SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

TEHNIKE UPRAVLJANJA U MEHATRONICI

4. laboratorijska vježba

Priprema i upute za rad na vježbi

Zagreb, studeni 2023.

1. Uvod

U prošloj je laboratorijskoj vježbi obrađen postupak projektiranja regulatora koji se sastoje od višepetljastih kaskadnih struktura. Rečeno je također kako je to moguće napraviti u slučajevima kada su dinamike petlji dovoljno raspregnute, tj. kada su podređeni regulacijski krugovi dovoljno brži od nadređenih. U tom se slučaju prvo projektira podređena petlja, pa tek nakon toga nadređena. Međutim, kada su dinamike veličina kojima se upravlja u tim petljama spregnute, tj. njihove vremenske konstante sumjerljive, tako nešto nije moguće izvesti. Jedan od pristupa koji je moguće koristiti u tom slučaju je upravljanje u prostoru stanja. Glavna ideja je zapisati sustav u prostoru stanja i projektirati regulator kojim ćemo premjestiti polove sustava na željene lokacije simultano, bez potrebe za rastavljanjem sustava. Ovaj nam pristup također omogućava analiziranje svojstava sustava kao što su upravljivost i ustabiljivost, što nije bilo moguće analizirati u frekvencijskoj domeni. Ovo je također polazišna točka za razvoj optimalnih upravljačkih algoritama u vremenskoj domeni, kao što su LQR i H_∞, ali i algoritama modelskog prediktivnog upravljanja (MPC) te mnogih drugih. Međutim, to su teme koje izlaze izvan okvira ovog predmeta.

1.1. Cilj vježbe

Cilj ove vježbe je upoznavanje s procesom projektiranja i implementacije regulatora po varijablama stanja. Veličina koju ćete regulirati jest brzina vrtnje istosmjernog motora s konstantnom uzbudom. U prvom dijelu vježbe opisan je postupak projektiranja regulatora kojim se postavljaju polovi zatvorenog kruga (tzv. *pole placement* postupak), dok se u drugom dijelu opisuje implementacija sustava upravljanja s dodavanjem integralnog člana kako bi se osigurala točnost u stacionarnom stanju. Potrebno je projektirati spomenute regulatore slijedeći upute za vježbu i ispitati ih na stvarnom postavu.

Autori: Šandor Ileš, Marko Švec

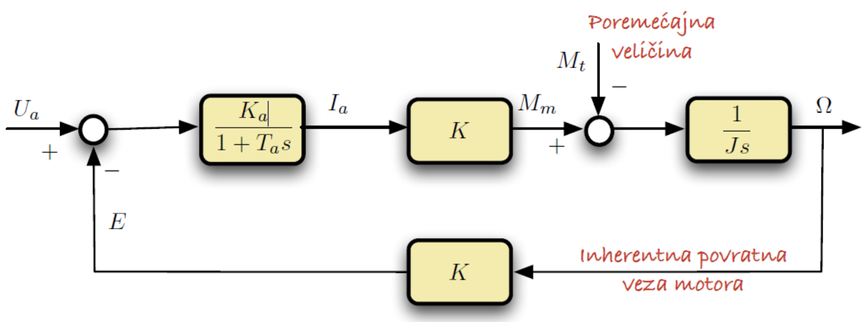
2. Rad na vježbi

2.1. Priprema

Kao pripremu za vježbu potrebno je proučiti predavanja i kreirati MATLAB skripte koje računaju matrice regulatora pomoću izraza opisanih u nastavku ovog dokumenta. Budući da ne znate unaprijed na kojem ćete postavu raditi i budući da kod mora raditi za različite modelske funkcije, neka vaša skripta bude što općenitija. Ako niste sigurni radi li vaš kod ispravno, možete ga isprobati koristeći simulacijski model.

2.2. Model istosmjernog motora u prostoru stanja

Početni korak prilikom sinteze regulatora po varijablama stanja jest određivanje matematičkog modela procesa u prikladnoj formi. Blokovska shema istosmjernog motora s konstantnom i nezavisnom uzbudom prikazana je na Slici 2.1, dok je zapis jednadžbi u prostoru stanja dan izrazom (2.1).



Slika 2.1: Blokovska shema istosmjernog motora uz pretpostavku konstantne uzbude

$$\begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{d\omega}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{C_e}{L_a} \\ \frac{C_m}{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} u_a + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix} m_t \tag{2.1}$$

Vektor stanja sustava $x = [i_a \ \omega]^T$ sadrži struju armature i kutnu brzinu rotora. Upravljačka veličina je napon armature u_a, dok je moment m_t poremećajna veličina.
Parametri sustava ovisno o laboratorijskom postavu dani su u Tablici 2.1 za rotacijske module Quanser i ME13. Pretpostavljeno je da vrijedi $C_e = C_m$.

Tablica 2.1: Parametri laboratorijskih postava.

