

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Вятский государственный университет»

Факультет автоматики и вычислительной техники

Кафедра электронных вычислительных машин

Исследование характеристик вычислительных систем

Отчет по лабораторной работе №2 дисциплины
«Высокопроизводительные вычислительные комплексы»

Вариант 10

Выполнил студент группы ИВТ-41 _____/Крючков И. С./
Проверил _____/Мельцов В. Ю./

Киров 2023

1. Выполнение лабораторной работы

1.1. Задание №1

Экранная форма первого задания представлена на рисунке 1.

Файл Вид Редактирование Параметры Расчеты Задания Помощь

Открыть лаб. работу Сохранить отчёт (Microsoft Word) Загрузить задание из файла...

Задание №1: верно. Задание №2: верно. Задание №3: верно. Задание №4: верно. Задание №5: верно. Задание №6: верно. Задан

Расчитайте вероятность P_n пребывания в системе n заявок для
 $R = 2,1$
 $n = 3$
Число процессоров $N = 6$
(Округление до 4 значащих разрядов)

P_0 -вероятность того, что в системе нет ни одной заявки
 P_n -вероятность пребывания в системе $n=0, 1, 2 \dots$ заявок

$$P_n := \begin{cases} P_0 \cdot \frac{R^n}{n!}, & \text{при } 0 \leq n \leq N \\ P_0 \cdot \frac{R^n}{N! \cdot N^{n-N}}, & \text{при } n > N \end{cases}$$
$$\text{, где } P_0 := \left[\frac{R^N}{(N-1)! \cdot (N-R)} + \sum_{n=0}^{N-1} \frac{R^n}{n!} \right]^{-1}$$

0,1886 OK

Рисунок 1 – Задание №1

Рассчитать вероятность P_n пребывания в системе n заявок для

$R = 2.1$

$n = 3$

Число процессоров $N = 6$

Расчетные формулы:

Вероятность пребывания в системе $n = 0, 1, 2, \dots$ заявок (обслуживаемых каналами и стоящих в очереди)

$$P_n = \begin{cases} P_0 \frac{R^n}{n!}, & 0 \leq n \leq N \\ P_0 \frac{R^n}{N! N^{n-N}}, & n > N \end{cases}$$

Где $P_0 = \left[\frac{R^N}{(N-1)!(N-R)} + \sum_{n=0}^{N-1} \frac{R^n}{n!} \right]^{-1}$, вероятность того, что в системе нет ни одной заявки;

R – суммарная загрузка, N – канальной системы.

Подстановка значений:

$$P_n = P_0 \frac{R^n}{n!}, \text{ так как } 0 \leq n \leq N$$

$$\frac{R^n}{n!} = \frac{2.1^3}{3!} = \frac{9.261}{6} = 1.5435$$

$$P_0 = \left[\frac{2.1^6}{5! (6 - 2.1)} + \frac{2.1^0}{0!} + \frac{2.1^1}{1!} + \frac{2.1^2}{2!} + \frac{2.1^3}{3!} + \frac{2.1^4}{4!} + \frac{2.1^5}{5!} \right]^{-1} = 0.122213$$

$$P_n = 1.5435 * 0.122213 = 0.1886$$

1.2. Задание №2

Экранная форма второго задания представлена на рисунке 2.

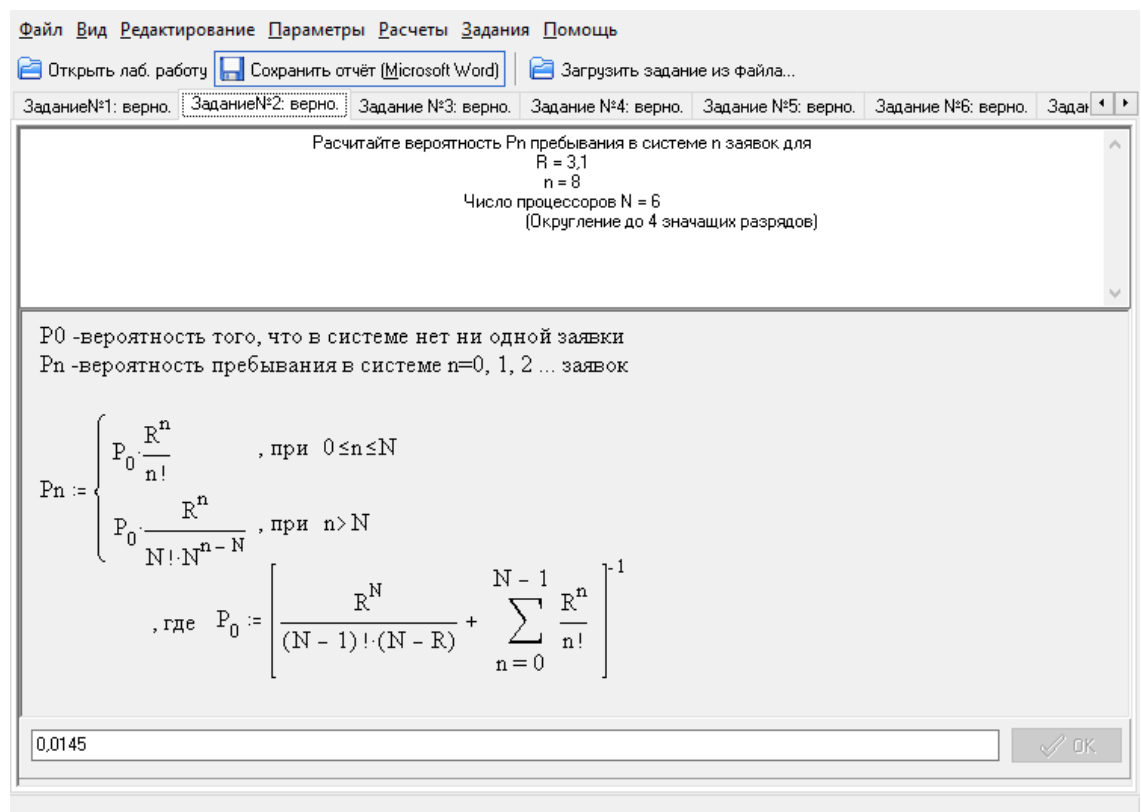


Рисунок 2 – Задание №2

Рассчитать вероятность P_n пребывания в системе n заявок для

$$R = 3.1$$

$$n = 8$$

Число процессоров $N = 6$

Расчетные формулы:

Вероятность P_n рассчитывается по формуле, приведенной в пункте 1.1.

