

Целочисленное деление

- 1 Беззнаковое целочисленное деление
 - Деление с восстановлением остатков
 - Деление без восстановления остатков
- 2 Деление чисел со знаком
 - Деление без восстановления остатков
- 3 Задания на практику
 - Проходное
 - Мегамозг
- 4 Самообучение

Целочисленное деление

В результате деления числа A (делимое) на число d (делитель) получается частное q и остаток Δ , такие, что выполняется равенство:

$$A = q \cdot d + \Delta,$$

где A, q, d, Δ — целые, а $|\Delta| < |d|$.

Результат деления будем записывать как $A \div d = q \text{ rem } \Delta$, например:

$$7 \div 3 = 2 \text{ rem } 1.$$

Результат целочисленного деления, как обратной умножению операции, получается серией вычитаний и сдвигов.

Целочисленное деление (10CC), $52938 \div 43$

Англо-американская система

						частное
5	2	9	3	8	$\div 43$	делимое \div делитель

Целочисленное деление (10CC), $52938 \div 43$

Англо-американская система

0		частное
5 2 9 3 8	$\div 43$	делимое \div делитель
5		
- 0		
= 5		Δ_1

Целочисленное деление (10CC), $52938 \div 43$

Англо-американская система

0	1		частное
5	2	9 3 8	$\div 43$ делимое \div делитель
5			
-	0		
=	5		Δ_1
5	2		
-	4	3	
=	9		Δ_2

Целочисленное деление (10CC), $52938 \div 43$

Англо-американская система

0	1	2			частное
5	2	9	3	8	$\div 43$ делимое \div делитель
5					
-	0				
=	5				Δ_1
5	2				
-	4	3			
=		9			Δ_2
	9	9			
-	8	6			
=	1	3			Δ_3

Целочисленное деление (10CC), $52938 \div 43$

Англо-американская система

0	1	2	3		частное
5	2	9	3	8	$\div 43$ делимое \div делитель
5					
-	0				
=	5				Δ_1
5	2				
-	4	3			
=		9			Δ_2
	9	9			
-	8	6			
=	1	3			Δ_3
	1	3	3		
-	1	2	9		
=			4		Δ_4

Целочисленное деление (10CC), $52938 \div 43$

Англо-американская система

0 1 2 3 1		частное
5 2 9 3 8	$\div 43$	делимое \div делитель
5		
- 0		
= 5		Δ_1
5 2		
- 4 3		
= 9		Δ_2
9 9		
- 8 6		
= 1 3		Δ_3
1 3 3		
- 1 2 9		
= 4		Δ_4
4 8		
- 4 3		
= 5		Δ_5

Целочисленное деление (10CC), $52938 \div 43$

Англо-американская система

0	1	2	3	1		частное
5	2	9	3	8	$\div 43$	делимое \div делитель
5						
-	0					
=	5					Δ_1
5	2					
-	4	3				
=		9				Δ_2
	9	9				
-	8	6				
=	1	3				Δ_3
	1	3	3			
-	1	2	9			
=			4			Δ_4
		4	8			
		-	4	3		
		=	5			Δ_5
			5			$52938 \div 43 = 1231 \text{ rem } 5.$

Целочисленное деление (2CC), $10 \div 3$

Англо-американская система

					частное
1	0	1	0	$\div 11$	делимое \div делитель

Целочисленное деление (2CC), $10 \div 3$

Англо-американская система

0		частное
1 0 1 0	$\div 11$	делимое \div делитель
1		
- 0		
= 1		Δ_1

Целочисленное деление (2CC), $10 \div 3$

Англо-американская система

0 0		частное
1 0 1 0	$\div 11$	делимое \div делитель
1		
- 0		
= 1		Δ_1
1 0		
- 0		
= 1 0		Δ_2

Целочисленное деление (2CC), $10 \div 3$

Англо-американская система

0	0	1			частное
1	0	1	0	$\div 11$	делимое \div делитель
1					
-	0				
=	1				Δ_1
1	0				
-		0			
=	1	0			Δ_2
1	0	1			
-		1	1		
=		1	0		Δ_3

