

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Вятский государственный университет»

Факультет автоматики и вычислительной техники

Кафедра электронных вычислительных машин

Топологии вычислительных систем

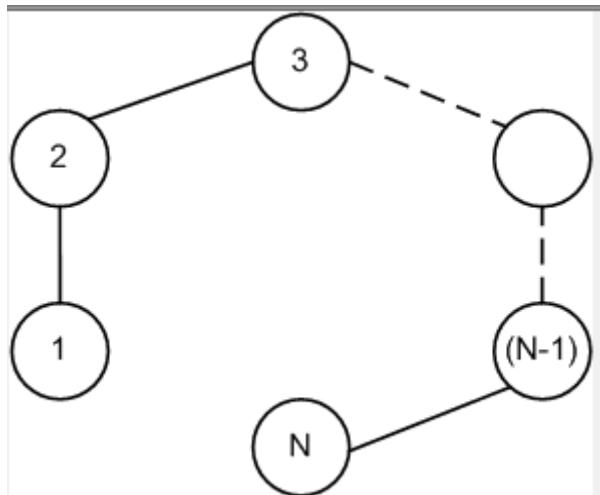
Отчет по лабораторной работе №6 дисциплины
«Высокопроизводительные вычислительные комплексы»

Вариант 4

Выполнил студент группы ИВТ-41 _____/Крючков И. С./
Проверил _____/Мельцов В. Ю./

Киров 2023

1. Задание №1



Рассчитайте следующие характеристики сети с линейной топологией: размер сети, диаметр, порядок узла, число связей, ширина бисекции, симметричность.

Число узлов – 29

Расчетные формулы:

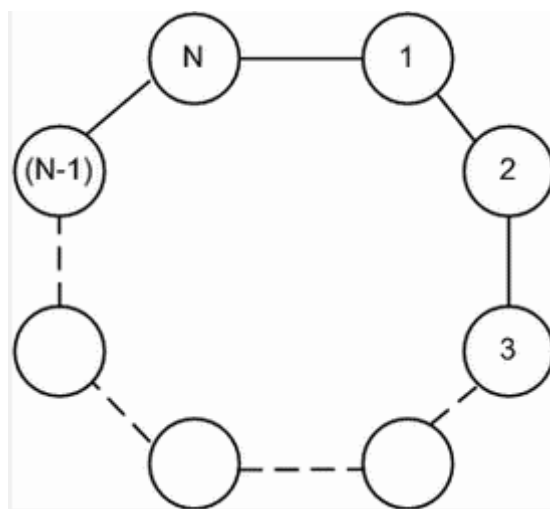
$$D = N - 1; d = 2; I = N - 1; B = 1$$

Решение:

$N = 29; D = 28; d = 2; I = 28; B = 1;$

Симметричность: нет

2. Задание №2



Рассчитайте следующие характеристики сети с кольцевой топологией: размер сети, диаметр, порядок узла, число связей, ширина бисекции, симметричность.

Число узлов – 47

Расчетные формулы:

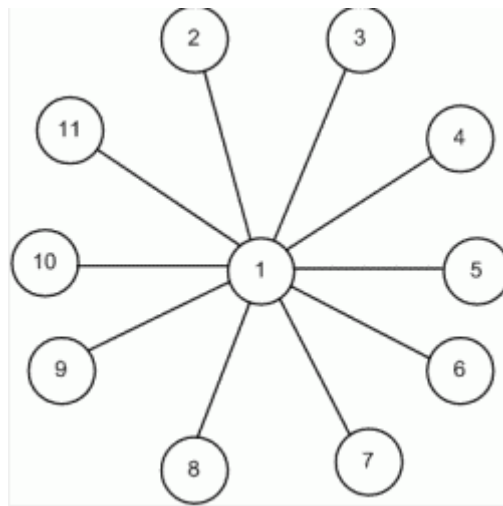
$$D = \min \left[\frac{N}{2} \right]; d = 2; I = N; B = 2$$

Решение:

$N = 47; D = 23; d = 2; I = 47; B = 2$

Симметричность: да

3. Задание №3



Рассчитайте следующие характеристики сети с топологией звезда: размер сети, диаметр, порядок узла, число связей, ширина бисекции, симметричность.

