

7. auditorna vježba Digitalni sustavi upravljanja

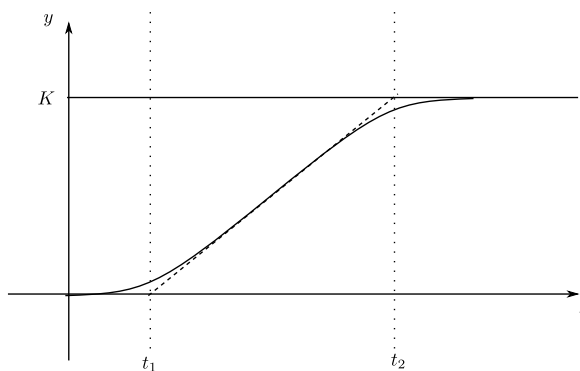
12. siječnja 2024.

Emulacija kontinuiranog regulatora uzimajući u obzir vrijeme uzorkovanja

1. zadatak

Zadan je proces

$$G(s) = \frac{5}{(s+1)^3} \quad (1)$$



Slika 1: Odziv sustava na jediničnu skokovitu pobudu

Potrebno je:

- Odrediti prijenosnu funkciju diskretnog PID regulatora korištenjem Ziegler Nicholsove metode prijelazne funkcije, ako je odziv na skokovitu jediničnu pobudu dan Sl. 1 uz vrijeme uzorkovanja $T = 1$ ms. Parametri PID regulatora iznose $K_R = \frac{1.2}{a}$, $T_I = 2T_T$, $T_D = 0.5T_T$. Zadano je $t_1 = 0.8$ s, $t_2 = 4.5$ s.
- Odrediti prijenosnu funkciju diskretnog regulatora EMUL2 metodom.

2. zadatak

Neka je proces opisan prijenosnom funkcijom:

$$G(s) = \frac{K_s}{T_i s(1 + T_\Sigma s)}, \quad (2)$$

pri čemu je $K_s = 2$, $T_\Sigma = 20$ ms, $T_i = 1$ s. Potrebno je:

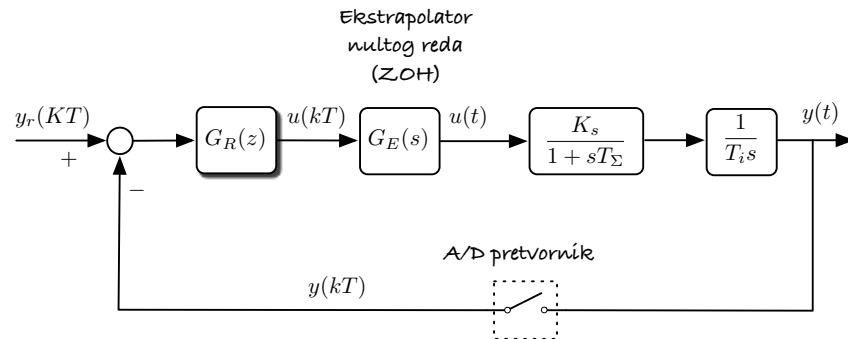
- Odrediti parametre analognog PI regulatora prema simetričnom optimumu uz $a = 2$.
- Izvesti izraz za digitalni PI regulator postupkom diskretizacije prema Tustinovoj relaciji.
- Odrediti parametre digitalnog PI regulatora (slika 2) uz pretpostavku da se doprinosi ekstrapolatora nultog reda (ZOH) odnosno A/D pretvornika mogu aproksimirati kao:

$$G_{ZOH}(s) = e^{-sT/2}, \quad (3)$$

$$G_{A/D}(s) = e^{-sT/2}. \quad (4)$$

Vrijeme diskretizacije iznosi $T = 5$ ms.

- Koliko bi, prilikom projektiranja digitalnog PI regulatora uz $T = 5$ ms, trebao iznositi parametar $a = a^*$ da bi brzina dobivene prijelazne pojave bila približno jednaka onoj u slučaju analognog PI regulatora uz $a = 2$? Koliko u tom slučaju iznosi fazno osiguranje sustava?



Slika 2: Blokova shema digitalnog upravljanja IT_1 članom prema simetričnom optimumu.

