Kaskadno upravljanje

Jadranko Matuško
Šandor Ileš

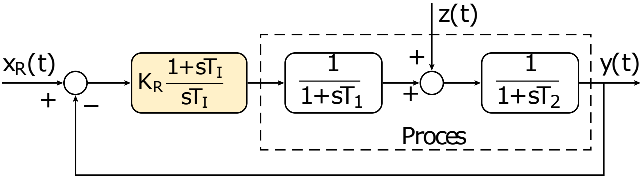
Fakultet elektrotehnike i računarstva

08. studenog 2023.

Uvod

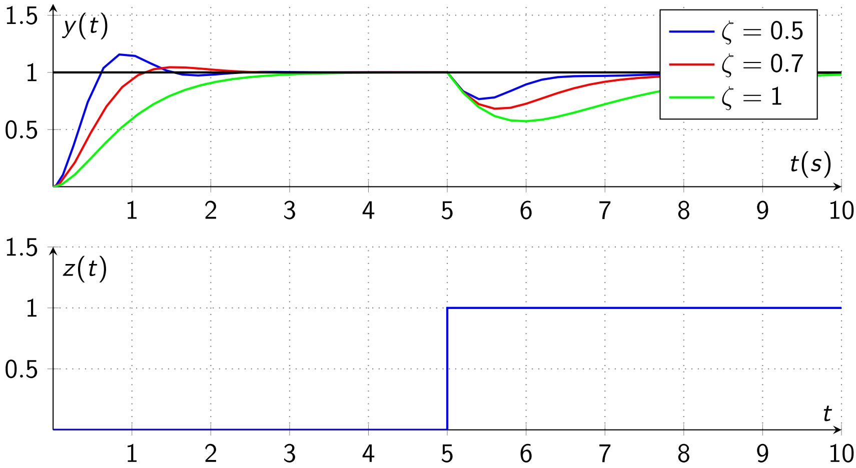
- Do sada su razmatrani jednostavni sustavi upravljanja s jednim upravljačkim signalom i jednom mjerenom veličinom.
- Korištenjem dodatnih mjerenih veličina često je moguće poboljšati performanse zatvorenog sustava upravljanja.
- Kaskadno upravljanje je jedna od metoda upravljanja koja se koristi u slučaju kada su dostupne dodatne mjerene veličine.
- Osnovna ideja je da se poremećaj ili njegov dio kompenzira prije nego što počne djelovati na izlaznu veličinu.

Primjer: Jednopetljasta struktura upravljanja



- Vremenske konstante procesa: $T_1 = 0.25$ s, $T_1 = 1$ s.
- Koristi se PI regulator. Integralnom vremenskom konstantom krati se dominantna vremenska konstanta procesa, a pojačanje se odabire da se postigne željeni faktor prigušenja ζ.

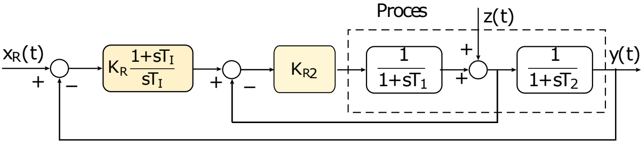
Primjer: Jednopetljasta struktura upravljanja



Nedostaci jednopetljastih struktura regulacije

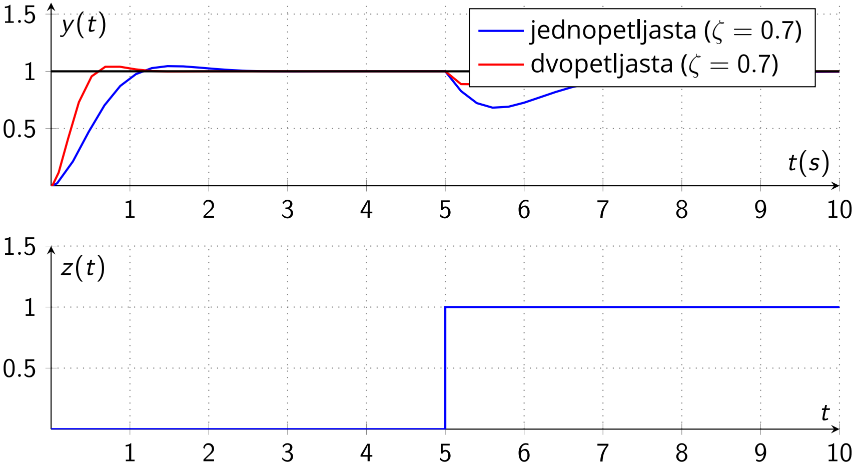
- Jednopetljaste strukture upravljanja često ne pružaju visoke performanse za složene sustave.
- Ovo je zbog pokušaja upravljanja složenim sustavima samo na temelju izlazne veličine.
- Regulator reagira na promjene u sustavu tek nakon što se odraze na izlazu, što rezultira sporom reakcijom na poremećaje.

Primjer: Dvopetljasta struktura upravljanja

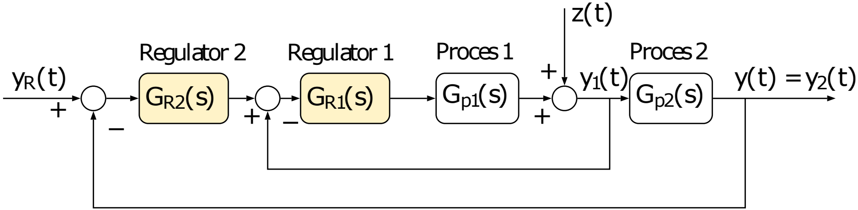


- Vremenske konstante procesa: $T_1 = 0.25$ s, $T_2 = 1$ s.
- U unutarnju petlju dodan je P regulator.
- Za vanjsku petlju, koristi se PI regulator. Integralnom vremenskom konstantom krati se dominantna vremenska konstanta procesa, a pojačanje se odabire da se postigne željeni faktor prigušenja ζ.

Primjer: Usporedba jednopetljaste i dvopetljaste strukture upravljanja



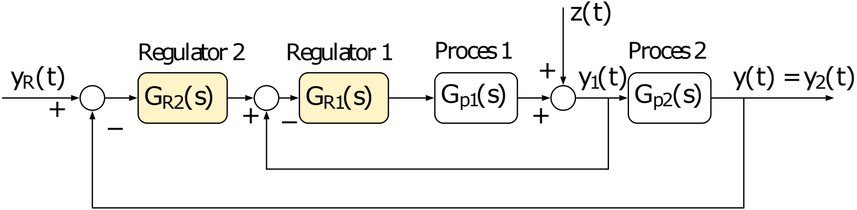
Kaskadna struktura upravljanja/Kaskadna regulacija



Slika 1: Tipična dvopetljasta kaskadna struktura upravljanja

- Dva regulacijska kruga (petlje):
  - I-pomoćni regulacijski krug (unutarnji regulacijski krug, podređeni regulacijski krug)
  - II-glavni regulacijski krug (vanjski regulacijski krug, nadređeni regulacijski krug)

Kaskadna struktura upravljanja/Kaskadna regulacija



Slika 2: Tipična dvopetljasta kaskadna struktura upravljanja

- Glavni regulator G_{R2} ne djeluje neposredno na izvršni element nego tvori referentnu (vodeću) veličinu za podređeni regulator G_{R1}
- Utjecaj smetnje u podređenom regulacijskom krugu praktički se kompenzira u tom krugu.

Odabir varijabli za podređenu petlju

- Podređena petlja služi za kompenzaciju poremećaja u tom krugu
- Odabrana mjerena varijabla bi trebala brzo reagirati na upravljački signal
- Mora postojati jasna veza između odabranih varijabli za unutarnju petlju i varijabli koje se koriste u vanjskoj petlji
- Tako kaskadna regulacija se može koristiti i za hijerarhijsko upravljanje
- Unutarnja petlja trebala bi biti brža od vanjske petlje.

