Aleksandra Krakowiak #30

Metody Numeryczne (MNUB 2020) – Projekt
Zadanie #3: Całkowanie numeryczne

1. Wyznaczyć estymatę pola powierzchni figury F ograniczonej wielomianem:

   $$w(x) = x^6 - 2x^5 - 68x^4 + 226x^3 + 1751x^2 - 6272x - 40180.$$

   w przedziale $[rl,\ ru]$, gdzie rl i ru to odpowiednio mniejszy i większy rzeczywisty pierwiastek wielomianu. W tym celu wyznaczyć wartość całki:

   $$I = \left| \int_{rl}^{ru} w(x)\,dx \right|$$

   używając zmiennych symbolicznych. Uzyskaną w ten sposób wartość $\dot{I}$ traktować jako wartość dokładną.

2. Wyznaczyć minimalną liczbę podprzedziałów dla kwadratury złożonej pozwalającą na wyznaczenie przybliżonej wartości $\tilde{I}$ pola powierzchni figury F z błędem bezwzględnym $\Delta\tilde{I} \equiv \tilde{I} - \dot{I}$ spełniającym warunek $\left|\Delta\tilde{I}\right| < 1 \cdot 10^{-6}$. W tym celu rozpocząć obliczenia od jednego podprzedziału, a nastepnie zwiększać liczbę podprzedziałów o 8 aż do spełnienia tego warunku. Powtórzyć obliczenia dla kwadratur rzędu $N = 2, 3, 4, 5, 6$. Przedstawić graficznie zależności liczby podprzedziałów oraz długości kroku całkowania od N.

3. Porównać zbieżność metody Monte-Carlo w wersji "orzeł-reszka", dla dwóch sposobów losowania punktów: równomiernego i przypadkowego. W pierwszym przypadku wygenerować siatkę punktów $\langle x, y \rangle$ o wymiarach $N \times N$ równomiernie rozłożonych w obszarze całkowania, a w drugim $- N^2$ punktów $\langle x, y \rangle$ losowo rozłożonych w tym obszarze. Wyznaczyć estymaty pola powierzchni $\tilde{I}$ oraz moduł błędu bezwzględnego $\left|\Delta\tilde{I}\right|$ od $N \in \{10, 20, \ldots, 100, 200, \ldots, 1000, 2000, \ldots, 10000\}$.

   Sporządzić wykresy przedstawiające te zależności.