

INSTITUT FÜR
INFORMATIK
Computer Vision, Computer
Graphics and Pattern Recognition

Universitätsstr. 1
D-40225 Düsseldorf



Collaborative Filtering Kollaboratives Filtern

Ole Kiefer

Bachelorarbeit

Beginn der Arbeit:	22. Januar 2016
Abgabe der Arbeit:	01. März 2016
Gutachter:	Prof. Dr. Stefan Harmeling Prof. Dr. Stefan Conrad

Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich diese Bachelorarbeit selbstständig verfasst habe. Ich habe dazu keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet.

Düsseldorf, den 01. März 2016

Ole Kiefer

Zusammenfassung

Beim kollaborativen Filtern versucht man die meist wenigen Informationen einer dünn besetzten Matrix zu verwenden, um diese sinnvoll aufzufüllen. In der Anwendung wird dieses Verfahren beispielsweise benutzt um Vorschläge für einen Nutzer zu kreieren oder Vorlieben eines Nutzers heraus zu finden. Dazu werden Distanzen zwischen den Zeilen oder Spalten der Matrix berechnet um ähnliche Einträge zu finden und neue Informationen zu gewinnen.

In dieser Arbeit stelle ich einige gängige Verfahren des kollaborativen Filterns vor, wie den Pearson Correlation Coefficient, Adjusted Cosine Similarity oder den Slope One Algorithmus. Mit dem Floyd-Warshall-Algorithmus wird eine Idee aus der Graphen-Analyse mit diesem Thema in Verbindung gebracht. Zusätzlich habe ich mir zwei Gedanken gemacht, wie ich die simple Metrik des euklidischen Abstandes verbessern kann, um bessere Ergebnisse mit diesem Algorithmus zu erzielen.

Der Vergleichstest arbeitet auf der frei verfügbaren MovieLens-Datenbank 100k, in der 943 User 1682 Filme bewertet haben. Die Datenbank wurde aufgeteilt in eine Trainings- und eine Testmenge. Die Algorithmen berechnen mögliche Filmbewertungen und werden mit der Testmenge verglichen. Der durchschnittliche Fehler dient als Vergleichsgröße wie gut der Algorithmus funktioniert. Zusätzlich vergleiche ich die Verfahren auf einer großen Matrix mit niedrigem Rang, in der viele Zeilen eine Linearkombination einer kleinen Menge linear unabhängiger User sind.

Im Kapitel 4 wird erst die Parameterwahl einiger Algorithmen getestet. Die produzierten Fehler werden miteinander verglichen und die Ergebnisse interpretiert, zum Beispiel in welchem Szenario sich welcher Algorithmus eignet. Überraschenderweise kann die Methode mit dem euklidischen Abstand mit Strafe ebenfalls sehr gute Ergebnisse erzielen und schlägt alle Algorithmen außer Slope One, welcher in diesem Szenario die besten Ergebnisse erzielt.

Im Anhang ist mein Quellcode zur Auswertung der Datenbank mittels der untersuchten Algorithmen in Python zu finden. In der Recommender Klasse sind alle Algorithmen implementiert. Die Testklasse dient als eine Art Toolbox um den Fehler zur Testmenge zu berechnen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Algorithmen zum kollaborativen Filtern	2
2.1	User-basierte Algorithmen	3
2.1.1	Euklidische Distanz	3
2.1.2	Pearson Correlation Coefficient	4
2.1.3	Floyd-Warshall	5
2.1.4	Local-User-Similarity-Global-User-Similarity	5
2.2	Item-basierte Algorithmen	6
2.2.1	Adjusted Cosine Similarity	6
2.2.2	Slope One	6
3	Vorhersage zu der Filmdatenbank MovieLens	8
3.1	Filmdatenbank MovieLens	8
3.2	Aufteilung der Datenmenge in Test- und Trainingsdaten	9
3.3	Matrix mit niedrigem Rang	9
3.4	Berechnung des Fehlers	9
4	Vergleich verschiedener Algorithmen	11
4.1	Wahl der Parameter	11
4.1.1	Vergleich der drei Euklid Varianten	11
4.1.2	Wahl von k bei den kNN im Pearson Algorithmus	12
4.1.3	Wahl von k bei den kNN im Floyd Warshall Algorithmus	13
4.1.4	Wahl von a beim LUS-GUS Algorithmus	14
4.2	Auswertung der Fehlerberechnung	14
A	Anhang: Quellcode	20
A.1	Übersicht aller Funktionen	20
A.2	Quellcode	24
	Literatur	48

Abbildungsverzeichnis	49
Tabellenverzeichnis	49

1 Einleitung

Jeder Homepagebetreiber hat das Ziel den Benutzer möglichst lange auf der eigenen Homepage zu halten, um möglichst viele Klicks und Werbeeinspielungen zu generieren. Ein Weg dies zu erreichen: personalisierte Webseiten, Werbung und Kaufvorschläge. Eine Online-Zeitung schlägt deshalb beim Lesen eines Artikels weitere Artikel vor, die einen interessieren könnten. Marketing-Firmen analysieren den Benutzer, um mit gezielter Werbung mehr Umsatz zu erzielen. Ein 20-jähriger Mann wird eher Autowerbung interessant finden als Make-Up-Werbung. Online-Shops geben Kaufvorschläge zu Artikeln die man gerade ansieht oder in den Warenkorb gelegt hat, um weitere Käufe anzuregen. Online-Video- oder Musik-Plattformen schlagen ähnliche Filme oder Musikstücke vor, um den Nutzer zu halten.

Die Daten, die nötig sind um den User zu analysieren und zu bewerten, liefert dieser meistens selbst. Tracker verfolgen jeden Klick, jede Mausbewegung wird mit Timern analysiert, Warenkörbe werden ausgewertet, Cookies speichern Daten für die nächste Sitzung. Daraus lassen sich viele Informationen ableiten, man kann abschätzen wen man zu Besuch hat und womit man Aufmerksamkeit und letztendlich Klicks erreichen kann. In vielen Bereichen liefern die Benutzer ganz bewusst Informationen. Wenn sie etwas bewerten, ihr Profil ausfüllen oder auf den „like“-Button drücken. Hierbei treten jedoch zwei Probleme auf. Sehr wenige Nutzer bewerten regelmäßig und extreme Bewertungen (sehr schlecht oder sehr gut) kommen häufiger vor, als die differenzierten Zwischenstufen.

Um verschiedene Musikstücke genauer bewerten zu können, setzt der Musik-Streaming-Dienst PANDORA¹ auf ein Expertensystem. Im Music Genome Project² werden 450 charakteristische Merkmale in Liedern von trainierten Musikern bewertet und analysiert. Studierte Musiker geben hier qualitativ hochwertige Bewertungen ab, um die Musikstücke korrekt zu kategorisieren.

Beim kollaborativen Filtern nutzt man diese Informationen über die User und Items um Interessen zu vergleichen, Ähnlichkeiten zu bewerten und Vorschläge zu erstellen.

In dieser Arbeit stelle ich 6 Algorithmen vor und teste diese am MovieLens Datensatz 100k (s.Unterabschnitt 3.1), um sie miteinander vergleichen zu können.

¹www.pandora.com

²<http://www.pandora.com/about/mgp>

2 Algorithmen zum kollaborativen Filtern

Beim kollaborativen Filtern ist die grundsätzliche Frage: Wie ähnlich sind sich zwei Objekte? Mathematisch ausgedrückt fragt man nach der Distanz zweier Objekte. Ein Ansatz ist nach der Distanz zweier User zu fragen, der andere die Ähnlichkeit zweier Items zu untersuchen. Um diese Distanz zu berechnen gibt es verschiedene Ansätze.

Betrachtet man die Bewertungen als Matrix R mit den User als Zeilen und den Items als Spalten, so wird die Ähnlichkeit zweier User u und v durch die Distanz ihrer Zeilenvektoren bewertet. Die Distanz zweier Items i und j ist der Abstand der Spaltenvektoren. $r_{u,i}$ sei die Bewertung des User u zum Film i . $\hat{r}_{u,i}$ ist die in den Bereich $[-1, 1] \subset \mathbb{R}$ normierte Bewertung. R_u^{user} bezeichne die Menge der Filme, die von u bewertet wurden, R_i^{item} die Menge der User die Film i bewertet haben. \bar{r}_u^{user} ist seine durchschnittliche Bewertung.

$$\begin{aligned}
 R_u^{user} &:= \{i | r_{u,i} > 0\} & R_i^{item} &:= \{u | r_{u,i} > 0\} \\
 \bar{r}_u^{user} &:= \frac{\sum_{i \in R_u^{user}} r_{u,i}}{|R_u^{user}|} & \bar{r}_i^{item} &:= \frac{\sum_{u \in R_i^{item}} r_{u,i}}{|R_i^{item}|} \\
 \min_R &= \min_{(u,i) \in R} r_{u,i} & \max_R &= \max_{(u,i) \in R} r_{u,i} \\
 \hat{r}_{u,i} &:= \frac{2(r_{u,i} - \min_R) - (\max_R - \min_R)}{(\max_R - \min_R)}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Im speziellen Fall der MovieLens-Daten ist $\min_R = 1$ und $\max_R = 5$, die minimale bzw. maximale Bewertung eines Filmes.

Ein einfacher Weg einen neuen Vorschlag zu erzeugen ist den ähnlichsten Nutzer zu User u zu finden und ein Item vorzuschlagen, dass u noch nicht bewertet hat. Um ein wenig mehr Informationen zu nutzen und unabhängiger von persönlichen Vorlieben zu werden, benutzt man nicht nur einen, sondern k ähnliche User. Die Menge der k nächsten Nachbarn, nach dem Abstand sortiert, wird beschrieben durch die folgende Formel.

$$\text{kNN}_d(u) := \{v_n | n \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq n \leq k \wedge v_n \in R \wedge d(u, v_1) \leq d(u, v_2) \leq \dots \leq d(u, v_k)\} \tag{2}$$

Um ein Rating für einen Film zu erzeugen kann man nun den Mittelwert der Bewertungen der k nächsten Nachbarn bilden für diesen Film.

$$r_d(u, i) := \frac{\sum_{v \in \text{kNN}_d(u)} r_{v,i}}{|\text{kNN}_d(u)|} \quad (3)$$

Diese Formel kann man als Grundformel für User-basierte Verfahren ansehen.

In den nächsten Abschnitten werden die verschiedenen Algorithmen beschrieben. Die euklidische Distanz dient als Einstieg in die Abstandsberechnung. Die Verfahren Pearson Correlation Coefficient [Zar15, Kap. 2, S. 23], Adjusted Cosine Similarity [Zar15, Kap. 3, S. 16] und Slope One [Zar15, Kap. 3, S. 28] sind beschrieben in dem Buch „A Programmer’s Guide to Data Mining: The Ancient Art of the Numerati“ [Zar15] von Ron Zacharski. Die Algorithmen Floyd-Warshall und Local-User-Similarity-Global-User-Similarity kommen aus dem Paper „A collaborative filtering framework based on both local user similarity and global user similarity“ [LNSU08] von Luo, Niu, Shen und Ullrich. Für alle Formeln und Algorithmen gilt die Einschränkung für $R_u^{user} \cap R_v^{user} \neq \emptyset$ bzw. $R_i^{item} \cap R_j^{item} \neq \emptyset$. Ist die Schnittmenge zwischen zwei User oder Items leer, wird keine Distanz zwischen diesem Paar definiert.

