

# 优化实现

2020年7月6日 16:19

## 1. 到达定值分析

- a. 定值(Definition): 变量x的定值是(可能)将一个值赋给x的语句
- b. 到达定值(Reaching Definition): 如果某个变量x的一个定值d到达点p, 在点p处使用的x的值可能就是由d最后赋予的
  - i. 即如果存在一条从紧跟在定值d后面的点到达某程序点p的路径, 而且在此路径上d没有被“杀死”, 则称定值d到达程序点p
  - ii. 杀死: 如果在此路径上有对变量x的其它定值d', 则称变量x被这个定值d' “杀死”了。如定值d:  $u = v + w$  “生成”了一个对变量u的定值d, 并“杀死”了程序中其它对u的定值
- c. 到达定值的用途
  - i. 循环不变计算的检测: 如果循环中含有赋值 $x = y + z$ , 而y和z所有可能的定值都在循环外面(包括y或z是常数), 那么 $y + z$ 就是循环不变计算
  - ii. 常量合并: 如果对变量x的某次使用只有一个定值可以到达, 并且该定值把一个常量赋给x, 那么可以简单地把x替换为该常量
  - iii. 判定变量x在p点上是否未经定值就被引用
- d. 到达定值的传递函数
  - i.  $f\_d(x) = gen\_d \cup (x - kill\_d)$ 是定值语句 $d = v + w$ 的传递函数
    - 1)  $gen\_d = \{d\}$  = 语句d生成的定值的集合
    - 2)  $kill\_d$  = 由语句d杀死的定值的集合 = 其他u的定值
  - ii.  $f\_B(x) = gen\_B \cup (x - kill\_B)$ 是基本块B的传递函数
    - 1)  $kill\_B = kill1 \cup kill2 \cup \dots \cup killn$  = 被基本块B中各个语句杀死的定值的集合
    - 2)  $gen\_B = genn \cup (genn - 1 - killn) \cup (genn - 2 - killn - 1 - killn) \cup \dots \cup (gen1 - kill2 - kill3 - \dots - killn) =$ 基本块中没有被块中各语句“杀死”的定值的集合
- e. 到达定值的数据流方程
  - a.  $IN[B]$ : 到达流图中基本块B的入口处的定值的集合
  - b.  $OUT[B]$ : 到达流图中基本块B的出口处的定值的集合
  - c. 方程
$$OUT[ENTRY] = \Phi$$
$$OUT[B] = fB(IN[B]) \quad (B \neq ENTRY)$$
联合 $fB(x) = genB \cup (x - killB)$ 得到 $OUT[B] = genB \cup (IN[B] - killB)$ 
$$IN[B] = \bigcup \{P \text{ 是 } B \text{ 的一个前驱 } OUT[P]\} \quad (B \neq ENTRY)$$
  - d.  $genB$ 和 $killB$ 的值可以直接从流图计算出来, 因此在方程中作为已知量

## 2. 到达定值方程

- a. 输入: 流图G, 其中每个基本块B的 $genB$ 和 $killB$ 都已计算出来
- b. 输出:  $IN[B]$ 和 $OUT[B]$
- c. 方法:
$$OUT[ENTRY] = \Phi;$$
$$\text{for (除ENTRY之外的每个基本块B)}$$
$$OUT[B] = \Phi;$$
$$\text{while (某个OUT值发生了改变)}$$

```

for (除ENTRY之外的每个基本块B) {
    IN[B] =  $\cup \{P \text{ 是 } B \text{ 的一个前驱} \} \text{OUT}[P]$ ;
    OUT[B] =  $\text{genB} \cup (\text{IN}[B] - \text{killB})$ 
}

```

#### d. 引用-定值链(Use-Definition Chains)UD链

- 是一个列表，对于变量的每一次引用，到达该引用的所有定值都在该列表中
- 如果块B中变量a的引用之前有a的定值，那么只有a的最后一次定值会在该引用的ud链中
- 如果块B中变量a的引用之前没有a的定值，那么a的这次引用的ud链就是IN[B]中a的定值的集合

### 3. 活跃变量分析

- 活跃变量**：对于变量x和程序点p，如果在流图中沿着从p开始的**某条路径会引用变量x在p点的值**，则称变量x在点p是活跃(live)的，否则称变量x在点p不活跃(dead)

- 某条路径包括循环了一圈回来重新引用，所以for i++的i如果没有被重新定值，在依次循环后保持了值，就是活跃的。同理，如果循环中是常量，但会被引用，就是活跃的

#### b. 活跃变量用途

- 删除无用赋值：如果x在点p的定值在基本块内所有后继点都不被引用，且x在基本块出口之后又是不活跃的，那么x在点p的定值就是无用的
- 基本块分配寄存器：如果所有寄存器都被占用，并且还需要申请一个寄存器，则应该考虑使用已经存放了死亡值的寄存器，因为这个值不需要保存到内存。如果一个值在基本块结尾处是死的就不必在结尾处保存这个值