Подстановка значений:

$$P_n = P_0 \frac{R^n}{N! N^{n-N}}, \text{ так как } n > N$$

$$\frac{R^n}{N! N^{n-N}} = \frac{3.1^8}{6! * 6^2} = \frac{8528.910374}{25920} = 0.329047$$

$$P_0 = \left[\frac{3.1^6}{5! (6 - 3.1)} + \frac{3.1^0}{0!} + \frac{3.1^1}{1!} + \frac{3.1^2}{2!} + \frac{3.1^3}{3!} + \frac{3.1^4}{4!} + \frac{3.1^5}{5!} \right]^{-1} = 0.044142$$

$$P_n = 0.329047 * 0.044142 = 0.0145$$

1.3. Задание №3

Экранная форма третьего задания представлена на рисунке 3.

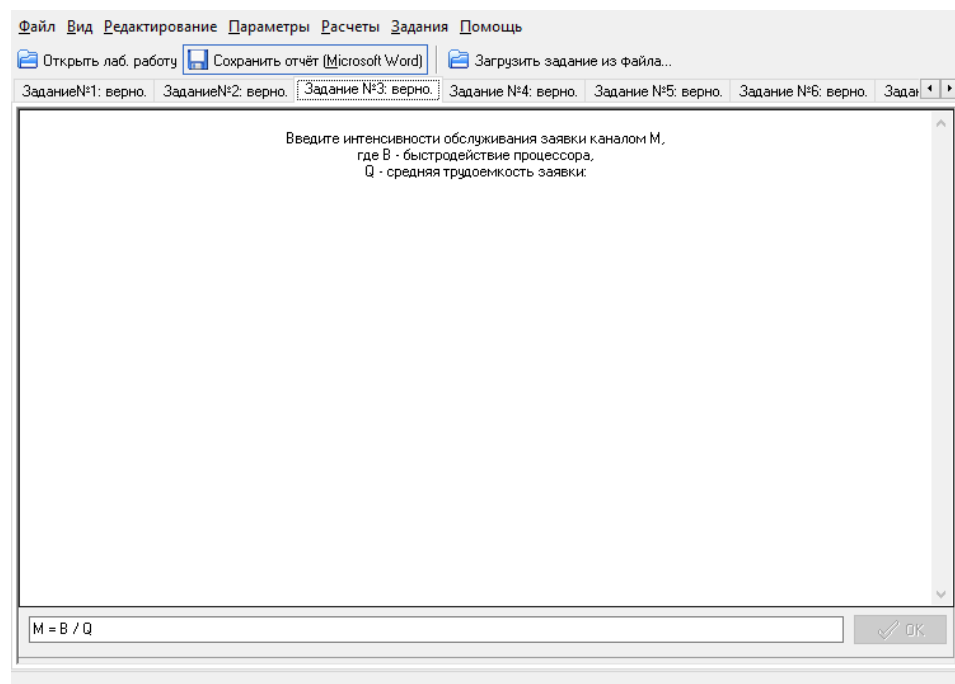


Рисунок 3 – Задание №3

Вывести формулу интенсивности обслуживания заявки каналом μ , где B – быстродействие процессора, θ – средняя трудоемкость заявки.

Расчетные формулы:

Интенсивность обслуживания заявки каналом рассчитывается по формуле:

$$\mu = \frac{1}{V}$$

где V – средняя длительность обслуживания заявки каналом с быстродействием B :

$$V = \frac{\theta}{B}$$

Отсюда получаем, что интенсивность обслуживания заявки каналом:

$$\mu = \frac{B}{\theta}$$

где B – быстродействие процессора;

θ – средняя трудоемкость процессорных операций.

1.4. Задание №4

Экранная форма четвертого задания представлена на рисунке 4.

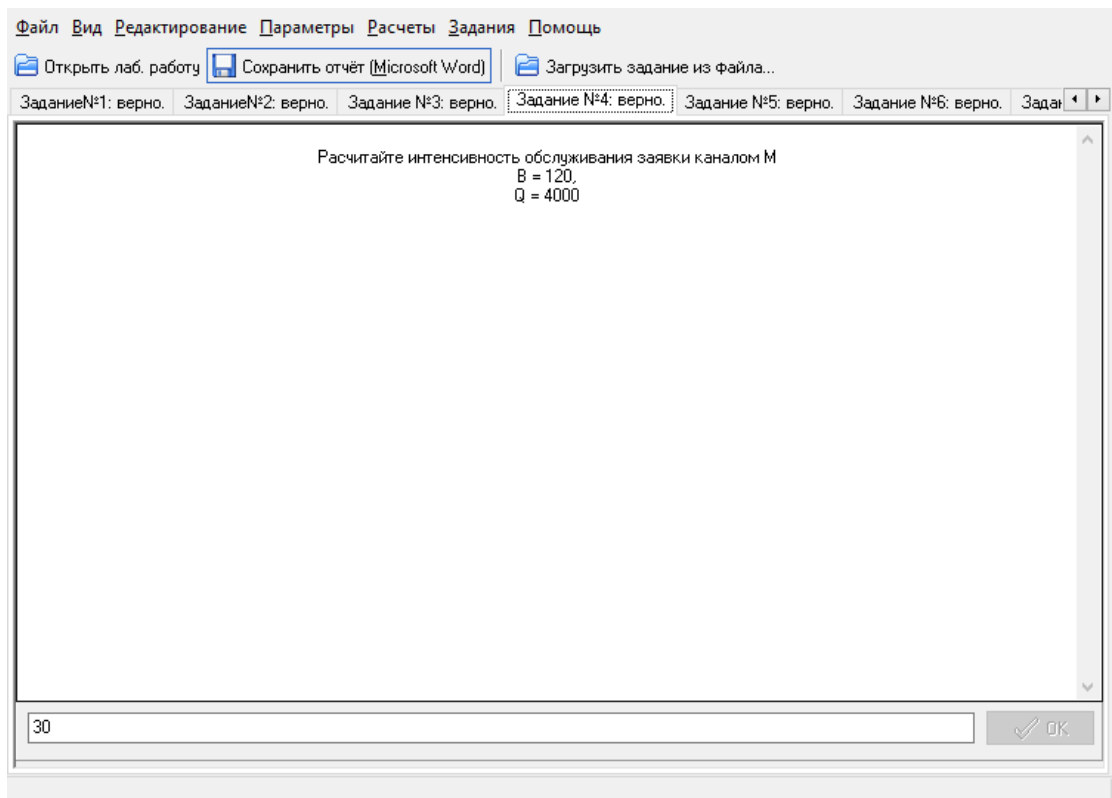


Рисунок 4 – Задание №4

Рассчитать интенсивность обслуживания заявки каналом μ , $B = 120000$, $\theta = 4000$.