Расчетные формулы:

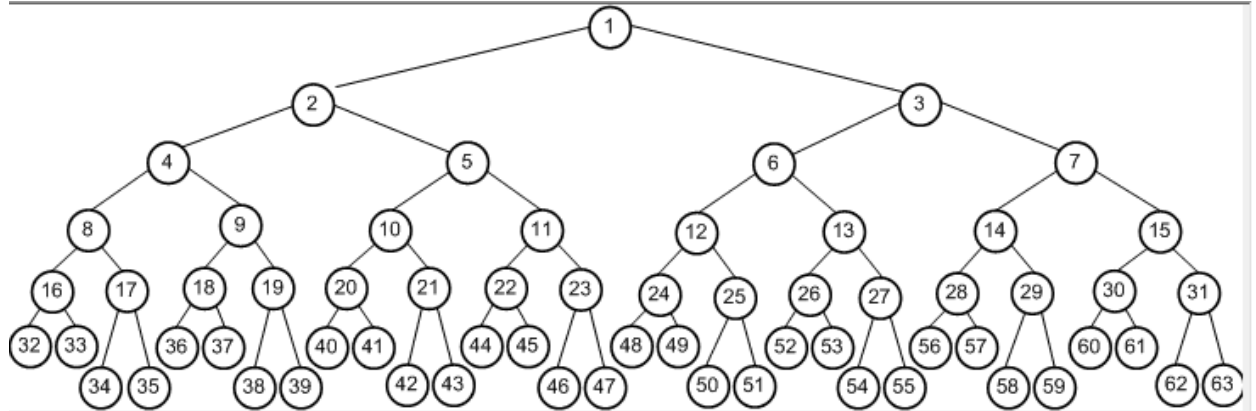
$$D = 2; d = 1; I = N - 1; B = 1$$

Решение:

$N = 11; D = 2; d = 2; I = 10; B = 1$

Симметричность: нет

4. Задание №4



Рассчитайте следующие характеристики сети с топологией двоичное дерево: размер сети, диаметр, порядок узла, число связей, ширина бисекции, симметричность.

Расчетные формулы:

$$D = 2(h - 1); d = 3; I = N - 1; B = 1$$

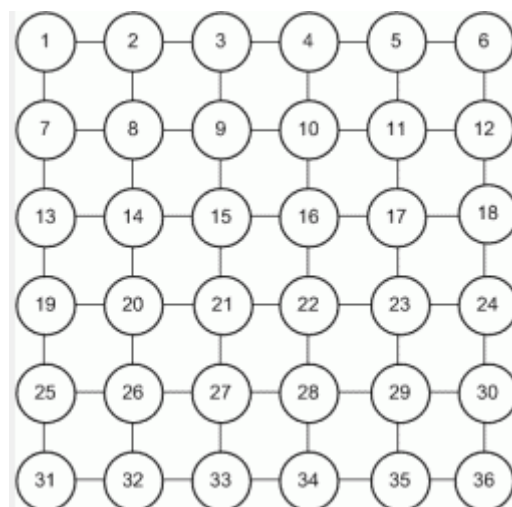
где h – высота дерева (количество узлов в древовидной сети), определяемая как $\max[\log_2 N]$.

Решение:

$$N = 63; D = 10; d = 3; I = 62; B = 1$$

Симметричность: нет

5. Задание №5



Рассчитайте следующие характеристики сети с топологией двумерная решетка: размер сети, диаметр, порядок узла, число связей, ширина бисекции, симметричность.

Расчетные формулы:

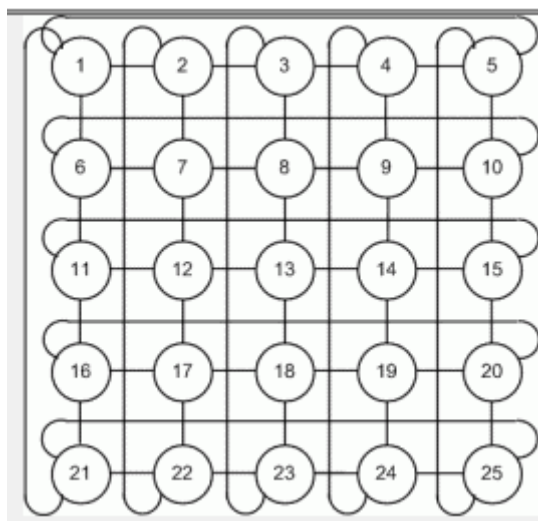
$$D = 2(m - 1); d = 4; I = 2N - 2m; B = m; m = \sqrt{N}$$

Решение:

$$N = 36; D = 10; d = 4; I = 60; B = 6$$

Симметричность: нет

6. Задание №6



Рассчитайте следующие характеристики сети с тороидальной топологией: размер сети, диаметр, порядок узла, число связей, ширина бисекции, симметричность.