Odabir vrste regulatora

- Odabir vrste regulatora ovisi o dinamici procesa i prirodi poremećaja
- Kaskadno upravljanje se koristi kad je proces u unutarnjoj petlji brži od procesa u vanjskoj petlji
- Za unutarnju petlju se mogu koristiti različite inačice PID regulatora (P, PD, PI, PID).
- Ako stacionarna točnost nije važna za sekundarne veličine, često se u unutarnjoj petlji integralno djelovanje izostavlja.
- Kada je slijeđenje sekundarnih veličina važno, integrator je uključen i u unutarnjoj petlji
- Nedostatak uključivanja integratora u unutarnjoj petlji je pojava nadvišenja u vanjskoj.

Puštanje u pogon

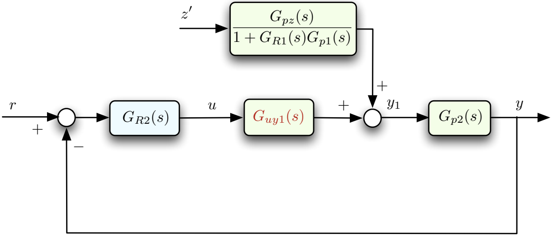
- Kaskadna struktura upravljanja podešava se slično kao i jednopetljasta od unutarnjih petlji prema vanjskim petljama.
- Unutarnja petlja se podešava s visokom faktorom prigušenja ($\zeta = 0.7$ ili više).
- Uz pretpostavku da su oba regulatora u ručnom načinu rada:
  - Postaviti referencu za unutarnju petlju na trenutnu vrijednost sekundarne veličine
  - Aktivirati regulator za unutarnju petlju.
  - Podesiti referencu vanjske petlje tako da izlaz odgovara trenutnoj vrijednosti reference za unutarnju petlju.
  - Aktivirati regulator za vanjsku petlju.

Sinteza regulatora u vanjskoj petlji

- Podređeni regulacijski krug s obzirom na njegovu vodeću veličinu ($z' = 0$):

$$G_{uy1} = \frac{G_{R1}G_{p1}}{1 + G_{R1}G_{p1}}. \tag{1}$$

predstavlja dio procesa glavnog regulacijskog kruga:



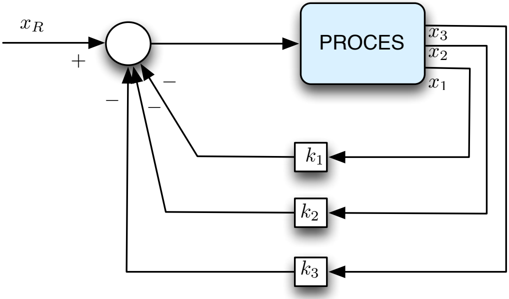
Slika 3: Shema glavnog regulacijskog kruga

Kaskadna regulacija

- Nakon obavljene sinteze podređenog regulacijskog kruga, problem sinteze vanjskog kruga svodi se na standardni problem sinteze jednopetljastog regulacijskog kruga (ako se radi o dvopetljastoj kaskadnoj strukturi).
- Podređeni regulacijski krugovi su obično brži od nadređenih, te se često prijenosna funkcija podređenog regulacijskog kruga može strukturno pojednostavniti pri sintezi nadređenog regulacijskog kruga.
- Regulatori smješteni u pojedinim regulacijskim petljama obično su jednostavnije strukture (PID regulatori, ili iz njih izvedeni regulatori)
- Kaskadni se sustavi upravljanja vrlo često primjenjuju u automatizaciji raznih postrojenja i procesa gdje je potrebno imati dobru slijednu regulaciju te dobru čvrstu regulaciju (regulaciju smetnje).
- Također se nerijetko kaskadna regulacija kombinira s unaprijednom regulacijom po smetnji.

Granice kaskadnog upravljanja

- Dodavanjem dodatnih mjerenih veličina moguće je samo do neke granice poboljšati performanse zatvorenog sustava upravljanja (višestruka kaskadna struktura upravljanja)
- Kad su mjerljive sve varijable stanja, kaskadna regulacijska struktura pokazuje određene sličnosti sa strukturom upravljanja zasnovanoj na varijablama stanja – za optimalni regulator stanja postoje povratne veze za sva stanja.

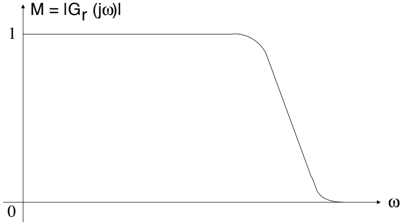


Primjene kaskadne regulacije u mehatronici

- U mehatronici se kaskadno upravljanje koristi za hijerarhijsko upravljanje mehatroničkim sustavima (primjer: dronovi, kuglica na klackalici...)
- Neizostavan dio mehatroničkih sustava su elektromotorni pogoni gdje se kaskadna regulacija koristi za upravljanje brzinom vrtnje ili pozicijom istosmjernih i izmjeničnih motora.
- U primjenama kaskadnih sustava upravljanja afirmirali su se praktični postupci parametriranja regulatora:
  - Tehnički optimum,
  - Simetrični optimum.

Tehnički optimum (1)

- Pretpostavka za provedbu sinteze prema tehničkom optimumu (engl. magnitude optimum) jest da je proces bez astatizma.

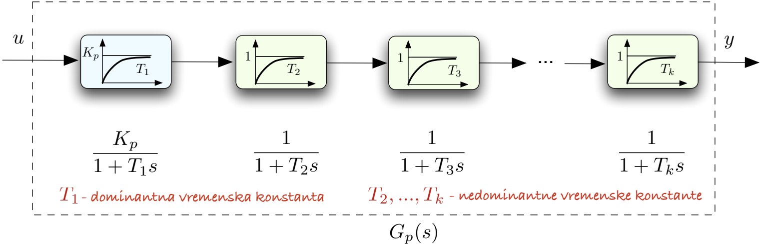


Slika 4: Amplitudno-frekvencijska karakteristika zatvorenog kruga kod primjene tehničkog optimuma

- Zasniva se na zahtjevima:
  - amplitudno-frekvencijska karakteristika zatvorenog regulacijskog kruga $|G_r(j\omega)|$ treba imati konstantnu vrijednost u čim širem frekvencijskom području (ω_b čim veće)
  - $|G_r(j\omega)|$ praktički ne smije imati rezonantno uzdizanje ($M = 1$ za sustave svedene na jediničnu povratnu vezu)
- Temeljem ovih zahtjeva postiže se brzi, približno aperiodski odziv sustava upravljanja

Tehnički optimum (2)

- Za daljnja razmatranja pretpostavimo strukturu procesa prikazanu na Slici 5 koja se sastoji od jednog aperiodskog člana s dominantnom vremenskom konstantom i njemu u seriju povezanih više aperiodskih članova s nedominantnim vremenskim konstantama



Slika 5: Struktura procesa pogodna za primjenu sinteze prema tehničkom optimumu

Tehnički optimum (3)

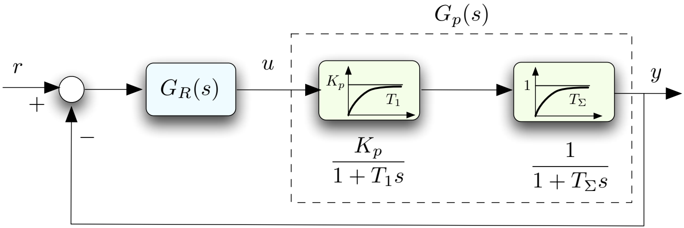
- Ako je:

$$T_2 + T_3 + ... + T_k = T_\Sigma < (5 - 10)\, T_\Sigma, \tag{2}$$

onda se može primjeniti sljedeća aproksimacija:

$$\frac{1}{1+T_2 s} \cdot \frac{1}{1+T_3 s} \cdots \frac{1}{1+T_k s} \approx \frac{1}{1+(T_2+T_3+...+T_k)s} = \frac{1}{1+T_\Sigma s}. \tag{3}$$

- U tom se slučaju dobije regulacijski krug prikazan na Slici 6.