Подстановка значений:

$$\mu = \frac{B}{\theta} = \frac{120000}{4000} = 30$$

1.5. Задание №5

Экранная форма пятого задания представлена на рисунке 5.

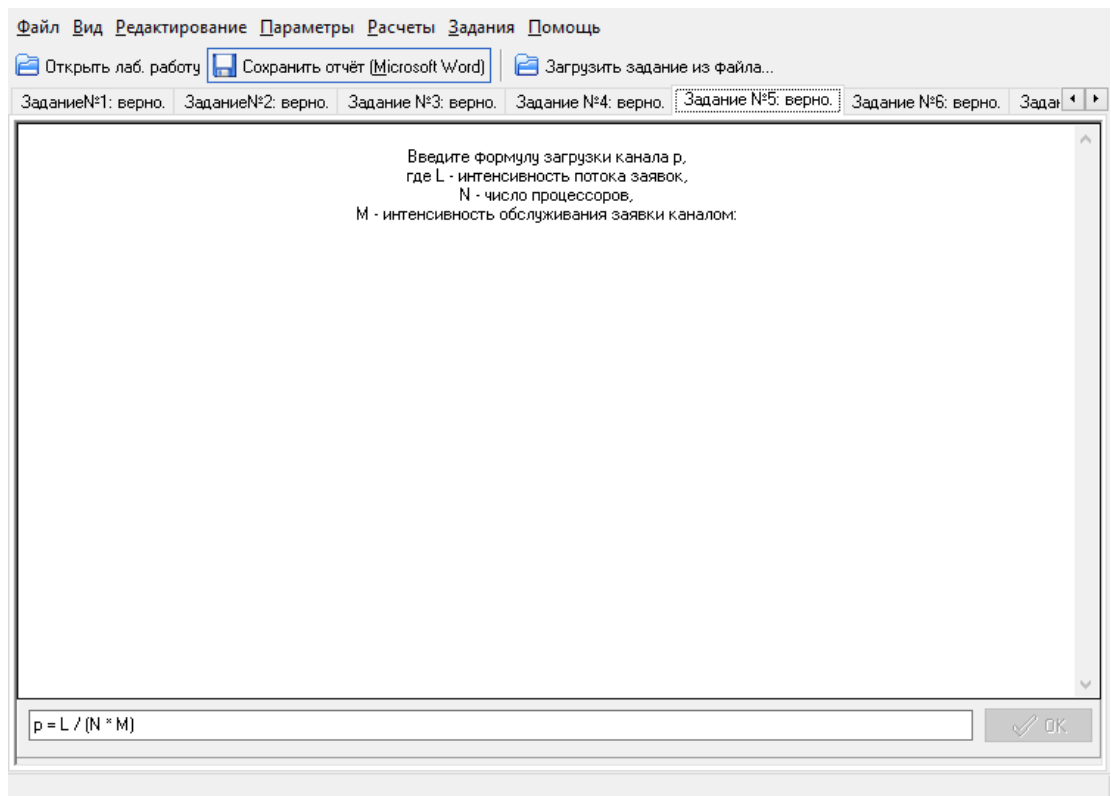


Рисунок 5 – Задание №5

Вывести формулу загрузки канала ρ , где

λ – интенсивность потока заявок;

N – число процессоров;

μ – интенсивность обслуживания заявки каналом.

Расчетные формулы:

Загрузка канала, то есть отношение времени, в течение которого канал занят обслуживанием заявок, к общему времени его функционирования:

$$\rho = \frac{\lambda}{N} V = \frac{\lambda}{N\mu}$$

где λ – интенсивность потока заявок;

μ – интенсивность обслуживания заявки каналов;

N – число процессоров.

1.6. Задание №6

Экранная форма шестого задания представлена на рисунке 6.