Расчетные формулы:

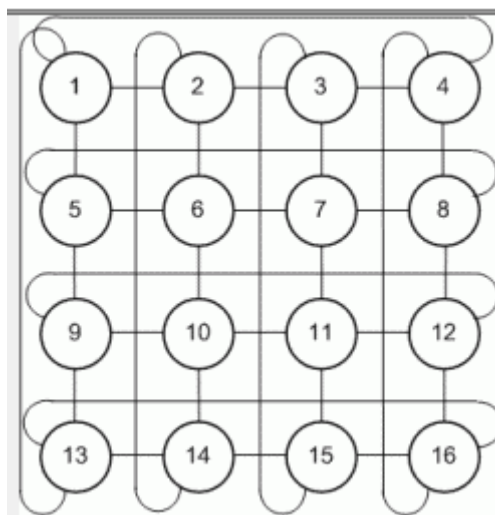
$$D = 2 \min \left[\frac{m}{2} \right]; d = 4; I = 2N; B = 2m; m = \sqrt{N}$$

Решение:

$$N = 25; D = 4; d = 4; I = 50; B = 10$$

Симметричность: да

7. Задание №7



Рассчитайте следующие характеристики сети с витой тороидальной топологией: размер сети, диаметр, порядок узла, число связей, ширина бисекции, симметричность.

Расчетные формулы:

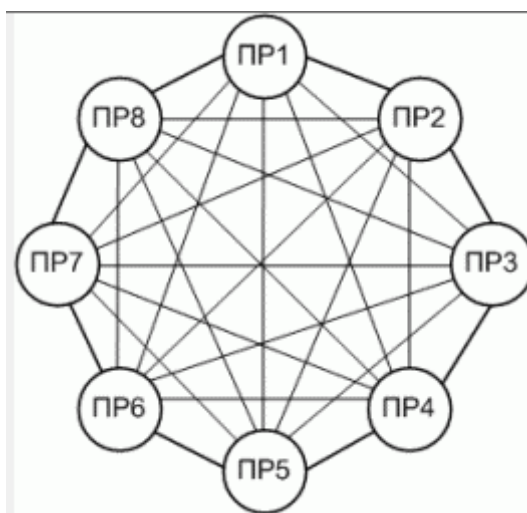
$$D = m - 1; d = 4; I = 2N; B = 2m; m = \sqrt{N}$$

Решение:

$$N = 16; D = 3; d = 4; I = 32; B = 8$$

Симметричность: да

8. Задание №8



Рассчитайте следующие характеристики сети с полносвязной топологией: размер сети, диаметр, порядок узла, число связей, ширина бисекции, симметричность.

Расчетные формулы:

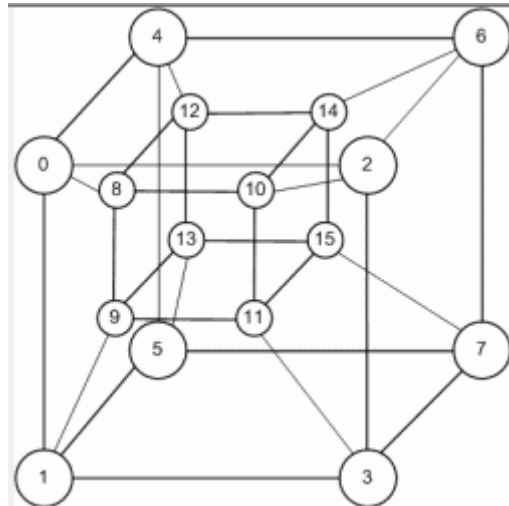
$$D = 1; d = N - 1; I = \frac{N(N - 1)}{2}; B = \frac{N^2}{4}$$

Решение:

$$N = 8; D = 1; d = 7; I = 28; B = 16$$

Симметричность: да

9. Задание №9



Рассчитайте следующие характеристики сети с топологией четырехмерный гиперкуб: размер сети, диаметр, порядок узла, число связей, ширина бисекции, симметричность.