Целочисленное деление (2CC), $10 \div 3$

Англо-американская система

0	0	1	1		частное
1	0	1	0	$\div 11$	делимое \div делитель
1					
-	0				
=	1				Δ_1
1	0				
-		0			
=	1	0			Δ_2
1	0	1			
-		1	1		
=		1	0		Δ_3
	1	0	0		
-			1	1	
=				1	Δ_4

Целочисленное деление (2СС), $10 \div 3$

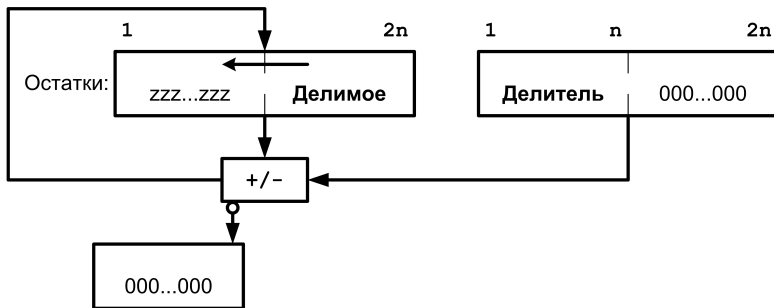
Англо-американская система

0	0	1	1		частное
1	0	1	0	$\div 11$	делимое \div делитель
1					
-	0				
=	1				Δ_1
1	0				
-		0			
=	1	0			Δ_2
1	0	1			
-		1	1		
=		1	0		Δ_3
	1	0	0		
-		1	1		
=			1		Δ_4
			1		$(1010)_2 \div (11)_2 = (11)_2 \text{ rem } 1$

Беззнаковое целочисленное деление

Первый способ

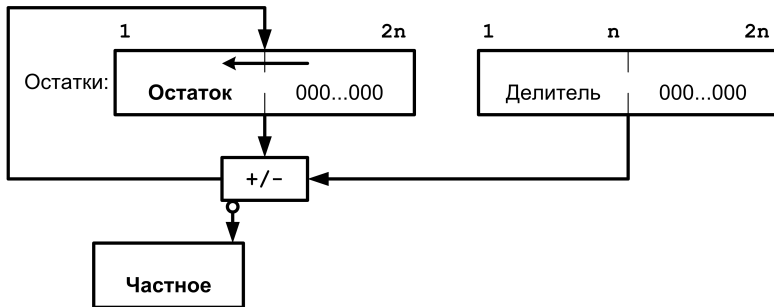
Начальное состояние:



Беззнаковое целочисленное деление

Первый способ

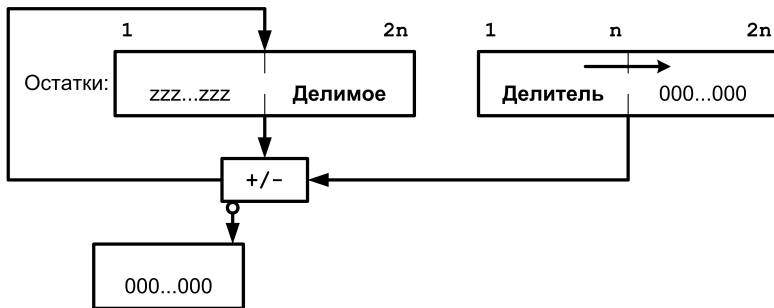
Конечное состояние:



Целочисленное деление

Второй способ

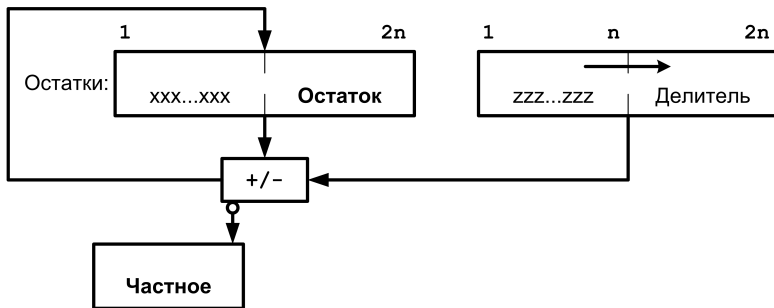
Начальное состояние:



Целочисленное деление

Второй способ

Конечное состояние:



На ноль делить нельзя!

