# Predupravljanje i upravljanje s unutarnjim modelom

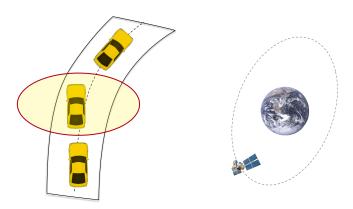


#### Jadranko Matuško Šandor Ileš

Fakultet elektrotehnike i računarstva

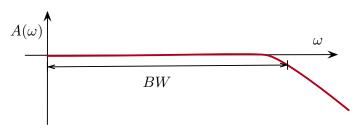
20. prosinca 2023

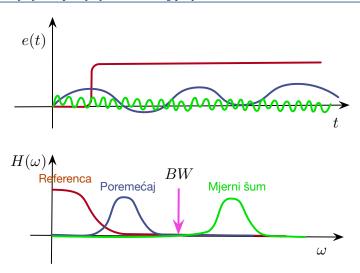
#### Motivacijski primjer

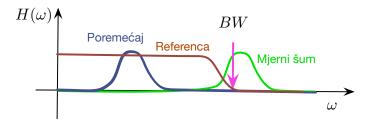


 Na koji način bi regulator u povratnoj vezi upravljao gibanjem vozila odnosno gibanjem satelita?

- Klasični regulator u zatvorenoj petlji djeluje nakon što se pojavi regulacijsko odstupanje što povlači da se idealno slijeđenje reference ne može postići.
- Promjene koje je sustav upravljanja s regulatorom u povratnoj vezi ograničene su propusnim pojasom zatvorenog regulacijskog kruga.



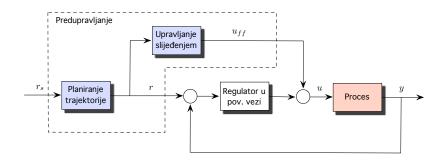




- Što ako je spektar frekvencija referentnih signala puno širi?
- Potreban nam je širi propusni pojas.
- Problemi s utjecajem mjernog šuma

- Prvo moguće riješenje je daljnje proširenje propusnog pojasa zatvorenog regulacijskog kruga.
- Međutim takav pristup obično donosi probleme s pojačavanjem utjecaja mjernog šuma te smanjenjem relativne stabilnosti i robusnosti sustava upravljanja.
- Kao rješenje može se koristiti predupravljanje kojim se upravljački signal generira izravno na temelju poznatog modela i reference ili poremećaja.

## Slijeđenje trajektorije



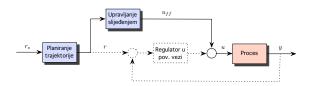
- Problem slijeđenja trajektorije je karakteriziran s čestim promjenama postavne veličine (npr. robotski manipulatori)
- Sustav upravljanja se projektira da se slijede referentne vrijednosti pozicije i brzine ali jednako tako i ubrzanja i trzanja.

# Upravljanje u povratnoj vezi

#### Svojstva

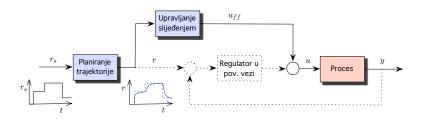
- Osnovno načelo na kojem se temelje sustavi upravljanja.
- Obično su zasnovani na modelu (ali ne nužno!)
- Upravljački signal se generira nakon što se pojavi odstupanje od željenog vladanja
- Mogućnost kompenzacije djelovanja poremećaja
- Doprinosi robusnosti na parametarske neodređenosti modela
- Mjerni šum može u određenim situacijama biti pojačan kao posljedica upravljanja s povratnom vezom
- Ako je loše projektiran sustav upravljanja s povratnom vezom može postati nestabilan.

#### Svojstva



- Zasnovano isključivo na modelu (i jednostavan model može značajno poboljšati vladanje sustava upravljanja)
- Upravljački signal se generira prije nego što se pojavi odstupanje od željenog vladanja
- Temelji se na mjerenju poremećaja ili na njegovom odgovarajućem modelu kako bi se kompenziralo njegovo djelovanje.
- Odgovarajućim oblikovanjem referentnih signala moguće je osigurati "savršeno" praćenje referentne vrijednost bez zasićenja upravljačkih signala.

