Név: ...., *NEPTUN-kód* ....

Csoport, gyak.vez.: ....

Pontszám: ....

Programtervező informatikus szak I. évfolyam
Matematikai alapok javító zárthelyi *a 3. zh anyagából*
2019. január 3.

Minden feladathoz indoklást, levezetést kérünk.

Az 5. feladat (tételkimondás és bizonyítás) megoldását csak e feladatlap hátoldalára írva fogadjuk el.

1. *(11 pont)* *a)* Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszert a behelyettesítő módszerrel, írjuk fel a megoldást skalár alakban. *b)* Írjuk fel a megoldást vektor alakban is. *c)* Írjuk fel az egyenletrendszer együtthatómátrixát. *d)* Mennyi az együtthatómátrix rangja? *e)* Adjuk meg az egyenletrendszerhez tartozó homogén egyenletrendszer megoldáshalmazának ($\mathcal{M}_h$) egy bázisát. *f)* Hány dimenziós az $\mathcal{M}_h$ altér?

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & - & 2x_4 & + & 4x_5 & = & -1 \\ 4x_1 & - & 2x_2 & + & 5x_3 & + & x_4 & + & 7x_5 & = & -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & 8x_4 & + & 2x_5 & = & 1 \\ \hline \end{array}$$

2. Határozzuk meg az alábbi mátrixok sajátértékeit és sajátvektorait, majd vizsgáljuk meg a mátrixokat diagonalizálhatóság szempontjából (diagonalizáló mátrix, diagonális alak):

a) *(6 pont)* $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{2\times 2}$ b) *(10 pont)* $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$

3. *(8 pont)* Állítsunk elő az $\mathbb{R}^4$ térben a

$$b_1 = (1,\,-1,\,2,\,1), \quad b_2 = (-2,\,1,\,-1,\,1), \quad b_3 = (0,\,-1,\,3,\,1)$$

lineárisan független vektorrendszerrel ekvivalens ortogonális rendszert.

4. *(7 pont)* A definíció alapján igazoljuk, hogy

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3+1}{2x^3-x^2-x+3} = \frac{1}{2}$$

5. *(8 pont) Tételkimondás és bizonyítás (a megoldást kérjük e feladatlap hátoldalára írni):* A projekciós tétel.