Все приведенные ниже алгоритмы работают при условии, что не получают на входе нулевой делитель.

Беззнаковое целочисленное деление $A \div d = q \text{ rem } \Delta$

$$A = d \cdot q + \Delta,$$

В результате деления положительных чисел делимого A на делитель d получаемые в результате частное q и остаток Δ — также положительны.

Алгоритм деления с восстановлением остатков

n -разрядные беззнаковые целые

- 1 $i \leftarrow 1$; В младшую часть регистра остатков заносится делимое, в старшую часть регистра делителя — делитель. Далее состояние регистра остатков — остаток (Δ), регистра делителя — делитель (d), регистра частного (q) — частное.
- 2 Выполнить сдвиги: частное q влево, остаток Δ влево (в первом способе), делитель d вправо (во втором способе).
- 3 Получить новый остаток $\Delta \leftarrow (\Delta - d)$;
- 4 Если $\Delta < 0$, то в младший разряд частного занести 0, иначе 1.
- 5 Если $\Delta < 0$, то выполнить восстановление старого значения остатка: $\Delta \leftarrow (\Delta + d)$.
- 6 $i \leftarrow (i + 1)$. Если $i \leq n$, то к шагу 2.
- 7 В регистре частного получено значение частного, в регистре остатков — n -разрядный остаток (в первом способе в старших разрядах, во втором — в младших).

Алгоритм деления с восстановлением остатков

Примечания

- В регистр остатков и регистр делителя добавлены знаковые разряды.

Деление с восстановлением остатков I-й способ

$46 \div 5$

Частное q, \leftarrow	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
.....	., 101110	., ...101	операнды;
.....	.,1 01110.		сдвиг;
.....0	$ \begin{array}{r} + \text{.,1 01110.} \\ \text{1,111011} \\ \hline \text{1,111100 01110.} \end{array} $		$\Delta_1 < 0;$
.....0	$ \begin{array}{r} + \text{1,111100 01110.} \\ \text{., ...101} \\ \hline \text{.,1 01110.} \end{array} $		Восст. $\Delta_1;$

Деление с восстановлением остатков I-й способ (2)

46 ÷ 5

Частное q, \leftarrow	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
.....0	.,.....1 01110.	.,...101	↑
....0.	.,....10 1110..		сдвиг;
....00	+ .,....10 1110.. 1,111011 ----- 1,11101 1110..		$\Delta_2 < 0$;
....00	+ 1,11101 1110.. .,...101 ----- .,....10 1110..		Восст. Δ_2 ;
...00.	.,...101 110...		сдвиг;
...001	+ .,...101 110... 1,111011 ----- .,..... 110...		$\Delta_3 \geq 0$;
..001.	.,.....1 10....		сдвиг;

Деление с восстановлением остатков I-й способ (3)

$46 \div 5$

Частное q, \leftarrow	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
..001.	.,.....1 10....	.,...101	\uparrow
..0010	$ \begin{array}{r} + \text{.,.....1 10....} \\ \underline{1,111011 \text{}} \\ 1,111100 \text{ 10....} \end{array} $		$\Delta_4 < 0;$
..0010	$ \begin{array}{r} + 1,111100 \text{ 10....} \\ \underline{\text{.,...101}} \\ \text{.,.....1 10....} \end{array} $		Восст. $\Delta_4;$
.0010.	.,.....11 0....		сдвиг;
.00100	$ \begin{array}{r} + \text{.,.....11 0....} \\ \underline{1,111011 \text{}} \\ 1,111111 \text{ 0....} \end{array} $		$\Delta_5 < 0;$
.00100	$ \begin{array}{r} + 1,111111 \text{ 0....} \\ \underline{\text{.,...101}} \\ \text{.,.....11 0....} \end{array} $		Восст. $\Delta_5;$