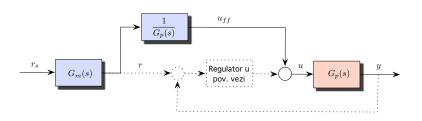
#### Predupravljanje prema referenci



#### Dva zadatka:

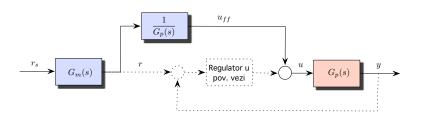
- Oblikovanje referentnog signala
- Projektiranje regulatora za slijeđenje trajektorije kako bi vladanje sustava bilo čim bliže željenom.

#### Predupravljanje prema referenci



- $G_m(s)$  predstavlja referentni model kojim se osigurava ostvariva referenca za regulator te kako bi  $G_m(s)/G_p(s)$  bila pravilna (kauzalna) prijenosna funkcija.
- $G_p(s)$  prijenosna funkcija procesa
- Regulator  $1/G_p(s)$  osigurava idealno praćenje reference budući je  $G_n(s) \cdot 1/G_n(s) = 1$ .
- Razvidno je da se ovaj koncept upravljanja izravno temelji na modelu procesa i da je kvaliteta upravljanja ovisna o točnosti modela procesa.

#### Predupravljanje prema referenci



- Kako ovaj postupak uključuje invertiranje dinamike procesa tada inverzni model mora biti stabilan.
- Stabilan dinamički sustav (bez polova u desnoj poluravnini) i bez nula u desnoj poluravnini (minimalno-fazni sustav)
- Treba biti oprezan s diskretnom verzijom ovog postupka budući kontinuirani sustav s nulama samo u lijevoj poluravnini nakon diskretizacije može imati nule izvan jedinične kružnice (posebice za vrlo male iznose vremena diskretizacije)

# Projektiranje u vremenskoj domeni i poznatu referencu

 Ako se inverzni model procesa može zapisati ako funkcija izlaza i n njegovih derivacija:

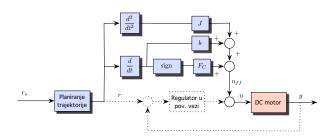
$$u = f\left(y, \frac{dy}{dt}, \frac{d^2y}{dt^2}, ..., \frac{d^{(n)}y}{dt^n}\right),\tag{1}$$

tada se, uzevši u obzir da nam je cilj postići y = r regulator može dobiti kao:

$$u = f\left(r, \frac{dr}{dt}, \frac{d^2r}{dt^2}, ..., \frac{d^{(n)}r}{dt^n}\right). \tag{2}$$

• Prilikom generiranja signala  $\frac{d^{(i)}r}{dt^i}$ , i=0,...,n izravno se mogu uzeti u obzir ograničenja sustava (npr. zasićenje aktuatora, ograničenje struje, itd)

### Primjer DC motor uz prisuran efekt trenja



• DC motor uz zanemarenu dinamiku armaturnog kruga i postojanje efekta trenja može se opisati sljedećim modelom:

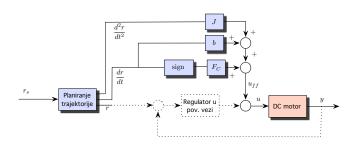
$$J\ddot{\varphi} + b\dot{\varphi} + F_C \operatorname{sign}(\dot{\varphi}) = u \tag{3}$$

 Iz prethodnog modela slijedu da regulator u grani predupravljanja ima oblik:

$$u_{ff} = J\ddot{r} + b\dot{r} + F_C \text{sign}(\dot{r}) \tag{4}$$

## Predupravljanje - DC motor

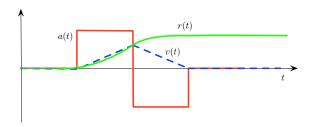
#### Implementacija



- Općenito se u sustavima upravljanja želi izbjeći provođenje nekauzalnih operacija poput deriviranja!
- Ako je željena trajektorija poznata unaprijed tada je moguće u sklopu planiranja trajektorije provesti i proračun/planiranje i odgovarajučih derivacija trajektorije

