

# 连通

2019年3月4日 23:33

◆

## ◆ 生成树

1. 生成树：连通图的极小连通子图，包含所有 $n$ 个顶点，只有 $n-1$ 条边，连通无回
  - 1) 深度优先生成树：按连通图的深度优先搜索，构成的树
  - 2) 广度优先生成树：按连通图的深度优先搜索，构成的树
  - 3) 非连通图的每个连通分量都存在生成树，构成生成森林
2. 最小生成树：权值总和最小的生成树
  - 1) MST性质：设 $G=(V, \{E\})$ 是一个连通网， $T=(U, \{TE\})$ 是正在构造的最小生成树。若边 $(u, v)$ 是 $G$ 中一条具有最小权值的边，其中 $u$ 属于 $U$ ， $v$ 属于 $V-U$ ，则必存在一棵包含边 $(u, v)$ 的最小生成树
  - 2) 即加入生成树与未加入生成树的点之间的最小权的边一定能生成最小生成树
3. Prim算法：维护树，遍历树上点找最小边
  - 1) 设 $U$ 、 $TE$ 为最小生成树顶点集合、边的集合。
  - 2) 初始时， $U=\{u_0\}$ ,  $TE=\{\emptyset\}$
  - 3) 在所有 $u$ 属于 $U$ ， $v$ 属于 $V-U$ 的边中，寻找一个权值最小的边 $(u, v)$ ，加入 $TE$ ，并将顶点 $v$ 加入 $U$ 中，重复此操作，直到 $U=V$
  - 4) 此时，生成的 $T(U, A)$ 即为最小生成树
4. Kruskal算法：总选择全局最小边，遍历每条边，找一端属于树一端不属于树的
  - 1) 适用于边稀疏的图

◆

## ◆ 有向无环图

1. Directed Acyclic Graph有向无环图DAG
  - 1) 所有有向树都是DAG
2. topology拓扑排序：由集合上某个偏序得到一个全序的过程
  - 1) 选择无前驱（入度=0）的顶点输出
  - 2) 删除该点及其弧
  - 3) 重复
3. Activity On Vertex Network顶点活动AOV网：描述工程中各子工程间的先后关系
  - 1) 以顶点为活动，有向边表示先后关系
  - 2) AOV网中存在回环是不合理的
  - 3) 若能找到包含全部顶点的拓扑排序序列，就说明不存在回环
4. Activity On Edge Network边活动AOE网：不仅关注先后关系，还关注时间
  - 1) 一般只有一个源点（入度=0）和一个汇点（出度=0）
  - 2) 关键路径：源点到汇点的最长带权路径
  - 3) 关键活动：关键路径上的弧
5. 工程最短时间：关键路径总权值  $ve(n)$ 
  - 1) 活动最早发生时刻 $ve(j)$

$$i. \quad ve(j) = \begin{cases} 0 & j \text{ 为源点} \\ \max \{ve(i) + w(vi, vj)\} & j \text{ 为其他顶点} \end{cases}$$

2) 活动最迟发生时刻vl(i)

$$i. \quad vl(i) = \begin{cases} ve(n) & i \text{ 为汇点} \\ \min \{vl(j) - w(vi, vj)\} & i \text{ 为其他顶点} \end{cases}$$

3) 活动可能开始的最早时刻ee(i,j):

i. 对应弧为vi-vj ee(i,j)=ve(i) 即为i可能开始的最早时刻

4) 活动允许的最迟开始时刻el(i,j):

i. 对应弧为vi-vj el(i,j)=vl(j)-w(i,j)

6. 求关键路径步骤

1) 对AOE网拓扑排序, 从0开始求出各ve(j)

2) 逆着拓扑序列, 从ve(n)求出各vl(i)

3) 将ve抄到ee, 将vl-w抄到el

4) ee=el的活动为关键活动

i.

ii.

iii.

iv.

v. -----我是底线-----