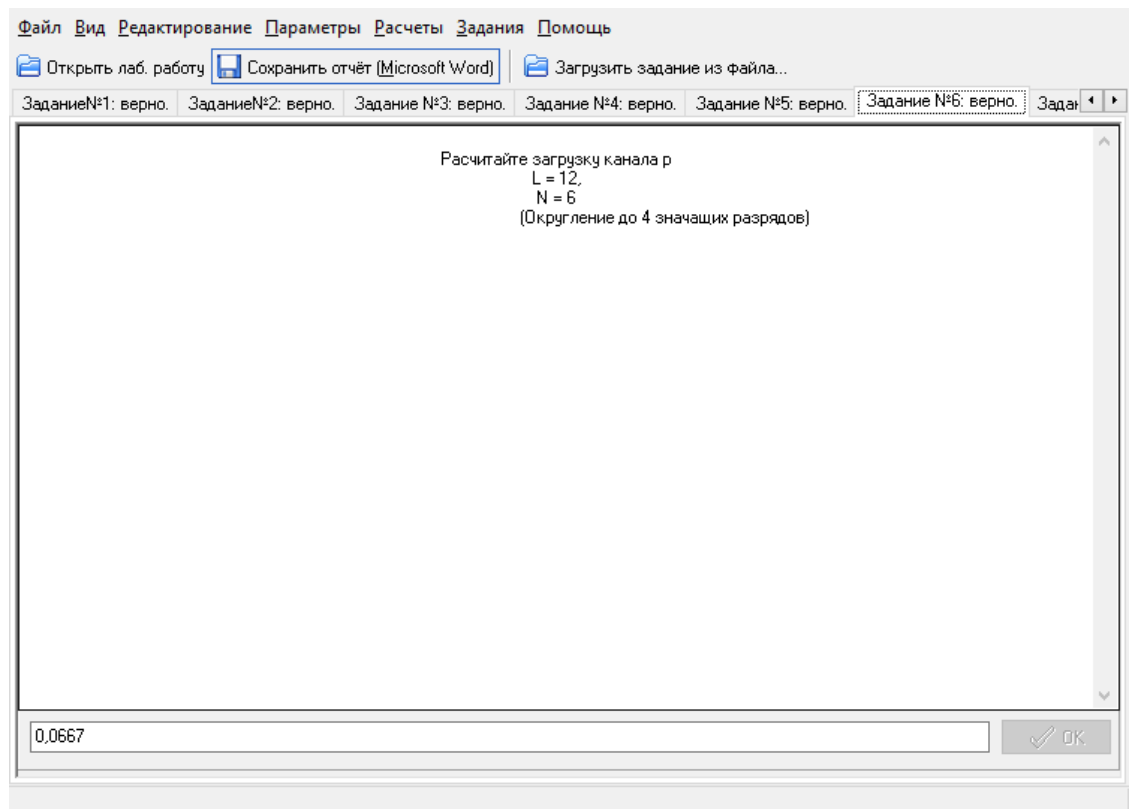


Рисунок 6 – Задание №6

Рассчитать загрузку канала ρ

$\lambda = 12$; $N = 6$.

Подстановка значений:

$\mu = 30$ (из задания 4)

$$\rho = \frac{\lambda}{N\mu} = \frac{12}{6 * 30} = 0.0667$$

1.7. Задание №7

Экранная форма седьмого задания представлена на рисунке 7.

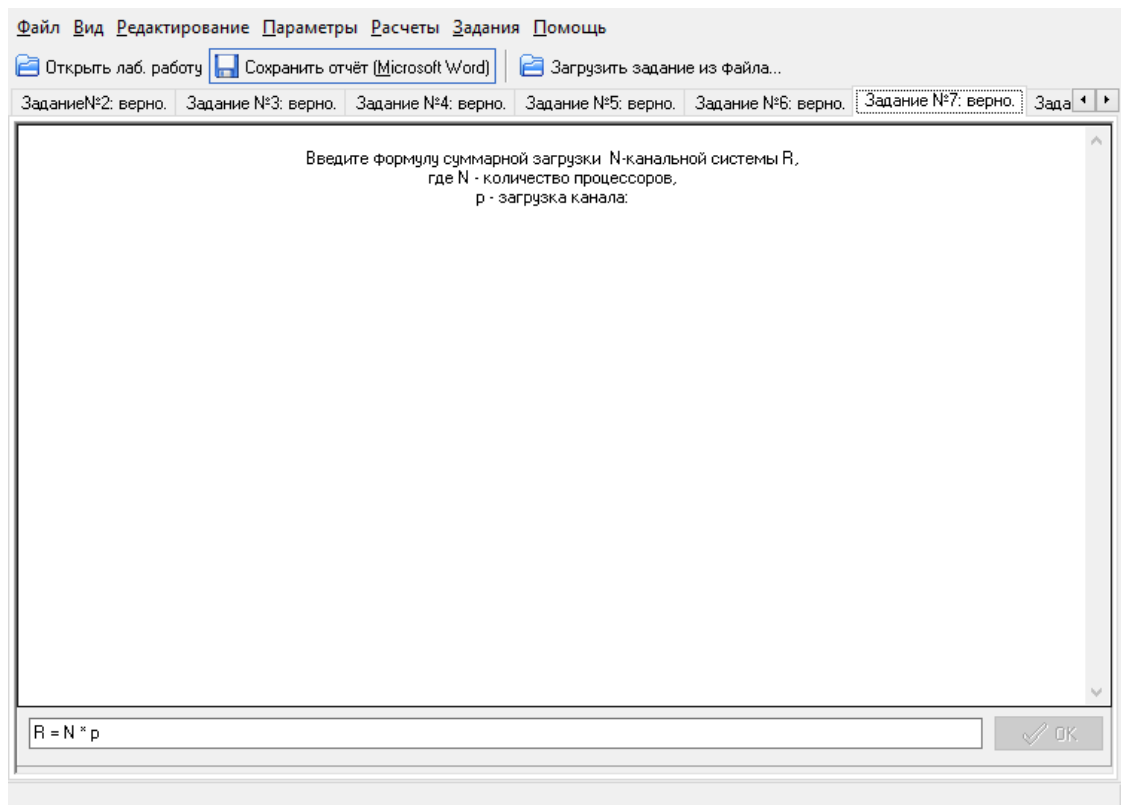


Рисунок 7 – Задание №7

Ввести формулу суммарной загрузки N-канальной системы R, где N – количество процессоров, ρ – загрузка канала.

Решение:

Суммарная загрузка R в отношении N-канальной системы массового обслуживания определяет среднее число каналов, занятых обслуживанием заявок. R – суммарная загрузка N-канальной системы:

$$R = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{N\lambda}{N\mu} = N\rho$$

где N – число процессоров;

ρ – загрузка канала.

1.8. Задание №8

Экранная форма восьмого задания представлена на рисунке 8.