2.1 User-basierte Algorithmen

2.1.1 Euklidische Distanz

Eine simple Metrik ist die euklidische Distanz:

$$d_{\text{euclid}}(u, v) := \sqrt{\sum_{i \in R_u^{user} \cap R_v^{user}} (r_{u,i} - r_{v,i})^2} \quad , \text{ für } R_u^{user} \cap R_v^{user} \neq \emptyset \quad (4)$$

Ist die Schnittmenge zwischen User u und User v leer, so wird keine Distanz zwischen ihnen definiert. Die euklidische Distanz zwischen zwei Benutzern u und v wird berechnet durch alle Items, die sowohl von User u als auch von User v bewertet wurden. Eine geringe Distanz suggeriert eine hohe Ähnlichkeit. Dies führt jedoch zu dem Problem, dass zwei Personen über die sehr wenig gemeinsame Informationen verfügen, ähnlicher bewertet werden können, als zwei Personen über die man sehr viele gemeinsame Informationen hat. Jede Information die man nutzt, vergrößert im Allgemeinen den Abstand zwischen zwei Objekten. Eine Idee wäre eine Strafe einzubauen für Informationen, die man über den User u kennt, aber über User v nicht. Ich habe mich dazu entschieden die Distanz zur

mittleren Bewertung $\frac{1}{2}(\max_R - \min_R) + \min_R$)² als Strafe einzubauen. Als Beispiel: User u hat Film i mit 5 bewertet, User v hat keine Bewertung zu diesem Film abgegeben, so wird der Wert 2 als Fehler addiert.

$$d_{\text{euclidpenalized}}(u, v) := \sqrt{\sum_{i \in R_u^{\text{user}} \cap R_v^{\text{user}}} (r_{u,i} - r_{v,i})^2 + \sum_{i \in R_u^{\text{user}} \setminus R_v^{\text{user}}} (r_{u,i} - (\frac{1}{2}(\max_R - \min_R) + \min_R))^2} \quad (5)$$

Eine weitere Möglichkeit Nachbarn zu suchen, die viele Informationen teilen, ist durch die Anzahl der Überschneidungen zu dividieren um eine mittlere Distanz zwischen zwei Items zu ermitteln. Damit wird die euklidische Distanz zum mittleren, quadratischen Fehler.

$$d_{\text{euclidnormalized}}(u, v) := \frac{\sqrt{\sum_{i \in R_u^{\text{user}} \cap R_v^{\text{user}}} (r_{u,i} - r_{v,i})^2}}{|R_u^{\text{user}} \cap R_v^{\text{user}}|} \quad (6)$$

2.1.2 Pearson Correlation Coefficient

Der Pearson Algorithmus errechnet eine Ähnlichkeit zwischen allen User mit Hilfe des Pearson Korrelations Koeffizienten. Der Wert zwischen $[-1, 1] \subset \mathbb{R}$ wird auch als Pearson Score bezeichnet. Wenn sich zwei User in ihren Bewertungen ähneln, haben sie eine Pearson Score von +1. Sind beide User komplett verschieden, bekommen sie eine Score von -1.

$$d_{\text{pearson}}(u, v) := \frac{\sum_{i \in R_u^{\text{user}} \cap R_v^{\text{user}}} (r_{u,i} - \bar{r}_u^{\text{user}})(r_{v,i} - \bar{r}_v^{\text{user}})}{\sqrt{\sum_{i \in R_u^{\text{user}} \cap R_v^{\text{user}}} (r_{u,i} - \bar{r}_u^{\text{user}})^2} \sqrt{\sum_{i \in R_u^{\text{user}} \cap R_v^{\text{user}}} (r_{v,i} - \bar{r}_v^{\text{user}})^2}} \quad (7)$$

Von jeder Bewertung $r_{u,i}$ des Users u für Item i , wird der Durchschnitt aller Bewertungen des Users \bar{r}_u^{user} abgezogen. Dadurch können sich zwei User ähnlich sein, unabhängig davon ob der eine am oberen Ende der Skala und der andere am unteren Ende der Skala bewertet. Diese zwei User würden einen großen euklidischen Abstand haben und damit als sehr verschieden gelten. Hat man die Distanzen zwischen dem User u und allen anderen User errechnet, findet man den ähnlichsten User v indem man nach der Pearson Score sortiert. Eine weitere Optimierung im PCC ist, dass die Bewertungen der Nachbarn mit der Pearson-Score gewichtet gemittelt werden. Dies erzeugt eine Liste an Vorschlägen mit Items die

u gefallen könnten. Gleichung 3 wird mit der Gewichtung angepasst:

$$r_{d_{\text{pearson}}}(u, i) := \frac{\sum_{v \in \text{kNN}_d(u)} r_{v,i} \cdot d_{\text{pearson}}(u, v)}{\sum_{v \in \text{kNN}_d(u)} d_{\text{pearson}}(u, v)} \quad (8)$$

2.1.3 Floyd-Warshall

Betrachtet man die User-User-Matrix als Graphen kann man mit Graphen-Algorithmen Beziehungen zwischen User finden. Die Gewichte des Graphen, die Ähnlichkeit zweier Nutzer, werden per Pearson Score ermittelt, wobei nur die positiven Einträge verwendet werden. Dadurch entsteht zwischen einigen User ein gewichteter Pfad. User deren Ähnlichkeit kleiner Null ist, werden nicht direkt verbunden.

$$w(u, v) := \begin{cases} d_{\text{pearson}}(u, v) & \text{if } d_{\text{pearson}}(u, v) > 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (9)$$

Der Floyd-Warshall-Algorithmus berechnet die Pfade, die die minimalen Ähnlichkeiten zwischen zwei User maximiert. Gibt es K Pfade zwischen den User u und v , so werden die Pfade mit P_{uv}^k , ($1 \leq k \leq K$) bezeichnet [LNSU08].

$$d_{\text{flowar}}(u, v) := \text{maximin}(u, v) = \max_{k=1, \dots, K} \left(\min_{u_i, u_j \in P_{uv}^k} (w(u_i, u_j)) \right) \quad (10)$$

Wie bei PCC werden die k ähnlichsten User betrachtet um ein gemitteltetes Rating zu erzeugen.

Die Idee Graphen-Algorithmen für das kollaborative Filtern zu nutzen wird in dem Paper „Studying Recommendation Algorithms by Graph Analysis“[MKR] von Mirza, Keller und Ramakrishnan näher erläutert. Das Verfahren mit Floyd-Warshall und das Konzept zum Algorithmus Local-User-Similarity-Global-User-Similarity, der im nächsten Kapitel erläutert wird, ist in dem Paper „A collaborative filtering framework based on both local user similarity and global user similarity“[LNSU08] von Luo, Niu, Shen und Ullrich beschrieben.

2.1.4 Local-User-Similarity-Global-User-Similarity

Local-User-Similarity-Global-User-Similarity (LUSGUS) ist ein Mix aus PCC und Floyd-Warshall. PCC bestimmt die lokale Ähnlichkeit zu anderen User, während Floyd-Warshall über Pfade globale Ähnlichkeiten erkennt. Dies hilft bei dünnen Matrizen die Leerräume zu überbrücken. Ein Parameter a entscheidet wie stark die Ratings der beiden Algorithmen ins Gewicht fallen.

$$r_{\text{LUSGUS}}(u, i) := (1 - a)r_{\text{pearson}}(u, i) + ar_{\text{flowar}}(u, i) \quad (11)$$

2.2 Item-basierte Algorithmen

2.2.1 Adjusted Cosine Similarity

Adjusted Cosine Similarity (ACS) ist ein Item-Based-Algorithmus. Statt die Ähnlichkeit zweier User zu berechnen, sucht ACS nach der Ähnlichkeit zweier Items.

$$d_{acs}(i, j) := \frac{\sum_{u \in R_i^{item} \cap R_j^{item}} (r_{u,i} - \bar{r}_u^{user})(r_{u,j} - \bar{r}_u^{user})}{\sqrt{\sum_{u \in R_i^{item} \cap R_j^{item}} (r_{u,i} - \bar{r}_u^{user})^2} \sqrt{\sum_{u \in R_i^{item} \cap R_j^{item}} (r_{u,j} - \bar{r}_u^{user})^2}} \quad (12)$$

Die Formel berechnet die Ähnlichkeit zwischen Item i und j . Im Gegensatz zu PCC summiert ACS nicht über alle Items, die zwei User verbinden, sondern über alle User, die zwei Items verbinden.

Um mit diesen Ähnlichkeiten jetzt ein Rating zu erzeugen wird die folgende Funktion benötigt.

$$\hat{r}(u, i) := \frac{\sum_{j \in R_u^{user}} (d_{i,j} \hat{r}_{u,j})}{\sum_{j \in R_u^{user}} (|d_{i,j}|)} \quad (13)$$

j sind alle Items die bisher von u bewertet wurden. $\hat{r}_{u,j}$ ist das normalisierte Rating im Wertebereich $\text{Float } [-1, 1] \subset \mathbb{R}$. Das heißt, man betrachtet alle Items die bisher vom User u bewertet wurden und multipliziert die Ähnlichkeit zu Item i . Dividiert durch die Summe aller Ähnlichkeiten.

Danach wird das normalisierte Rating wieder in den ursprünglichen, nichtnormalisierten Ratingbereich transformiert.

$$r(u, i) := \frac{1}{2}(\hat{r}_{u,i} + 1)(\max_R - \min_R) + \min_R \quad (14)$$

2.2.2 Slope One

Slope One ist ebenfalls ein Item-basierter Algorithmus. Hier wird die Distanz zwischen zwei Items als durchschnittliche Abweichung aller Bewertungen definiert. Aus diesen erzeugt man dann ein Rating für das neue Item.

$$\text{freq}(i, j) := \text{card}(R_i^{item} \cap R_j^{item}) = |R_i^{item} \cap R_j^{item}| \quad (15)$$

$$d_{\text{slope1}}(i, j) := \sum_{u \in R_i^{item} \cap R_j^{item}} \frac{r_{u,i} - r_{u,j}}{\text{freq}(i, j)} \quad (16)$$

$\text{freq}(i, j)$ berechnet die Anzahl der User die sowohl i als auch j in ihren Bewertungen haben. d_{slope1} berechnet die Item-Item Matrix mit den Abweichungen zwischen allen Items. Um jetzt eine Vorhersage für den User u für das bisher nicht von ihm bewertete Item i machen zu können, müssen wir die vorher berechneten Abweichungen nutzen.

$$r(u, i) := \frac{\sum_{j \in R_u^{\text{user}}} (d_{\text{slope1}}(i, j) + r_{u,j}) \text{freq}(i, j)}{\sum_{j \in R_u^{\text{user}}} \text{freq}(i, j)} \quad (17)$$

Der Zähler bedeutet: Für jedes von User u bewertete Item j addieren wir zu $r_{u,j}$ die Abweichung $d_{\text{slope1}}(i, j)$. Dies wird mit der Anzahl der User multipliziert, die beide Items i und j bewertet haben. Danach wird durch die Anzahl aller User geteilt die sowohl Item i als auch Items des Users u mit einer Bewertung versehen haben. Speichert man sowohl die Abweichungen als auch die Anzahl der Bewertungen, die in die mittlere Abweichung einbezogen wurden, gewinnt man einen weiteren großen Vorteil. Eine neue Bewertung $r_{u,i}$ kann sehr schnell in die Abweichungen hinzu gerechnet werden, ohne dass die komplette Matrix neu berechnet werden muss.

$$\forall j \in R_u^{\text{user}} : \quad d_{\text{slope1}}(i, j) := \frac{(d_{\text{slope1}}(i, j) \text{freq}(i, j) + (r_{u,i} - r_{u,j}))}{\text{freq}(i, j) + 1} \quad (18)$$

3 Vorhersage zu der Filmdatenbank MovieLens

Um die 5 Algorithmen miteinander vergleichen zu können, treten sie in verschiedenen Szenarien (s. Unterabschnitt 3.2) gegeneinander an. Als Datenbank dient das MovieLens Dataset 100k. Als zweiten Test habe ich eine niedrig dimensionierte, randomisierte Matrix erstellt. Die Erwartung ist, wenn sich die User sehr stark ähneln, dass die Algorithmen sehr gute Vorhersagen treffen können.