Slika 6: Regulacijski krug pri sintezi prema tehničkom optimumu

Tehnički optimum (4)

- Za strukturu procesa na Slici 6 preporučuje se koristiti PI regulator:

$$G_R(s) = K_R \frac{1 + T_I s}{T_I s}. \tag{4}$$

- Integracijskom vremenskom konstantnom kompenzira se dominantna vremenska konstanta procesa, tj. odabiremo:

$$\boxed{T_I = T_1,} \tag{5}$$

pa slijedi (uz $K_o = K_R K_p$ - kružno pojačanje):

$$G_o(s) = K_R \frac{1 + T_I s}{T_I s} \frac{K_p}{1 + T_1 s} \frac{1}{1 + T_\Sigma s} = \frac{K_o}{T_I s(1 + T_\Sigma s)}. \tag{6}$$

- Prijenosna funkcija zatvorenog kruga s obzirom na vodeću veličinu glasi:

$$G_{zr}(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{\frac{K_o}{T_I s(1+T_\Sigma s)}}{1 + \frac{K_o}{T_I s(1+T_\Sigma s)}} = \frac{K_o}{K_o + T_I s + T_I T_\Sigma s^2}. \tag{7}$$

Tehnički optimum (5)

- Ako se prijenosna funkcija svede na opći oblik prijenosne funkcije drugog reda ($G(s) = 1/(1 + 2\zeta/\omega_n s + s^2/\omega_n^2)$) dobije se:

$$G_{zr}(s) = \frac{1}{1 + \frac{T_I s}{K_o} + \frac{T_I T_\Sigma s^2}{K_o}}, \tag{8}$$

iz čega slijedi:

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{T_I}{K_o}, \ \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{T_I T_\Sigma}{K_o} \ \rightarrow \ \omega_n = \sqrt{\frac{K_o}{T_I T_\Sigma}}, \tag{9}$$

$$\zeta = \frac{\omega_n}{2}\frac{T_I}{K_o} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{K_o}{T_I T_\Sigma}}\frac{T_I}{K_o} \ \rightarrow \ \zeta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{K_o}\frac{T_I}{T_\Sigma}}, \tag{10}$$

$$K_o = \frac{1}{4\zeta^2}\cdot\frac{T_I}{T_\Sigma}, \ K_R = \frac{1}{4\zeta^2}\cdot\frac{1}{K_p}\frac{T_I}{T_\Sigma}. \tag{11}$$

Tehnički optimum (6)

- Izbor $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ predstavlja tehnički najprihvatljiviji izbor za većinu primjena ($\sigma_m = 4.3\%$, amplitudno frekvencijska karakteristika bez izdizanja).
- Preporučuje se:

$$\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2} \;\rightarrow\; K_R = \frac{1}{2}\frac{1}{K_s}\frac{T_1}{T_\Sigma}. \tag{12}$$

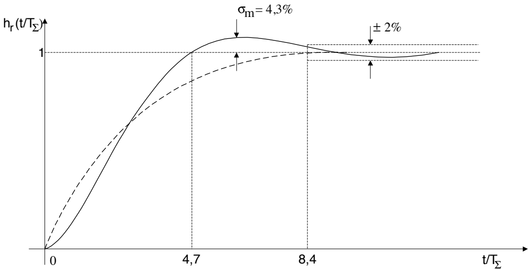
- Iz (8) za $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ dobije se prijenosna funkcija zatvorenog kruga u kojem su parametri PI regulatora određeni prema tehničkom optimumu:

$$G_r(s) = \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s + 2T_\Sigma^2 s^2}. \tag{13}$$

Tehnički optimum (7)

- Analitički izraz za prijelaznu funkciju zatvorenog sustava s obzirom na referentnu veličinu glasi:

$$h_r(t/T_\Sigma) = 1 - e^{-\frac{t}{2T_\Sigma}}\left(\cos\frac{t}{2T_\Sigma} + \sin\frac{t}{2T_\Sigma}\right). \tag{14}$$



Slika 7: Prijelazna funkcija zatvorenog sustava upravljanja podešenog prema tehničkom optimumu

Tehnički optimum (8)

- Kao što je vidljivo iz (14) i Slike 7, odziv sustava isključivo ovisi o zbroju T_Σ nedominantnih (nekompenziranih) vremenskih konstanti.
- Iz prijelazne funkcije (Slika 7) može se očitati:
  - ulazno vrijeme (vrijeme porasta (0 - 100%))

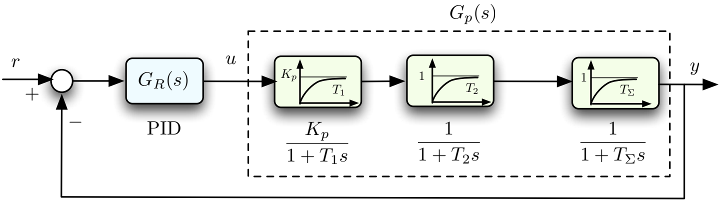
$$t_u \approx 4.7\,T_\Sigma, \tag{15}$$

  - vrijeme ustaljivanja ($\varepsilon = \pm 2\%$)

$$t_{2\%} = 8.4\,T_\Sigma. \tag{16}$$

Primjer: Proces s dvije dominantne vremenske konstante (1)

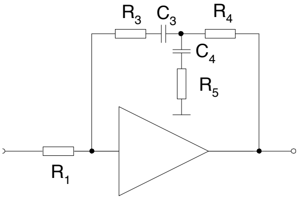
- Proces u regulacijskom krugu na Slici 8 upravlja se PID regulatorom.



Slika 8: Regulacijski krug u Primjeru 1

- Pri tome su T_1 i T_2 dominantne vremenske konstante, a T_Σ je zbroj nedominantnih vremenskih konstanti regulacijskog kruga
- Potrebno je odrediti prijenosnu funkciju zatvorenog sustava $G_{zr}(s)$ uz kompenzaciju dominantnih vremenskih konstanti procesa integracijskom i derivacijskom vremenskom konstantom regulatora.

Primjer 1: Proces s dvije dominantne vremenske konstante (2)



Slika 9: Načelna shema realnog PID regulatora s operacijskim pojačalom

- Prijenosna funkcija PID regulatora sa Slike 9 glasi:

$$G_R = K_R \frac{1 + T_I s}{T_I s} \frac{1 + T_D s}{1 + T_\nu s}, \quad (17)$$

gdje je $K_R = R_3/R_1$, $T_I = R_3 C_3$, $T_D = R_4 C_4$, $T_\nu = R_5 C_4$.

Primjer: Proces s dvije dominantne vremenske konstante (3)

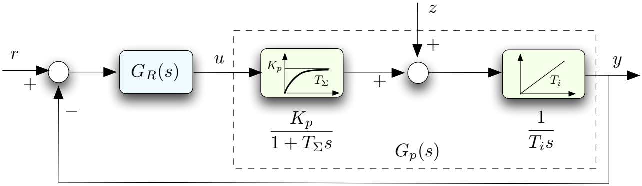
- $T_\nu << T_D$ postiže se izborom $R_5 << R_4$.
- Izborom primjerice: $T_I = T_1$, $T_D = T_2$, te K_R prema (11) dobije se:

$$G_{zr}(s) = \frac{1}{1 + T_\Sigma s + T_\Sigma^2 s^2}. \tag{18}$$

- Ovdje je u T_Σ uračunata i mala parazitna vremenska konstanta T_ν.
- Prijenosna funkcija (18) identična je prijenosnoj funkciji (13).
- Prema tome, prikladnim izborom strukture regulatora i prikladnim parametriranjem regulatora može se dobiti za različite strukture procesa jednako vladanje zatvorenog sustava.