## Predupravljanje - DC motor

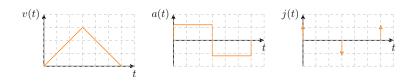
#### Implementacija



- DC motor je sustav drugog reda i opisan je diferencijalnom jednadžbom drugog reda
- Kako bi se u tom slučaju mogle generirati prva i druga derivacija referentne vrijednosti (brzina i akceleracija) potrebno je da referetna pozicija bude dvostruko derivabilna.
- To povlači da referenca akceleracije mora biti konačna.

## Oblikovanje referenci

#### Bez upravljanja trzanjem



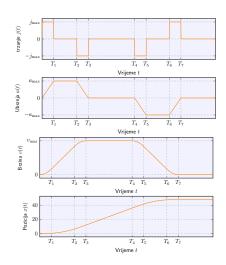
- Trzanje j je definirano kao treća derivacija pozicije, tj. derivacija ubrzanja  $j=\frac{da(t)}{dt}$
- Zašto je upravljanje trzanjem bitno?

$$ma = F - F_c - F_f \rightarrow mj = \frac{d(F - F_c - F_f)}{dt}$$
 (5)

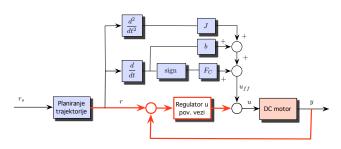
 Pobuđivanje vlastitih visokofrekvencijskih modova mehaničke strukture → vibracije.

## Oblikovanje referenci

#### Upravljanje trzanjem

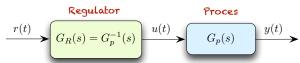


### Predupravljanje/upravljanje s povratnom vezom

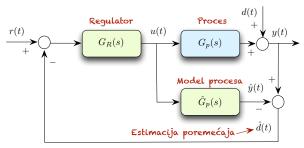


- Predupravljanje se u potpunosti zasniva na modelu procesa i odgovarajućem prediktivnom djelovanju regulatora čime se osiguravaju visoke performance upravljanja.
- Ako model procesa nije savršen ili pak na proces djeluje poremećaj tada dolazi do degradacije performanci upravljanja.
- U takvim slučajevima nužno je uvesti povratnu vezu u sustav upravljanja.

- Polazna ideja kod ovog pristupa projektiranju sustava upravljanja jest da regulator treba sadržavati model procesa, bilo u eksplicitnoj ili implicitnoj formi.
- "Savršeno" upravljanje smatra se upravljanje koje rezultira jediničnom prijenosnom funkcijom.
- Kod upravljanja u otvorenoj petlji "savršeno" upravljenje se postiže odabirom regulatora koji je jednak inverzu procesa.



• Problem predstavlja nemogućnost kompenzacije poremećaja.



Razlika između nominalnog i stvarnog modela:

$$\tilde{d} = y - \tilde{y} = (G_p(s) - \tilde{G}_p(s))u(s) + d(s)$$

Ako su nominalni i stvarni model identični,  $\tilde{G}_p(s) = G_p(s)$  tada je  $\tilde{d}(t)$  jednak poremećajnoj veličini d(t). Ukoliko je uz to i d(t) = 0, tada je IMC zapravo upravljanje u otvorenoj petlji.

Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga:

$$y(s) = rac{G_R(s)G_p(s)r(s) + [1 - G_R(s)\tilde{G}_p(s)]d(s)}{1 + [G_p(s) - \tilde{G}_p(s)]G_R(s)}$$

- Ako je  $G_R(s) = \tilde{G}_p(s)^{-1}$  i  $G_p(s) = \tilde{G}_p(s)$  tada se postiže idealno praćenje reference i idealno kompenzacija poremećaja.
- Ako je samo ispunjen uvjet  $G_R(s) = \tilde{G}_p(s)^{-1}$  tada se postiže idealna kompenzacija poremećaja.