Деление с восстановлением остатков I-й способ (4)

$$46 \div 5 = 9 \text{ rem } 1$$

Частное q, \leftarrow	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
.00100	.,....11 0.....	.,....101	↑
00100.	.,...110		сдвиг;
001001	$ \begin{array}{r} + \text{.,...110} \\ \text{1,111011} \\ \hline \text{.,000001} \end{array} $		$\Delta_6 > 0;$

$$q = (001001)_2 = 9$$

$$\Delta = (000001)_2 = 1$$

Деление с восстановлением остатков II-й способ

$$53 \div 5$$

Частное q, \leftarrow	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
.....	., 110101	., ...101	операнды;
.....	., 110101	.,10 1.....	сдвиг;
.....0	$ \begin{array}{r} + \text{., 110101} \\ \text{1,111101 1.....} \\ \hline \text{1,111110 010101} \end{array} $		$\Delta_1 < 0;$
.....0	$ \begin{array}{r} + \text{1,111110 010101} \\ \text{.,10 1.....} \\ \hline \text{., 110101} \end{array} $		Восст. $\Delta_1;$

Деление с восстановлением остатков II-й способ (2)

$53 \div 5$

Частное q, \leftarrow	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
.....0	.,..... 110101	.,.....10 1.....	↑
....0.	.,..... 110101	.,.....1 01....	сдвиг;
....00	$ \begin{array}{r} + \text{.,..... 110101} \\ \text{1,111110 11....} \\ \hline \text{1,111111 100101} \end{array} $		$\Delta_2 < 0;$
....00	$ \begin{array}{r} + \text{1,111111 100101} \\ \text{.,.....1 01....} \\ \hline \text{.,..... 110101} \end{array} $		Восст. $\Delta_2;$
...00.	.,..... 110101	.,..... 101...	сдвиг;
...001	$ \begin{array}{r} + \text{.,..... 110101} \\ \text{1,111111 011...} \\ \hline \text{.,..... ..1101} \end{array} $		$\Delta_3 \geq 0;$
..001.	.,..... ..1101	.,..... .101..	сдвиг;

Деление с восстановлением остатков II-й способ (3)

53 ÷ 5

Частное q, \leftarrow	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
..001.	.,..... ..1101	.,..... .101..	↑
..0010	$ \begin{array}{r} + \text{.,..... ..1101} \\ \text{1,111111 1011..} \\ \hline \text{1,111111 111001} \end{array} $		$\Delta_4 < 0;$
..0010	$ \begin{array}{r} + \text{1,111111 111001} \\ \text{.,..... .101..} \\ \hline \text{.,..... ..1101} \end{array} $		Восст. $\Delta_4;$
.0010.	.,..... ..1101	.,..... ..101.	сдвиг;
.00101	$ \begin{array}{r} + \text{.,..... ..1101} \\ \text{1,111111 11011.} \\ \hline \text{.,.....11} \end{array} $		$\Delta_5 \geq 0;$
00101.	.,.....11	.,..... ...101	сдвиг;

Деление с восстановлением остатков II-й способ (4)

$$53 \div 5 = 10 \text{ rem } 3$$

Частное q, \leftarrow	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
00101.	.,11	.,101	\uparrow
001010	$ \begin{array}{r} + \text{.,11} \\ \text{1,111111 111011} \\ \hline \text{1,111111 111110} \end{array} $		$\Delta_6 < 0;$
001010	$ \begin{array}{r} + \text{1,111111 111110} \\ \text{.,101} \\ \hline \text{., 000011} \end{array} $		Восст. $\Delta_6;$

$$q = (001010)_2 = 10$$

$$\Delta = (000011)_2 = 3$$

Деление без восстановления остатков

Если новый остаток Δ получается отрицательным, то к нему прибавляется делитель, чтобы восстановить старое (положительное) значение остатка. Чтобы не тратить на это время — проследим, что происходит к моменту получения следующего остатка Δ' .

