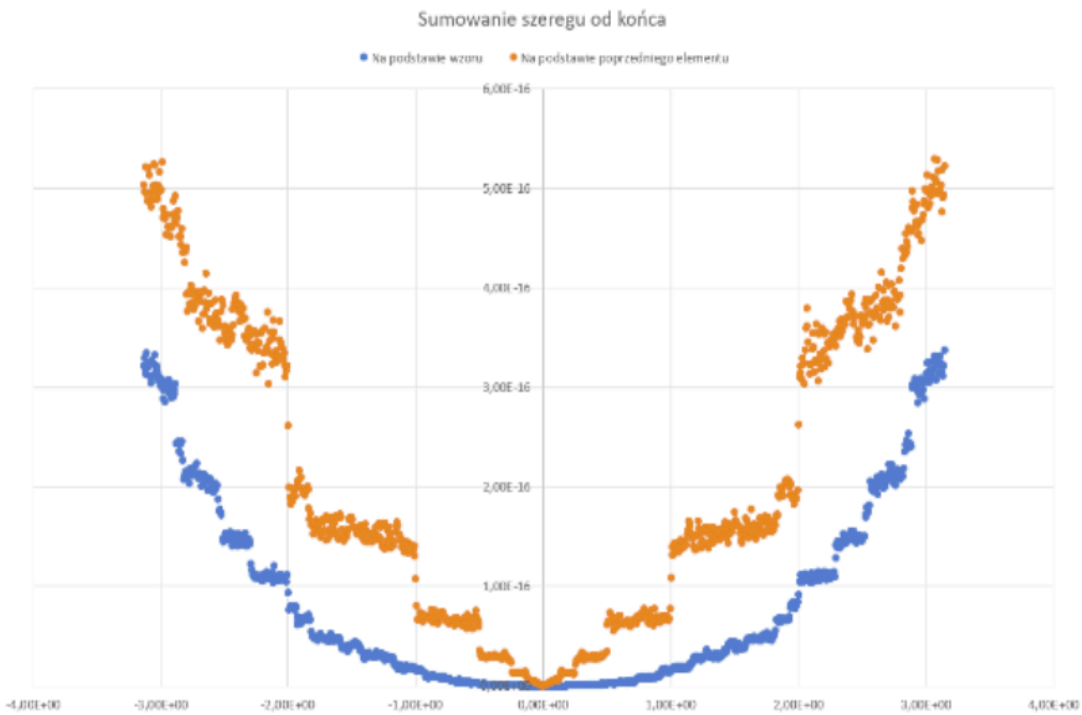
Badamy wpływ stosowania metody obliczania na dokładność wyników w dwóch przypadkach:

- sumując szereg od początku,
- sumując szereg od końca

Analizując poniższy wykres można stwierdzić, że podczas sumowania szeregu od początku wyniki dla obliczania bezpośrednio ze wzoru i sumowania elementów obliczanych na podstawie poprzedniego są bardzo zbliżone.



Poniższy wykres ukazuje, iż sumowanie szeregu od końca jest obarczone mniejszym błędem dla wzoru Taylora. Jest to uargumentowane tym, że charakterystyka wzoru Taylora powoduje



zmniejszanie się elementów wraz z rozwojem szeregu, przez co najmniejsze składniki znajdują się na końcu.

Wniosek

Hipoteza jest fałszywa, ponieważ sumowanie elementów obliczanych na podstawie poprzedniego może dać podobną, lecz nie większą dokładność.

3. Pytania

Pytanie 1. Jak zależy dokładność obliczeń od liczby sumowanych składników?

Ilość sumowanych składników zwiększa dokładność obliczeń, ponieważ każdy składnik jest mniejszy i przybliża sumę do wartości oczekiwanej.

Pytanie 2. Ile składników w zależności od argumentu należy sumować aby otrzymać dokładność 10^{-6}?

Powyższa dokładność zostanie osiągnięta gdy będą sumowane kolejne składniki dopóki wartość elementu jest nie mniejsza niż zakładana dokładność.