	Quanser	ME13
R_a [Ω]	5.1	5.3
L_a [mH]	5.1	10.6
C_m [Nm/A]	0.8333	0.7342
J [kgm^2]	0.0060	0.0049

2.3. Sinteza regulatora u prostoru stanja

U svrhu sinteze regulatora u prostoru stanja, potreban nam je model koji ne uključuje poremećajne veličine, točnije model oblika

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Matrice sustava jednake su onima iz izraza (2.1):

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{C_e}{L_a} \\ \frac{C_m}{J} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{2.3}$$

pri čemu su stanja sustava $x = [i_a \ \omega]^T$, upravljačka veličina $u = u_a$, a izlaz sustava $y = \omega$.

– Što znači da je sustav upravljiv i kako to određujemo?
  Odgovor: ____
  ____

– Je li sustav (2.3) upravljiv?
  Odgovor: ____

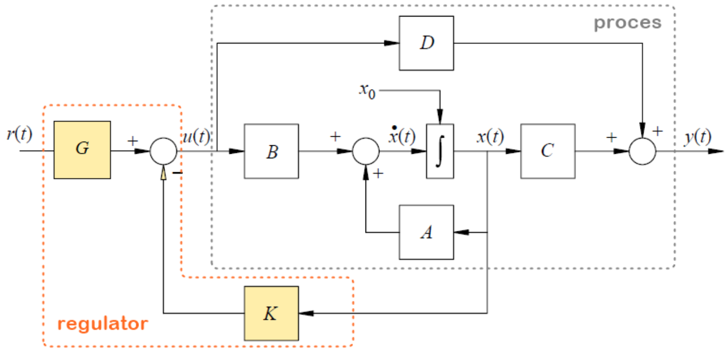
Ukoliko je sustav upravljiv, moguće je sintetizirati upravljački zakon oblika

$$u = -Kx + Gr \tag{2.4}$$

koji će sve polove zatvorenog kruga upravljanja pomaknuti na neke zadane vrijednosti (sve dok su tražene vrijednosti iz simetričnog skupa kompleksnih brojeva).

– Zašto iz simetričnog skupa kompleksnih brojeva?
  Odgovor: ____

Upravljački zakon (2.4) nazivamo regulatorom po varijablama stanja, a sastoji se od dva dijela: matrice pojačanja K koja predstavlja povratnu vezu i definira razmještaj polova zatvorenog kruga i matrice G koja množi referencu r i predstavlja svojevrsni prefiltar.



Slika 2.2: Blokovska shema sustava upravljanja po varijablama stanja

Zatvoreni krug prikazan je na Slici 2.2, a uvrštavanjem izraza (2.4) u (2.2) može se zapisati kako slijedi:

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= (A - BK)\,x + BGr \\
y &= Cx.
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

Svojstvene vrijednosti matrice $A - BK$ predstavljaju polove zatvorenog kruga. **Zadatak je pronaći pojačanje K kojim se postiže željeno vladanje sustava.**

– Koje su dimenzije pojačanja K i G ako su dimenzije vektora stanja $N_x \times 1$, ulaza $N_u \times 1$, a izlaza $N_o \times 1$? Pretpostavimo da je dimenzija r jednaka kao dimenzija y.
Odgovor: ____

Pojačanje regulatora moguće je dobiti koristeći Ackermannovu formulu:

$$K = [0\ 0\ \ldots\ 0\ 1]\, P^{-1} \alpha(A), \tag{2.6}$$

gdje je $P = \left[B\ AB\ A^2B\ \ldots\ A^{n-1}B\right]$ matrica upravljivosti, dok $\alpha(A)$ predstavlja

$$\alpha(A) = A^n + \alpha_{n-1}A^{n-1} + \cdots + \alpha_2 A^2 + \alpha_1 A + \alpha_0 I. \tag{2.7}$$

U izrazu (2.7), koeficijenti α_k jednaki su pripadajućim koeficijentima modelskog polinoma

$$\alpha(s) = s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \cdots + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0. \tag{2.8}$$

Nakon što smo odabrali pojačanje regulatora K, pojačanje u grani reference odabire se tako da zatvoreni krug u stacionarnom stanju ima pojačanje jednako $G_{CL}(0) = 1$. To se postiže pomoću matrice

$$G = -\left(C\,(A - BK)^{-1}\,B\right)^{-1}. \tag{2.9}$$

Na ovoj vježbi potrebno je dizajnirati regulator kutne brzine ω koji će premjestiti polove sustava na sljedeće načine:

– Odredite pojačanja K i G koja polove p_1 i p_2 sustava (2.3) pomiču na vrijednosti $p_1' = 5p_1$ i $p_2' = 5p_2$:

$$K = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \qquad G = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

– Što jače utječe na ponašanje sustava, struja ili brzina? Zašto?
  Odgovor: ____

