

# Umjeravanje kamere planarnom umjernom metom

## Izvještaj

**Zadatak 1 :** Umjeravanje kamere sintetičkim nezašumljenim mjerenjima

- a) M matrica pojedine kamere je jezgra matrice te se dobiva sljedećim kodom za svaku pojedinu kameru. Matrica X (4x4) je matrica s položajima točaka u 3D koordinatama svijeta gdje svaki stupac odgovara jednoj točki, te 3x4 matrice naziva x1, x2 i x3 s pripadajućim 2D homogenim koordinatama u ravnini slike gdje svaka matrica odgovara projekciji za različitu poziciju kamere.

```
M1 = [], M2 = [], M3 = []
for i = 1:4
    M11 = [-X(1,i) -X(2,i) -1 0 0 0 X(1,i)*x1(1,i) X(2,i)*x1(1,i) x1(1,i);
           0 0 0 -X(1,i) -X(2,i) -1 X(1,i)*x1(2,i) X(2,i)*x1(2,i) x1(2,i)];
    M1 = [M1; M11];

    M22 = [-X(1,i) -X(2,i) -1 0 0 0 X(1,i)*x2(1,i) X(2,i)*x2(1,i) x2(1,i);
           0 0 0 -X(1,i) -X(2,i) -1 X(1,i)*x2(2,i) X(2,i)*x2(2,i) x2(2,i)];
    M2 = [M2; M22];

    M33 = [-X(1,i) -X(2,i) -1 0 0 0 X(1,i)*x3(1,i) X(2,i)*x3(1,i) x3(1,i);
           0 0 0 -X(1,i) -X(2,i) -1 X(1,i)*x3(2,i) X(2,i)*x3(2,i) x3(2,i)];
    M3 = [M3; M33];

end
```

Pomoću dobivenih matrica M, SVD dekompozicijom rješavamo sustav jednadžbi  $M = USV^T$ . Iz činjenice da jezgra matrice M je jednaka stupcu matrice V koji odgovara singularnoj vrijednosti 0 dobivamo matrice homeografija  $H_i$  za 3 različite pozicije kamere (i odgovara broju kamere; i = 1, 2 ili 3):

```
% U1,S1,V1 represent the left singular vectors, singular values, and right singular vectors
respectively.
[U1,S1,V1] = svd(M1);
[U2,S2,V2] = svd(M2);
[U3,S3,V3] = svd(M3);

H1 = [reshape(V1(:,9),3,3)']
H2 = [reshape(V2(:,9),3,3)']
H3 = [reshape(V3(:,9),3,3)']
```

H1 =

$$\begin{bmatrix} 0.3964 & -0.0000 & 0.8211 \\ -0.0000 & 0.3964 & 0.1076 \\ -0.0000 & -0.0000 & 0.0017 \end{bmatrix}$$

H2 =

$$\begin{bmatrix} 0.4227 & -0.0000 & 0.8397 \\ 0.0420 & 0.3265 & 0.0886 \\ 0.0002 & -0.0000 & 0.0014 \end{bmatrix}$$

H3 =

$$\begin{bmatrix} -0.2807 & -0.0000 & -0.6874 \\ 0.0825 & -0.6416 & -0.1741 \\ 0.0005 & -0.0000 & -0.0027 \end{bmatrix}$$

H sastoji od 9 parametara i ima 8 stupnjeva slobode (rješenje je do na skalu). Zbog ranije navedenog potrebne minimalno 4 točke za rješavanje sustava (1 točka = 2 jednadžbe).

Kada su podaci u 2D i 3D koordinatama dobiveni mjerenjima bez šuma i kada su sve korespondentne točke točno označene, matematički model koji se koristi za estimaciju homografije pruža točne rezultate s minimalnim pogreškama.

Međutim, u stvarnom svijetu mjerenja uključuju šum te je često potrebno i više od 4 točke ili korištenjem postupaka kao što su kalibracija kamere (ukoliko su poznati parametri kamere) ili upotreba filtera kako bi smanjili utjecaj pogreške zbog šuma.