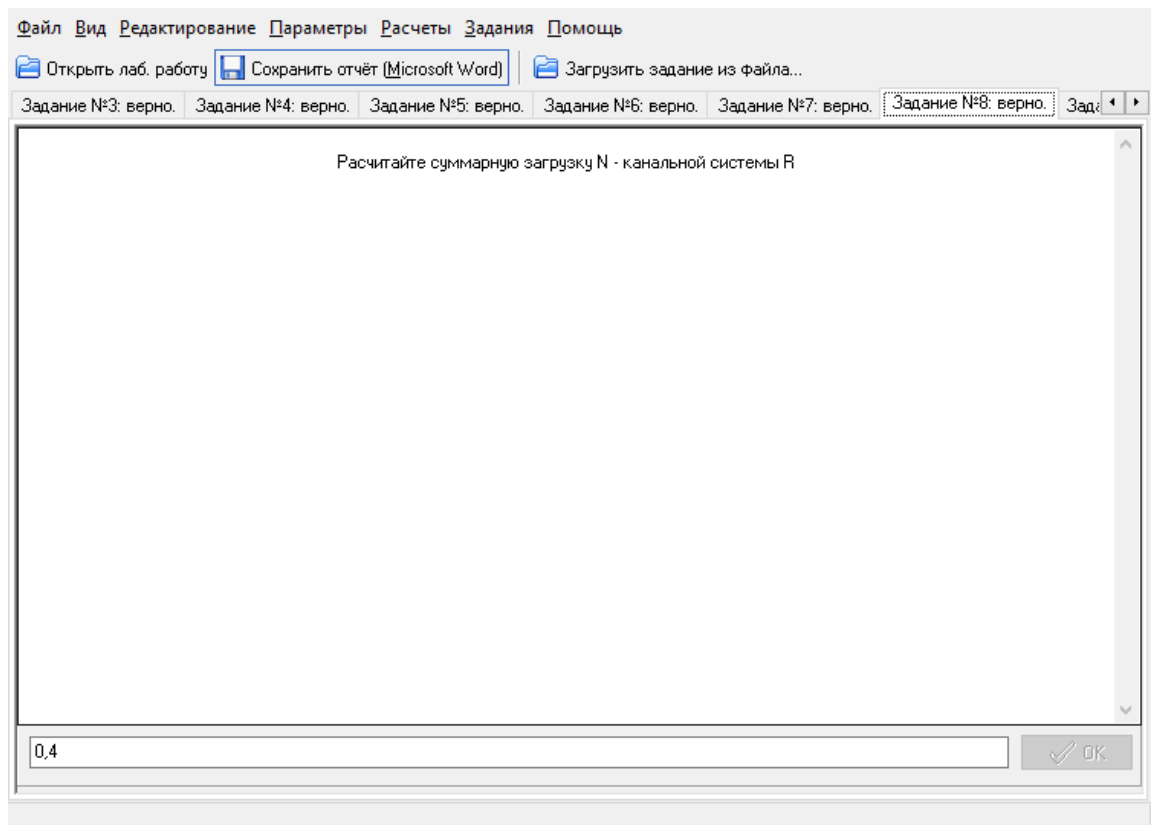


Рисунок 8 – Задание №8

Рассчитать суммарную загрузку N-канальной системы R.

Подстановка значений:

$$\lambda = 12$$

$$\mu = 30$$

$$R = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{12}{30} = 0.4$$

1.9. Задание 9

Экранная форма девятого задания представлена на рисунке 9.

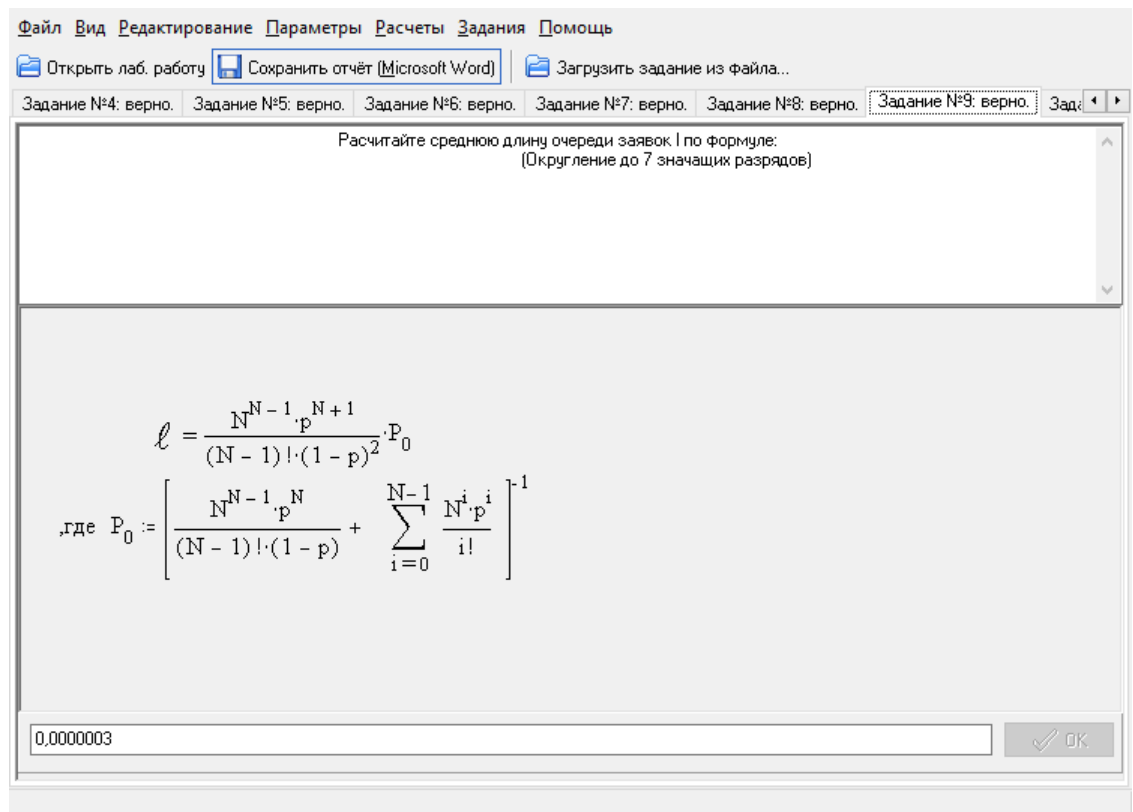


Рисунок 9 – Задание №9

Рассчитать среднюю длину очереди заявок.

