3. laboratorijska vježba

Umjeravanje kamere planarnom umjernom metom

Name: Enio Krizman **JMBAG:** 0069083848

- **Svrha vježbe**
  Upoznavanje s postupkom umjeravanja kamere. Implementacija najčešće korištene metode umjeravanja kamere za linearne parametre.
- **Priprema**
  Ova se vježba radi u Matlabu. Implementirate umjeravanje kamere uz dobivene sintetičke podatke.
- **Grafovi i jednadžbe**
  Slike priložite u pdf datoteku kao komentar. (Za Adobe Reader: Tools->Comment & Markup->Attach a File as a Comment).
- **Korisne Matlab funkcije**
  `chol`, `svd`

Uvod

Umjeravanje kamere je postupak estimacije intrinzičnih i ekstrinzičnih parametara pretpostavljenog modela kamere. U ovoj vježbi, pretpostavljamo model bez distorzije, koji se može opisati linearnim sustavom

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_u f & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & k_v f & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \left[\mathbf{R}|\mathbf{t}\right] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{K} \left[\mathbf{R}|\mathbf{t}\right] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

koji transformira homogene 3D koordinate X, Y, Z izražene u koordinatnom sustavu svijeta u 2D koordinate u, v u ravnini slike. $\left[\mathbf{R}|\mathbf{t}\right]$ predstavlja transformaciju između koordinatnog sustava svijeta i koordinatnog sustava kamere.

U umjeravanju se uglavnom koristi šahovska meta poznatih dimenzija. Detekcijom kutova na šahovskoj ploči, zbog poznavanja veličine šahovske ploče, možemo odrediti homogene 3D koordinate u koordinatnom sustavu svijeta te homogene 2D koordinate u ravnini slike. Pod pretpostavkom da se koordinatni sustav svijeta nalazi u gornjem lijevom kutu šahovske ploče, Z za svaku točku postaje 0 te se model svede na

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & t_3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Uz poznavanje uparenih homogenih 3D koordinata u koordinatnom sustavu svijeta te homogenih 2D koordinata u ravnini slike, moguće je estimirati elemente matrice homografije. Za svaki par 2D-3D koordinata, korištenjem sustava (2), moguće je zapisati dvije jednadžbe:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{x}u - \mathbf{h}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{x} = 0 \\ \mathbf{h}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{x}v - \mathbf{h}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{x} = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

gdje je $\mathbf{h}_1^{\mathrm{T}}$ prvi **redak** matrice H, odnosno $[h_{11}, h_{12}, h_{13}]$, a $\mathbf{x}$ vektor $[X, Y, 1]^{\mathrm{T}}$. Jednadžbe je moguće posložiti u sustav $\mathbf{Mh} = 0$, gdje $\mathbf{h}$ sadrži nepoznate elemente matrice homografije koje je potrebno estimirati. Rješenje tog sustava za 4 para 2D-3D koordinata je jezgra matrice $\mathbf{M}$. Uz SVD dekompoziciju matrice $\mathbf{M} = \mathbf{USV}^{\mathrm{T}}$, jezgra matrice $\mathbf{M}$ je jednaka stupcu matrice $\mathbf{V}$ koji odgovara singularnoj vrijednosti 0.[1]

Iz estimiranog $\mathbf{h}$, potrebno je odrediti matricu $\mathbf{K}$ iz relacije $[\mathbf{h_1}, \mathbf{h_2}, \mathbf{h_3}] = \mathbf{K}[\mathbf{r1}, \mathbf{r2}, \mathbf{t}]$. Ovdje je $\mathbf{h}_1$ prvi **stupac** estimirane matrice homografije, a $\mathbf{K}$ ista matrica iz (1) bez zadnjeg retka. Korištenjem ograničenja ortonormiranosti stupaca rotacijske matrice, moguće je dobiti sljedeće dvije jednadžbe:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\mathbf{h}_2 = 0 \\ \mathbf{h}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\mathbf{h}_2 = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

gdje je $\mathbf{B} = \mathbf{K}^{-\mathrm{T}}\mathbf{K}^{-1}$ semipozitivno definitna **simetrična** matrica. Zbog simetričnosti, jednadžbe (4) je moguće reorganizirati u sustav $\mathbf{Nb} = 0$, gdje je $\mathbf{b} = [b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{22}, b_{23}, b_{33}]$ vektor nepoznatih vrijednosti koji je potrebno estimirati, a $\mathbf{N}$ matrica dobivena algebarskim manipulacijama jednadžbi (4). Pošto $\mathbf{b}$ ima 5 stupnjeva slobode, potrebne su 3 estimacije homografije iz različitih pozicija kamere. Sustav se može riješiti SVD dekompozicijom na već objašnjeni način.