Simetrični optimum - struktura

- Pretpostavka za primjenu simetričnog optimuma (engl. symmetrical optimum) (Kessler 1958.) jest da je proces s astatizmom 1. reda (Slika 10)



Slika 10: Regulacijski krug prikladan za sintezu prema simetričnom optimumu

- T_Σ je zbroj nedominantnih vremenskih konstanta procesa.
- Uz odabrani (preporučeni) regulator PI djelovanja $G_R(s) = K_R \frac{1+T_I s}{T_I s}$ dobije se prijenosna funkcija otvorenog kruga:

$$G_o(s) = K_R \frac{1+T_I s}{T_I s} \frac{K_p}{1+T_\Sigma s} \frac{1}{T_i s} = K_o \frac{1}{T_I T_i s^2} \cdot \underbrace{\frac{1+T_I s}{1+T_\Sigma s}}_{\text{fazno prethođenje}} \tag{19}$$

Simetrični optimum - maksimum fazne karakteristike

- Da bi sustav upravljanja, čija je prijenosna funkcija otvorenog kruga (19), bio stabilan, mora vrijediti:

$$T_I > T_\Sigma. \tag{20}$$

- Izraz za fazno-frekvencijsku karakteristiku za (19) glasi:

$$\varphi_o(\omega) = -180^\circ + \mathrm{arctg}\, \omega T_I - \mathrm{arctg}\, \omega T_\Sigma. \tag{21}$$

- Maksimalna vrijednost fazno-frekvencijske karakteristike (21) dobije se kako slijedi:

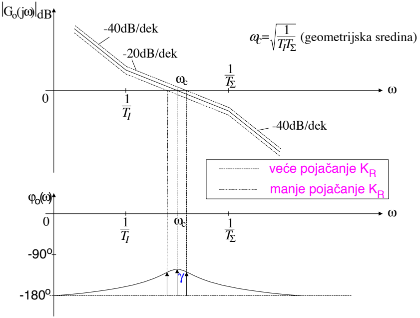
$$\frac{d\varphi_o(\omega)}{d\omega} = \frac{T_I}{1 + (\omega T_I)^2} - \frac{T_\Sigma}{1 + (\omega T_\Sigma)^2} = 0 \;\rightarrow\; \omega_m = \frac{1}{\sqrt{T_I T_\Sigma}}, \tag{22}$$

odnosno

$$\varphi_o(\omega_m) = -180^\circ + \mathrm{arctg} \sqrt{\frac{T_I}{T_\Sigma}} - \mathrm{arctg} \sqrt{\frac{T_\Sigma}{T_I}}. \tag{23}$$

Frekvencijske karakteristike sustava – simetrični optimum

- Odabirom $\omega_c = \omega_m$ dobiju se simetrična amplitudno-frekvencijska i simetrična fazno-frekvencijska karakteristika i maksimalno fazno osiguranje :



- Da bi se postigla simetričnost frekvencijskih karakteristika, tj. maksimalno fazno osiguranje, potrebno je da parametri regulatora K_R i T_I imaju točno određene vrijednosti.

Simetrični optimum - određivanje integracijske vremenske konstante

- Neka je integracijska vremenska konstanta regulatora:

$$T_I = a^2 T_\Sigma, \tag{24}$$

  pri čemu je a konstanta koju treba odrediti ($a > 1$).
- Iz (21), (22), uz (24) slijedi izraz za fazno osiguranje:

$$\gamma = \varphi_o(\omega_c) + 180^\circ = \mathrm{arctg}\sqrt{\frac{T_I}{T_\Sigma}} - \mathrm{arctg}\sqrt{\frac{T_\Sigma}{T_I}}, \tag{25}$$

  odnosno

$$\gamma = \mathrm{arctg}\, a - \mathrm{arctg}\,\frac{1}{a} = \mathrm{arctg}\,\frac{1}{2}(a - \frac{1}{a}). \tag{26}$$

- Iz (26) dobije se:

$$a = \mathrm{tg}\,\gamma + \frac{1}{\cos\gamma} = \frac{1 + \sin\gamma}{\cos\gamma}. \tag{27}$$

Simetrični optimum - određivanje pojačanja

- Za određivanje pojačanja K_R polazi se od izraza:

$$|G_o(j\omega_c)| = 1, \tag{28}$$

pa se iz izraza (19) dobije:

$$|G_o(j\omega_c)| = \frac{K_o}{T_I T_i \omega_c^2} \frac{\sqrt{1 + (\omega_c T_I)^2}}{\sqrt{1 + (\omega_c T_\Sigma)^2}} = 1. \tag{29}$$

- Iz (29), uz (22) i (24) slijedi:

$$K_R = \frac{1}{a} \frac{1}{K_p} \frac{T_i}{T_\Sigma}. \tag{30}$$

Simetrični optimum - prijenosna funkcija zatvorenog kruga

- Uvrštenjem izraz za T_I i K_R u izraz (19) dobije prijenosna funkcija zatvorenog sustava s obzirom na referentnu veličinu:

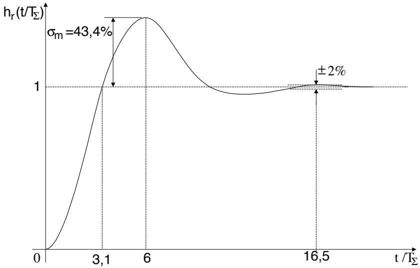
$$G_{zr}(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{1 + a^2 T_\Sigma s}{1 + a^2 T_\Sigma s + a^3 T_\Sigma^2 s^2 + a^3 T_\Sigma^3 s^3}. \tag{31}$$

- Za $a = 2$ fazno osiguranje iznosi $\gamma = 37°$.

Simetrični optimum - odziv na referencu

- Iz izraza (31), uz $a = 2$ dobije se prijelazna funkcija

$$h_r(t/T_\Sigma) = 1 + e^{-\frac{t}{2T_\Sigma}} - 2e^{-\frac{t}{4T_\Sigma}} \cos \frac{\sqrt{3}}{4T_\Sigma} t. \tag{32}$$



Slika 11: Prijelazna funkcija zatvorenog sustava upravljanja podešenog prema simetričnom optimumu

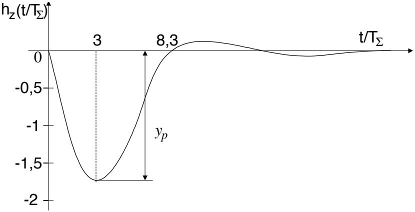
- Karakteristične veličine odziva sa Slike 11:
  - Ulazno vrijeme - $t_u \approx 3.1T_\Sigma$
  - Vrijeme prvog maksimuma - $t_m \approx 6T_\Sigma$
  - Vrijeme ustaljivanja - $t_{2\%} \approx 16.5T_\Sigma$
  - Vrijeme porasta - $t_r \approx 3.1T_\Sigma$

Simetrični optimum - odziv na poremećaj

- Prijenosna funkcija zatvorenog kruga s obzirom na smetnju z:

$$G_{zz}(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{aT_\Sigma}{T_i}\frac{a^2T_\Sigma s(1+T_\Sigma s)}{1+a^2T_\Sigma s + a^3T_\Sigma^2 s^2 + a^3 T_\Sigma^3 s^3}. \tag{33}$$

- Za $z=-S(t)$ i $a=2$ dobije se prijelazna funkcija (Slika 12)

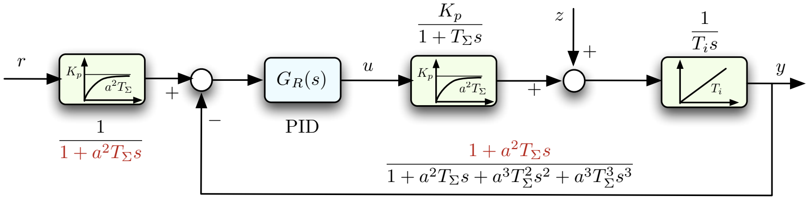


Slika 12: Prijelazna funkcija s obzirom na poremećaj

- Karakteristične veličine odziva sa Slike 12:
  - Maksimalni propad - $y_p \approx 1.75\,T_\Sigma/T_i$
  - Vrijeme maksimalnog propada - $t_{mz} \approx 3\,T_\Sigma$
  - Ulazno vrijeme - $t_u \approx 8.3\,T_\Sigma$

Simetrični optimum - odabir predfiltra

- odziv sustava na vodeću veličinu je brz, ali s velikim regulacijskim nadvišenjem σ_m
- postiže se brza kompenzacija utjecaja smetnje
- Kompenzacija regulacijskog nadvišenja efikasno se može postići ugradnjom predfiltra u granu referentne veličine



Slika 13: Regulacijski krug podešen prema simetričnom optimumu, uz dodan predfiltar