Средняя длина очереди заявок, ожидающих обслуживания в N -канальной системе, находится на основании формулы, приведенной в пункте 1.1, как математическое ожидание случайной величины $I = n - N > 0$, равной числу заявок в очереди:

$$l = \frac{N^{N-1} \rho^{N+1}}{(N-1)! (1-\rho)^2} P_0$$

где P_0 определяется выражением:

$$P_0 = \left[\frac{N^{N-1} \rho^N}{(N-1)! (1-\rho)} + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{N^i \rho^i}{i!} \right]^{-1}$$

Подстановка значений:

$$N = 6$$

$$P = 0.0667 \text{ (из задания №6)}$$

$$P_0 = \left[\frac{6^5 * 0.0667^6}{5! * (1 - 0.0667)} + \frac{6^0 * 0.0667^0}{0!} + \frac{6^1 * 0.0667^1}{1!} + \frac{6^2 * 0.0667^2}{2!} + \frac{6^3 * 0.0667^3}{3!} + \frac{6^4 * 0.0667^4}{4!} + \frac{6^5 * 0.0667^5}{5!} \right]^{-1} = 0.670186$$

$$\frac{N^{N-1} \rho^{N+1}}{(N-1)! (1-\rho)^2} = \frac{6^5 * 0.0667^7}{5! (1-0.0667)^2} = 0.000000437$$

$$l = 0.670186 * 0.00000043 = 0.0000003$$

1.10. Задание №10

Экранная форма десятого задания представлена на рисунке 10.

Рисунок 10 – Задание №10

Ввести формулу среднего времени пребывания заявки в системе U , где

l – средняя длина очереди заявок,

R – суммарная нагрузка N -канальной системы,

λ – интенсивность потока заявок.

Решение:

Среднее время пребывания заявки в системе рассчитывается по формуле:

$$U = \frac{m}{\lambda}$$

Среднее число заявок, пребывающих в системе:

$$m = l + r$$

где l – среднее число заявок, находящихся в очереди.

R – суммарная загрузка N -канальной системы.

Из выражений U и m получаем среднее время пребывания заявки в системе:

$$U = \frac{l + r}{\lambda}$$

1.11. Задание №11

Экранная форма одиннадцатого задания представлена на рисунке 11.

Файл Вид Редактирование Параметры Расчеты Задания Помощь

Открыть лаб. работу Сохранить отчёт (Microsoft Word) Загрузить задание из файла...

Задание №6: верно. Задание №7: верно. Задание №8: верно. Задание №9: верно. Задание №10: верно. Задание №11: верно. За

Расчитайте среднее время пребывания заявки в системе U
(Округление до 4 значащих разрядов)

0,0333333578 OK

Рисунок 11 – Задание №11

Рассчитать среднее время пребывания заявки в системе.

Подстановка значений:

$l = 0.0000003$ (из задания №9)

$R = 0.4$ (из задания №8)

$\lambda = 12$ (из задания №6)

$$U = \frac{0.0000003 + 0.4}{12} = 0.0333333578$$

1.12. Задание №12

Экранная форма двенадцатого задания представлена на рисунке 12.

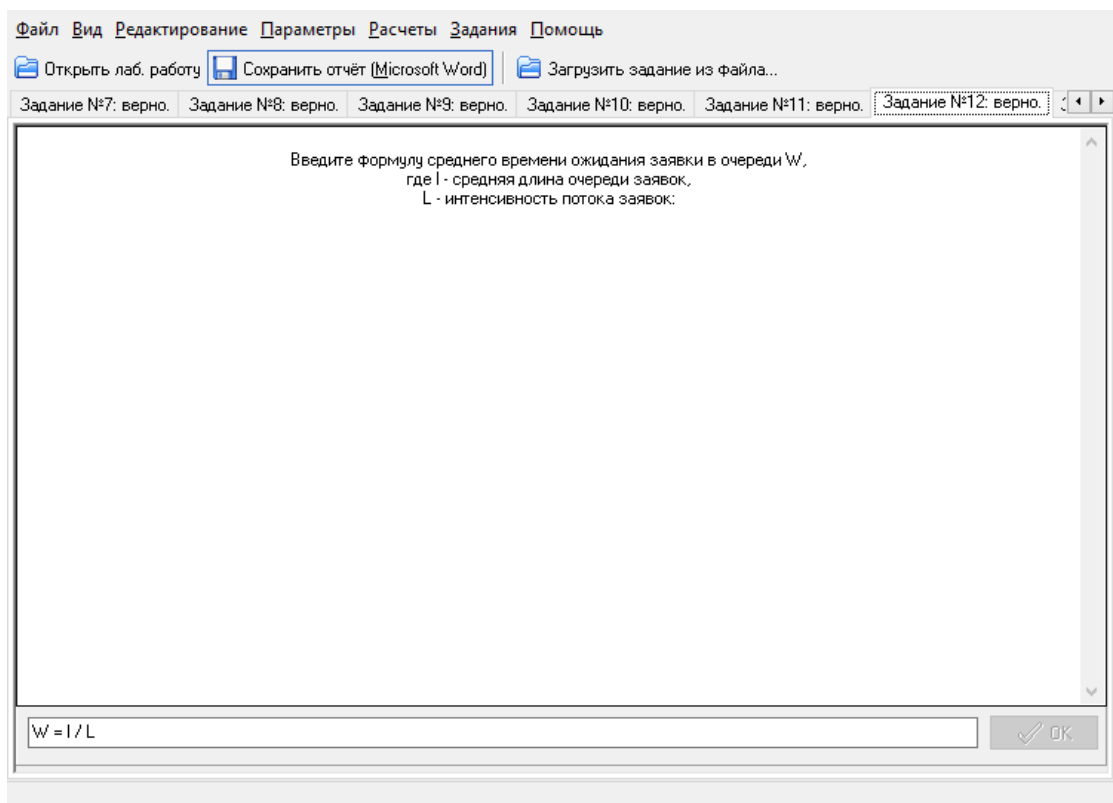


Рисунок 12 – Задание №12

Ввести формулу среднего времени ожидания заявки в очереди W , где

l – средняя длина очереди заявок,

λ – интенсивность потока заявок.

Решение:

Среднее время ожидания заявки в очереди:

$$W = \frac{l}{\lambda}$$

где l – средняя длина очереди заявок,

λ – интенсивность потока заявок

1.13. Задание №13

Экранная форма тринадцатого задания представлена на рисунке 13.