Расчетные формулы:

$$D = m; d = m; I = \frac{mN}{2}; N = 2^m; B = 2^{m-1}$$

m – число измерений

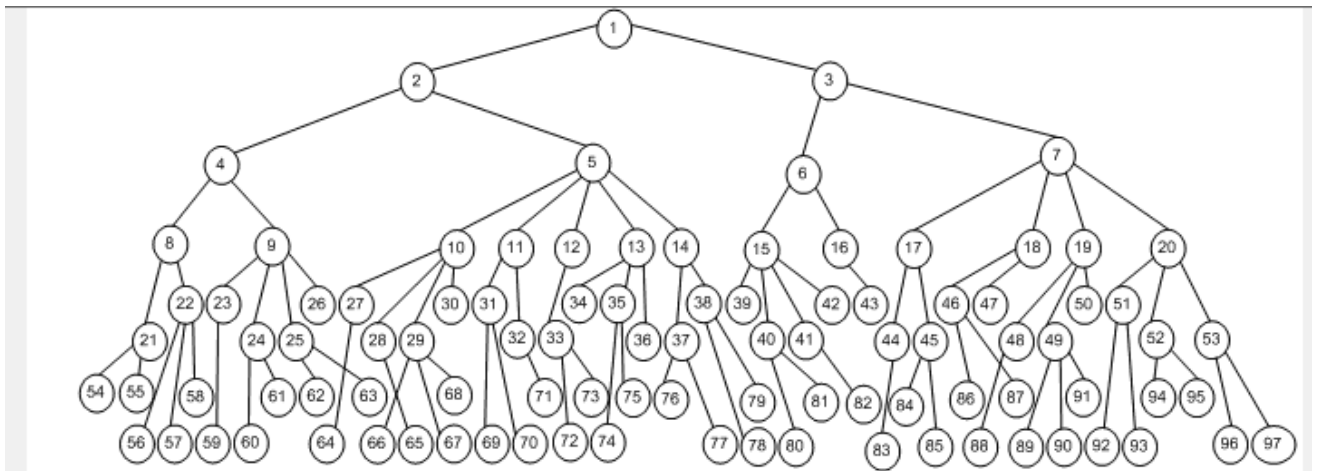
Решение:

$$N = 16; D = 4; d = 4; I = 32; B = 8$$

Симметричность: да

10. Задание №10

Приведенный ниже граф используется в заданиях №10-14.



Рассчитайте время решения задачи на ВС с линейной топологией, содержащей 16 процессоров.

Время передачи и обработки процесса одинаково и равно 1с.

Решение:

Временная диаграмма выполнения процессов в сети с линейной топологией представлена на рисунке 1.

В соответствии с диаграммой задача выполнится за 39 с.

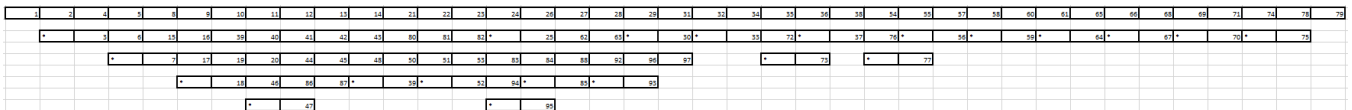


Рисунок 1 – Временная диаграмма работы сети с линейной топологией

11. Задание №11

Рассчитайте время решения задачи на ВС с кольцевой топологией, содержащей 16 процессоров.

Время передачи и обработки процесса одинаково и равно 1с.

Решение:

Временная диаграмма выполнения процессов в сети с кольцевой топологией представлена на рисунке 2.

В соответствии с диаграммой задача выполнится за 22 с

[illegible]

Рисунок 2 – Временная диаграмма работы сети с кольцевой топологией

12. Задание №12

Рассчитайте время решения задачи на ВС с топологией двумерная решетка, содержащей 16 процессоров.

Время передачи и обработки процесса одинаково и равно 1с.

Решение:

Временная диаграмма выполнения процессов в сети с топологией двумерная решетка представлена на рисунке 3.

В соответствии с диаграммой задача выполнится за 19 с

[illegible]

Рисунок 3 - Временная диаграмма работы сети с топологией двумерная решетка

13. Задание №13

Рассчитайте время решения задачи на ВС с тороидальной топологией, содержащей 16 процессоров.

Время передачи и обработки процесса одинаково и равно 1с.

Решение:

Временная диаграмма выполнения процессов в сети с тороидальной топологией представлена на рисунке 4.