- b)** Matrica N je matrica ekstrinzičnih parametara kamere koja predstavlja transformaciju iz koordinatnog sustava svijeta u koordinatni sustav kamere te je dobivena iz sljedeće relacije:

$$\begin{aligned} N1 = & [H1(1,1)*H1(1,2), H1(1,2)*H1(2,1) + H1(1,1)*H1(2,2), H1(1,2)*H1(3,1) + H1(1,1)*H1(3,2), \\ & H1(2,1)*H1(2,2), H1(2,2)*H1(3,1) + H1(2,1)*H1(3,2), H1(3,1)*H1(3,2); \\ & H1(1,1)^2 - H1(1,2)^2, 2*(H1(1,1)*H1(2,1) - H1(1,2)*H1(2,2)), 2*(H1(1,1)*H1(3,1) - \\ & H1(1,2)*H1(3,2)), H1(2,1)^2 - H1(2,2)^2, 2*(H1(2,1)*H1(3,1) - H1(2,2)*H1(3,2)), H1(3,1)^2 \\ & - H1(3,2)^2]; \\ N2 = & [H2(1,1)*H2(1,2), H2(1,2)*H2(2,1) + H2(1,1)*H2(2,2), H2(1,2)*H2(3,1) + \\ & H2(1,1)*H2(3,2), H2(2,1)*H2(2,2), H2(2,2)*H2(3,1) + H2(2,1)*H2(3,2), \\ & H2(3,1)*H2(3,2); \\ & H2(1,1)^2 - H2(1,2)^2, 2*(H2(1,1)*H2(2,1) - H2(1,2)*H2(2,2)), 2*(H2(1,1)*H2(3,1) - \\ & H2(1,2)*H2(3,2)), H2(2,1)^2 - H2(2,2)^2, 2*(H2(2,1)*H2(3,1) - H2(2,2)*H2(3,2)), H2(3,1)^2 \\ & - H2(3,2)^2]; \end{aligned}$$

```

N3 = [H3(1,1)*H3(1,2),      H3(1,2)*H3(2,1) + H3(1,1)*H3(2,2),      H3(1,2)*H3(3,1) +
H3(1,1)*H3(3,2),      H3(2,1)*H3(2,2),      H3(2,2)*H3(3,1) + H3(2,1)*H3(3,2),
H3(3,1)*H3(3,2);
      H3(1,1)^2 - H3(1,2)^2,  2*(H3(1,1)*H3(2,1) - H3(1,2)*H3(2,2)),  2*(H3(1,1)*H3(3,1) -
H3(1,2)*H3(3,2)),  H3(2,1)^2 - H3(2,2)^2,  2*(H3(2,1)*H3(3,1) - H3(2,2)*H3(3,2)),  H3(3,1)^2
- H3(3,2)^2];

N = [N1;N2;N3]

```

N =

```

[-0.0000  0.1571 -0.0000 -0.0000 -0.0000  0.0000
 0.1571 -0.0000 -0.0000 -0.1571  0.0000  0.0000
-0.0000  0.1380 -0.0000  0.0137  0.0001 -0.0000
 0.1787  0.0355  0.0002 -0.1049  0.0000  0.0000
 0.0000  0.1801  0.0000 -0.0529 -0.0003 -0.0000
 0.0788 -0.0463 -0.0003 -0.4048  0.0001  0.0000]

```

- c) Iz dobivene matrice ekstrinzičnih parametara N ponovno se SVD dekompozicijom iz V komponente dobiva matrica b (vektor nepoznatih vrijednosti) te kako matrica b ima 5 stupnjeva slobode, potrebne su 3 etimacije homografije iz različitih pozicija kamere. Preslaganjem matrice b u matricu 3x3 dobivamo matricu poznata kao intrinzična matrica kamere. Matrica B opisuje intrinzične parametre kamere i predstavlja odnos između koordinata 3D svijeta i koordinata 2D slike. Elementi matrice B definiraju svojstva kao što su žarišna duljina, izobličenje leće kamere... Prije računanja Cholesky dekompozicije skalirana matricu B tako da je  $b_{33} = 1$  postupkom dijeljenja cijele matrice s vrijednosti  $b_{33}$ . Cholesky dekompozicijom iz matrice B se dobiva u konačnici matrica A koja je je donja trokutasta matrica dobivena iz Choleskyjeve dekompozicije te vrijedi  $B = A \cdot A^T$ . Iz inverzne vrijednosti trasnponirane matrice A dobiva se u konačnici matrica K koju nazivamo matrica intrinzičnih parametara kamere. K u odnosu na matricu B uklanjanju učinak izobličenja leće i pruža linearnu transformaciju iz iskrivljenih koordinata slike u neiskrivljene koordinate slike. U konačnici je ponovljen postupak skaliranja kako bi element matrice  $K_{33}$  imao vrijednost jedan. Dobivena je matrica K:

K =

```

[ 700.0000    0    600.0000
   0    700.0000  180.0000
   0     0     1.0000 ]

```

- d)** Posljednje što je bilo potrebno učiniti u zadatku 1. je odrediti vrijednost Matrice  $[R|t]$  za 3 različite pozicije kamere. Iz jednadžbe  $K * [R|T] = H$  uz množenje vektora translacije s zadanim faktorom skaliranja  $\lambda$  dobivamo matricu  $[R|t]$  za svaku pojedinu kameru:

$$[R|t]_1 =$$

$$\begin{bmatrix} 0.0006 & 0.0000 & 0.0000 & -0.5000 \\ -0.0000 & 0.0006 & 0.0000 & -0.5000 \\ -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 & 3.0000 \end{bmatrix}$$

$$[R|t]_2 =$$

$$\begin{bmatrix} 0.0004 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0005 & -0.0000 & -0.5000 \\ 0.0002 & -0.0000 & 0.0000 & 3.0000 \end{bmatrix}$$

$$[R|t]_3 =$$

$$\begin{bmatrix} -0.0008 & -0.0000 & 0.0000 & 1.5000 \\ 0.0000 & -0.0009 & -0.0000 & 0.5000 \\ 0.0005 & -0.0000 & 0.0000 & -3.0000 \end{bmatrix}$$

$$\text{Error} = 542.1825$$

Što je manja reprojekcijska pogreška, to su estimirane vrijednosti parametara točnije.

**Zadatak 2** : Umjeravanje kamere sintetičkim zašumljenim mjerenjima

- a) Kao u postupku iz zadataka 1 dobivamo sljedeće rezultate iz „measurementsNoisy4.mat“ podataka o 4 točke :

H1 =

```
[0.3485 -0.0009  0.8401
-0.0166  0.3998  0.1126
-0.0001 -0.0000  0.0017]
```

H2 =

```
[0.4518  0.0045  0.8247
0.0505  0.3254  0.0855
0.0003  0.0000  0.0014]
```

H3 =

```
[-0.2485  0.0082 -0.6992
0.0964 -0.6388 -0.1784
0.0005  0.0000 -0.0028]
```

N =

```
[-0.0003  0.1393 -0.0000 -0.0066 -0.0000  0.0000
0.1215 -0.0109 -0.0001 -0.1595  0.0000  0.0000
0.0020  0.1472  0.0000  0.0164  0.0001  0.0000
0.2041  0.0427  0.0003 -0.1033  0.0000  0.0000
-0.0020  0.1595 -0.0000 -0.0616 -0.0003  0.0000
0.0617 -0.0374 -0.0003 -0.3988  0.0001  0.0000]
```

**K =**

```
[562.9325  5.8153  589.8785
    0      558.5124 157.8384
    0       0      1.0000]
```

[R[t]<sub>1</sub> =

```
[0.0007 -0.0000  0.0000 -0.4498
-0.0000  0.0007  0.0000 -0.4029
-0.0001 -0.0000  0.0000  2.4216]
```

$[R|t]_2 =$

```
[0.0005 -0.0000 -0.0000  0.0461
0.0000  0.0006 -0.0000 -0.4055
0.0003  0.0000  0.0000  2.3684]
```

$[R|t]_3 =$

```
[-0.0010 -0.0000  0.0000  1.4514
0.0000 -0.0012  0.0000  0.4061
0.0005  0.0000  0.0000 -2.4172]
```