#### c. 活跃变量的传递函数

- 逆向数据流问题
  - $\text{IN}[B] = \text{fB}(\text{OUT}[B])$
  - $\text{fB}(x) = \text{useB} \cup (x - \text{defB})$
  - defB：在基本块B中定值，但是**定值前在B中没有被引用**的变量的集合
  - useB：在基本块B中引用，但是**引用前在B中没有被定值**的变量集合
- 1) 形如 $i = i + 1$ 的i出现在use中

#### d. 活跃变量数据流方程

- IN[B]：在基本块B的入口处的活跃变量集合
- OUT[B]：在基本块B的出口处的活跃变量集合
- 方程：
  - $\text{IN}[\text{EXIT}] = \Phi$
  - $\text{IN}[B] = \text{fB}(\text{OUT}[B]) \quad (B \neq \text{EXIT})$ 
    - 结合 $\text{fB}(x) = \text{useB} \cup (x - \text{defB})$
    - 得到 $\text{IN}[B] = \text{useB} \cup (\text{OUT}[B] - \text{defB})$
  - $\text{OUT}[B] = \cup \{S \text{ 是 } B \text{ 的一个后继} \} \text{IN}[S] \quad (B \neq \text{EXIT})$
- useB和defB的值可以直接从流图计算出来，因此在方程中作为已知量

#### e. 活跃变量迭代算法

输入：流图G，其中每个基本块B的useB和defB都已计算出来

输出：IN[B]和OUT[B]

方法：

$\text{IN}[\text{EXIT}] = \Phi$ ;

for(除EXIT之外的每个基本块B)

$\text{IN}[B] = \Phi$ ;

while(某个IN值发生了改变)

```

for(除EXIT之外的每个基本块B) {
    OUT[B] =  $\cup_{\{S \text{ 是 } B \text{ 的一个后继}\}} IN[S]$ ;
    IN[B] = useB  $\cup$  (OUT[B] - defB); }

```

- f. 定值-引用链(Definition-Use Chains)DU链: 设变量x有一个定值d, 该定值所有能够到达的引用u的集合称为x在d处的定值-引用链, 简称du链
- 如果在求解活跃变量数据流方程中的OUT[B]时, 将OUT[B]表示成从B的末尾处能够到达的引用的集合, 那么, 可以直接利用这些信息计算基本块B中每个变量x在其定值处的du链
  - 如果B中x的定值d之后有x的第一个定值d', 则d和d'之间x的所有引用构成d的du链
  - 如果B中x的定值d之后没有x的新的定值, 则B中d之后x的所有引用以及OUT[B]中x的所有引用构成d的du链

#### 4. 可用表达式分析

- 可用表达式: 如果从流图的首节点到达程序点p的每条路径都对表达式x op y进行计算, 并且从最后一个这样的计算到点p之间没有再次对x或y定值, 那么表达式x op y在点p是可用的(available)
  - 在点p上, x op y已经在之前被计算过, **不需要重新计算**
- 用途
  - 消除全局公共子表达式
  - 进行复制传播
    - 在x的引用点u用y代替x的条件: 复制语句x = y在引用点u处可用
    - 从流图的首节点到达u的每条路径都存在复制语句x = y, 并且从最后一条复制语句x = y到点u之间没有再次对x或y定值
- 可用表达式的传递函数
  - 对于可用表达式数据流模式而言, 如果基本块B对x或者y进行了(或可能进行)定值, 且以后没有重新计算x op y, 则称B杀死表达式x op y。如果基本块B对x op y进行计算, 并且之后没有重新定值x或y, 则称B生成表达式x op y
  - $fB(x) = e\_genB \cup (x - e\_killB)$
  - e\_genB: 基本块B所**生成的可用表达式**的集合
    - 初始化:  $e\_genB = \Phi$
    - 顺序扫描基本块的每个语句:  $z = x \text{ op } y$ 
      - 把x op y加入e\_genB
      - 从e\_genB中删除和z相关的表达式
      - 注意z可能是x或y, 要先加后删
  - e\_killB: 基本块B所**杀死的U中的可用表达式**的集合
    - 初始化:  $e\_killB = \Phi$
    - 顺序扫描基本块的每个语句:  $z = x \text{ op } y$ 
      - 从e\_killB中删除表达式x op y
      - 把所有和z相关的表达式加入到e\_killB中
  - U: 所有出现在程序中一个或多个语句的右部的表达式的全集
- 可用表达式的数据流方程
  - IN[B]: 在B的入口处可用的U中的表达式集合