В соответствии с диаграммой задача выполнится за 15 с

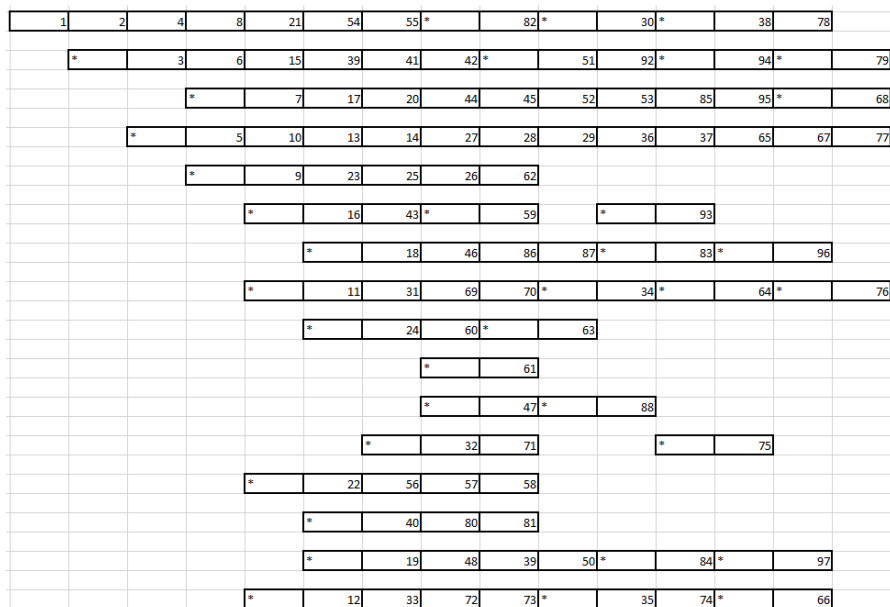


Рисунок 3 - Временная диаграмма работы сети с тороидальной топологией

14. Задание №14

Рассчитайте время решения задачи на ВС с топологией четырехмерный гиперкуб, содержащей 16 процессоров.

Время передачи и обработки процесса одинаково и равно 1с.

Решение:

Временная диаграмма выполнения процессов в сети с топологией четырехмерный гиперкуб представлена на рисунке 4.

В соответствии с диаграммой задача выполнится за 15 с

1	2	4	8	21	54	55	*	82	*	30	*	38	78	
	*	3	6	15	39	41	42	*	51	92	*	94	*	79
		*	7	17	20	44	45	52	53	85	95	*	68	
		*	5	10	13	14	27	28	29	36	37	65	67	77
		*	9	23	25	26	62							
			*	16	43	*	59		*	93				
				*	18	46	86	87	*	83	*	96		
			*	11	31	69	70	*	34	*	64	*	76	
				*	24	60	*	63						
					*	61								
					*	47	*	88						
				*	32	71			*	75				
			*	22	56	57	58							
				*	40	80	81							
				*	19	48	39	50	*	84	*	97		
			*	12	33	72	73	*	35	74	*	66		

Рисунок 4 - Временная диаграмма работы сети с топологией четырехмерный гиперкуб

Выводы

В ходе лабораторной работы были рассмотрены различные топологии ВС, выявлены их достоинства и недостатки на основе данных таблицы 1, в которой приведено сравнение топологий по диаметру, порядку узла, числу связей, ширине бисекции, симметричности при одинаковом количестве узлов ($N = 16$).

Таблица 1 – Характеристики топологий ВС

Топология	N	D	d	I	B	Симметричность
Линейная	16	15	2	15	1	нет
Кольцевая	16	8	2	16	2	да
Дерево	16	6	3	15	1	нет
Решетка	16	6	4	24	4	нет
Тороидальная	16	4	4	32	8	да
Витой тор	16	3	4	32	8	да
Полносвязная	16	1	15	120	64	да
Звезда	16	2	15	15	1	нет
Гиперкуб	16	4	4	32	8	да

Далее в таблицах:

«+» - достоинство

«-» - недостаток

Линейная топология

+	Простота подключения новых узлов
+	Выгодно использовать в сетях с небольшим количеством узлов
+	Простота реализации
-	Необходимо использовать отказоустойчивые узлы, иначе в случае отказа одного узла дальнейшая передача сообщения будет невозможна.