Simetrični optimum - odabir prefiltra

- Prijenosna funkcija prefiltra je:

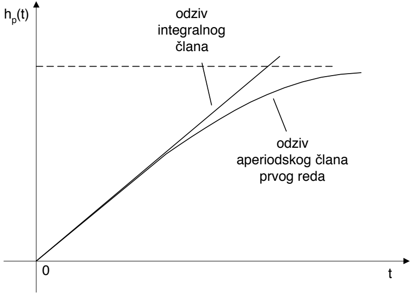
$$G_v = \frac{1}{1 + a^2 T_\Sigma} \tag{34}$$

- Pri tome se kompenziraju nule prijenosne funkcije (31), dok se polovi ne mijenjaju.
- Nakon kompenzacije nula prijenosne funkcije zatvorenog sustava, s regulatorom podešenim prema simetričnom optimimumu dobije:

$$G_r(a) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{1}{1 + a^2 T_\Sigma s + a^3 T_\Sigma^2 s^2 + a^3 T_\Sigma^3 s^3}. \tag{35}$$

Primjena simetričnog optimuma na statičke procese

- Ako je u procesu sa statičkim svojstvima dominantna vremenska konstanta izrazito velikog iznosa, tada se može primijeniti aproksimacija (Slika 14):

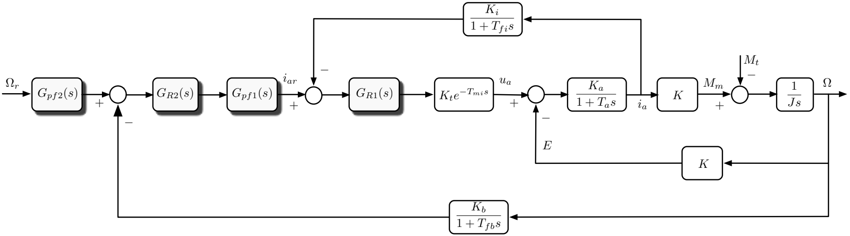


Slika 14: Aproksimacija PT1-člana s I-članom

$$\frac{1}{1+T_1 s} \approx \frac{1}{T_1 s} \tag{36}$$

- U takvim se slučajevima može također primijeniti simetrični optimum (u modificiranom obliku)

Primjer: Primjena kaskadne regulacije na upravljanje elektromotornim pogonima



- Unutarnja petlja: Regulacija struje armature
- Vanjska petlja: Regulacije brzine vrtnje
- Moguća dodatna petlja: Regulacija pozicije

Matematički model istosmjernog motora

Uzbudni krug

$$U_u = R_u i_u + N_u \frac{d\Phi_u}{dt} \quad (37)$$

- Za linearni odnos između Φ_u i i_u:

$$U_u = R_u i_u + L_u \frac{di_u}{dt} \quad (38)$$

- Općenito je ovisnost uzbudne struje o uzbudnom toku nelinearna:

$$i_u = f_2(\Phi_u). \quad (39)$$

Armaturni krug

$$U_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + E \quad (40)$$

$$E = K_e \Phi_u \Omega \quad (41)$$

- Razvijeni moment

$$M_m = K_m \Phi_m i_a \quad (42)$$

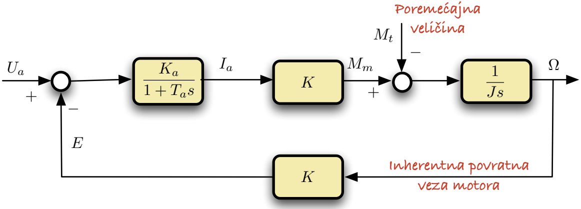
- Jednadžba ravoteže

$$M_m = M_t + M_f + J \frac{d\Omega}{dt} \quad (43)$$

$J\frac{d\Omega}{dt}$ - dinamički moment.

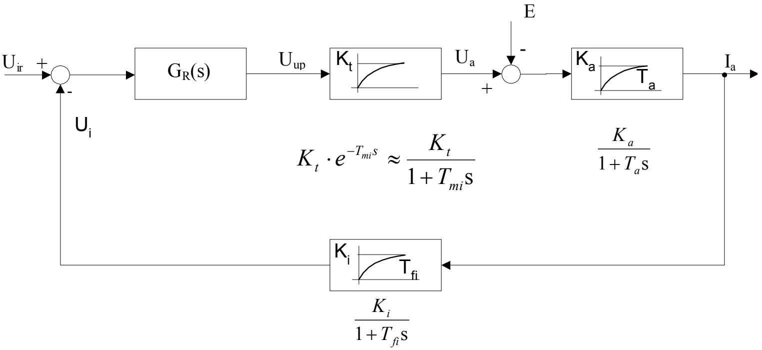
Blokovska shema istosmjernog motora

- Blokovska shema lineariziranog modela motora uz pretpostavku konstantne uzbude. ti. $\Phi_{,,} = const$:



Sinteza regulatora struje armature

- Zatvoreni regulacijski krug struje armature prikazan je na slici 15.
- Za dovoljno veliki odnos T_m/T_a, inducirani napon E se može pri sintezi regulatora zanemariti i smatrati sporo promjenjivim poremećajem



Slika 15: Zatvoreni regulacijski krug po struji armature

Sinteza regulatora struje armature (5)

- Armaturna vremenska konstanta T_a je dominantna vremenska konstanta.
- Pojačanje petlje iznosi $K_{s1} = K_t K_i K_a$, a nedominantne vremenske konstante su nadomještene sa $T_\Sigma = T_{mi} + T_{fi}$.
- Za PI regulator struje armature:

$$G_{R1}(s) = K_{R1} \frac{1 + T_{I1}}{T_{I1} s}, \tag{44}$$

odabere se prema relacijama za tehnički optimum:

$$T_{I1} = T_a, \tag{45}$$

$$K_{R1} = \frac{1}{2} \frac{1}{K_{s1}} \frac{T_a}{T_\Sigma}. \tag{46}$$

Sinteza regulatora struje armature (6)

- Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga struje armature, uz parametre PI regulatora određene prema izrazima (45) i (46) glasi:

$$\frac{I_a(s)}{U_{ir}(s)} = \frac{1 + T_{fi}s}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_{\Sigma}s + 2T_{\Sigma}^2 s^2}. \tag{47}$$

- Član $(1 + T_{fi}s)$ u izrazu (47) kompenzira se s prefiltrom u grani referentne vrijednosti struje armature:

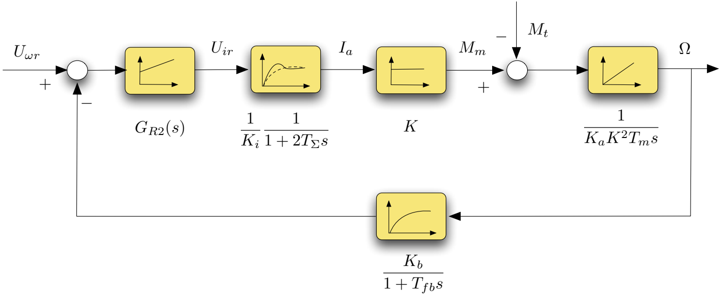
$$G_V(s) = \frac{1}{1 + T_{fi}s}, \tag{48}$$

pa se dobije:

$$\frac{I_a(s)}{U_{ir}(s)} = \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_{\Sigma}s + 2T_{\Sigma}^2 s^2}. \tag{49}$$

Sinteza regulatora brzine vrtnje

- Sinteza regulatora brzine vrtnje obavlja se uz pretpostavku strukturnog pojednostavljenja zatvorenog regulacijskog kruga struje armature koje se temelji na jednakosti integrala regulacijskog odstupanja: $G_{cl1} \approx \frac{1}{K_i}\frac{1}{1+2T_\Sigma s}$.