- В первом способе:

$$\Delta' = \begin{cases} 2 \cdot \Delta + d, & \text{если } \Delta < 0: 2 \cdot (\underbrace{\Delta + d}_{\text{B.O.}}) - d = 2 \cdot \Delta + d, \\ 2 \cdot \Delta - d, & \text{если } \Delta \geq 0. \end{cases}$$

- Во втором способе:

$$\Delta' = \begin{cases} \Delta + d/2, & \text{если } \Delta < 0: (\underbrace{\Delta + d}_{\text{B.O.}}) - d/2 = \Delta + d/2, \\ \Delta - d/2, & \text{если } \Delta \geq 0. \end{cases}$$

Алгоритм деления без восстановления остатков

n -разрядные беззнаковые целые

- 1 $i \leftarrow 1$; В младшую часть регистра остатков заносится делимое, в старшую часть регистра делителя — делитель. Далее состояние регистра остатков — остаток (Δ), регистра делителя — делитель (d), регистра частного (q) — частное.
- 2 Выполнить сдвиги: частное q влево, остаток Δ влево (в первом способе), делитель d вправо (во втором способе).
- 3 Если $\Delta < 0$, то $\Delta \leftarrow (\Delta + d)$, иначе $\Delta \leftarrow (\Delta - d)$;
- 4 Если $\Delta < 0$, то в младший разряд частного занести 0, иначе 1.
- 5 $i \leftarrow (i + 1)$. Если $\leq n$, то к шагу 2.
- 6 Восстановим остаток. Если $\Delta < 0$, то $\Delta \leftarrow (\Delta + d)$.
- 7 В регистре частного получено значение частного, в регистре остатков — n -разрядный остаток (в первом способе в старших разрядах, во втором — в младших).

Алгоритм деления без восстановления остатков

Примечания

- В первом способе в регистре остатка добавлено *два* разряда под знак: по младшему знаковому разряду судят о знаке полученного остатка, а по старшему судят о знаке остатка до его сдвига вправо.

Деление без восстановления остатков I-й способ

$46 \div 5$

Частное q, \leftarrow	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
.....	00,..... 101110	...,...101	операнды;
.....	00,.....1 01110.		сдвиг;
.....0	$ \begin{array}{r} 00,.....1 01110. \\ + 11,111011 \quad \dots\dots \\ \hline 11,111100 01110. \end{array} $		$-d, \Delta_1 < 0;$
....0.	11,111000 1110..		сдвиг;
....00	$ \begin{array}{r} 11,111000 1110.. \\ + \quad \dots\dots101 \quad \dots\dots \\ \hline 11,111101 1110.. \end{array} $		$+d, \Delta_2 < 0;$
...00.	11,111011 110...		сдвиг;
...001	$ \begin{array}{r} 11,111011 110... \\ + \quad \dots\dots101 \quad \dots\dots \\ \hline 00,000000 110... \end{array} $		$+d, \Delta_3 \geq 0;$
..001.	00,000001 10....		сдвиг;

Деление без восстановления остатков I-й способ (2)

$$46 \div 5 = 9 \text{ rem } 1$$

Частное q, \leftarrow	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
..001.	00,000001 10....		\uparrow
..0010	$ \begin{array}{r} + 00,000001 \ 10.... \\ 11,111011 \ \text{.....} \\ \hline 11,111100 \ 10.... \end{array} $		$-d, \Delta_4 < 0;$
.0010.	11,111001 0.....		сдвиг;
.00100	$ \begin{array}{r} + 11,111001 \ 0..... \\ \dots\dots101 \ \text{.....} \\ \hline 11,111110 \ 0..... \end{array} $		$+d, \Delta_5 < 0;$
00100.	11,111100		сдвиг;
001001	$ \begin{array}{r} + 11,111100 \ \text{.....} \\ \dots\dots101 \ \text{.....} \\ \hline 00,000001 \ \text{.....} \end{array} $		$+d, \Delta_6 \geq 0;$

$$q = (001001)_2 = 9; \Delta = (000001)_2 = 1.$$

Деление без восстановления остатков II-й способ

53 ÷ 5

Частное q, \leftarrow	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
.....	., 110101	., ...101	операнды;
.....		.,10 1.....	сдвиг;
.....0	$ \begin{array}{r} + \text{., 110101} \\ \text{1,111101 1.....} \\ \hline \text{1,111110 010101} \end{array} $		$-d, \Delta_1 < 0;$
....0.		.,1 01....	сдвиг;
....00	$ \begin{array}{r} + \text{1,111110 010101} \\ \text{.,1 01....} \\ \hline \text{1,111111 100101} \end{array} $		$+d, \Delta_2 < 0;$
...00.		., 101...	сдвиг;
...001	$ \begin{array}{r} + \text{1,111111 100101} \\ \text{., 101...} \\ \hline \text{.,1101} \end{array} $		$+d, \Delta_3 \geq 0;$
..001.		.,101..	сдвиг;