-	Малая ширина бисекции. Отказ любого не крайнего узла приведет к разделению сети на 2 части, при этом дальнейшая передача сообщений между этими частями будет невозможна
-	Большой диаметр сети. Низкая скорость пересылки сообщения для удаленных узлов
-	Подключение новых узлов снижает быстродействие сети

Кольцевая топология

+	Повышенная надежность сети по сравнению с линейной топологией при незначительном усложнении
+	Добавление дополнительных линий связи узлов (хорд) позволяет уменьшать диаметр сети, что позволяет повысить быстродействие при большом количестве узлов
-	Плохая расширяемость, изменение количества узлов требует демонтажа
-	Несмотря на улучшение относительно линейной топологии, надежность всё ещё невысока и сильно зависит от отдельных узлов

Звездообразная топология

+	Эффективно использовать, когда поток информации идет от нескольких вторичных источников, например, терминалов
+	Простая конструкция конечных узлов
-	Необходимость в сложном и дорогом концентраторе, который ограничивает пропускную способность, ограничивает подключение новых узлов. Отказ же концентратора, ведёт к отказу всей сети

Древовидная топология

+	Простая организация конечных узлов
+	Высокая гибкость и простота расширения

-	При больших объемах пересылок между несмежными узлами топология мало эффективна
-	Повышенная вероятность затора на высоких уровнях сети, из-за недостаточной пропускной способности прикорневых узлов (частично решается путём организации «толстого дерева»)

Решетчатая топология (плоская решетка)

+	Ориентация на обработку различных массивов
+	Высокая надежность
+	Большое количество реализаций, ориентированных на различные задачи
-	Большой диаметр сети по сравнению с тором
-	Малая ширина бисекции по сравнению с тором

Тороидальная топология

+	Диаметр сети приблизительно в 2 раза меньше, чем у решетчатой
+	Ширина бисекции в 2 раза больше, чем у решетчатой топологии – выше надежность
-	Сложность организации коммутации узлов

Топология витой тор

+	Диаметр сети меньше по сравнению с двумерной решеткой и тороидальной топологией
+	Высокая надежность
-	Сложность организации коммутации узлов

Полносвязная топология

+	Минимальный маршрут между любой парой узлов
-	Несоразмерное увеличение стоимости и сложности реализации сети при добавлении новых узлов, при этом производительность повышается незначительно.

Топология гиперкуб

+	Удобство расширяемости, поскольку при увеличении измерений добавляются идентичные части.
+	Адресация маршрута сообщения ведется путем анализа различия бита в адресе узла, хранящего сообщения и узла назначения. Количество пересылок равно количеству отличающихся бит в адресах текущего и конечного узла
-	Порядок всех узлов увеличивается при необходимости добавления нового измерения. В N-мерном гиперкубе узел связан с N соседями

Каждая топология имеет область применения, в которой является оптимальной, однако нет такой топологии, что покрыла бы все возможные потребности позволив полностью отказаться от других.

Наибольший диаметр сети – линейная топология, наименьший – полносвязная. При частой передаче сообщений между удаленными узлами лучше использовать полносвязную топологию, поскольку она имеет наименьший диаметр, однако её реализация экономически нецелесообразна при большом количестве узлов.

Наибольшее количество каналов у полносвязной топологии, наименьшее – у линейной, дерева и звезды. Более низкое количество каналов обеспечит сети меньшую стоимость, но худшую надёжность.

Наибольшая ширина бисекции у полносвязной топологии, наименьшая – у линейной, дерева и звезды. Сети с большей шириной бисекции надежны и

устойчивы к нагрузкам и позволяют организовать одновременную передачу без конфликтов большого числа сообщений.