Choleskyevom dekompozicijom $\mathbf{B} = \mathbf{AA}^{\mathrm{T}}$ moguće je odrediti matricu $\mathbf{K} = \mathbf{A}^{-\mathrm{T}}$. Nakon estimacije matrice $\mathbf{K}$, moguće je odrediti matrice $\left[\mathbf{R}|\mathbf{t}\right]$ za odgovarajuću poziciju kamere.

Zadatak 1 : Umjeravanje kamere sintetičkim nezašumljenim mjerenjima

U ovom zadatku potrebno je estimirati intrinzične parametre kamere, odnosno matricu $\mathbf{K}$, te ekstrinzične parametre, odnosno matricu $\left[\mathbf{R}|\mathbf{t}\right]$. Dostupna su sljedeća mjerenja: 4 točke u homogenim 3D koordinatama svijeta te njihove projekcije u ravninu slike za 3 različita položaja kamere. Datoteka `measurements.mat` sadrži 3 matrice; 4x4 matricu naziva `X` s položajima točaka u 3D koordinatama svijeta gdje svaki stupac odgovara jednoj točki, te 3x4 matrice naziva `x1`, `x2` i `x3` s pripadajućim 2D homogenim koordinatama u ravnini slike, gdje svaka matrica odgovara projekciji za različitu poziciju kamere.

a) Izračunajte matrice homografije iz (2) za tri različite pozicije kamere. Koristite jednadžbe (3) i riješite sustav $\mathbf{Mh} = 0$ SVD dekompozicijom. Napišite estimirane matrice homografije za tri pozicije kamere.

Dodaci i tražene matrice i objašnjenja uz priložene dijelove Matlab koda nalaze se u dokumentu:
SPAR_lab3_enio_krizman_0069083848_dodatak.pdf ->

H1 =
[0.3964 -0.0000 0.8211
-0.0000 0.3964 0.1076
-0.0000 -0.0000 0.0017]
H2 =
[0.4227 -0.0000 0.8397
-0.0420 0.3265 0.0886

Objasnite zašto je za estimaciju homografije potrebno najmanje 4 točke. Možete li garantirati da je homografija točno estimirana pod pretpostavkom da su podatci u 3D i 2D koordinatama dobiveni mjerenjima bez šuma? Kako biste poboljšali estimaciju pod pretpostavkom zašumljenih mjerenja?

[1] Implementacija u Matlabu grupira singularne vrijednosti u matrici **S** po silaznim vrijednostima

H sastoji od 9 parametra i ima 8 stupnjeva slobode (rješenje je do na skalu). Zbog ranije navedenog potrebne minimalno 4 točke za rješavanje sustava (1 točka = 2 jednadžbe).
Kada su podaci u 2D i 3D kordinatama dobiveni mjerenjima bez šuma i kada su sve korespondentne točke točno označene, matematički model koji se koristi za estimaciju homografije pruža točne rezultate s minimalnim pogreškama.

b) Korištenjem estimiranih vrijednosti triju matrica homografije, odredite sustav $\mathbf{N}\mathbf{b} = 0$. Napišite vrijednosti matrice $\mathbf{N}$.

```
N =
  [-0.0000   0.1571  -0.0000  -0.0000  -0.0000   0.0000
   0.1571  -0.0000  -0.0000  -0.1571   0.0000   0.0000
  -0.0000   0.1380  -0.0000   0.0137   0.0001  -0.0000
   0.1787   0.0355   0.0002  -0.1049   0.0000   0.0000
```

c) Riješite sustav SVD dekomopozicijom. Sukladno uputama, odredite matricu $\mathbf{K}$ te napišite estimirane vrijednosti. Prije računanja Cholesky dekompozicije skalirajte matricu $\mathbf{B}$ tako da je $b_{33} = 1$. Matrica $\mathbf{K}$ će također vjerojatno biti neskalirana, skalirajte ju tako da je vrijednost na poziciji u trećem retku i trećem stupcu jednaka 1.

```
K =
 [ 700.0000      0       600.0000
       0      700.0000  180.0000
       0          0       1.0000 ]
```

d) Odredite vrijednosti matrica $\left[\mathbf{R}|\mathbf{t}\right]$ za tri različite pozicije kamere. Skalirajte vektor translacije $\mathbf{t}$ koeficijentom $\lambda = \frac{1}{||\mathbf{K}^{-1}\mathbf{h}_1||_2}$. Napišite rješenja.