3.1 Filmdatenbank Movielens

Der verwendete Datensatz auf dem die Algorithmen laufen ist der MovieLens Datensatz 100k³. Dieser ist frei verfügbar und ist seit 1998 unverändert online, um erzielte Ergebnisse miteinander vergleichen zu können. Die Datensätze sind durch Userbewertungen, die auf Movielens⁴ abgegeben wurden, entstanden. Im 100k Datensatz sind folgende Daten enthalten:

- 943 User
- 1682 Filme
- 100.000 Ratings
- Ratings von 1-5
- Jeder User hat mindestens 20 Filme bewertet
- Demographische Informationen wie Geschlecht, Alter, Wohnort

Im Laufe der Jahre sind weitere, größere Datensätze entstanden. Ebenfalls verfügbar sind die Datensätze 1M mit einer Million Bewertungen von 6000 User zu 4000 Filmen. Im Jahr 2009 ist der 10M Datensatz zur Verfügung gestellt worden. Zusätzlich zu den 72.000 User und 10.000 Filmen wurden noch 100.000 Tags der Datenbank hinzugefügt. Diese Informationen helfen die Vorschläge stetig zu verbessern und zu optimieren. Im Jahr 2015 hat sich die Datenbank noch einmal verdoppelt auf 20M (27k Filme / 138k User / 100k Tags). Weiterhin gibt es zwei Datensätze die sich regelmäßig verändern und somit ständig neue Voraussetzungen bieten.

³<http://grouplens.org/datasets/movielens/>

⁴<https://movielens.org/>

3.2 Aufteilung der Datenmenge in Test- und Trainingsdaten

Die Datenmenge wurde aufgeteilt in Test- und Trainingsdaten. In den Trainingsdaten sind die Informationen enthalten, die der Algorithmus nutzen kann um Vorhersagen zu generieren. Die Testdaten werden genutzt um die Vorhersagen zu überprüfen mittels der echten Bewertungen der User. Jeder User hat mindestens 20 Filme bewertet. Um verschiedene Szenarien testen zu können werden l Bewertungen pro User aus der Trainingsmenge in die Testmenge überspielt, mit $l \in \{1, 5, 10, 19\}$.

Für das Test-Szenario $l = 1$ haben alle User noch mindestens 19 Bewertungen in der Datenbank. Das heißt, dass sehr viele Informationen zur Verfügung stehen. Dies beeinflusst die Wahl ähnlicher User und natürlich das Wissen über einen bestimmten User. Wie wertet er im Mittel? Welche Genres findet er gut oder schlecht? Im Fall $l = 19$ haben einige Nutzer nur noch einen Film in der Trainingsmenge. In diesem Szenario wird es sehr viel schwieriger eine passende Vorhersage zu ermitteln.

3.3 Matrix mit niedrigem Rang

Als zweiter Testdatensatz dient eine zufällig erstellte Matrix mit niedrigem Rang. Die Frage die sich hier stellt ist, kann man die Datenmenge auf eine Basis von typischen User reduzieren. Wenn man solche User finden kann, kann man mit weiteren Verfahren eine geeignete Linearkombination für jeden User finden um approximativ die fehlenden Einträge der Matrix zu berechnen. In dieser Arbeit teste ich die oben genannten Algorithmen an einer solchen Menge, um eventuell parallelen zwischen den beiden Datensätzen zu erkennen. Die Testmenge besteht aus 30 typischen, linear unabhängigen User die alle 1682 Filme zwischen $[1, 5] \subset \mathbb{N}$ bewertet haben. Diese Matrix wird per Linearkombination der 30 Basis-User auf 943 User erweitert, mit einem Rang 30. Danach werden 90% der Bewertungen entfernt, um eine ähnliche Dichte wie in den MovieLens-Daten (6,3%) zu erreichen. Jetzt werden von jedem User noch eine Bewertungen in die Testdaten überspielt ($l = 1$). Da der ganze Vorgang zufällig ausgewählt wird, ist in diesem Szenario nicht garantiert, dass über jeden User noch genug Informationen durch Bewertungen in der Trainingsmenge vorliegen.

3.4 Berechnung des Fehlers

Die Güte der Algorithmen wird über den durchschnittlichen absoluten Fehler (Mean Absolute Error) ermittelt. Jede User-Item-Bewertung aus der Testmenge R^{test} wird der Vorhersage des Algorithmus gegenüber gestellt. Der absolute Fehler wird aufsummiert und durch die Anzahl der Datensätze in der Testmenge

dividiert.

$$\text{MAE} := \frac{\sum_{(u,i) \in R^{test}} |r(u,i) - r_{u,i}^{test}|}{\text{card}(R^{test})} \quad (19)$$

Ein MAE von 1 bedeutet demnach, dass der Algorithmus mit seinem Vorschlag um durchschnittlich einen Stern daneben liegt. Bei einem MAE von 0 ist die Testmenge perfekt getroffen. Die Bewertungen in der Datenmenge liegen im Ganzzahlbereich $[1, 5] \subset \mathbb{N}$. Die Algorithmen erstellen Ratings im Bereich $[1, 5] \subset \mathbb{R}$. Dies führt zu einem Wertebereich des MAE von $[0, 4] \subset \mathbb{R}$.

4 Vergleich verschiedener Algorithmen

4.1 Wahl der Parameter

4.1.1 Vergleich der drei Euklid Varianten

Euclid (standard) k = Anzahl Nachbarn, l = Anzahl unbekannter Filme pro User

k	1	5	10	15	20	25	50	100	200
$l=1$	0,93513	0,86575	0,83903	0,82847	0,82402	0,8271	0,82197	0,82663	0,83957
$l=5$	0,93291	0,85851	0,82809	0,81509	0,80803	0,80551	0,81162	0,81936	0,83285
$l=10$	0,93814	0,87524	0,8482	0,83736	0,8308	0,82894	0,82729	0,83385	0,84658
$l=19$	0,9353	0,89642	0,86939	0,85977	0,85862	0,85634	0,85114	0,85345	0,85783
mean	0,93537	0,87398	0,8461775	0,8351725	0,8303675	0,8294725	0,828005	0,83332	0,8442075

Euclid (normalized)

k	1	5	10	15	20	25	50	100	200
$l=1$	0,83438	0,79505	0,78685	0,78748	0,78434	0,78884	0,80209	0,8213	0,84519
$l=5$	0,83768	0,80484	0,79295	0,78873	0,78536	0,78595	0,79431	0,81294	0,83385
$l=10$	0,85808	0,81426	0,80163	0,79769	0,801	0,802	0,81183	0,82723	0,84781
$l=19$	0,88172	0,85219	0,83798	0,83473	0,83428	0,83401	0,84036	0,84861	0,8586
mean	0,852965	0,816585	0,8048525	0,8021575	0,801245	0,8027	0,8121475	0,82752	0,8463625

Euclid (penalized)

k	1	5	10	15	20	25	50	100	200
$l=1$	0,91092	0,79328	0,78224	0,77823	0,78341	0,78364	0,79445	0,80971	0,82294
$l=5$	0,90081	0,79033	0,7749	0,76986	0,77163	0,77062	0,78346	0,79762	0,81348
$l=10$	0,89898	0,80311	0,79214	0,78652	0,78673	0,78898	0,8003	0,81281	0,82751
$l=19$	0,94419	0,8215	0,80532	0,80168	0,80176	0,80154	0,8095	0,82136	0,83293
mean	0,913725	0,802055	0,78865	0,7840725	0,7858825	0,786195	0,7969275	0,81038	0,824215

Abbildung 1: MAE im Euklid Algorithmus in Abhängigkeit der Parameter

Die Werte sind mit einer Farbskala von Rot über Gelb nach Grün je Zeile formatiert, um den maximalen Fehler (rot) und den minimalen Fehler (grün) besser erkennen zu können.

Wie man an den Tabellen sehen kann, verbessert die Normalisierung den Standard-Euklid-Algorithmus aus Gleichung 4. Eine stärkere Verbesserung wird jedoch durch die eingebaute Strafe erzielt. Mit den Parametern $k = 15$ und der Strafe kann der Fehler minimiert werden. In den folgenden Vergleichen werden immer diese Parameter benutzt.

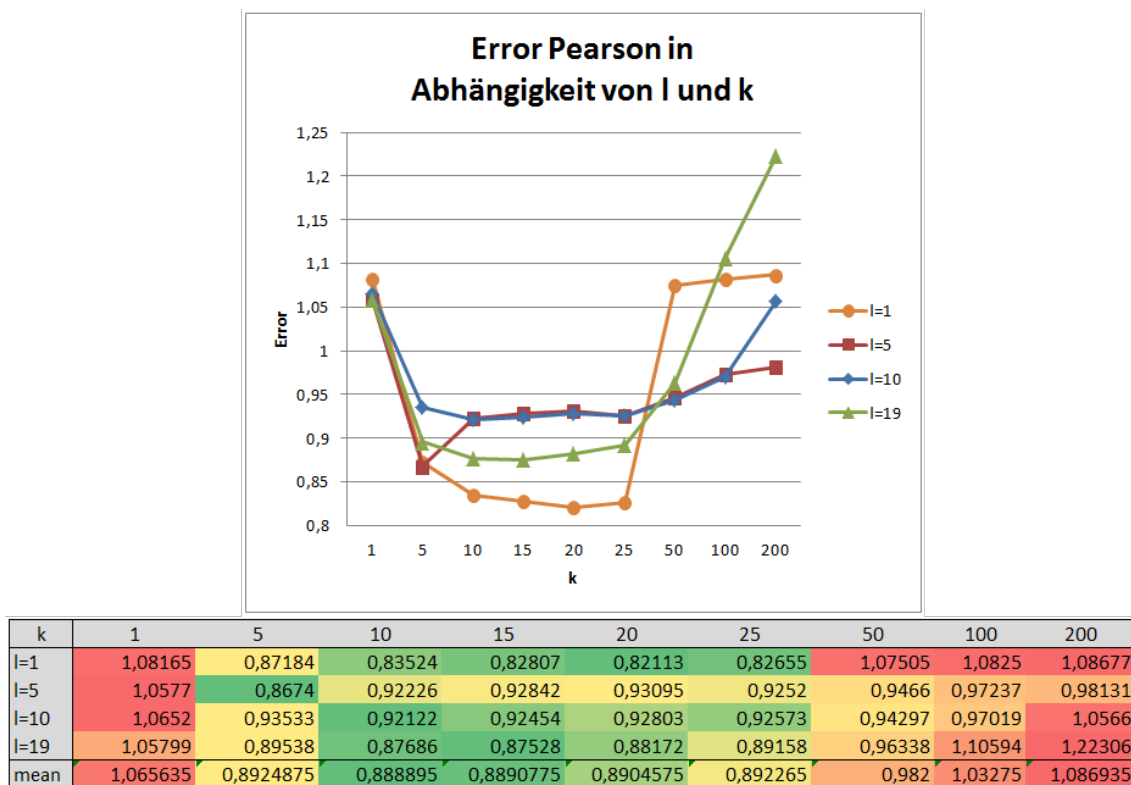
4.1.2 Wahl von k bei den kNN im Pearson Algorithmus