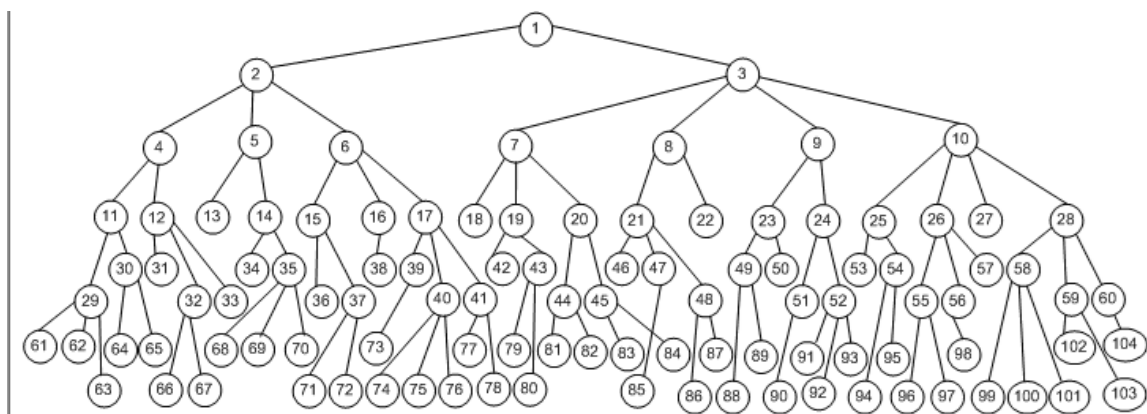
Для оценки быстродействия сетей необходимо определить время выполнения задач в каждой из них. Сравнительный анализ времени выполнения задачи на 16 процессорах для различных топологий представлен в таблице 2.

Таблица 2 – Время выполнения задач в сетях с разной топологией

Топология	t, с
Линейная	39
Кольцевая	22
Двумерная решетка	19
Тор	15
Гиперкуб	15

Наилучшее время выполнения показали тороидальная топология и гиперкуб, поэтому более эффективно использовать данные топологии. Наибольшее время было затрачено на задачу, выполняемую в сети с линейной топологией, что говорит о неэффективности ее использования при данном числе процессоров.

Тор и гиперкуб показали одинаковое время выполнения задачи, поэтому возьмем другую задачу и определим время решения.



Временные диаграммы работы сети для топологий тор и гиперкуб приведены на рисунках 5 и 6 соответственно.

1	2	4	11	29	30	62	63	*	44	81				
	*	3	7	18	19	20	42	43	45	80	84	*	99	
		*	8	21	46	47	85	*	79	*	98			
	*	5	13	*	61	*	64		*	82				
	*	6	15	17	36	37	41	71	72					
		*	9	23	49	50	88	89	*	83				
			*	22	*	48	86	87						
		*	14	34	*	39	73	*	77					
		*	16	38	*	40	74	*	78					
			*	24	51	90	*	75	*	60	104			
				*	52	91	92							
				*	35	68	69	*	93					
	*	12	31	33	*	65	*	76	*	94	*	102		
	*	10	25	27	28	53	54	58	59	95	101	103		
		*	26	55	56	57	96	97	*	100				
		*	32	66	67	*	70							

Рисунок 5 – Временная диаграмма работы сети с топологией тор

1	2	4	11	29	30	62	63	*	44	81	*	100		
	*	3	7	18	19	20	42	43	45	80	84	*	102	
		*	5	13	*	61	*	64		*	82			
		*	8	21	46	47	85	*	79					
	*	6	15	17	36	37	41	71	72	78				
		*	9	23	49	50	88	89	*	83				
		*	14	34	*	39	73	*	77					
			*	22	*	48	86	87						
	*	12	31	33	*	65	*	58	99	*	103			
	*	10	25	27	28	53	54	59	94	95				
			*	32	66	67	*	97	*	101				
			*	26	55	57	96	*	60	104				
		*	16	38	*	40	74	75	76					
		*	24	51	52	90	91	93						
			*	35	68	69	70							
				*	56	98	*	92						

Рисунок 6 – Временная диаграмма работы сети с топологией гиперкуб

В результате определили время выполнения:

Тор: 15 с.

Гиперкуб: 14 с.

Наименьшее время выполнения имеет гиперкуб, поэтому для достижения наибольшей эффективности сети стоит выбрать данную топологию.

Для оценки стоимости сетей нужно определить количество связей и сложность коммутации для ее узлов. Наиболее дорогостоящей сетью в соответствии с этими критериями является сеть с полносвязной топологией. Для 16 узлов она имеет 120 каналов, что в несколько раз выше, чем у остальных сетей. Порядок узлов в этой топологии 15, что говорит о необходимости использования коммутаторов для каждого узла. Самыми дешевыми топологиями являются линейная топология и кольцо. Количество каналов для 16 узлов у них минимальное, 15 и 16 соответственно. У топологии звезда и дерево так же 15 каналов, однако порядок 20 узлов у них более 2, что говорит о необходимости использования коммутаторов, в отличие от линейной и кольцевой топологии, у которых порядок узлов 2.