Izračunajte i napišite ukupnu reprojekcijsku pogrešku $\sum_i ||\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i||_2$ za **prvu poziciju kamere** . $\mathbf{p}_i$ je vektor 2D koordinata u ravnini slike dobiven u mjerenjima, a $\hat{\mathbf{p}}_i$ vektor 2D koordinata izračunat projekcijom (1) 3D koordinata dobivenih u mjerenjima. Projekcija se računa pomoću izračunatih intrinzičnih i ekstrinzičnih parametara. Prije računanja norme skalirajte vektore tako da je homogena koordinata jednaka 1. S obzirom na dobivenu reprojekcijsku pogrešku, smatrate li da su vrijednosti intrinzičnih parametara dobro estimirani?

```
[R|t]1 =
   [0.0006   0.0000   0.0000  -0.5000
  -0.0000   0.0006   0.0000  -0.5000
  -0.0000  -0.0000   0.0000   3.0000]
[R|t]2 =
```

Zadatak 2 : Umjeravanje kamere sintetičkim zašumljenim mjerenjima

U 1. zadatku je pretpostavljeno da kamera može mjeriti položaj točaka u ravnini slike kao realni broj. Međutim, realna implementacija senzora omogućuje mjerenje intenziteta svjetlosti isključivo na diskretnim koordinatama, odnosno pikselima. Takva diskretizacija se može modelirati kao šum u mjerenjima. U ovom zadatku ćete ponoviti postupak umjeravanja kamere korištenjem diskretiziranih vrijednosti 2D koordinata u ravnini slike.

a) U datoteci `measurementsNoisy4.mat` dostupni su podatci za 4 točke, njihove homogene 3D koordinate, te njihove diskretizirane homogene 2D koordinate u ravnini slike. Ponovite postupak iz 1. zadatka. Estimirajte matricu **K** te ju napišite. Usporedite rezultat s estimiranom matricom u prvom zadatku. Jesu li 4 točke dovoljne za umjeravanje kamere u realnim uvjetima, pod prisustvom šuma?

K =
[562.9325 5.8153 589.8785
0 558.5124 157.8384
0 0 1.0000]

b) U datoteci `measurementsNoisy100.mat` dostupni su podatci za 100 točaka. Ponovite postupak iz prvog zadatka. Sustav $\mathbf{Mh} = 0$ ovoga puta sadrži 200 linearno nezavisnih jednadžbi. Matrica **M** je stoga punog ranga, odnosno ima trivijalnu jezgru. Samim time sustav nema "najbolje rješenje", odnosno ne postoji vektor **h** za koji će **Mh** biti jednak 0. Umjesto toga, riješite sustav tako da minimizirate normu $||\mathbf{Mh}||$. Rješenje je stupac matrice **V** koji odgovara najmanjoj singularnoj vrijednosti.

Izračunajte i napišite matricu **K**. Usporedite s **K** iz 1. i 2.a) zadatka. Komentirajte rezultate.

K =
[699.7310 0.3505 604.1904
0 699.7061 179.9728
0 0 1.0000]

Zadatak 3 : Umjeravanje kamere na stvarnim podatcima

U ovom zadatku je potrebno napraviti umjeravanje kamere pomoću podataka koje ćete sami snimiti. Za potrebe ovog zadatka, koristite skriptu `third.m`.

1. Instalirajte Computer Vision ToolBox *https://www.mathworks.com/help/vision/*.
2. Isprintajte umjernu metu `checkboard.pdf`.
3. Postavite metu na zid uniformnih boja, x os vodoravno. Izmjerite širinu kvadratića na isprintanoj meti.
4. Snimite 15-20 slika mete iz **različitih kutova**, najbolje kamerom pametnog telefona. Cijela kalibracijska meta mora biti vidljiva u svim slikama. **Prije snimanja, isključite optimizacije i opcije poput autofocus, autozoom u postavkama kamere. Fokus kamere mora biti konstantan za sve slike!**
5. Iskoristite priloženu matlab skriptu `third.m` kako biste umjerili vašu kameru.
6. Sve slike dobivene kao rezultat skripte priložite dolje. Komentirajte rezultate. Napišite vrijednost estimirane matrice **K**. Usporedite dobivene vrijednosti glavne točke(engl. principal point) u_0, v_0 s rezolucijom vaše kamere. Imaju li rezultati smisla?

K = 1.0e+03 *
[1.6178 0 0.7841
0 1.6124 1.0613
0 0 0.0010]
Iz K matrice: u0 =784.1, v0=1061.3. Mobilni uređaj ima rezoluciju kamere 1600x2024. Rezultati

Predaja vježbe

Stvorite zip arhivu koja sadrži **ovaj pdf s popunjenim rješenjima** te **matlab programski kod**. Učitajte na Moodle.