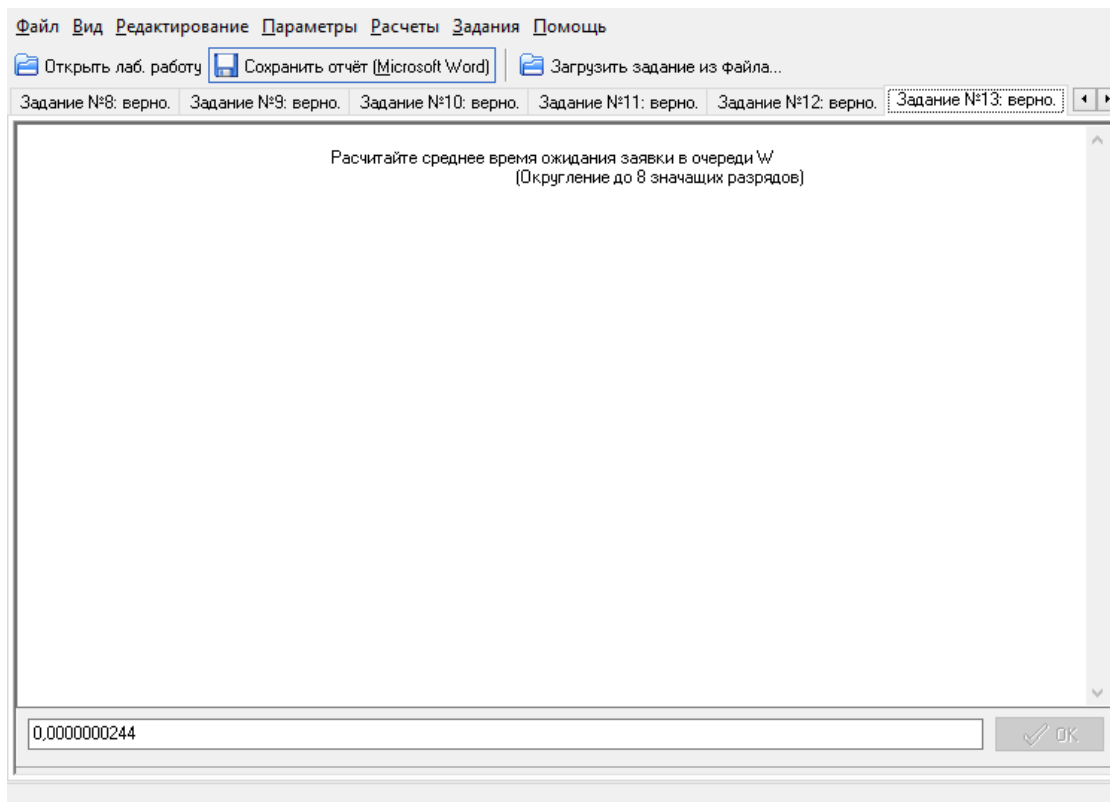


Рисунок 13 – Задание №13

Рассчитать среднее время ожидания заявки в очереди W .

Подстановка значений:

$$l = 0.00000003 \text{ (из задания №9)}$$

$$\lambda = 12 \text{ (из задания №6)}$$

$$W = \frac{0.00000003}{12} = 0.000000025$$

1.14. Задание №14

Исследование распределения вероятности P_n пребывания n заявок в N -канальной системе с различной суммарной загрузкой R .

1) Число процессоров $N = 6$.

Загрузка системы $R = [1.1, 2.1, 3.1, 4.1]$

2) Исходные данные:

$R = 1.5; n = 4; N = 6;$

$R = 1.5; n = 8; N = 6.$

Решение:

Вероятность P_n рассчитывается по формуле, приведенной в пункте 1.1.

$$P_4 = \left[\frac{1.5^6}{5! * (6 - 1.5)} + \frac{1.5^0}{0!} + \frac{1.5^1}{1!} + \frac{1.5^2}{2!} + \frac{1.5^3}{3!} + \frac{1.5^4}{4!} + \frac{1.5^5}{5!} \right]^{-1} * \frac{1.5^4}{4!}$$
$$= 0.047055$$

$$P_8 = \left[\frac{1.5^6}{5! * (6 - 1.5)} + \frac{1.5^0}{0!} + \frac{1.5^1}{1!} + \frac{1.5^2}{2!} + \frac{1.5^3}{3!} + \frac{1.5^4}{4!} + \frac{1.5^5}{5!} \right]^{-1} * \frac{1.5^8}{6! * 6^2}$$
$$= 0.000221$$

3) Расчет вероятности P_n пребывания $n = 0, 1, 2, \dots, 12$ заявок в N -процессорной системе для четырёх значений суммарной загрузки R .

Исходные данные:

$n = 0, 1, 2, \dots, 12.$

$N = 6$

$R_1 = 1.1$

$R_2 = 2.1$

$R_3 = 3.1$

$R_4 = 4.1$

Решение:

Вероятность P_n рассчитывается по формуле, приведенной в пункте 1.1.

Результаты расчетов представлены в таблице 1. График зависимости P_n от n представлен на рисунке 14.

Таблица 1 – Результаты расчетов

n	R1	R2	R3	R4
0	0.33285942	0.12221293	0.04414186	0.01486894
1	0.36614536	0.25664716	0.13683978	0.06096263
2	0.20137995	0.26947951	0.21210166	0.12497340
3	0.07383932	0.18863566	0.21917171	0.17079698
4	0.02030581	0.09903372	0.16985808	0.17506691
5	0.00446728	0.04159416	0.10531201	0.14355486
6	0.00081900	0.01455796	0.05441120	0.09809582
7	0.00015015	0.00509528	0.02811246	0.06703215
8	0.00002753	0.00178335	0.01452477	0.04580530
9	0.00000505	0.00062417	0.00750446	0.03130029
10	0.00000093	0.00021846	0.00387731	0.02138853
11	0.00000017	0.00007646	0.00200327	0.01461550
12	0.00000003	0.00002676	0.00103500	0.00998726