Abbildung 2: MAE im Pearson Algorithmus in Abhängigkeit der Parameter

Eine Wahl von $k = 10$ nächsten Nachbarn optimiert den Pearson Algorithmus. Im Szenario $l = 1$ zeigt der Algorithmus seine Stärken. Wenn viele Informationen vorhanden sind, können mit dem Pearson Algorithmus gute Bewertungen vorhergesagt werden. Wenn man die mittleren Szenarien $l = 5$ und $l = 10$ mit $l = 19$ vergleicht, fällt auf, dass das letzte Szenario am besten abschneidet. Da hier 19 Fehler berechnet und gemittelt werden. Im Fall $l = 5$ werden nur fünf Fälle verglichen, dadurch entsteht im Mittel eine größere Abweichung zwischen der Vorhersage und der tatsächlich abgegeben Bewertung.

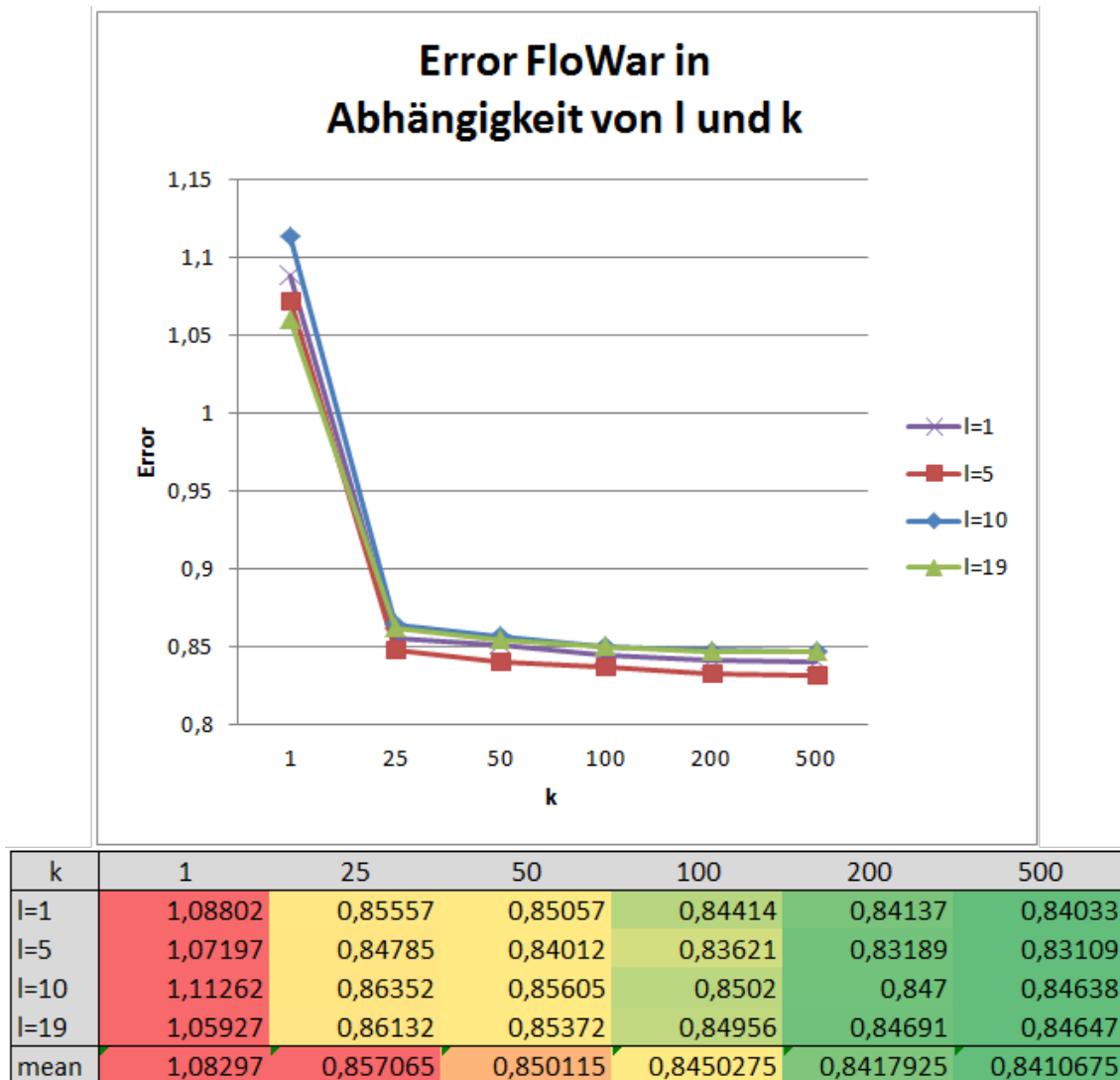
4.1.3 Wahl von k bei den kNN im Floyd Warshall Algorithmus

Abbildung 3: MAE im Floyd Warshall Algorithmus in Abhängigkeit der Parameter

Man sieht in Abbildung 3, dass Floyd-Warshall bei großem k ($=200-500$) am besten funktioniert. Es wird das Minimum aus den k nächsten Nachbarn und den n nächsten Nachbarn, die den aktuell zu bewertenden Film überhaupt bewertet haben, genommen, um das zu erwartete Rating zu ermitteln. Dies tendiert gegen den Durchschnittswert aller User, die die fehlenden Items bewertet haben. Somit ist der FW-Algorithmus fast gleichzusetzen mit dem Itemmean.

4.1.4 Wahl von a beim LUS-GUS Algorithmus

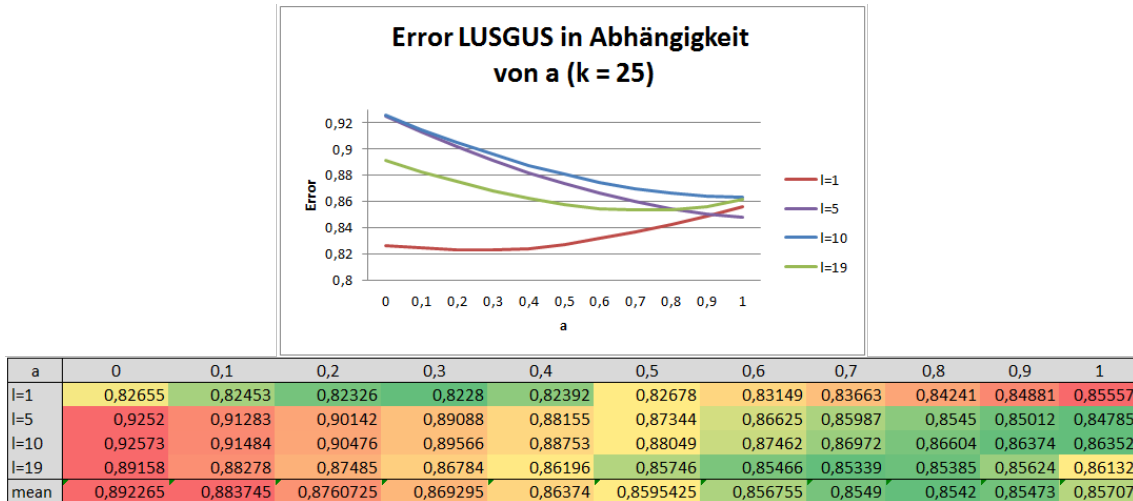


Abbildung 4: MAE im LUS-GUS Algorithmus in Abhängigkeit der Parameter

Sind viele Informationen über die User gegeben ($l = 1$) kann der LUS-GUS die Stärken des Pearson Algorithmus ausspielen. Es finden sich gute direkte Nachbarn die sehr ähnlich sind. Trotzdem kann das Wissen aus dem Floyd-Warshall-Algorithmus über indirekte Nachbarn den MAE weiter minimieren. Optimal wird das Rating zu 80% aus dem FW und zu 20% aus dem Pearson Algorithmus ermittelt. Ist nicht viel über die User bekannt, wird der Graph-Algorithmus bedeutender. Informationen die aus einer Kombination aus mehreren User entstehen, erzielen in diesem Fall bessere Ergebnisse.

4.2 Auswertung der Fehlerberechnung

Neben den 6 genannten Algorithmen habe ich noch 3 weitere Algorithmen für den Vergleichstest implementiert. Der einfachste, Random, erzeugt einen randomisierten Float zwischen $[1, 5] \subset \mathbb{R}$. Usermean \bar{R}_u^{user} kalkuliert den Durchschnitt des Users, der gerade betrachtet wird. Itemmean \bar{R}_i^{item} berechnet die durchschnittliche Bewertung aller User des Items, das gerade im Fokus ist (s. Gleichung 1). Gegen diese 3 simplen Algorithmen werden die MAE der 6 oben beschriebenen Funktionen gemessen. Wobei wieder alle 4 Szenarien bezüglich des Parameters l betrachtet werden.

