A1. Предел

Вычислите при всех x предел

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sin\left(x+\frac{1}{n}\right)-\sin(x)}{\sin\left(x+\frac{1}{n}\right)\cdot\left(\sqrt{x+n}-\sqrt{n}\right)}$$

В качестве ответа введите его значение при $x=\pi$, округлив до пяти знаков после запятой.

Формат вывода

Число округлите до 5 знаков после запятой или точки (формат (-)N,NNNNN или (-)N.NNNNN), используя округление до ближайшего (например: 0.123445 следует округлить до 0.12345).
Пример: 0.12345

Для системы ответы '1', '1.0' и '1.00000' эквивалентны. Вы можете писать или опускать незначащие нули.

C1. Эксперимент

Игроки A, B и C по очереди (начинает A, потом B, потом C, затем снова A и так далее) проводят один и тот же эксперимент с фиксированной вероятностью успеха. Побеждает тот, у кого эксперимент получится первым.
1) Найдите вероятность победы игрока B, если побеждает тот, у кого при броске двух кубиков выпала сумма 7, и округлите её до 5 знаков после запятой.

2) Найдите максимальную возможную вероятность успеха эксперимента, при которой игрок B побеждает с вероятностью хотя бы $\frac{1}{3}$, округлив её с точностью до 5 знаков после запятой.
Если вне зависимости от вероятности успеха эксперимента вероятность победы игрока B меньше $\frac{1}{3}$ введите 0, если вне зависимости от вероятности успеха эксперимента вероятность победы игрока B хотя бы $\frac{1}{3}$, введите 1.

В качестве ответа введите два разделённых пробелом числа: результаты, полученные в пунктах (1) и (2) соответственно.

Формат вывода

Вещественное число в подпункте (1) округлите до 5 знаков после запятой или точки (формат (-)N,NNNNN или (-)N.NNNNN), используя округление до ближайшего (например: 0.123445 следует округлить до 0.12345).
Пример: 0.12345

Для системы ответы '1', '1.0' и '1.00000' эквивалентны. Вы можете писать или опускать незначащие нули.

H1. Верхний предел

Верно ли, что для любой непрерывной функции $g(x)$ существует и единственна непрерывная функция $h(x)$, такая что
$\int_0^{h(a)} (\sin(a)\cos(x)+2)\,\mathrm{d}x = g(a)$?
Обязательно объясните свой ответ.
В качестве ответа введите 1, если это верно, и 0, если это неверно.

B1. Оператор

Пусть

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&4\end{pmatrix}.$$

Известно, что A является матрицей некоторого линейного оператора в ортонормированном базисе. Пусть также

$$B=\begin{pmatrix}4&3&1\\ *&*&*\\ *&*&*\end{pmatrix}$$

матрица этого же оператора в некотором другом ортонормированном базисе.

Найдите все варианты заполнения звёздочек (все подходящие матрицы). В качестве ответа введите максимальное из всех чисел, которые могут стоять на месте какой-либо из звёздочек нижнего правого квадрата 2×2 в каком бы то ни было из подходящих вариантов матрицы.

Формат вывода

Число округлите до 5 знаков после запятой или точки (формат (-)N,NNNNN или (-)N.NNNNN), используя округление до ближайшего (например: 0.123445 следует округлить до 0.12345).
Пример: 0.12345

Для системы ответы '1', '1.0' и '1.00000' эквивалентны. Вы можете писать или опускать незначащие нули.

E1. Проекция

Верно ли, что для любых двух неколлинеарных векторов v и w в $\mathbb{R}^n$ найдётся скалярное произведение, относительного которого w является ортогональной проекцией v на некоторое $(n-1)$-мерное подпространство? Обязательно объясните свой ответ.
В качестве ответа введите 1, если утверждение верно, и 0, если оно неверно.

F1. Вероятность

Пусть ξ — строго положительная случайная величина, причём её дисперсия существует и не превосходит 2. Верно ли, что $P\left(E(\xi)-2\le\xi\le 2E(\xi)+1\right)\ge\frac{1}{2}$, где E означает взятие математического ожидания? Обязательно объясните свой ответ.
В качестве ответа введите 1, если утверждение верно, и 0, если оно неверно.

G1. Граф

Дан граф с 40 вершинами. Известно, что у любого ребра хотя бы одним из концов является вершина, из которой выходит не более 4 других рёбер. Какое наибольшее количество рёбер может быть в этом графе?
В качестве ответа введите одно целое число — наибольшее количество рёбер.