Auditorne vježbe

17. studenoga 2023.

Regulator po varijablama stanja

1. zadatak

Parametri istosmjernog motora s konstantnom i nezavisnom uzbudom iznose: $C_e = 0.01$ Vs/rad, $R_a = 2.6$ Ω, $L_a = 2.6$ mH, $J = 0.01$ kg m^2.
Potrebno je:

a Projektirati regulator po varijablama stanja tako da $\sigma_m \leq 4\%$, $t_s \leq 2$ s, $t_p \leq 0.5$ s. Usporediti rezultat dobiven Bass-Gura formulom i Ackermannovom formulom.

b Osigurati da sustav slijedi referentnu veličinu u obliku skokovite pobude za slučaj kada nema poremećaja.

c Proširiti regulator stanja integralnim djelovanjem.

d Projektirati regulator po varijablama stanja tako da karakteristični polinom odgovara polinomu dobivenom koristeći Simetrični optimum: $A_m(s) = 1 + a^2 T_\Sigma s + a^3 T_\Sigma^2 s^2 + a^3 T_\Sigma^3 s^3$, uz $a = 2$ i $T_\Sigma = 0.05$ s.

RJEŠENJA:

Zadatak 1

a) Nadvišenje određuje minimalni ζ

$$\sigma_m = e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \rightarrow \zeta_{min} = 0.7156. \tag{1}$$

Vrijeme smirivanja određuje uvjete na realni dio polova zatvorenog kruga:

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \leq 2 \rightarrow -\zeta\omega_n \leq -2. \tag{2}$$

Vrijeme prvog maksimuma određuje ograničenje na imaginarni dio:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} \leq \frac{1}{2} \rightarrow \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \geq 2\pi. \tag{3}$$

Odabrani su polovi $p_{1,2} = -10 \pm 7i$, koji zadovoljavaju sve navedene uvjete.
Željeni karakteristični polinom zatvorenog kruga glasi: $\alpha(s) = s^2 + 20s + 149$.
Koeficijenti željenog karakterističnog polinoma zatvorenog kruga: $\alpha_0 = 149$, $\alpha_1 = 20$.
Prijenosna funkcija motora glasi:

$$\frac{\omega(s)}{u_a(s)} = \frac{\frac{1}{C_e}}{T_{em}T_a s^2 + T_{em}s + 1} = \frac{\frac{1}{T_{em}T_aC_e}}{s^2 + \frac{1}{T_a}s + \frac{1}{T_aT_{em}}}. \tag{4}$$

Na temelju prijenosne funkcije, mogu se zapisati matrice modela u kanoničkom upravljivom obliku:

$$A_{CCF} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_aT_{em}} & \frac{1}{T_a} \end{bmatrix}, B_{CCF} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Koeficijenti karakterističnog polinoma otvorenog kruga: $a_0 = \frac{1}{T_aT_{em}}$, $a_1 = \frac{1}{T_a}$.
Pojačanje u upravljivoj kanoničkoj formi glasi:

$$K_{CCF} = \begin{bmatrix} \alpha_0 - a_0 & \alpha_1 - a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 143.8428 & -980.0000 \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Matrica transformacije $T_{CCF}^{-1} = P_{CCF}P^{-1}$.
Pojačanje se može izračunati kao:

$$K = K_{CCF}T_{CCF}^{-1} = \begin{bmatrix} -2.5480 & 0.2789 \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Isto pojačanje se dobije i Ackermannovom formulom

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix}^{-1} (A^2 + 20A + 149I) = \begin{bmatrix} -2.5480 & 0.2789 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

b) U grani reference potrebno je koristiti sljedeće pojačanje:

$$G = -(C(A - BK)^{-1}B)^{-1} = 0.2889. \tag{9}$$

c) Sustav proširen integratorom glasi:

$$\begin{bmatrix} \frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} \\ \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \\ \frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_a}{L_a} & -\frac{C_e}{L_a} & 0 \\ \frac{-C_m}{J} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_a + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} m_t \tag{10}$$

Proširene matrice su:

$$A_e = \begin{bmatrix} \frac{-R_a}{L_a} & -\frac{C_e}{L_a} & 0 \\ \frac{-C_m}{J} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, B_e = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

Regulator za prošireni sustav može se dobiti Ackermannovom formulom:

$$\begin{aligned} K_{int} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_e & A_e B_e & A_e^2 B_e \end{bmatrix}^{-1} (8T_\Sigma^3 A^3 + 8T_\Sigma^2 A^2 + 4T_\Sigma A + I) \frac{1}{8T_\Sigma^3} \\ &= \begin{bmatrix} -2.5480 & 0.3778 & -1.9390 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Zakon upravljanja glasi:

$$u = \begin{bmatrix} -2.5480 & 0.3778 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} + 1.9390 \begin{bmatrix} \xi \end{bmatrix}. \tag{12}$$