Slika 16: Zatvoreni regulacijski krug po brzini vrtnje

Sinteza regulatora brzine vrtnje (2)

- Proces kojim upravlja regulator brzine vrtnje ima prijenosnu funkciju:

$$G_{s2} = \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_{\Sigma} s} K \frac{K_b}{1 + T_{fb} s} \frac{1}{K_a K^2 T_m s}, \tag{50}$$

  gdje je:
  - K_b - pojačanje povratne veze brzine vrnje,
  - T_{fb} - vremenska konstanta filtera povratne veze,
  - T_m - elektromehanička vremenska konstanta.
- Pritom su $2T_{\Sigma}$ i T_{fb} nedominantne vremenske konstante.
- Iz izraza (50) slijedi:

$$G_{s2} = \frac{K_{s2}}{1 + T_{\Sigma}^{*} s} \frac{1}{T_m s}, \tag{51}$$

  gdje je: $T_{\Sigma}^{*} = 2T_{\Sigma} + T_{fb}$ i $K_{s2} = K_b/(K_i K_a K)$.

Sinteza regulatora brzine vrtnje (3)

- Struktura procesa (52) prikladna je za primjenu simetričnog optimuma.

$$G_{s2} = \frac{K_{s2}}{1 + T_{\Sigma}^{*} s} \frac{1}{T_m s}, \tag{52}$$

- Za regulator brzine vrtnje:

$$G_{R2} = K_{R2} \frac{1 + T_{I2} s}{T_{I2} s}, \tag{53}$$

odabere se prema relacijama za simetrični optimum:

$$T_{R2} = 4 T_{\Sigma}^{*}, \tag{54}$$

$$K_{R2} = \frac{1}{2} \frac{1}{K_{s2}} \frac{T_m}{T_{\Sigma}^{*}}. \tag{55}$$

Sinteza regulatora brzine vrtnje (4)

- Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga brzine vrtnje, uz parametre PI - regulatora prema (54) i (55) glasi:

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega r}(s)} = \frac{1+T_{fb}s}{K_b}\frac{1+4T_{\Sigma}^{*}s}{1+4T_{\Sigma}^{*}s+8T_{\Sigma}^{*2}s^2+4T_{\Sigma}^{*3}s^3}. \tag{56}$$

- Član $(1+T_{fb}s)(1+4T_{\Sigma}^{*}s)$ u (56) kompenzira se prefiltrom u grani referentne vrijednosti brzine vrtnje:

$$G_V(s) = \frac{1}{(1+T_{fb}s)(1+4T_{\Sigma}^{*}s)}, \tag{57}$$

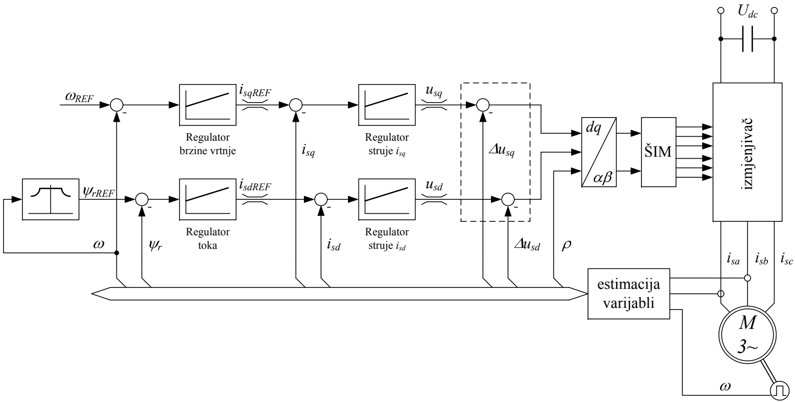
pa se dobije:

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega r}(s)} = \frac{1}{K_b}\frac{1}{1+4T_{\Sigma}^{*}s+8T_{\Sigma}^{*2}s^2+4T_{\Sigma}^{*3}s^3}. \tag{58}$$

Kaskadno upravljanje brzinom vrtnje istosmjernog motora

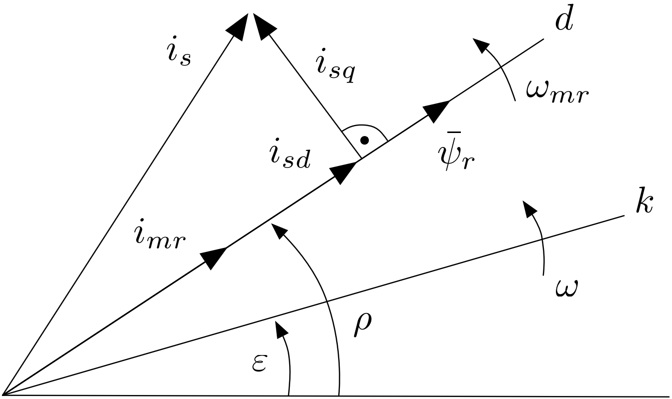
- Krug regulacije struje armature nema astatizma u otvorenom krugu, te je prikladan za sintezu PI regulatora po tehničkom optimumu
- Kako inducirani napon ovisi o brzini vrtnje čija je dinamika puno sporija od dinamike struje, inducirani napon je prilikom sinteze regulatora bilo moguće smatrati sporo promjenjivim poremećajem
- Krug regulacije brzine vrtnje ima astatizam prvog reda
- Prikladan je PI regulator podešen po simetričnom optimumu
- Za oba kruga, koriste se dodatni predfilri kojim se kompenziraju neželjene nule.

Primjer: Vektorsko upravljanje AS-em



Slika 17: Blokovska shema vektorskog upravljanja orjentacijom rotorskog toka

Vektorski dijagram AS-a u d-q koordinatama



Slika 18: Vektorski dijagram AS u d-q koordinatama

Dinamički model AS-a

- Vladanje AS-a u d-q koordinatnom sustavu vezanim za rotorski tok opisan je skupom sljedećih jednadžbi:

$$u_{sd} = \left(R_s + \frac{L_m^2}{L_r^2}R_r\right) i_{sd} + \sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt} - \frac{1}{T_r}\frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} - \omega_{mr}\sigma L_s i_{sq} \tag{59}$$

$$u_{sq} = \left(R_s + \frac{L_m^2}{L_r^2}R_r\right) i_{sq} + \sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} + \omega \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} + \omega_{mr}\sigma L_s i_{sd} \tag{60}$$

- Razvijeni moment motora opisan je izrazom:

$$M = \frac{3}{2} p \frac{L_m^2}{L_r^2} i_{mr} i_{sq} = k_m i_{mr} i_{sq}, \tag{61}$$

pri čemu je i_{mr} struja magnetiziranja povezana sa strujom i_{sd} sljedećom diferencijalnom jednadžbom:

$$i_{mr} + \underbrace{\frac{L_r}{R_r}}_{T_r} \frac{di_{mr}}{dt} = i_{sd} \tag{62}$$

Dinamički model AS-a (2)

Model AS-a

$$u_{sd} = R_s^* i_{sd} + L_s^* \frac{di_{sd}}{dt} - \Delta u_{sd} \tag{63}$$

$$u_{sq} = R_s^* i_{sq} + L_s^* \frac{di_{sq}}{dt} - \Delta u_{sq} \tag{64}$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = k_m i_{mr} i_{sq} - M_t, \tag{65}$$

uz:

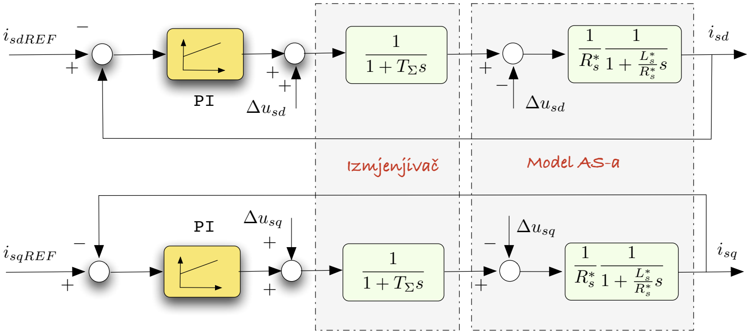
$$\Delta u_{sd} = \frac{1}{T_r} \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} + \omega_{mr} \sigma L_s i_{sq} \tag{66}$$

$$\Delta u_{sq} = -\omega \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} - \omega_{mr} \sigma L_s i_{sd}. \tag{67}$$

$$i_{mr} + T_r \frac{di_{mr}}{dt} = i_{sd} \tag{68}$$

Upravljanje strujom AS-a

- Prilikom projektiranja regulatora za struje i_{sd} i i_{sq} pretpostavlja se potpuna raspregnutost petlji upravljanja po i_{sq} i i_{sd}, što se postiže dodavanjem predupravljačkih signala Δu_{sd} i Δu_{sq}.