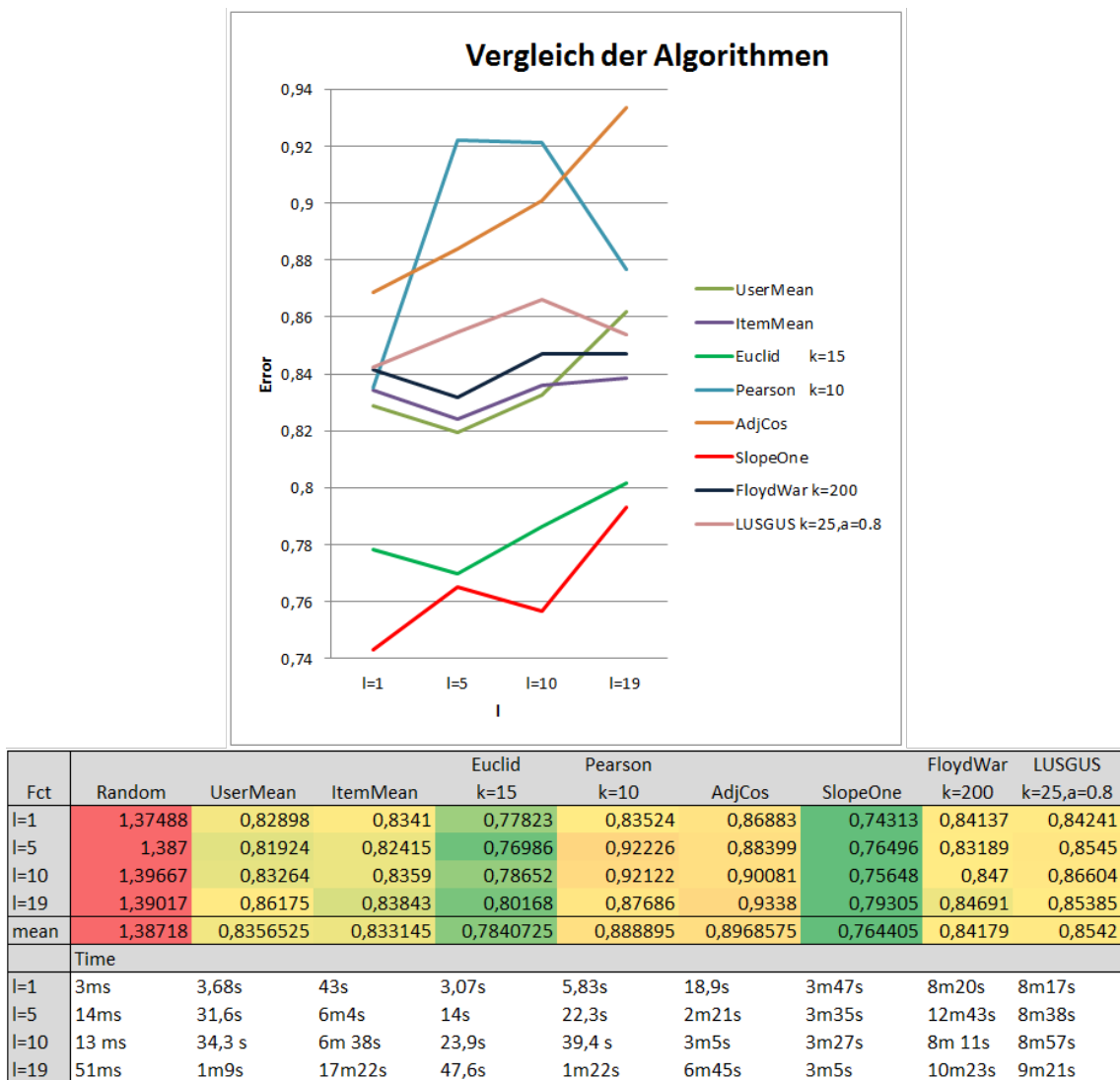


Abbildung 5: MAE Vergleich aller Algorithmen

Die Laufzeiten dienen als relativer Vergleich zwischen den Algorithmen. Die Daten sind in einer Hashmap gespeichert und es wird nur ein Kern der CPU ausgelastet. Durch andere Implementierungen und andere PC-Setups können die Zeiten variieren.

Usermean und Itemmean erzielen im Vergleich kein schlechtes Ergebnis, zählen sogar laut MAE mit zu den besten Algorithmen. Sie sind aber für Vorhersagen nicht verwendbar. Bei Usermean bekommt jedes unbekannte Item das gleiche Rating. So können keine Vorschläge gemacht werden, die aus dem besten Rating resultieren. Bei Itemmean werden die Vorlieben des Users komplett ignoriert. Pearson erkennt sogar Ähnlichkeiten in relativen Abweichungen und kommt somit mit einem geringem k im k-Nearest-Neighbors aus. Das genaue Gegenteil ist bei Floyd-Warshall der Fall. Der sehr groß eingestellte Parameter k führt dazu, dass FW ähnlich wie Itemmean die bekannten Informationen über den User vernachlässigt. Da mit dem Itemmean eine bessere durchschnittliche Abweichung erzielt wird, als über die entdeckten Pfade zu anderen User. Dennoch kann FW den Pearson Algorithmus verbessern. Die Kombination beider Algorithmen im LUSGUS-Verfahren erzielt leicht bessere Ergebnisse, ist aber in meinem Test den Mehraufwand an Rechenleistung, gegenüber Pearson, nicht Wert. Adjusted Cosine Similarity ist in diesem Test nicht sehr erfolgreich. Obwohl es mit der gleichen Score arbeitet wie der PCC und dort alle bekannten Informationen über die zwei Items verwendet, können keine guten Vorhersagen erzielt werden. Der Algorithmus mit dem euklidischen Abstand und Strafe schneidet sehr gut ab und hat dazu sehr kurze Berechnungszeiten. Bessere Vorhersagen erzielt man nur mit dem Item-basierten Algorithmus Slope One. Die absolute durchschnittliche Differenz zwischen den Items verwendet alle verfügbaren Informationen aus dem Datensatz. Neben den Differenzen zwischen allen Items muss auch noch eine Frequenzmatrix gespeichert werden. Neue Informationen können dadurch ohne großen Rechenaufwand in die Abstandsmatrix eingearbeitet werden. Die Vorberechnungen im SlopeOne machen ca. 30 Sekunden der gesamten Zeit aus.

Die Entscheidung welchen Algorithmus man verwenden sollte liegt an vielen Faktoren. Hat man sehr viele User auf wenige Items, trumpfen Item-basierte Algorithmen auf. Die Item-Item-Matrix hat in diesem Fall kleinere Dimensionen. User-basierte Verfahren müssen erst die Abstände zu allen anderen Nutzern berechnen um die ähnlichsten Nutzer zu finden. Ist das Verhältnis User zu Items anders herum, können User-basierte Algorithmen eine Alternative sein. Alle User zu betrachten ist unter diesen Umständen eventuell schneller oder nicht so speicherintensiv wie eine sehr große Item-Item-Matrix. Generell wird eine Kombination aus mehreren Verfahren in der Praxis die besten Ergebnisse erzielen. Demographische Informationen aus dem Userprofil oder Tags bieten weitere Ansätze um Distanzen zwischen User oder Items zu erstellen.

Zudem haben alle Algorithmen Schwierigkeiten damit einem neuem User Vorschläge zu bereiten, da sein persönlicher Geschmack noch nicht bekannt ist. Neue Items zu integrieren erfordert ebenfalls andere Ansätze.

Low-rank-matrix		10% matrix entries								
Fct	Random	UserMean	ItemMean	Euclid (k=15)	Pearson(k=10)	AdjCos	SlopeOne	ydWar(k=2)	LUSGUS	
l=1	1,11512	0,35756	0,69757	0,28524	0,37158	0,40928	0,34897	0,40193	0,38358	

Low-rank-matrix		80% matrix entries								
Fct	Random	UserMean	ItemMean	Euclid (k=15)	Pearson(k=10)	AdjCos	SlopeOne	ydWar(k=1)	LUSGUS	
l=1	1,07222	0,28744	2,5177	0,25746	0,29548	0,31381	0,28744	0,32142	0,32762	

Abbildung 6: MAE Vergleich mit einer Matrix mit niedrigem Rang

Bei der Konstruktion mit niedrigem Rang erkennt man, dass die User-basierten Algorithmen richtig gut werden. Das ist aber auch zu erwarten, denn die User ähneln sich sehr stark, da sie alle aus einer Kombination aus dreißig Basis-User entstanden sind. In diesem Szenario kann das Euklid-Verfahren den sonst starken Slope-One von der Top Position verdrängen. Die Bewertungen wurden zufällig erstellt, dadurch können auch keine Ähnlichkeiten zwischen den Filmen entstehen. Dies wertet die Item-basierten Algorithmen zusätzlich ab.

Einen Vergleich zu der realen Datenbank von MovieLens kann man nur mit Vorsicht tätigen. Wenn man die Histogramme der beiden Matrizen betrachtet, wird klar, dass die Konstruktion der Matrix mit niedrigem Rang nicht sehr nah an die Verteilung der MovieLens-Daten heran kommt.

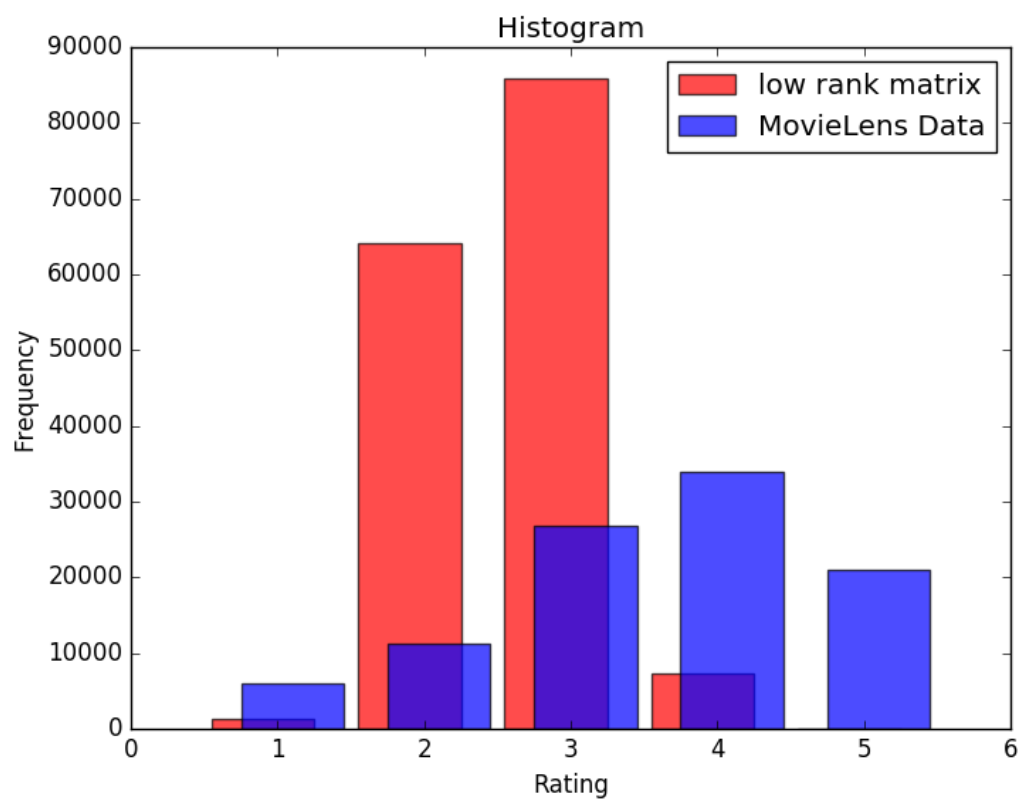


Abbildung 7: Histogramm Vergleich

Beim Versuch die Bewertungen gleichmäßiger zu verteilen zerstört man die lineare Abhängigkeit der Zeilen.

Fct	Low-rank-matrix	10% matrix entries		without normalization						
	Random	UserMean	ItemMean	Euclid (k=15)	Pearson(k=10)	AdjCos	SlopeOne	ydWar(k=2)	LUSGUS	
I=1	265,25064	16,63435	43,28568	12,89079	17,70331	242,0906	16,63435	17,2508	16,68723	

Abbildung 8: MAE Vergleich ohne Normalisierung

In den Daten in Abbildung 8 wurde bewusst vermieden, die Bewertungen wieder in den Wertebereich $[1, 5] \subset \mathbb{N}$ zu normieren. Dadurch wird die lineare Abhängigkeit der Zeilen nicht zerstört. Diese erzielten Fehler können deshalb nicht mit den anderen Szenarien verglichen werden. Was man aber erkennen kann, dass die User-basierten Verfahren sehr viel besser abschneiden, als der Item-basierte Algorithmus Adjusted Cosine Similarity. Slope One kann auch hier mit den vollen Informationen der Matrix ein sehr gutes Ergebnis erzielen.