Деление без восстановления остатков II-й способ (2)

$53 \div 5$

Частное q, \leftarrow	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
..001.	.,..... ..1101	.,..... .101..	\uparrow
..0010	$ \begin{array}{r} + \text{.,..... ..1101} \\ \text{1,111111 1011..} \\ \hline \text{1,111111 111001} \end{array} $		$-d, \Delta_4 < 0;$
.0010.		.,..... ..101.	сдвиг;
.00101	$ \begin{array}{r} + \text{1,111111 111001} \\ \text{.,..... ..101.} \\ \hline \text{.,.....11} \end{array} $		$+d, \Delta_5 \geq 0;$
00101.		.,..... ...101	сдвиг;
001010	$ \begin{array}{r} + \text{.,.....11} \\ \text{1,111111 111011} \\ \hline \text{1,111111 111110} \end{array} $		$-d, \Delta_6 < 0;$

Деление без восстановления остатков II-й способ (3)

$$53 \div 5 = 10 \text{ rem } 3$$

Частное q, \leftarrow	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
001010	1,111111 111110	.,..... ...101	↑
001010	$ \begin{array}{r} + \quad 1,111111 \ 111110 \\ \quad .,..... \ \dots 101 \\ \hline \quad .,..... \ 000011 \end{array} $		Восст. остатка

$$q = (001010)_2 = 10$$

$$\Delta = (000011)_2 = 3$$

Деление чисел со знаком

Неоднозначность результатов, см. подробнее в [1]

Пример	Отсечение	Модуль $\Delta \geq 0$	Округление q к меньшему значению
$7 \div 3 =$	2 rem 1	2 rem 1	2 rem 1
$(-7) \div 3 =$	-2 rem -1	-3 rem 2	-3 rem 2
$7 \div (-3) =$	-2 rem 1	-2 rem 1	-3 rem -2
$(-7) \div (-3) =$	2 rem -1	3 rem 2	2 rem -1

Остановимся на варианте «Отсечение».

Определение разряда частного q_0

Пусть $S(x)$ — функция возвращающая знак x . Исходное правило:

- 1 Если знаки делимого A и текущего остатка Δ совпадают, то разряд частного (модуля) $q_0 \leftarrow 1$, иначе $q_0 \leftarrow 0$.
- 2 Если знаки делимого A и делителя d различны, то $q_0 \leftarrow (\neg q_0)$.
(Т.е. инверсия модуля частного — *обратный код!*)

Так как $(x = y) \Leftrightarrow \neg(x \oplus y) \Leftrightarrow (1 \oplus x \oplus y)$, то исходное правило можно выразить одной формулой и упростить:

$$\begin{aligned} q_0 &\leftarrow \neg(S(A) = S(\Delta)) \oplus (S(A) \oplus S(d)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (1 \oplus S(A) \oplus S(\Delta)) \oplus (S(A) \oplus S(d)) \Leftrightarrow (1 \oplus S(d) \oplus S(\Delta)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \neg(S(d) \oplus S(\Delta)). \end{aligned}$$

$$\neg(S(d) \oplus S(\Delta))$$

Если знаки d и Δ совпадают, то $q_0 \leftarrow 1$, иначе $q_0 \leftarrow 0$.