Slika 19: Blokovska shema upravljanja strujom AS-a u d-q koordinatnom sustavu

Parametriranje PI regulatora za podređene petlje

- Regulatori za podređene petlje po strujama stujama i_{sd} projektirat će se prema tehničkom optimumu.
- Regulator za petlje po stujama i_{sd} i i_{sq} je PI tipa:

$$G_{R1}(s) = K_{R1}\frac{1 + sT_{I1}}{sT_{I1}}. \tag{69}$$

- Prijenosna funkcija otvorenog kruga glasi:

$$G_{o1}(s) = K_{R1}\frac{1 + sT_{I1}}{sT_{I1}} \cdot \frac{1}{1 + sT_{\Sigma}}\frac{1}{R_s^*}\frac{1}{1 + s\frac{L_s^*}{R_s^*}}. \tag{70}$$

- Budući da je vremenska konstana L_s^*/R_s^* dominantna u odnosu na T_{Σ}, tj. vrijedi $L_s^*/R_s^* >> T_{\Sigma}$ integralna se vremenska konstanta PI regulator odabire kao:

$$T_{I1} = \frac{L_s^*}{R_s^*}. \tag{71}$$

Parametriranje PI regulatora za podređene petlje

- Nakon kraćenja dominantne vremenske konstante prijenosna funkcija otvorene petlje glasi:

$$G_{o1}(s) = K_{R1} \frac{1}{sT_{I1}} \cdot \frac{1}{1 + sT_{\Sigma}} \frac{1}{R_s^*}. \tag{72}$$

- Pojačanje regulatora K_{R1} određuje se tako da relativni koeficijent prigušenja zatvorenog regulacijskog kruga iznosi $\sqrt{2}/2$:

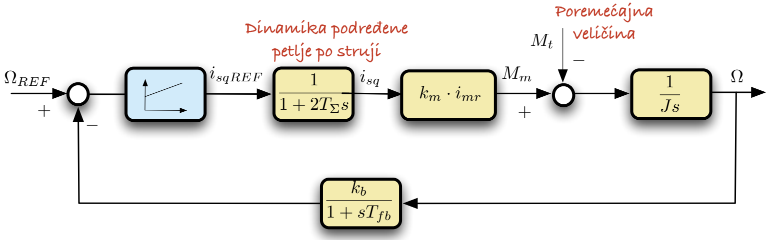
$$K_{R1} = \frac{R_s^*}{2} \frac{T_{I1}}{T_{\Sigma}}. \tag{73}$$

- U tom slučaju dinamika podređene petlje po struji i_{sd}, odnosno i_{sq} glasi:

$$\frac{i_{sd}(s)}{i_{sdREF}(s)} = \frac{i_{sq}(s)}{i_{sqREF}(s)} = \frac{1}{1 + 2T_{\Sigma}s + 2T_{\Sigma}^2 s^2} \approx \frac{1}{1 + 2T_{\Sigma}s} \tag{74}$$

Upravljanje brzinom AS-a

- Blokvska shema upravljanja brzinom asinkronog stroja prikazana je na slici 20



Slika 20: Blokovska shema upravljanja brzinom asinkronog u d-q koordinatnom sustavu

Upravljanje brzinom AS-a (2)

- Proces kojim se upravlja ima oblik:

$$G_{s2}(s) = \frac{1}{1 + 2T_{\Sigma}s} \frac{k_m i_{mr}}{Js} \frac{K_b}{1 + T_{bf}s} \approx \frac{K_{s2}}{T_m s(1 + T_{\Sigma}^* s)}, \tag{75}$$

pri čemu je $T_{\Sigma}^* = 2T_{\Sigma} + T_{bf}$.
- Proces opisan prijenosnom funkcijom $G_{s2}(s)$ pogodan je za projektiranje regulatora prema simetričnom optimumu.
- Regulator brzine AS-a pretpostavlja se u PI formi:

$$G_{R2}(s) = K_{R2}\frac{1 + sT_{I2}s}{sT_{I2}}. \tag{76}$$

Parametri regulatora brzine

- Vremenska konstanta i pojačanje PI regulatora određuju se prema izrazima za simetrični optimum (uz $a = 2$):

$$T_{I2} = 4T_{\Sigma}^{*}, \tag{77}$$

$$K_{R2} = \frac{1}{2}\frac{1}{K_{s2}}\frac{T_m}{T_{\Sigma}^{*}}. \tag{78}$$

- Kao i u slučaju istosmjernog stroja u granu referentne vrijednosti dodaje se prefiltar oblika:

$$G_V(s) = \frac{K_b}{(1 + T_{bf}s)(1 + 4T_{\Sigma}^{*}s)}, \tag{79}$$

čime se eliminira značajno nadvišenje u odzivu na referentnu vrijednost.

Kaskadno upravljanje brzinom AS-a

- U krugu regulacije struja i_{sd} i i_{sq} djeluje poremećaj čija je brzina sumjerljiva s dinamikom struja
- Za kompenzaciju takvog poremećaja koriste se signali rasprezanja!
- Nakon rasprezanja za oba kruga može se koristiti tehnički optimum
- Slično kao i kod istosmjernog motora za krug regulacije brzine vrtnje koristi se simetrični optimum.

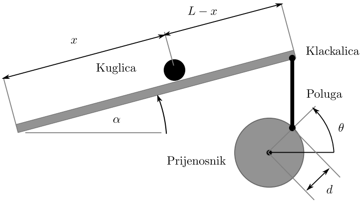
Kaskadna regulacija u elektromotornim pogonima

- U kaskadnim sustavima upravljanja afirmirali su se praktični postupci sinteze regulatora – tehnički optimum i simetrični optimum
- Tehnički se optimum primjenjuje za upravljanje procesima sa statičkim svojstvima
- Simetrični se optimum primjenjuje za upravljanje procesima s astatičkim svojstvima
- Ako su dinamike podređene i nadređene petlje dovoljno razmaknute, moguće je koristiti kaskadnu regulaciju
- U nekim slučajevima potrebno je uvesti dodatne signale rasprezanja
- Koriste li se uvijek tehnički i simetrični optimum?

Primjer: kuglica na klackalici

- Unutarnja petlja: Petlja pozicioniranja klackalice
- Vanjska petlja: Pozicioniranje loptice

Matematički model kuglice na klackalici



- Ubrzanje kuglice na klackalici ovisi o poziciji klackalice α:

$$\ddot{x} = \frac{5}{7} g \sin \alpha \rightarrow \frac{X(s)}{\alpha(s)} \approx \frac{5g}{7s^2} \tag{80}$$

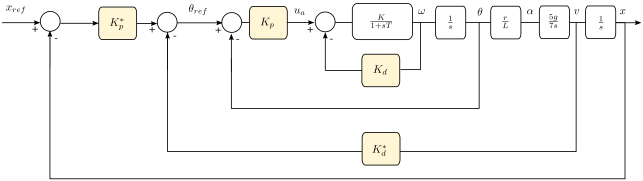
- Kut klackalice ovisi o poziciji motora spojenog na prijenosnik:

$$\frac{\alpha}{\theta} = \frac{r}{L}. \tag{81}$$

- Pretpostavlja se da je krug regulacije pozcije reduktora opisan prijenosnom funkcijom:

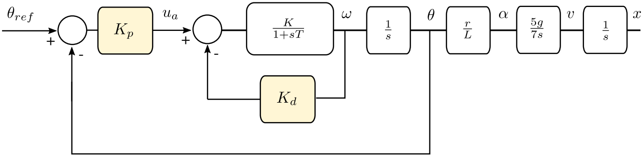
$$\frac{\theta}{U_a} = \frac{K}{Ts+1}\frac{1}{s}. \tag{82}$$