- b.  $OUT[B]$ : 在B的出口处可用的U中的表达式集合
- c. 方程
  - a.  $OUT[ENTRY] = \Phi$
  - b.  $OUT[B] = f_B(IN[B]) \quad (B \neq ENTRY)$ 
    - a.  $f_B(x) = e\_genB \cup (x - e\_killB)$
  - c.  $IN[B] = \bigcap \{P \text{ 是 } B \text{ 的一个前驱} \} OUT[P] \quad (B \neq ENTRY)$
- d.  $e\_genB$  和  $e\_killB$  的值可以直接从流图计算出来, 因此在方程中作为已知量
- e. 计算可用表达式的迭代算法
  - a. 输入: 流图G, 其中每个基本块B的 $e\_genB$ 和 $e\_killB$ 都已计算出来
  - b. 输出:  $IN[B]$ 和 $OUT[B]$
  - c. 方法:
 

```

          OUT[ENTRY] =  $\Phi$ ;
          for(除ENTRY之外的每个基本块B)
            OUT[B] = U;
          while(某个OUT值发生了改变)
            for(除ENTRY之外的每个基本块B) {
              IN[B] =  $\bigcap \{P \text{ 是 } B \text{ 的一个前驱} \} OUT[P]$ 
              OUT[B] =  $e\_genB \cup (IN[B] - e\_killB)$ ;
            }
```

## 5. 支配结点和回边

- a. 支配结点(Dominators): 从流图的入口结点到结点n的每条路径都经过结点d, 则称结点d支配(dominate)结点n, 记为  $d \text{ dom } n$ 
  - i. 每个结点都支配它自己
  - ii. 支配结点树(DominatorTree)上每个结点只支配它和它的后代结点
  - iii. 直接支配结点(Immediate Dominator): 从入口结点到达n的所有路径上, 结点n的最后一个支配结点称为直接支配结点。可能是支配树上的父节点
- b. 寻找支配结点的数据流方程
  - a.  $IN[B]$ : 在基本块B入口处的支配结点集合
  - b.  $OUT[B]$ : 在基本块B出口处的支配结点集合
  - c. 方程
 

```

          OUT[ENTRY] = { ENTRY }
          OUT[B] = IN[B]  $\cup$  { B }  $\quad (B \neq ENTRY)$ 
          IN[B] =  $\bigcap \{P \text{ 是 } B \text{ 的一个前驱} \} OUT[P] \quad (B \neq ENTRY)$ 
```
- c. 计算支配结点的迭代算法
  - a. 输入: 流图G, G的结点集是N, 边集是E, 入口结点是ENTRY
  - b. 输出: 对于N中的各个结点n, 给出D(n), 即支配n的所有结点的集合
  - c. 方法:
 

```

          OUT[ENTRY] = { ENTRY }
          for(除ENTRY之外的每个基本块B)
            OUT[B] = N
          while(某个OUT值发生了改变)
            for(除ENTRY之外的每个基本块B) {
              IN[B] =  $\bigcap \{P \text{ 是 } B \text{ 的一个前驱} \} OUT[P]$ 
              OUT[B] = IN[B]  $\cup$  { B } }
```
- d. 回边(Back Edges): 假定流图中存在两个结点d和n满足  $d \text{ dom } n$ 。如果存在从结点n到d的有向边  $n \rightarrow d$ , 那么这条边称为回边

## 6. 自然循环及其识别

- a. 从程序分析的角度来看, 循环在代码中以什么形式出现 并不重要, 重要的是它是否具有易于优化的性质。自然循环就适合优化
- b. 自然循环(Natural Loops): 是满足以下性质的循环
  - i. 有唯一的入口结点, 称为首结点(header)。首结点支配循环中的所有结点,

否则，它就不会成为循环的唯一入口

- ii. 循环中至少有一条返回首结点的路径，否则，控制就不可能从“循环”中直接回到循环头，也就无法构成循环
- c. 识别自然循环：给定一个回边  $n \rightarrow d$ ，该回边的自然循环为： $d$ ，以及所有可以不经过  $d$  而到达  $n$  的结点。 $d$  为该循环的首结点
- d. 性质：除非两个自然循环的首结点相同，否则，它们或者互不相交，或者一个完全包含(嵌入)在另外一个里面
- e. 最内循环(Innermost Loops): 不包含其它循环的循环。如果两个相同首结点的循环，可以合并成一个，视作最内循环

## 7. 删除全局公共子表达式

- a. 可用表达式的数据流问题可以帮助确定位于流图中  $p$  点的表达式是否为全局公共子表达式

- i. 输入：带有可用表达式信息的流图
- ii. 输出：修正后的流图
- iii. 方法：

对于语句  $s: z = x \text{ op } y$ ，如果  $x \text{ op } y$  在  $s$  之前可用，那么执行如下步骤：

- a. 从  $s$  开始逆向搜索，但不穿过任何计算了  $x \text{ op } y$  的块，找到所有离  $s$  最近的计算了  $x \text{ op } y$  的语句
- b. 建立新的临时变量  $u$
- c. 把步骤 a. 中找到的语句  $w = x \text{ op } y$  用下列语句代替：  
 $u = x \text{ op } y; w = u$
- d. 用  $z = u$  替代  $s$