– Odredite pojačanja K i G koja pomiču samo dominantan pol sustava na vrijednost $p' = 2p$:

$$K = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \qquad G = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

– Kako se promijenilo ponašanje sutava? Zašto?
  Odgovor: ____

– Odredite pojačanja K i G koja postavljaju polove zatvorenog kruga jednakima polovima otvorenog kruga:

$$K = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \qquad G = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

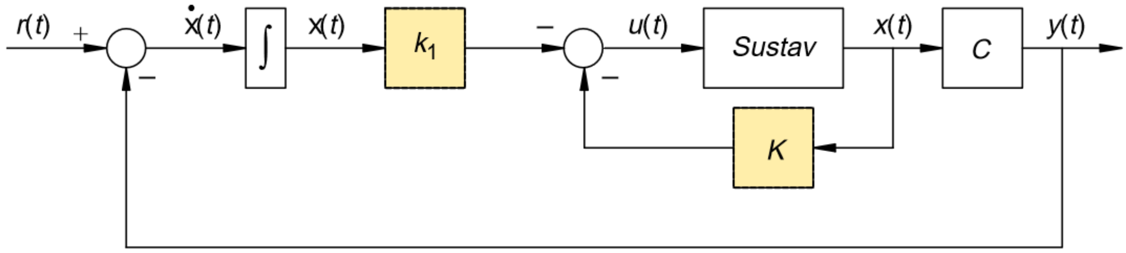
– Kako se zove upravljačka struktura koju ste ovime projektirali?
  Odgovor: ____

2.4. Sustav proširen integralnim djelovanjem

Regulator po varijablama stanja za nominalni sustav osigurava praćenje reference. Međutim, u slučaju konstantnog poremećaja, dolazi do pogreške u ustaljenom stanju. Taj je problem moguće riješiti dodavanjem integralnog djelovanja u model sustava. Zakon upravljanja tada glasi:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= r - y \\ u &= -Kx - k_1\xi. \end{aligned} \tag{2.10}$$

Blokovska shema sustava proširenog integratorom prikazana je na Slici 2.3.



Slika 2.3: Blokovska shema sustava proširenog integratorom

Prošireni model po varijablama stanja tada je moguće zapisati kao

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{\xi}\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}A & 0\\ -C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \xi\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B\\ 0\end{bmatrix}u + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}r\\ y &= \begin{bmatrix}C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \xi\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{2.11}$$

dok zatvoreni krug upravljanja poprima oblik

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{\xi}\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}A - BK & -Bk_1\\ -C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \xi\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}r\\ y &= \begin{bmatrix}C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \xi\end{bmatrix}.\end{aligned} \tag{2.12}$$

Regulator se dizajnira na način opisan u prethodnom poglavlju, s razlikom da nam sad nije potrebno pojačanje u grani reference, budući da ona direktno utječe na dinamiku dodanog integralnog stanja. Dakle, potrebno je samo izračunati pojačanje K. To možete učiniti korištenjem jednadžbe (2.6) ili korištenjem naredbi `acker` ili `place` u MATLAB-u.

– Odredite polove proširenog modela (otvorenog kruga):
  Odgovor: ____

– Odredite pojačanja K i k_1 koja pomiču pol integratora na vrijednost $p_1' = p_2$, pri čemu je p_2 dominantniji od preostala dva pola. Druga dva pola nemojte pomicati.

$K =$ ________________ $k_1 =$ ________________

– Odredite pojačanja K i k_1 koja postavljaju polove zatvorenog kruga jednakima polovima otvorenog kruga:

$K =$ ________________ $k_1 =$ ________________

– Kakav je sada odziv? Zašto?
  Odgovor: ____

3. Pitanja

Nakon vježbe potrebno je odgovoriti na sljedeća pitanja:

- Koja je prednost upravljanja po varijablama stanja u odnosu na kaskadno upravljanje?
  Odgovor: ______________________________
  ____
- U kojem slučaju je **poželjno** (ne samo moguće) koristiti kaskadno upravljanje umjesto upravljanja po varijablama stanja?
  Odgovor: ______________________________
- Što radimo kada sustav kojim želimo upravljati nije upravljiv?
  Odgovor: ______________________________
  ____
- Što nam u praksi može stvarati probleme ako polove pomaknemo previše ulijevo?
  Odgovor: ______________________________
- Koja je veza klasičnog P regulatora i regulatora po varijablama stanja bez integralnog djelovanja?
  Odgovor: ______________________________
  ____
- Može li se prilikom korištenja nekog od spomenutih regulatora pojaviti *windup* efekt? Ako da, o kojem se regulatoru radi?
  Odgovor: ______________________________

Literatura

[1] Åström, K. J. i Murray, R. M. *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers.* Poglavlja 6 i 7.
`http://www.cds.caltech.edu/~murray/books/AM08/pdf/fbs-public_24Jul2020.pdf`