Blokovska shema kaskadnog sustava upravljanja kuglicom na klackalici



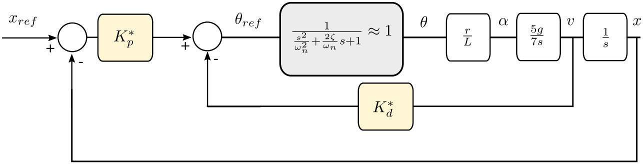
- Za potrebe ovog primjera koristit će se kaskadna struktura koja se sastoji od 2 PD regulatora

Podređena petlja



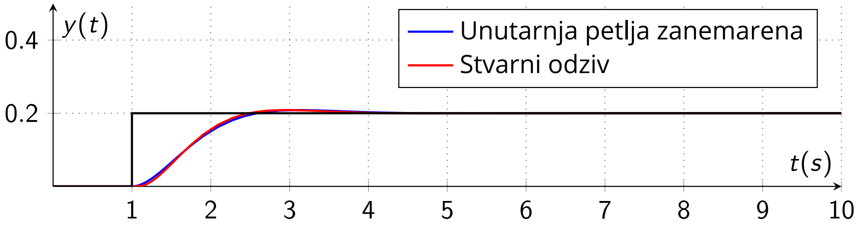
- Iako je podređena petlja prikladna za sintezu PI regulatora po simetričnom optimumu, za ovu primjenu odabran je PD regulator (bez I djelovanja) budući da vanjska petlja ima dva integratora
- Regulator je moguće podesiti prema željenoj brzini odziva i željenom relativnom faktoru prigušenja ζ.
- Za potrebe primjera, odabran je $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ te $\omega_{1n} = 21$.

Nadređena petlja



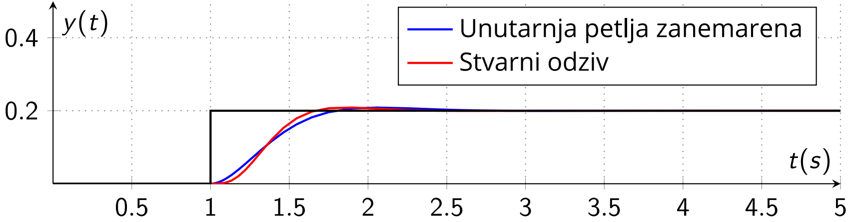
- Za potrebe sinteze nadređenog regulatora, podređena petlja je nadomještena pojačanjem
- Regulator je moguće podesiti prema željenoj brzini odziva i željenom relativnom faktoru prigušenja ζ.
- Za potrebe primjera, odabran je $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ te $\omega_{2n} = \frac{\omega_{2n}}{K}$.

Utjecaj odnosa brzina unutarnje i vanjske petlje



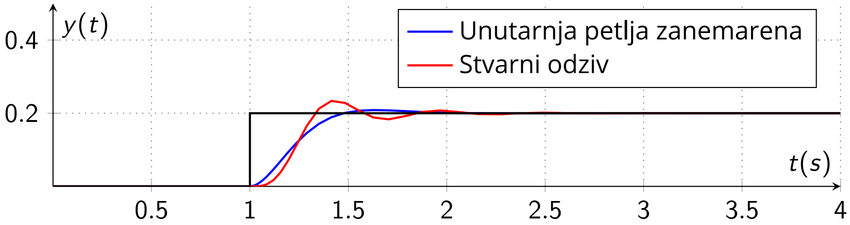
- Vanjska petlja je odabrana da bude 10x sporija od unutarnje ($K = 10$)
- Na slici je prikazan odziv aproksimiranog sustava gdje je unutarnja petlja zanemarena i odziv stvarnog sustava.
- Iz odziva vidljivo je da je opravdano zanemarenje utjecaja unutarnje petlje.

Utjecaj odnosa brzina unutarnje i vanjske petlje



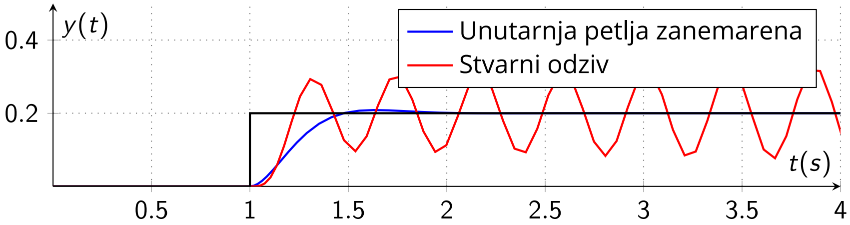
- Vanjska petlja je odabrana da bude 5x sporija od unutarnje ($K = 5$)
- Na slici je prikazan odziv aproksimiranog sustava gdje je unutarnja petlja zanemarena i odziv stvarnog sustava.
- I dalje je opravdano zanemarenje utjecaja unutarnje petlje.

Utjecaj odnosa brzina unutarnje i vanjske petlje



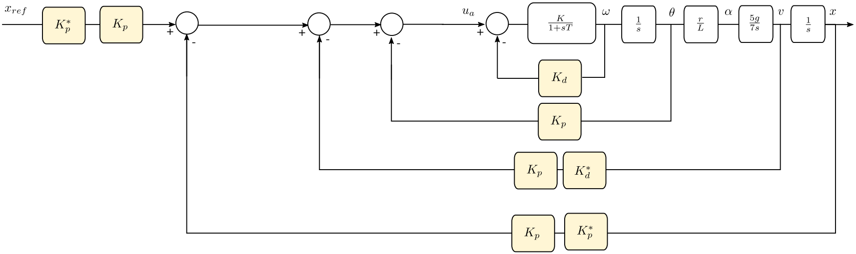
- Vanjska petlja je odabrana da bude 3x sporija od unutarnje ($K = 3$)
- Na slici je prikazan odziv aproksimiranog sustava gdje je unutarnja petlja zanemarena i odziv stvarnog sustava.
- Odziva stvarnog sustava ima značajno veće nadvišenje od projektiranog. Dinamike postaju bliske.

Utjecaj odnosa brzina unutarnje i vanjske petlje



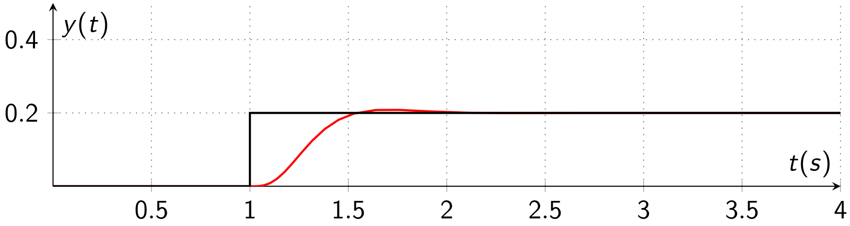
- Vanjska petlja je odabrana da bude 2x sporija od unutarnje ($K = 2$)
- Na slici je prikazan odziv aproksimiranog sustava gdje je unutarnja petlja zanemarena i odziv stvarnog sustava.
- Odziva stvarnog sustava je oscilatoran. Dinamike su spregnute i kaskadno upravljanje se više ne može koristiti.

Regulator po varijablama stanja



- Kaskadna regulacija koja koristi PD regulatore i koristi sve mjerljive varijable stanja može se prikazati kao ekvivalentan regulator po varijablama stanja.

Regulator po varijablama stanja



- Vanjska petlja je odabrana da bude 2x sporija od unutarnje ($K = 2$)
- Sprega među sustavima uzeta je u obzir u fazi sinteze regulatora.

Zaključak

- Koncept kaskadnog višepetljastog upravljanja hijerarhijski je koncept svojstven uređenim i organiziranim sustavima upravljanja
- Koncept kaskadnog višepetljastog upravljanja afirmirao se u mehatronici, ali i u automatizaciji raznih proizvodnih i radnih procesa jer osigurava učinkovitu kompenzaciju poremećajnih veličina procesa kao i dobro slijeđenje referentne veličine (uz određene dodatne funkcije)
- U slučaju da su dinamike spregnute, potrebno je koristiti rasprezanje ili složeniji regulator po varijablama stanja.