Error = 535.6014

- b) Kao u postupku iz zadataka 1 dobivamo sljedeće rezultate iz „measurementsNoisy100.mat“ podataka o 100 točaka :

H1 =

```
[-0.3937  0.0023 -0.8229
0.0007 -0.3952 -0.1083
0.0000  0.0000 -0.0017]
```

H2 =

```
[-0.4247 -0.0007 -0.8385
-0.0425 -0.3270 -0.0882
-0.0002 -0.0000 -0.0014]
```

H3 =

```
[-0.2795  0.0003 -0.6879
0.0825 -0.6415 -0.1740
0.0005  0.0000 -0.0027]
```

N =

```
[-0.0009  0.1556 -0.0000 -0.0003 -0.0000  0.0000
0.1550  0.0013 -0.0000 -0.1562  0.0000 -0.0000
0.0003  0.1389  0.0000  0.0139  0.0001  0.0000
0.1803  0.0356  0.0002 -0.1051  0.0000  0.0000
-0.0001  0.1793 -0.0000 -0.0529 -0.0003  0.0000
0.0781 -0.0458 -0.0003 -0.4048  0.0001  0.0000]
```

**K3 =****[699.7310 0.3505 604.1904****0 699.7061 179.9728****0 0 1.0000]****[R|t]<sub>1</sub> =****[-0.0006 0.0000 0.0000 0.5177****0.0000 -0.0006 0.0000 0.4998****0.0000 0.0000 0.0000 -3.0070]****[R|t]<sub>2</sub> =****[-0.0004 0.0000 -0.0000 0.0177****0.0000 -0.0005 -0.0000 0.4998****-0.0002 -0.0000 0.0000 -2.9922]****[R|t]<sub>3</sub> =****-0.0008 0.0000 0.0000 1.5159****0.0000 -0.0009 0.0000 0.4998****0.0005 0.0000 0.0000 -2.9974]**

Error = 1.9314e+04

**Zaključak:****K1 =****[ 700.0000 0 600.0000****0 700.0000 180.0000****0 0 1.0000 ]****K2 =****[562.9325 5.8153 589.8785****0 558.5124 157.8384****0 0 1.0000]****K3 =****[699.7310 0.3505 604.1904****0 699.7061 179.9728****0 0 1.0000]**

Matrica K1 je matrica K iz 1. zadatka, K2 iz 2. b) i K3 iz 2. b).  $K(1,1)$  i  $K(2,2)$  predstavljaju fokalnu duljinu u pikselima. Vidljivo je da su te vrijednosti kod K1 i K2 otprilike jednake, dok je kod K2 manja vrijednost zbog utjecaja šuma i premalog broja točaka.  $K(1,2)$  je faktor iskrivljenosti koji uzima u obzir bilo kakvu ne okomitost između osi senzora kamere. Za mjerenja bez šuma i mjerenja sa šumom i velikim brojem mjerenja ta vrijednost približno je jednaka 0 (K1 i K3) što se uzima kod većine kamera kao pretpostavljena vrijednost tog faktora. Međutim, kod K2 ta vrijednost je 5.8153 te iz toga vidimo da postoji pogreška jer bi ta vrijednost trebala biti blizu nula u idealnom slučaju kao što je ranije rečeno.  $K(1,3)$  i  $K(2,3)$  su koordinate glavne točke, koje predstavljaju optički centar kamere (obično se mjere u pikselima). Ovdje također vidimo da su vrijednosti K1 i K3 sumjerljive, dok vrijednosti K2 ponovno odstupaju.