Алгоритм деления в ДК без восстановления остатков

n -разрядные знаковые целые в ДК

- 1 $i \leftarrow 1$; Инициализируются регистры q , Δ и d .
- 2 Выполняются сдвиги: q — влево, Δ — влево (I сп.), d — вправо (II сп., с учётом знака).
- 3 Если знаки Δ и d совпадают, то $\Delta \leftarrow (\Delta - d)$, иначе $\Delta \leftarrow (\Delta + d)$.
- 4 $q_0 \leftarrow \neg(S(d) \oplus S(\Delta))$. Т.е. если знаки d и Δ совпадают, то $q_0 \leftarrow 1$, иначе $q_0 \leftarrow 0$. Обр. код!
- 5 $i \leftarrow (i + 1)$. Если $i \leq n$, то к шагу 2.
- 6 Выполняется процедура коррекции остатка и частного (см. следующий слайд).

Процедура коррекции остатка и частного (отсечение)

Вход: A — делимое, d — делитель, q — частное, Δ — остаток. Выход: q , Δ

	$d > 0$	$d < 0$
$A \geq 0$	$q \leftarrow q,$ $\Delta \leftarrow \begin{cases} (\Delta + d), & \Delta < 0, \\ \Delta, & \text{иначе,} \end{cases}$	$q \leftarrow (q + 1),$ $\Delta \leftarrow \begin{cases} (\Delta - d), & \Delta < 0, \\ \Delta, & \text{иначе,} \end{cases}$
$A < 0$	$q \leftarrow \begin{cases} q, & (\Delta = 0) \vee (\Delta = -d) \\ (q + 1), & \text{иначе,} \end{cases}$ $\Delta \leftarrow \begin{cases} 0, & (\Delta = 0) \vee (\Delta = -d), \\ (\Delta - d), & \Delta > 0, \\ \Delta, & \text{иначе,} \end{cases}$	$q \leftarrow \begin{cases} q + 1, & (\Delta = 0) \vee (\Delta = d), \\ q, & \text{иначе,} \end{cases}$ $\Delta \leftarrow \begin{cases} 0, & (\Delta = 0) \vee (\Delta = d), \\ \Delta + d, & \Delta > 0, \\ \Delta, & \text{иначе.} \end{cases}$

Деление без ВО в ДК I-й способ

$27 \div (-5)$

Частное q, \leftarrow	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
.....	0, 011011	1, 111011	операнды;
.....	0, 0 11011.		сдвиг;
.....1	+ 0, 0 11011. 1, 111011 ----- 1, 111011 11011.		$+d, \Delta_1 < 0;$
....1.	1, 110111 1011..		сдвиг;
....11	+ 1, 110111 1011.. ., ... 101 ----- 1, 111100 1011..		$-d, \Delta_2 < 0;$
...11.	1, 111001 011...		сдвиг;
...111	+ 1, 111001 011.. ., ... 101 ----- 1, 111110 011...		$-d, \Delta_3 < 0;$
..111.	1, 111100 11....		сдвиг;

Деление без ВО в ДК I-й способ (2)

$27 \div (-5)$

Частное q, \leftarrow	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
..111.	1,111100 11....		\uparrow
..1110	$ \begin{array}{r} + \quad 1,111100 \ 11.... \\ \quad 0,000101 \ \dots\dots \\ \hline \quad 0,000001 \ 11.... \end{array} $		$-d, \Delta_4 \geq 0;$
.1110.	0,000011 1....		сдвиг;
.11101	$ \begin{array}{r} + \quad 0,000011 \ 1.... \\ \quad 1,111011 \ \dots\dots \\ \hline \quad 1,111110 \ 1.... \end{array} $		$+d, \Delta_5 < 0;$
11101.	1,111101 \dots\dots		сдвиг;
111010	$ \begin{array}{r} + \quad 1,111101 \ \dots\dots \\ \quad ., \dots 101 \ \dots\dots \\ \hline \quad 0,000010 \ \dots\dots \end{array} $		$-d, \Delta_6 \geq 0;$