Для определения оптимальной сети необходимо рассчитать параметры производительности P , стоимости S и надежности N . Расчеты производятся для 16 процессоров по формулам:

$$P = \frac{1}{t}$$

Где t – время выполнения задач.

$$S = N_{\text{пр}}S_{\text{пр}} + N_{\text{кн}}S_{\text{кн}} + N_{\text{ком}}S_{\text{ком}}$$

Где $N_{\text{пр}}$ и $S_{\text{пр}}$ количество и стоимость процессоров,

$N_{\text{кн}}$ и $S_{\text{кн}}$ количество и стоимость каналов связи

$N_{\text{ком}}$ и $S_{\text{ком}}$ количество и стоимость коммутаторов

Стоимость выражена в у.е.

$$S_{\text{пр}} = 10$$

$$S_{\text{кн}} = 1$$

Стоимость коммутатора зависит от количества портов.

Примем стоимость коммутатора $S_{\text{ком}}$ для линейной и кольцевой топологии – 2, для двумерной решетки – 5, для тора и гиперкуба – 8.

$$K_{\text{опт}} = \frac{P}{S}$$

Расчеты:

$$S_{\text{лин}} = 16 * 10 + 15 * 1 + 16 * 2 = 207$$

$$S_{\text{кольц}} = 16 * 10 + 16 * 1 + 16 * 2 = 208$$

$$S_{\text{реш}} = 16 * 10 + 24 * 1 + 16 * 5 = 264$$

$$S_{\text{тор}} = 16 * 10 + 32 * 1 + 16 * 8 = 320$$

$$S_{\text{гкуб}} = 16 * 10 + 32 * 1 + 16 * 8 = 320$$

Результаты расчетов представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты расчета оптимальных сетей

Топология	D	I	t, с	P, 1/с	S	$K_{\text{опт}} * 10^4$
Линейная	15	15	39	0,026	207	1,25
Кольцевая	8	16	22	0,045	208	2,16
2d-решетка	6	24	19	0,053	264	2,01
Тор	4	32	15	0,067	320	2,10
Гиперкуб	4	32	14	0,071	320	2,22

Линейная топология самая дешевая, но наименее оптимальная по коэффициенту.

Наиболее эффективными оказались топологии тор и гиперкуб. Однако при повышении числа узлов количество связей гиперкуба ($I = N \log_2 N / 2$) повышается значительно быстрее чем у тора ($2N$). Расчет стоимостей сетей с топологиями тор и гиперкуб при повышении числа узлов с 64 до 256 представлен в таблице 4.

Расчеты:

$$S_{\text{тор}}^{64} = 64 * 10 + 128 * 1 + 64 * 8 = 1280$$

$$S_{\text{тор}}^{256} = 256 * 10 + 512 * 1 + 256 * 8 = 5120$$

$$S_{\text{гкуб}}^{64} = 64 * 10 + 192 * 1 + 64 * 8 = 1344$$

$$S_{\text{гкуб}}^{256} = 256 * 10 + 1024 * 1 + 256 * 8 = 5632$$

$$\frac{S_{\text{гкуб}}^{256}}{S_{\text{тор}}^{256}} = \frac{5632}{5120} = 1,1$$

Результаты расчетов представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Результаты расчета оптимальных сетей

Топология	N	I	S
Тор	64	128	1280
Гиперкуб	64	192	1344
Тор	256	512	5120
Гиперкуб	256	1024	5632

Таким образом стоимость сети из 256 узлов с топологией гиперкуб в 1.1 раза больше, чем сети с тороидальной топологией

По таблице 3 можно сказать, что производительность сети увеличивается при уменьшении диаметра. Для топологии гиперкуб $D = \log_2 N = 8$, а для тороидальной топологии $D = 2 * \lfloor \sqrt{N/2} \rfloor = 16$. Отсюда можно сделать вывод, что при $N = 256$ производительность топологии гиперкуб в 2 раза выше.

В результате при повышении числа узлов до 256, сеть с топологией гиперкуб дорогостоящая, чем сеть с топологией тор, однако ее производительность выше. С учетом того, что производительность гиперкуба возросла больше, чем стоимость, можно говорить о том, что для 256 узлов топология гиперкуб более оптимальна.

$$K_{\text{опт}} = \frac{P_{\text{гкуб}}}{S_{\text{гкуб}}} = \frac{2P_{\text{тор}}}{1,1S_{\text{тор}}} = 1,81 * K_{\text{опт тор}}$$