Abschließend lässt sich keine große Aussage mit diesem zweiten Test erzielen. Die User-basierten Algorithmen sind per Konstruktion sehr gut. Die Item-basierten Verfahren können durch die zufälligen Bewertungen keine Ähnlichkeiten zwischen den Items erkennen. Zusätzlich ist die Verteilung in der Konstruktion weit entfernt von der realen Verteilung der MovieLens-Daten.

A Anhang: Quellcode

Da ich vor Beginn dieser Arbeit noch nicht mit Python gearbeitet habe und mit der Syntax noch nicht vertraut war, habe ich mich dazu entschlossen als Start meines Quellcodes, die Recommender Klasse von Ron Zacharski zu nutzen. In seinem Buch „A Programmer’s Guide to Data Mining: The Ancient Art of the Numerati“ [Zar15] stellt er neben den Erklärungen auch Python Quellcode⁵ zur Verfügung. In Chapter 3 befindet sich die Python Datei "recommender3.py". Darin enthalten sind der Import der Movie-Lens-Daten, der Pearson und der Slope One Algorithmus. Des weiteren befindet sich die Funktion `computeSimilarity(band1, band2, userRatings)` in der Datei "cosineSimilarity.py". Diese Funktion war meine Ausgangslage um das Verfahren Adjusted Cosine Similarity zu implementieren. Den Code habe ich an meine Bedürfnisse angepasst, damit ich den automatisierten Test mit den Testdaten ausführen konnte. Für diese Zwecke habe ich die Testklasse erstellt. Mit der Funktion `testit(self, fct, k = 10, a = 0.5)` kann man den Testlauf für eine der Verfahren starten. Der Parameter k entscheidet die Anzahl der Nachbarn, a wird als Parameter für LUSGUS benötigt.

$$fct \in \{ 'random', 'itemmean', 'usermean', 'euclid', 'pearson', 'slopeone', 'floydwarshall', 'lusgus', 'adjcos' \} \quad (20)$$

A.1 Übersicht aller Funktionen

```

""" Packages in use """
import codecs
import timeit
import random
from math import sqrt
from math import fabs
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas

class recommender:
    """ this class is based on the recommender class of
        Guide2DataMining """

    def __init__(self, data, k=1, n=5, metric='pearson'):
```

⁵<https://github.com/zacharski/pg2dm-python>

```
        """ initialize recommender """

def convertProductID2name(self, id):
    """ Given product id number return product name """

def userRatings(self, id, n):
    """ Return n top ratings for user with id """

def showUserTopItems(self, user, n):
    """ show top n items for user """

def loadMovieLens(self, path=''):
    """ import MovieLens trainings-set """

def computeDeviations(self):
    """ Precalculations for SlopeOne """

def slopeOneRecommendations(self, user, item='0'):
    """ SlopeOne Recommendations """

def sloOne(self, user, item):
    """ sloOne is used to speed up the test """

def computeUserAverages(self):
    """ Computes user averages """

def computeItemAverages(self):
    """ Computes item averages """

def computeSimilarity(self, item1, item2):
    """ Computes similarity for adjcos """

def normalizeRating(self, rating, minRating=1, maxRating=5):
    """ normalizes to range [-1,1] """

def denormalizeRating(self, rating, minRating=1, maxRating=5):
    """ transforms range [-1,1] to range [1,5] """

def adjcos(self, user, diffItem):
    """ Adjusted Cosine Similarity Recommendations """
```

```

def pearson(self , rating1 , rating2):
    """computes pearson score between rating1 and
    rating2"""

def computeNearestNeighbor(self , username , rateItem = '
0'):
    """creates a sorted list of users based on their
    distance to username"""

def flwa(self):
    """http://masc.cs.gmu.edu/wiki/FloydWarshall"""
    """computes maximin paths with FloydWarshall"""

def computeAdjacentMatrix(self , user='0' , item='0'):
    """Precalculations for FW"""
    """computes the weights (pearson score) between
    edges of the graph"""

def flowar(self , user , k , item):
    """FloydWarshall Recommendations"""

def usermean(self , user):
    """Usermean Recommendations"""

def itemmean(self , item):
    """Itemmean Recommendations"""

def euclDist(self , rating1 , rating2):
    """computes euclid distance between rating1 and
    rating2"""

def recommend(self , metric , user , k , rateItem = '0' , n
=30):
    """Pearson or Euclid Recommendations (based on
    parameter metric)"""

class tester:

    def __init__(self , data):
        """initialize tester"""

    def loadMovieLens(self , path=''):

```

```

"""Import MovieLens test-set"""

def testinput(self, fct, k, a):
    """input test for parameters given"""

def testit(self, fct, k=10, a=0.5):
    """toolbox for the test of different algorithms"""

"""get started"""
l = 1
path = '\Data'

r = recommender(0)
r.loadMovieLens(path+'\ml-L='+str(l)+'/')
r.computeUserAverages()

t = tester(0)
t.loadMovieLens(path+'\ml-L='+str(l)+'/')

# possible folders are ml-L=1 / 5, 10, 19. .
# determines how many ratings will be in testdata

```

A.2 Quellcode

```
# coding: utf-8

# In[ ]:

import codecs
import timeit
import random
from math import sqrt
from math import fabs
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas

# # recommender class

# In[ ]:

class recommender:
    """this class is based on the recommender class of
    Guide2DataMining"""

    def __init__(self, data, k=1, n=5, metric='pearson'):
        """initialize recommender currently, if data is
        dictionary the recommender is initialized to it.
        For all other data types of data, no initialization
        occurs k is the k value for k nearest neighbor
        metric is which distance formula to use n is the
        maximum number of recommendations to make"""

        self.k = k
        self.n = n
        self.username2id = {}
        self.userid2name = {}
        self.productid2name = {}
```



```

# The following variables are used for the
  different algorithms
self.frequencies = {}
self.deviations = {}
self.adjMatrix = {}
self.floydwarDist = {}
self.userAvg = {}
self.soRec={}
self.euclMatrix = {}
self.penalty=False
self.normalized=False

# for some reason I want to save the name of the
  metric
self.metric = metric
if self.metric == 'pearson':
    self.fn = self.pearson

# if data is dictionary set recommender data to it
if type(data).__name__ == 'dict':
    self.data = data

def convertProductID2name(self, id):
    """Given product id number return product name"""
    if id in self.productid2name:
        return self.productid2name[id]
    else:
        return id

def userRatings(self, id, n):
    """Return n top ratings for user with id"""
    print ("Ratings_for_" + self.userid2name[id])
    ratings = self.data[id]
    print(len(ratings))
    ratings = list(ratings.items())[:n]
    ratings = [(self.convertProductID2name(k), v) for (
        k, v) in ratings]
    # finally sort and return
    ratings.sort(key=lambda artistTuple: artistTuple
        [1], reverse = True)
    for rating in ratings:

```

```

        print("%s\t%i" % (rating[0], rating[1]))

def showUserTopItems(self, user, n):
    """ show top n items for user """
    items = list(self.data[user].items())
    items.sort(key=lambda itemTuple: itemTuple[1],
               reverse=True)
    for i in range(n):
        print("%s\t%i" % (self.convertProductID2name(
            items[i][0]), items[i][1]))

def loadMovieLens(self, path=''):
    """import MovieLens Dataset"""
    self.data = {}

    # first load movie ratings

    i = 0

    # First load book ratings into self.data

    #f = codecs.open(path + "u.data", 'r', 'utf8')
    #f = codecs.open(path + "u.data", 'r', 'ascii')
    f = codecs.open(path + "ua.base", 'r', 'ascii')
    # f = open(path + "u.data")
    for line in f:
        i += 1
        #separate line into fields
        fields = line.split('\t')
        user = fields[0]
        movie = fields[1]
        rating = int(fields[2].strip().strip('\"'))
        if user in self.data:
            currentRatings = self.data[user]
        else:
            currentRatings = {}
        currentRatings[movie] = rating
        self.data[user] = currentRatings
    f.close()

    # Now load movie into self.productid2name
    # the file u.item contains movie id, title, release

```

```

        date among
        # other fields

        #f = codecs.open(path + "u.item", 'r', 'utf8 ')
        f = codecs.open(path + "u.item", 'r', 'iso8859-1',
            'ignore')
        #f = open(path + "u.item")
        for line in f:
            i += 1
            #separate line into fields
            fields = line.split('|')
            mid = fields[0].strip()
            title = fields[1].strip()
            self.productid2name[mid] = title
        f.close()

        # Now load user info into both self.userid2name
        # and self.username2id

        #f = codecs.open(path + "u.user", 'r', 'utf8 ')
        f = open(path + "u.user")
        for line in f:
            i += 1
            fields = line.split('|')
            userid = fields[0].strip('"')
            self.userid2name[userid] = line
            self.username2id[line] = userid
        f.close()
        print(i)

def computeDeviations(self):
    """Precalculations for SlopeOne"""
    # for each person in the data:
    #     get their ratings
    for ratings in self.data.values():
        # for each item & rating in that set of ratings
        :
        for (item, rating) in ratings.items():
            self.frequencies.setdefault(item, {})
            self.deviations.setdefault(item, {})
            # for each item2 & rating2 in that set of

```

```

        ratings:
    for (item2, rating2) in ratings.items():
        if item != item2:
            # add the difference between the
              ratings to our
            # computation
                self.frequencies[item].setdefault(
                    item2, 0)
                self.deviations[item].setdefault(
                    item2, 0.0)
                self.frequencies[item][item2] += 1
                self.deviations[item][item2] +=
                    rating - rating2

    for (item, ratings) in self.deviations.items():
        for item2 in ratings:
            ratings[item2] /= self.frequencies[item][
                item2]

def slopeOneRecommendations(self, user, item='0'):
    """SlopeOne Recommendations"""
    recommendations = {}
    frequencies = {}
    # for every item and rating in the user's
      recommendations
    for (userItem, userRating) in self.data[user].items
      ():
        # for every item in our dataset that the user
          didn't rate
        for (diffItem, diffRatings) in self.deviations.
          items():
            if diffItem not in self.data[user] and
              userItem in self.
                deviations[diffItem]:
                freq = self.frequencies[diffItem][
                    userItem]
                recommendations.setdefault(diffItem,
                    0.0)
                frequencies.setdefault(diffItem, 0)
                # add to the running sum representing
                  the numerator
                # of the formula
                recommendations[diffItem] += (