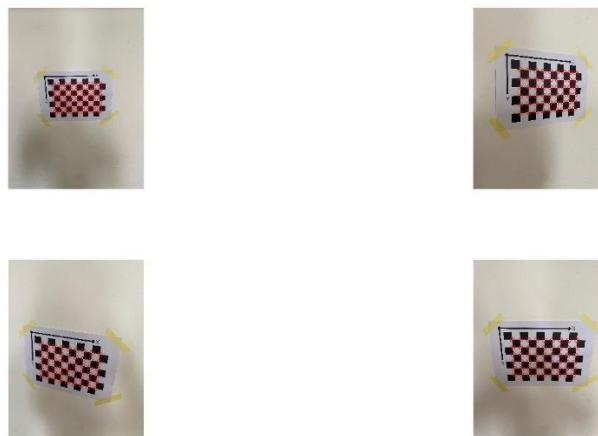
Zaključno, K1 predstavlja idealan slučaj bez šuma u mjerenju. Ukoliko usporedimo vrijednosti K1 i K2 vidimo odstupanje jer K2 sadrži mali broj točaka sa šumom što unosi pogrešku. Pogrešku nastalu šumom možemo ispraviti s većim brojem točaka što je slučaj kod K3 jer veći broj točaka omogućuje bolju statističku procjenu i pomaže u ublažavanju utjecaja šuma na točnost kalibracije.

### Zadatak 3 : Umjeravanje kamere na stvarnim podacima

$$K = 1.0e+03 \cdot$$

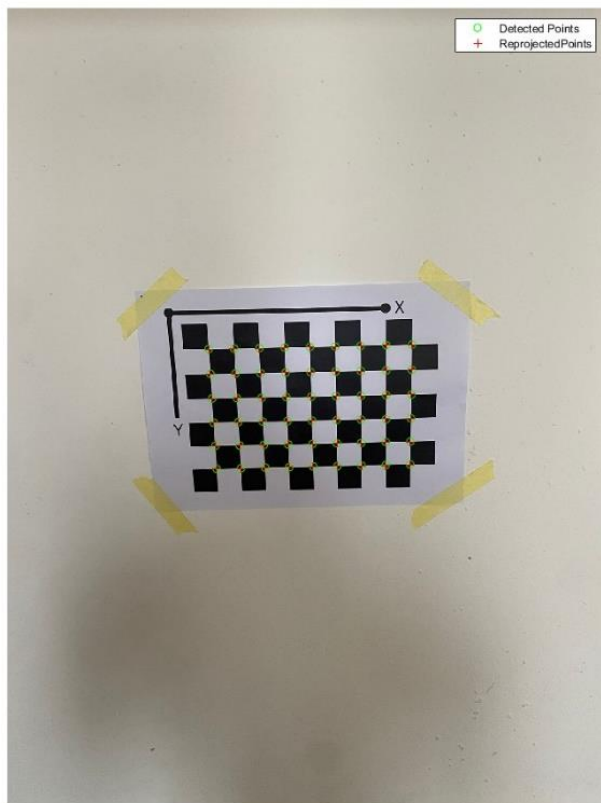
$$\begin{bmatrix} 1.6178 & 0 & 0.7841 \\ 0 & 1.6124 & 1.0613 \\ 0 & 0 & 0.0010 \end{bmatrix}$$

Iz K matrice:  $u_0 = 784.1$ ,  $v_0 = 1061.3$ . Mobilni uređaj ima rezoluciju kamere 1600x2024. Rezultati estimacije imaju smisla jer udaljenost glavne točke do središta slike iznosi upravo vrijednost  $u_0$  i  $v_0$  po x i y osi te odgovaraju otprilike polovini vrijednosti rezolucije kamere ( $1600 \times 2024 / 2 = 800 \times 1012$ ).

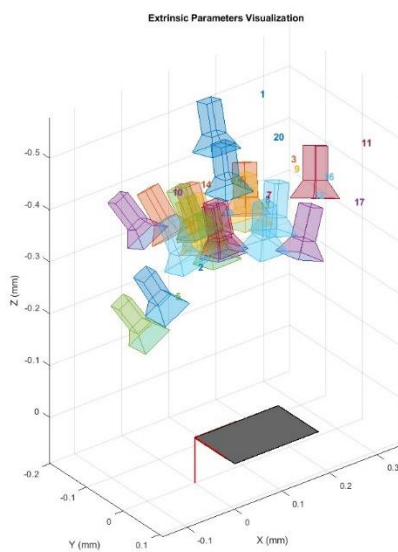


Slika 1 : Prikaz 4 mete iz različitih kuteva slikanja sa sjecištima





Slika 2: Prikaz sjecišta



Slika 3 : Vizualizacija ekstrinzičnih parametara