## b. 删除复制语句

- i. 对于复制语句  $s: x = y$ ，如果在  $x$  的所有引用点都可以用对  $y$  的引用代替对  $x$  的引用(复制传播)，那么可以删除复制语句  $x = y$

- c. 在  $x$  的引用点  $u$  用  $y$  代替  $x$ (复制传播)的条件：复制语句  $s: x = y$  在  $u$  点“可用”

- i. 输入：流图  $G$ 、 $du$  链、各基本块  $B$  入口处的可用复制语句集合
- ii. 输出：修改后的流图
- iii. 方法：  
对于每个复制语句  $x = y$ ，执行下列步骤
  - a. 根据  $du$  链找出该定值所能到达的那些对  $x$  的引用
  - b. 确定是否对于每个这样的引用， $x = y$  都在  $IN[B]$  中( $B$  是包含这个引用的基本块)，并且  $B$  中该引用的前面没有  $x$  或者  $y$  的定值
  - c. 如果  $x = y$  满足第 b. 步的条件，删除  $x = y$ ，且把步骤 a. 中找到的对  $x$  的引用用  $y$  代替

## 8. 代码移动

### a. 循环不变计算检测算法

- i. 输入：循环  $L$ ，每个三地址指令的  $ud$  链
- ii. 输出： $L$  的循环不变计算语句
- iii. 方法
  - a. 将下面这样的语句标记为“不变”：语句的运算分量或者是常数，或者其所有定值点都在循环  $L$  外部
  - b. 重复执行步骤 c.，直到某次没有新的语句可标记为“不变”为止
  - c. 将下面这样的语句标记为“不变”：先前没有被标记过，且所有运算分量或者是常数，或者其所有定值点都在循环  $L$  外部，或者只有一个到达定值，该定值是循环中已经被标记为“不变”的语句

### b. 代码外提

- i. 前置首结点(preheader)：循环不变计算将被移至首结点之前，为此创建一个称为前置首结点的新块
- ii. 前置首结点的唯一后继是首结点，并且原来从循环  $L$  外到达  $L$  首结点的边都改

成进入前置首结点。从循环L里面到达首结点的边不变

c. 循环不变计算语句  $s: x = y + z$  移动的条件

- i. s所在的基本块是循环所有出口结点(有后继结点在循环外的结点)的支配结点
- ii. 循环中没有其它语句对x赋值
- iii. 循环中对x的引用仅由s到达

d. 代码移动算法

- i. 输入：循环L、ud链、支配结点信息
- ii. 输出：修改后的循环
- iii. 方法：
  - a. 寻找循环不变计算
  - b. 对于步骤a.中找到的每个循环不变计算，检查是否满足上面的三个条件
  - c. 按照循环不变计算找出的次序，把所找到的满足上述条件的循环不变计算外提到前置首结点中。  
如果循环不变计算有分量在循环中定值，只有将定值点外提后，该循环不变计算才可以外提

9. 作用于归纳变量的强度削弱

a. 归纳变量：果存在一个正的或负的常量c，使得每次x被赋值时，它的值总是增加c，则称x为归纳变量

- i. 如果循环L中的变量i只有形如 $i = i + c$ 的定值(c是常量)，则称i为循环L的基本归纳变量
- ii. 每个归纳变量都关联一个三元组。如果 $j = c \times i + d$ ，其中i是基本归纳变量，c和d是常量，则与j相关联的三元组是(i, c, d)

b. 归纳变量检测

- i. 输入：带有循环不变计算信息和到达定值信息的循环L
- ii. 输出：一组归纳变量
- iii. 方法：
- iv. 扫描L的语句，找出所有基本归纳变量。在此要用到循环不变计算信息。与每个基本归纳变量i相关联的三元组是(i, 1, 0)
- v. 寻找L中只有一次定值的变量k，它具有下面的形式： $k = c' \times j + d'$ 。其中c'和d'是常量，j是基本的或非基本的归纳变量
  - 1) 如果j是基本归纳变量，那么k属于j族。k对应的三元组可以通过其定值语句确定
  - 2) 如果j不是基本归纳变量，假设其属于i族，k的三元组可以通过j的三元组和k的定值语句来计算，此时我们还要求：
    - a. 循环L中对j的唯一定值和对k的定值之间没有对i的定值
    - b. 循环L外没有j的定值可以到达k

10. 归纳变量的删除