```

```

        diffRatings[userItem] +
                                userRating) *
                                freq
        # keep a running sum of the frequency
        # of diffitem
        frequencies[diffItem] += freq

recommendations = [(k, v / frequencies[k])
                    for (k, v) in recommendations.
                        items()]
        # finally sort and return
recommendations.sort(key=lambda artistTuple:
                      artistTuple[1],
                      reverse = True)
# Return some recommendations for the user, or a
# particular rating of an item for the user
if item == '0':
    return recommendations[:50]
else:
    return recommendations[item]

def sloOne(self, user, item):
    """sloOne is used to speed up the test"""
    if user not in self.soRec.keys():
        # save the recommendations for any user in
        # soRec
        self.soRec[user] = self.slopeOneRecommendations
            (user)
    for i in range(len(self.soRec[user])):
        # look up the specific item and return the
        # value
        if self.soRec[user][i][0]==item:
            result = self.soRec[user][i][1]
            return result
    return self.userAvg[user]

def computeUserAverages(self):
    """Computes user averages"""
    results = {}
    for (key, ratings) in self.data.items():
        results[key] = float(sum(ratings.values())) /
            len(ratings.values())
    self.userAvg = results

```

```

def computeItemAverages(self):
    """Computes item averages"""
    sumRating = {}
    freqRating = {}
    results = {}
    for (key, ratings) in self.data.items():
        for (k) in ratings:
            if k not in sumRating:
                sumRating[k] = ratings[k]
                freqRating[k] = 1
            else:
                sumRating[k] += ratings[k]
                freqRating[k] += 1
    for key in sumRating:
        results[key] = float(sumRating[key])/freqRating[
            key]
    return results

def computeSimilarity(self, item1, item2):
    """Computes similarity for adjcos"""
    num = 0
    dem1 = 0
    dem2 = 0
    #for every user check if they rated both items and
    #count them for the similarity
    for (user, ratings) in self.data.items():
        if item1 in ratings and item2 in ratings:
            avg = self.userAvg[user]
            num += (ratings[item1]-avg) * (ratings[
                item2]-avg)
            dem1 += (ratings[item1]-avg)**2
            dem2 += (ratings[item2]-avg)**2
    if dem1*dem2!=0:
        return num / (sqrt(dem1) * sqrt(dem2))
    return -3

def normalizeRating(self, rating, minRating=1, maxRating
=5):
    """normalizes to range [-1,1]"""
    return float((2*(rating-minRating)-(maxRating-
minRating)))/(maxRating-minRating)

```

```

def denormalizeRating(self, rating, minRating=1, maxRating=5):
    """transforms range [-1,1] to range [1,5]"""
    return (float((rating+1)*(maxRating-minRating))/2)
        +minRating

```

```

def adjcos(self, user, diffItem):
    """Adjusted Cosine Similarity Recommendations"""
    # calculates the rating of diffItem for User given
    num = 0
    dem = 0
    if diffItem not in self.data[user].keys():
        for (uItem, uRating) in self.data[user].items():
            :
            # for all items of the user calculate the
            # similarity to the diffItem
            similarity = self.computeSimilarity(
                diffItem, uItem)
            if similarity != -3: # avoid dividing with
                0, if noone rated both Items
                nRating = self.normalizeRating(uRating)
                #calculate the rating
                num += similarity*nRating
                dem += fabs(similarity)
        if dem == 0:
            return self.userAvg[user]
        else:
            return float(self.denormalizeRating(float(
                num/dem)))
    else:
        print("already rated with %10.3f" % (self.data
            [user][diffItem]))

```

```

def pearson(self, rating1, rating2):
    """computes pearson score between rating1 and
        rating2"""
    sum_xy = 0
    sum_x = 0

```

```

sum_y = 0
sum_x2 = 0
sum_y2 = 0
n = 0
for key in rating1:
    if key in rating2:
        n += 1
        x = rating1[key]
        y = rating2[key]
        sum_xy += x * y
        sum_x += x
        sum_y += y
        sum_x2 += pow(x, 2)
        sum_y2 += pow(y, 2)
if n == 0:
    return 0
# now compute denominator
denominator = sqrt(sum_x2 - pow(sum_x, 2) / n) *
               sqrt(sum_y2 - pow(sum_y, 2)
               / n)
if denominator == 0:
    return 0
else:
    return (sum_xy - (sum_x * sum_y) / n) /
           denominator

def computeNearestNeighbor(self, username, rateItem = '0'):
    """creates a sorted list of users based on their
       distance to username"""
    distances = []
    for instance in self.data:
        if instance != username:
            if rateItem == '0':
                #compute nearest neighbors
                distance = self.fn(self.data[username],
                                   self.data[instance])
                distances.append((instance, distance))
            else:
                #compute nearest neighbors, who rated
                the given item
                if rateItem in self.data[instance]:

```



```

        distance = self.fn(self.data[
            username],
            self.data[instance])
        distances.append((instance,
            distance))
# sort based on distance — closest first
    if self.fn == self.pearson:
        distances.sort(key=lambda artistTuple:
            artistTuple[1],
            reverse=True)
    elif self.fn == self.euclDist:
        distances.sort(key=lambda artistTuple:
            artistTuple[1])
    return distances

def flwa(self):
    """http://masc.cs.gmu.edu/wiki/FloydWarshall"""
    # computes maximin paths
    dist = self.adjMatrix
    for k in dist:
        for i in dist:
            for j in dist:
                dist[i][j] = max(dist[i][j], min(dist[i]
                    ][k], dist[k][j]));
    self.floydwarDist = dist

def computeAdjacentMatrix(self, user='0', item='0'):
    """Precalculations for FW"""
    """computes the weights (pearson score) between
    edges of the graph"""
    distlist = []
    distdict = {}
    adjMatrix = {}
    if user == '0':
        for (user) in self.data:
            distlist = self.computeNearestNeighbor(user
            )
            for (u,i) in distlist:
                if i>0: distdict[u]=i
                else: distdict[u]=0
            self.adjMatrix[user]=distdict

```

```

else:
    return self.computeNearestNeighbor(user, item)

def flowar(self, user, k, item):
    """FloydWarshall Recommendations"""
    self.k = k
    # find nearest neighbors
    dist = list(r.floydwarDist[user].items())
    dist.sort(key=lambda ks: ks[1], reverse = True)
    n = 0
    nearest=[]
    for (distItem) in dist:
        if item in r.data[distItem[0]]:
            nearest.append((distItem))
            n += 1
        if n == k:
            break
    self.k = min(len(nearest), k)
    totalDistance = 0.0
    recommendation = 0
    for i in range(self.k):
        if item in self.data[nearest[i][0]]:
            totalDistance += nearest[i][1]
    # now iterate through the k nearest neighbors
    # accumulating their ratings
    if totalDistance == 0:
        return self.userAvg[user]
    for i in range(self.k):
        if item in self.data[nearest[i][0]]:
            # compute slice of pie
            weight = nearest[i][1] / totalDistance
            # get the name of the person
            name = nearest[i][0]
            # get the ratings for this person
            neighborRatings = self.data[name]
            # get the name of the person
            # now find bands neighbor rated that user didn't
            recommendation += neighborRatings[item] *
                weight
    return recommendation

```

```

def usermean(self, user):
    """Usermean Recommendations"""
    self.computeUserAverages()
    return self.userAvg[user]

def itemmean(self, item):
    """Itemmean Recommendations"""
    avg = self.computeItemAverages()
    if item not in avg:
        return 0
    else:
        return avg[item]

def euclDist(self, rating1, rating2):
    """computes euclid distance between rating1 and
       rating2"""
    sum = 0
    freq = 0
    for key in rating1:
        if key in rating2:
            sum += (rating1[key]-rating2[key])**2
            freq +=1
        elif self.penalty:
            #add penalty for items in rating1 but not
            #in rating2
            sum += ((rating1[key]-3))**2
            freq +=1
    if self.normalized and freq>0:
        #normalize error to mean
        result = sqrt(sum)/freq
    else: result = sqrt(sum)
    return result

def recommend(self, metric, user, k, rateItem = '0', n
=30):
    """Pearson or Euclid Recommendations (based on
       parameter metric)"""
    """Give list of recommendations. rateItem.default

```

```

        is set to '0', which means we will get the n
        best
        recommendations. If the parameter is given, it will
        rate just this item."""

self.k = k
self.n = n
recommendations = {}
recommendation = 0
if metric == 'pearson':
    self.fn = self.pearson
elif metric == 'euclid':
    self.fn = self.euclDist

# first get list of users ordered by nearness
if rateItem == '0':
    nearest = self.computeNearestNeighbor(user)
else:
    nearest = self.computeNearestNeighbor(user,
        rateItem)
# if fewer neighbors than k rated the item
self.k = min(len(nearest), k)

#
# now get the ratings for the user
#
userRatings = self.data[user]
#
# determine the total distance
totalDistance = 0.0
for i in range(self.k):
    if self.fn == self.pearson:
        totalDistance += nearest[i][1] #weighted
            mean
    elif self.fn == self.euclDist:
        totalDistance += 1 #classic mean
# now iterate through the k nearest neighbors
# accumulating their ratings
if totalDistance == 0:
    return self.userAvg[user];
for i in range(self.k):
    # compute slice of pie
    if self.fn == self.pearson:

```

```

        weight = nearest[i][1] / totalDistance
    elif self.fn == self.euclDist:
        weight = 1 / totalDistance
    # get the name of the person
    name = nearest[i][0]
    # get the ratings for this person
    neighborRatings = self.data[name]
    # get the name of the person
    # now find bands neighbor rated that user didn't
    if rateItem == '0':
        for artist in neighborRatings:
            if not artist in userRatings:
                if artist not in recommendations:
                    recommendations[artist] =
                        neighborRatings[artist] *
                        weight
                else:
                    recommendations[artist] =
                        recommendations[artist] +
                        neighborRatings[artist] *
                        weight
            else:
                recommendation += neighborRatings[rateItem]
                * weight

    if rateItem == '0':
    # now make list from dictionary and only get the
    # first n items
        recommendations = list(recommendations.items())
        [:self.n]
    # recommendations = [(self.convertProductID2name(k),
    # v)
        recommendations = [(k, v)
            for (k, v) in recommendations]
    # finally sort and return
        recommendations.sort(key=lambda artistTuple:
            artistTuple[1],
                reverse = True)
    return recommendations
else:
    return recommendation

```

```

# # test class

# In[ ]:

class tester:

    def __init__(self, data):
        """initialize tester"""

        self.username2id = {}
        self.userid2name = {}
        self.productid2name = {}

        if type(data).__name__ == 'dict':
            self.data = data

    def loadMovieLens(self, path=''):
        self.data = {}

        # first load movie ratings

        i = 0

        # First load book ratings into self.data

        #f = codecs.open(path + "u.data", 'r', 'utf8')
        #f = codecs.open(path + "u.data", 'r', 'ascii')
        f = codecs.open(path + "ua.test", 'r', 'ascii')
        # f = open(path + "u.data")
        for line in f:
            i += 1
            #separate line into fields
            fields = line.split('\t')
            user = fields[0]
            movie = fields[1]
            rating = int(fields[2].strip().strip(''))
            if user in self.data:
                currentRatings = self.data[user]
            else:

```

```

        currentRatings = {}
        currentRatings[movie] = rating
        self.data[user] = currentRatings
    f.close()

    # Now load movie into self.productid2name
    # the file u.item contains movie id , title , release
    # date among
    # other fields

    #f = codecs.open(path + "u.item", 'r', 'utf8')
    f = codecs.open(path + "u.item", 'r', 'iso8859-1',
                    'ignore')
    #f = open(path + "u.item")
    for line in f:
        i += 1
        #separate line into fields
        fields = line.split('|')
        mid = fields[0].strip()
        title = fields[1].strip()
        self.productid2name[mid] = title
    f.close()

    # Now load user info into both self.userid2name
    # and self.username2id

    #f = codecs.open(path + "u.user", 'r', 'utf8')
    f = open(path + "u.user")
    for line in f:
        i += 1
        fields = line.split('|')
        userid = fields[0].strip('"')
        self.userid2name[userid] = line
        self.username2id[line] = userid
    f.close()
    print(i)

def testinput(self, fct, k, a):
    """input test for parameters given"""

    fctlist = ['adjcos', 'luskus', 'floydwarshall', '
               pearson', 'slopeone', 'euclid', 'usermean', '
               itemmean', 'random']

```

```

try: #k is integer and positiv
    k = int(k)
    if k<0:
        print("\\nPlease_insert_a_positive_k_amount_
            of_neighbors")
        return False
except ValueError:
    print("\\nPlease_only_use_integers")
    return False

try: #a is float and in range [0,1]
    a = float(a)
    if a<0 or a>1:
        print("\\nPlease_use_the_paramater_a_in_
            range_[0,1]")
        return False
except ValueError:
    print("\\nPlease_only_use_integers")
    return False

if fct not in fctlst: #fct is in fctlst
    print("\\nPlease_use_a_function_like_['%s']" % "
        ',_'".join(map(str, fctlst)))
    return False

return True

def testit(self, fct, k=10, a=0.5):
    """toolbox for the test of different algorithms"""
    if not self.testinput(fct,k,a):
        return

    sumall = 0
    lenall = 0
    avgall = 0

    #precalculations
    if fct == 'slopeone':
        r.computeDeviations()
    if fct == 'floydwarshall' or fct == 'lusgus':
        r.computeAdjacentMatrix()

```



```

r.flwa()

for user in self.data.keys():
    sum = 0
    len = 0
    avg = 0
    for (item) in self.data[user]:
        #calculate the error between predicted rating
        and rating from testdata
        if fct == 'adjcos':
            sum += fabs(float(self.data[user][item]) - r.adjcos(user, item))
        elif fct == 'lusgus':
            sum += fabs(float(self.data[user][item]) - ((1 - a) * r.recommend('pearson', user, k, item) + a * r.flowar(user, k, item)))
        elif fct == 'floydwarshall':
            sum += fabs(float(self.data[user][item]) - r.flowar(user, k, item))
        elif fct == 'slopeone':
            sum += fabs(float(self.data[user][item]) - r.sloOne(user, item))
        elif fct == 'pearson':
            sum += fabs(float(self.data[user][item]) - r.recommend('pearson', user, k, item))
        elif fct == 'euclid':
            sum += fabs(float(self.data[user][item]) - r.recommend('euclid', user, k, item))
        elif fct == 'usermean':
            sum += fabs(float(self.data[user][item]) - r.usermean(user))
        elif fct == 'itemmean':
            sum += fabs(float(self.data[user][item]) - r.itemmean(item))
        elif fct == 'random':
            sum += fabs(float(self.data[user][item]) - random.uniform(1, 5))
    len += 1
avg = float(sum)/len #avg error for user

```

```

        sumall += avg
        lenall += 1
    avgall = float(sumall)/lenall #avg error for all
    user
    return (avgall)

# # initialising the classes and import data

# In[ ]:

l = 1
path = 'J:\Ole\Uni\BA\Data'

r = recommender(0)
r.loadMovieLens(path+'\ml-L='+str(l)+'/')
r.computeUserAverages()

t = tester(0)
t.loadMovieLens(path+'\ml-L='+str(l)+'/')

# possible folders are ml-L=1 / 5, 10, 19. .
# determines how many ratings per user will be in testdata

# In[ ]:

# # ToyData low rank matrix
#

# In[ ]:

"""creating low rank matrix"""
#setting parameters
l = 1
o = 30
m = 943
n = 1682

```

```

matrixdensity = 0.1
normalize=True

#A = np.random.uniform(1,10,(m,n))
#B = np.dot(A.transpose(),A)
#B=A

#create random low rank matrix with rank o
A1 = np.random.uniform(1,5,(m,o))
A2 = np.random.uniform(1,5,(o,n))

B = np.dot(A1,A2)
#np.linalg.matrix_rank(B)

if normalize:
    # normalize to range [1,5]
    Dmax = np.max(B)
    Dmin = np.min(B)
    for (i,j), value in np.ndenumerate(B):
        B[i,j] = round(r.denormalizeRating(r.
            normalizeRating(B[i,j],Dmin,Dmax),0.51,5.49),0)

# killing matrixdensity of the entries
C = np.random.rand(m,n)

for (i,j), value in np.ndenumerate(C):
    if C[i][j]>matrixdensity:
        C[i,j]=0
    else: C[i,j]=1

D = B*C

np.linalg.matrix_rank(D)

#convert to dictionaries Test and Train(l items of each
    user)
traindata = {}
testdata = {}
testcount={}

for (i,j), value in np.ndenumerate(D):

```

```

    istr = str(i+1)
    traindata.setdefault(istr, {})
    testdata.setdefault(istr, {})
    testcount.setdefault(istr, 0)

r = recommender(0)
for (i, j), value in np.ndenumerate(D):
    istr = str(i+1)
    jstr = str(j+1)
    if D[i, j] > 0:
        if testcount[istr] < 1:
            #testdata[istr][jstr] = round(r.
                denormalizeRating(r.normalizeRating(D[i, j],
                    Dmin, Dmax), 0.51, 5.49), 0)
            testdata[istr][jstr] = D[i, j]
            testcount[istr] += 1
        else:
            traindata[istr][jstr] = D[i, j]

r = recommender(traindata)
r.computeUserAverages()
t = tester(testdata)

# ### Create histograms to compare the randomized low rank
#       matrix to the MovieLens data

# In[ ]:

#convert the MovieLens-Dataset to a dataframe to create the
#       histogram
df = pandas.DataFrame.from_dict(r.data, orient='index').
    fillna(0)
histML, binsML = np.histogram(df, bins=(1,2,3,4,5,6))
histLR, binsLR = np.histogram(D, bins=(1,2,3,4,5,6))
#plot both histograms together
centerML = (binsML[:-1] + binsML[1:]) / 2
centerLR = (binsLR[:-1] + binsLR[1:]) / 2
plt.bar(centerLR-0.1, histLR, color='r', align='center',
    width=0.7, alpha=0.7, label='low_rank_matrix')
plt.bar(centerML+0.1, histML, color='b', align='center',
    width=0.7, alpha=0.7, label='MovieLens_Data')
fig1 = plt.figure(1)

```

```

rect = fig1.patch
rect.set_facecolor('white')
plt.title('Histogram')
plt.xlabel('Rating')
plt.ylabel('Frequency')
plt.legend()
plt.show()

# ## precalculations for floydwarshall for test purposes

# In[ ]:

get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'r.
    computeAdjacentMatrix();\nr.flwa();\nam=_r.adjMatrix\
    nfw=_r.floydwarDist')

# In[ ]:

r.adjMatrix = am
r.floydwarDist = fw

# # Parameter test for Pearson, FloydWarshall and LUSGUS

# In[ ]:

get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'alist
    =[0,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1]\nfor_a_in_
    alist:\n        print_("%3.1f:_%10.5f"%_%(a,t.testit(\
    lusgus\',k,a)))')

# In[ ]:

get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'klist=_
    [1,25,50,100,200,500]\nfor_k_in_klist:\n        print_("%i:_
    %10.5f"%_%(k,t.testit(\ 'floydwarshall\ ',k)))\n        ')

# In[ ]:

```

```
get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'klist=_
[1,5,10,15,20,25,50,100,200]\nfor_k_in_klist:\nprint
_("%i:_%10.5f"%_t.testit(\ 'pearson\' ,k)))')
```

```
# In[ ]:
```

```
get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'klist=_
[1,5,10,15,20,25,50,100,200]\n#(r.penalty,r.normalized)
=(False,False)\n(r.penalty,r.normalized)=(True,False)\n
#(r.penalty,r.normalized)=(False,True)\nfor_k_in_klist:\n
nprint_("%i:_%10.5f"%_t.testit(\ 'euclid\' ,k)))')
)
```

```
# # Calculation of the error for a given algorithm
```

```
# In[ ]:
```

```
get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'print_"LUSGUS
"\nprint_("%10.5f"%_t.testit(\ 'lusgus\' ,25,0.8)')
```

```
# In[ ]:
```

```
get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'print_"
FloydWarshall"\nprint_("%10.5f"%_t.testit(\ '
floydwarshall\' ,100)')
```

```
# In[ ]:
```

```
get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'#(r.penalty,r.
normalized)=(False,False)\n(r.penalty,r.normalized)=(
True,False)\n#(r.penalty,r.normalized)=(False,True)\n
nprint_"Euclid"\nprint_("%10.5f"%_t.testit(\ 'euclid\'
,15)')
```

```
# In[ ]:
```

```
get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'print_"Pearson
"\nprint_("%10.5f"%_t.testit(\ 'pearson\' ,10)')
```

```
# In[ ]:
```

```
get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'print_"Adjcos\nprint_"%10.5f"%_t.testit(\ 'adjcos\')')
```

```
# In[ ]:
```

```
get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'print_"SlopeOne\nprint_"%10.5f"%_t.testit(\ 'slopeone\')')
```

```
# In[ ]:
```

```
get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'print_"UserMean"\nprint_"%10.5f"%_t.testit(\ 'usermean\')')
```

```
# In[ ]:
```

```
get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'print_"ItemMean"\nprint_"%10.5f"%_t.testit(\ 'itemmean\')')
```

```
# In[ ]:
```

```
get_ipython().run_cell_magic(u'time', u'', u'print_"Random\nprint_"%10.5f"%_t.testit(\ 'random\')')
```

Literatur

- [LNSU08] LUO ; NIU ; SHEN ; ULLRICH: A collaborative filterin framework based on both loacal user similarity and global user similarity. (2008). <http://www-ai.cs.uni-dortmund.de/LEHRE/SEMINARE/SS09/AKTARBEITENDESDM/LITERATUR/CollaborativeFiltering.pdf>
- [MKR] MIRZA ; KELLER ; RAMAKRISHNAN: *Studying Recommendation Algorithms by Graph Analysis*. <http://people.cs.vt.edu/~ramakris/papers/receval.pdf>
- [Zar15] ZARCHARSKI, Ron: *A Programmer's Guide to Data Mining: The Ancient Art of the Numerati*. <http://guidetodatamining.com/>. Version: 2015

Abbildungsverzeichnis

1	MAE im Euklid Algorithmus in Abhängigkeit der Parameter	11
2	MAE im Pearson Algorithmus in Abhängigkeit der Parameter . . .	12
3	MAE im Floyd Warshall Algorithmus in Abhängigkeit der Parameter	13
4	MAE im LUS-GUS Algorithmus in Abhängigkeit der Parameter . .	14
5	MAE Vergleich aller Algorithmen	15
6	MAE Vergleich mit einer Matrix mit niedrigem Rang	17
7	Histogramm Vergleich	18
8	MAE Vergleich ohne Normalisierung	19

Tabellenverzeichnis