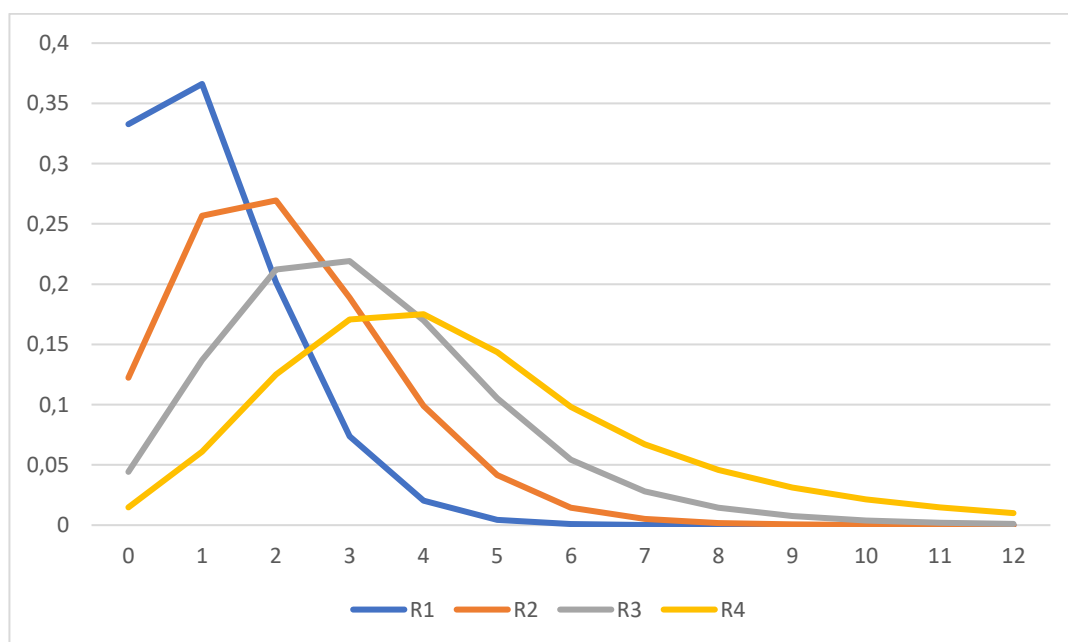


Рисунок 14 – График зависимости P_n от n

Суммарная нагрузка R в отношении N -канальной системы массового обслуживания определяет среднее число каналов, занятых обслуживанием заявок. Максимальное значение вероятности пребывания заявок в N -канальной системе соответствует значению суммарной нагрузки R .

Среднее число заявок в системе определяется числом каналов, которые заняты обслуживанием, а также длиной очереди. Максимум вероятности находится в точке $n \approx L + R$.

С увеличением суммарной нагрузки R , максимальное значение вероятности пребывания количества заявок в системе будет наблюдаться при более высоком среднем числе заявок.

С увеличением R , график $P_n = f(n)$ становится более пологим, из-за того, что количество занятых каналов увеличивается и вероятность нахождения в системе большего числа заявок возрастает.

1.15. Задание №15

Исследование основных характеристик многопроцессорной вычислительной системы.

1) Быстродействие процессора B , тыс. оп./с.: 60; 120; 180;

Интенсивность потока заявок λ , с⁻¹ = 12.

Средняя трудоемкость заявки θ , оп. = 4000.

2) Условия стационарного режима:

$$\frac{\lambda}{N} * V < 1$$

$$\frac{\lambda}{N} * \frac{\theta}{B} < 1$$

$$B = 120$$

$$N = 1$$

$$\frac{12}{1} * \frac{4}{120} = 0.4$$

$0.4 < 1$ – стационарный режим.

Интенсивность обслуживания заявки каналом:

$$\mu = \frac{1}{V}$$
$$\mu = \frac{B}{\theta} = \frac{120}{4} = 30$$

Суммарная загрузка N-канальной системы:

$$R = N * \rho$$
$$R = 1 * 0.4 = 0.4$$

Средняя длина очереди:

$$l = \frac{N^{N-1} \rho^{N+1}}{(N-1)! (1-\rho)^2} P_0$$

где P_0 определяется выражением:

$$P_0 = \left[\frac{N^{N-1} \rho^N}{(N-1)! (1-\rho)} + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{N^i \rho^i}{i!} \right]^{-1}$$
$$l = \frac{1^0 * 0.4^2}{0! * (1-0.4)^2} * \left[\frac{1^0 * 0.4^1}{0! * (1-0.4)} + \frac{1^0 * 0.4^0}{0!} \right]^{-1} = 0.26$$

Среднее время ожидания заявки в очереди:

$$W = \frac{l}{\lambda}$$
$$W = \frac{0.26}{12} = 0.022$$

Среднее время пребывания заявки в системе:

$$U = \frac{m}{\lambda} = \frac{l + R}{\lambda}$$
$$U = \frac{0.26 + 0.4}{12} = 0.055$$

3)

N	B	μ	ρ	R	l	W	U
1	60	15.0	0.800	0.800	3.200000	0.266667	0.333
2	60	15.0	0.400	0.800	0.152381	0.012698	0.079
3	60	15.0	0.267	0.800	0.018921	0.001577	0.068
1	120	30.0	0.400	0.400	0.266667	0.022222	0.056
2	120	30.0	0.200	0.400	0.016667	0.001389	0.035
3	120	30.0	0.133	0.400	0.001269	0.000106	0.033
1	180	45.0	0.267	0.267	0.096970	0.008081	0.030
2	180	45.0	0.133	0.267	0.004827	0.000402	0.023
3	180	45.0	0.089	0.267	0.000259	0.000022	0.022

Во всех девяти ВС существует стационарный режим.

При подключении дополнительных процессоров при неизменном быстродействии отдельного процессора:

- интенсивность обслуживания заявок процессором (μ) остается постоянной;
- загрузка отдельного канала (ρ) уменьшается;
- суммарная загрузка системы (R) остается неизменной;
- средняя длина очереди заявок (l) уменьшается;
- среднее время ожидания заявки в очереди (W) уменьшается;
- среднее время пребывания заявки в системе (U) уменьшается.

При увеличении быстродействия отдельного процессора при неизменном их количестве:

- интенсивность обслуживания заявок процессором (μ) растет;
- загрузка отдельного канала (ρ) уменьшается;
- суммарная загрузка системы (R) уменьшается;
- средняя длина очереди заявок (l) уменьшается;
- среднее время ожидания заявки в очереди (W) уменьшается;
- среднее время пребывания заявки в системе (U) уменьшается.

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены основные характеристики вычислительных систем, а так же исследованы основные зависимости характеристик вычислительной системы от ее параметров.