- U stvarnosti uvijek postoji razlika između nominalnog modela i procesa.
- Najčešće se to odnosi na područje visokih frekvencija (tzv. nedominantna dinamika procesa koja se obično zanemaruje).
- Iz tog se razloga dodaje prefilar u seriju s regulatorom kako bi se prigušile visokofrekvencijske komponente u signalu  $\tilde{d}$ .

$$G_{IMC}(s) = G_R(s)G_{pf}(s)$$

• Red prefitra  $G_{pf}(s)$  odabire se na način da  $G_{IMC}(s)$  bude pravilna (red polinoma u brojniku manji ili jednak redu polinoma u nazivniku)

#### Postupak dizajna

- 1. Model procesa je potrebno prikazati kao  $\hat{G}_p(s) = \hat{G}_p^+(s)\hat{G}_p^-(s)$ , pri čemu  $\hat{G}_p^-(s)$  predstavlja dio modela čiji je inverz nestabilan (neminimalno fazne nule, vremensko kašnjenje).
- 2. Regulator se određuje kao  $G_{IMC}(s)=G_{pf}(s)\hat{G}_p^+(s)^{-1}$ , pri čemu se red prefiltra određuje na način da regulator bude ostvariv.

# Upravljanje s unutarnjim modelom - Primjer

Proces:

$$G_p(s) = \frac{2}{1 + 20s}e^{-5s}$$

1. Faktorizacija modela procesa:

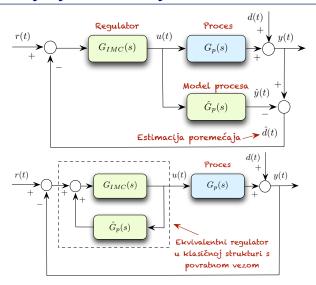
$$\hat{G}_p(s) = \hat{G}_p^+(s)\hat{G}_p^-(s),$$

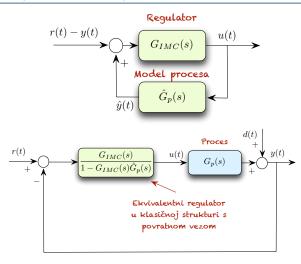
pri čemu 
$$\hat{G}_{p}^{-}(s) = e^{-5s}$$
 a  $\hat{G}_{p}^{+}(s) = \frac{2}{1+20s}$ .

2. Regulator:

$$G_{IMC}(s) = G_{pf}(s)\hat{G}_p^+(s)^{-1} = \frac{1+20s}{2(1+sT_f)^n},$$

pri čemu dovoljan red prefiltra u ovom slučaju n = 1. Iznos vremenske konstante prefiltra obično se odabire nekoliko puta manjim od dinamike zatvorenog regulacijskog kruga (npr.  $T_f = 5s$ )





 Pretpostavimo model procesa u obliku sustava prvog reda s vremenskim kašnjenjem (FOTD):

$$\hat{G}_p(s) = \frac{K}{1 + sT_1} e^{-T_t s}$$

- Aproksimirajmo kašnjenje prvim članom razvoja u Taylorov red:  $\hat{G}_n^-(s) = e^{-T_t s} \approx 1 T_t s$
- Regulator:

$$G_{IMC}(s) = G_{pf}(s)\hat{G}_p^+(s)^{-1} = \frac{1 + T_1 s}{K(1 + sT_f)}$$

• Nadomjesni regulator:

$$G_{IMC}^*(s) = \frac{G_{IMC}(s)}{1 - G_{IMC}(s)\hat{G}_{D}(s)} = \frac{1 + T_1s}{K(T_f + T_t)s}$$

## PID - upravljanje s unutarnjim modelom - 4

Prethodni se izraz može zapisati kao:

$$G_{IMC}^*(s) = \frac{1 + T_1 s}{K(T_f + T_t)s} = \frac{T_1}{K(T_f + T_t)} \left[ 1 + \frac{1}{T_1 s} \right],$$

što zapravo predstavlja PI regulator.