Деление без ВО в ДК I-й способ (3)

$$27 \div (-5) = -5 \text{ rem } 2$$

Частное q, \leftarrow	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
111010	0,000010		\uparrow
$ \begin{array}{r} 111010 \\ + \\ 000001 \\ \hline 111011 \end{array} $	0,000010		$q \leftarrow (q + 1);$

$$\text{ДК}(q) = (111011)_2 \Rightarrow -5$$

$$\text{ДК}(\Delta) = (000010)_2 \Rightarrow 2$$

Деление без восстановления остатков II-й способ

$(-25) \div 6$

Частное q, \leftarrow	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
.....	1,111111 100111	.,...110	операнды;
.....		.,....11 0.....	сдвиг;
.....1	$ \begin{array}{r} + \quad 1,111111 \ 100111 \\ \quad .,....11 \ 0..... \\ \hline 0,....10 \ 100111 \end{array} $		$+d, \Delta_1 \geq 0;$
....1.		.,.....1 10....	сдвиг;
....11	$ \begin{array}{r} + \quad 0,....10 \ 100111 \\ \quad 1,111110 \ 10.... \\ \hline 0,.....1 \ 000111 \end{array} $		$-d, \Delta_2 \geq 0;$
...11.		.,..... 110...	сдвиг;
...111	$ \begin{array}{r} + \quad 0,.....1 \ 000111 \\ \quad 1,111111 \ 010... \\ \hline 0,..... .10111 \end{array} $		$-d, \Delta_3 \geq 0;$
..111.		.,..... .110..	сдвиг;

Деление без восстановления остатков II-й способ (2)

$(-25) \div 6$

Частное q, \leftarrow	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
..111.	0,10111	.,110..	\uparrow
..1110	$ \begin{array}{r} + 0,10111 \\ 1,111111 \ 1010.. \\ \hline 1,111111 \ 111111 \end{array} $		$-d, \Delta_4 \geq 0;$
.1110.		.,110.	сдвиг;
.11101	$ \begin{array}{r} + 1,111111 \ 111111 \\ .,110. \\ \hline 0,1011 \end{array} $		$+d, \Delta_5 \geq 0;$
11101.		.,110	сдвиг;
111011	$ \begin{array}{r} + 0,1011 \\ 1,111111 \ 111010 \\ \hline 0,101 \end{array} $		$-d, \Delta_6 \geq 0;$

Деление без восстановления остатков II-й способ (3)

$$(-25) \div 6 = -4 \text{ rem } -1$$

Частное q, \leftarrow	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
111011	0, 101	., 110	\uparrow
111011	$ \begin{array}{r} + \text{., 101} \\ \text{1, 111111 111010} \\ \hline \text{1, 111111 111111} \end{array} $		Восст. остатка, $-d$
$ \begin{array}{r} + \text{111011} \\ \text{000001} \\ \hline \text{111100} \end{array} $	1, 111111 <u>111111</u>		$q \leftarrow (q + 1)$

$$\text{ДК}(q) = (111100)_2 \Rightarrow -4$$

$$\text{ДК}(\Delta) = (111111)_2 \Rightarrow -1$$

Выполнить беззнаковое деление чисел:

- 1 $27 \div 9$, первым способом без восстановления остатков;
- 2 $39 \div 10$, вторым способом без восстановления остатков;

Выполнить целочисленное деление в дополнительном коде чисел со знаком:

- ❶ $122 \div 22$, первым и вторым способами;
- ❷ $122 \div 19$, первым способом;
- ❸ $(-119) \div 11$, первым способом;
- ❹ $(-118) \div (-11)$, вторым способом;
- ❺ $123 \div (-12)$, вторым способом.

Выполнить целочисленное деление в дополнительном коде в 8-и разрядной сетке чисел со знаком (любым способом):

- ❶ $(-128) \div (-127);$
- ❷ $(-128) \div 127;$
- ❸ $127 \div (-128);$
- ❹ $0 \div (127).$

Подробно об особенностях целочисленного деления см. в [1].
«Длинные» алгоритмы умножения и деления, см. в четвертой главе
«Арифметика» [2]



Г.Уоррен-мл. Алгоритмические трюки для программистов /
Г.Уоррен-мл. —
2 изд. —
М.: Издательский дом «Вильямс», 2014.



Д.Э.Кнут. Искусство программирования, получисленные
алгоритмы / Д.Э.Кнут. —
3 изд. —
М.: Вильямс, 2005. —
Т. 2.