3. Алёна очень любит алгебру. Каждый день, заходя на свой любимый алгебраический форум, она с вероятностью $\frac{1}{4}$ находит там новую интересную задачу про группы, а с вероятностью $\frac{1}{10}$ интересную задачку про кольца. С вероятностью $\frac{13}{20}$ новых задач на форуме не окажется. Пусть X — это минимальное число дней, за которые у Алёны появится хотя бы одна новая задача про группы и хотя бы одна про кольца. Найдите распределение случайной величины X. В ответе должны участвовать только компактные выражения (не содержащие знаков суммирования, многоточий и пр.).

Для упрощения жизни:

$g = \frac{1}{4}$ $\qquad$ $g + r + n = 1$

$r = \frac{1}{10}$ $\qquad$ $n = \frac{13}{20}$

G — с.в. равная номеру дня, когда Алена получила задачу про группы

R — аналогично с кольцами

$$\mathbb{P}(X = k+1) =$$

$$= \mathbb{P}(G = k+1,\ R \in \{1, \dots, k\})$$

$$+ \ \mathbb{P}(R = k+1,\ G \in \{1, \dots, k\})$$

$$+ \ \mathbb{P}(G = R = k+1)$$

Самая последняя вероятность равна нулю, т.к. события несовместны

Изучим $\mathbb{P}(G = k+1,\ 1 \le R \le k)$

{эти события несовместны}

$\mathbb{P}$(на $k+1$ дне вынули группы) $\otimes$

$\otimes$ $\mathbb{P}$(до этого не было групп, но было хотя бы 1 кольцо)

$$= g \cdot \sum_{j=1}^{k} C_k^j\, r^j\, n^{k-j}$$

схема Бернулли

$$= g \cdot \left[(r+n)^k - n^k \right]$$

В силу симметрии:

$$\mathbb{P}(R = k+1,\ 1 \le G \le k)$$

$$= r \left[(g+n)^k - n^k \right]$$

Ответ:

$$\mathbb{P}(X = k+1) =$$

$$= g \cdot \left[(r+n)^k - n^k \right] +$$

$$+ \; r \left[(g+n)^k - n^k \right]$$

Кстати, видно, что при $k+1 = 1$, вероятность равна нулю

Надо еще потребовать, чтобы при $k+1 = 0$ она по определению была равна 0