 Drugim rječima PI regulator može se interpretirati kao IMC regulator uz pretpostavku modela procesa prvog reda s kašnjenjem (FOTD) i aproksimaciju kašnjenja s prvim članom u razvoju u Taylorov red.

### PID - upravljanje s unutarnjim modelom - 4

 Ako se kašnjenje kod FOTD modela procesa aproksimira s Padeovom modelom prvog reda:

$$\hat{G}_{p}^{-}(s) = e^{-T_{t}s} \approx \frac{1 - sT_{t}/2}{1 + sT_{t}/2},$$

tada se dobije sljedeći oblik regulatora

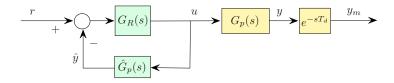
$$G_{IMC}^*(s) = \frac{(1+T_1s)(1+sT_t/2)}{K(T_f+T_t/2)s},$$

što predstavlja PID regulator.

• PID regulator može se interpretirati kao IMC regulator uz pretpostavku modela procesa prvog reda s kašnjenjem (FOTD) i aproksimaciju kašnjenja s Padeovim modelom prvog reda.

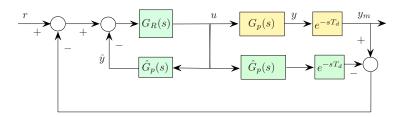
## Upravljanje sustavima s kašnjenjem

- Kako upravljati sustavom u otvorenoj petlji čiji je dinamički model
  poznat ali regulirana veličina nije mjerljiva ili je raspšoloživa uz
  značajno vremensko kašnjenje? Potrebno je upravljati modelom
  procesa i upravljačku veličinu (izlaz iz regulatora) proslijeđivati
  stvarnom sustavu.
- U slučaju sustava s kašnjenjem u mjernom kanalu to znači da regulator upravlja modelom sustava bez kašnjenja i proslijeđuje upravljački signal stvarnom sustavu s kašnjenjem.



## Upravljanje sustavima s kašnjenjem

- Sustav upravljanja s prethodnog slajda spada u kategoriju upravljanja u otvorenoj petlji i samim time ne može reagirati na eventualno djelovanje poremećaja.
- Da bi se to omogućilo koristi se jednaka logika kao u slučaju upravljanja s unutarnjim modelom, tj. u paralelu s procesom doda se njegov model, te se razlikom izlaza procesa i modela korigira referentna vrijednost.
- Prikazana struktura upravljanja naziva se Smithovim prediktorom.



#### **FOTD** sustay

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1 + T_1 s} e^{-T_d s}. (6)$$

- Ako je  $\frac{T_d}{T_1} << 1 o$ standardni postupci projektiranja regulatora (npr. ZN, CHR).
- Ako  $\frac{T_d}{T_1} << 1$  nije zadovoljen  $\rightarrow$  **Smithov prediktor**.

• Uz primjenu PI regulatora

$$G_R(s) = K\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$$

prijenosna funkcija zatvorenog kruga glasi:

$$G_z(s) = \frac{K_p K(1 + sT_I)}{T_1 T_I s^2 + T_I (1 + KK_p) s + KK_p}.$$

• Karakteristični polinom  $s^2 + 2\zeta\omega_0 + \omega_0^2$  se ostvaruje uz sljedeći odabir parametara regulatora:

$$K = rac{2\zeta\omega_0T_1 - 1}{K_p} \qquad T_I = rac{K_pK}{\omega_0^2T_1}$$

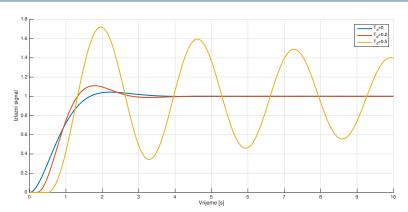
• Odabirom prefiltra:

$$G_{pf}(s) = \frac{1}{1 + T_I s},\tag{7}$$

dobije je prijenosna funkcija zatvorenog kruga:

$$G_z(s) = \frac{\omega_o^2}{s^2 + s\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}.$$
 (8)

Odzivi uz postojanje transportnog kašnjenja - bez Smithovog prediktora



Odzivi uz Smithov prediktor