RJEŠENJA:**ZADATAK 1**

- a) Za određivanje parametara regulatora prema Ziegler Nicholsovoj metodi prijelazne funkcije potrebno je naći a i T_T . T_T je vrijeme kašnjenja za aproksimaciju prijenosne funkcije procesa PT1 članom s dodanim kašnjenjem.

$$T_T = t_1 = 0.8s \quad (5)$$

a predstavlja odsječak na y-osi pravca koji prolazi kroz koordinate $(t_1, 0)$ i (t_2, K) . $K = 5$ je pojačanje procesa koje se može dobiti kad se u prijenosnu funkciju procesa uvrsti $s = 0$. Iz sličnosti trokuta slijedi:

$$\frac{K}{t_2 - t_1} = \frac{a}{t_1} \quad (6)$$

Iz jednadžbe (6) slijedi:

$$a = K \frac{t_1}{t_2 - t_1} = 1.08 \quad (7)$$

Uvrštavanjem u jednadžbe slijede parametri PID regulatora:

$$K_R = 1.11 \quad (8a)$$

$$T_I = 1.6 \text{ s} \quad (8b)$$

$$T_D = 0.4 \text{ s} \quad (8c)$$

- b) EMUL2 metoda kod projektiranja diskretnog regulatora uzima u obzir kašnjenje zbog diskretizacije s $T/2$, gdje T predstavlja vrijeme diskretizacije. Analognom procesu potrebno je dodati PT1 član s vremenskom konstantom $T/2$ kako bi se kod projektiranja regulatora uzeo u obzir utjecaj vremena diskretizacije. Zbog toga se kod odziva sustava na jediničnu pobudu mijenjaju parametri t_1 i t_2 , koji se mogu označiti s t_{1d} i t_{2d} .

$$t_{1d} = t_1 + T/2 \quad (9)$$

$$t_{2d} = t_2 + T/2 \quad (10)$$

Analogno prethodnom podzadatku odrede se parametri kontinuiranog regulatora.

$$T_T = t_1 + T/2 = 0.8005 \text{ s} \quad (11)$$

$$a = K \frac{t_1 + T/2}{t_2 + T/2 - t_1 - T/2} = 1.0818 \quad (12)$$

Parametri kontinuiranog PID regulatora su:

$$K_R = 1.1093 \quad (13a)$$

$$T_I = 1.601 \text{ s} \quad (13b)$$

$$T_D = 0.40025 \text{ s} \quad (13c)$$

Prijenosna funkcija kontinuiranog regulatora je:

$$G(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (14)$$

Uvrštenjem izraza za bilinearnu transformaciju

$$\frac{1}{s} = \frac{T}{2} \frac{z+1}{z-1} \quad (15)$$

u prijenosnu funkciju (14) dobije se prijenosna funkcija diskretnog regulatora.

$$G(s) = K_R \left(1 + \frac{T}{2T_I} \frac{z+1}{z-1} + \frac{2T_D}{T} \frac{z-1}{z+1} \right) \quad (16)$$

$$G(s) = K_R \frac{(1 + \frac{T}{2T_I} + \frac{2T_D}{T})z^2 + (\frac{T}{T_I} - \frac{4T_D}{T})z + \frac{T}{2T_I} + \frac{2T_D}{T} - 1}{z^2 - 1} \quad (17)$$

$$G(s) = \frac{889.10965z^2 - 1775.99931z + 886.89104}{z^2 - 1} \quad (18)$$

ZADATAK 2

a) Parametri analognog PI regulatora određeni su izrazima:

$$T_I = a^2 T_\Sigma = 80 \text{ ms} \quad (19)$$

$$K_R = \frac{1}{aK_s} \frac{T_i}{T_\Sigma} = 12.5. \quad (20)$$

b) Uvrštenjem bilinearne transformacije u izraz za PI regulator:

$$G(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right), \quad \frac{1}{s} = \frac{T}{2} \frac{z+1}{z-1} \quad (21)$$

dobije se:

$$G(z) = K_R \left(1 + \frac{T}{2T_I} \right) \frac{z - \frac{2T_I - T}{2T_I + T}}{z - 1}. \quad (22)$$

c) Uzimanjem u obzir doprinosa ekstrapolatora nultog reda te A/D pretvornika nadomjesna vremenska konstanta postaje:

$$T_\Sigma^* = T_\Sigma + T/2 + T/2 = 25 \text{ ms}. \quad (23)$$

d) Parametri PI regulatora uz $T = 5 \text{ ms}$ i $a = 2$ iznose:

$$T_I = a^2 T_\Sigma^* = 100 \text{ ms} \quad (24)$$

$$K_R = \frac{1}{aK_s} \frac{T_i}{T_\Sigma^*} = 10. \quad (25)$$

e) Da bi brzina ostala ista potrebno je ispuniti sljedeći uvjet:

$$aT_\Sigma = a^* T_\Sigma^*, \quad (26)$$

odakle slijedi:

$$a^* = 1.6. \quad (27)$$

Fazno osiguranje iznosi:

$$\gamma = \text{atan} \frac{a^2 - 1}{2a} = 26^\circ. \quad (28)$$