

A1. Предел

Вычислите при всех x предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin\left(x + \frac{1}{n}\right) - \sin(x)}{\sin\left(x + \frac{1}{n}\right) \cdot (\sqrt{x+n} - \sqrt{n})}$$

В качестве ответа введите его значение при $x = \pi$, округлив до пяти знаков после запятой.

Формат вывода

Число округлите до 5 знаков после запятой или точки (формат $(-)N.NNNNN$ или $(-)N.NNNNNN$), используя округление до ближайшего (например: 0.123445 следует округлить до 0.12345).
Пример: 0.12345

Для системы ответы '1', '1.0' и '1.00000' эквивалентны. Вы можете писать или опускать ненужные нули.

C1. Эксперимент

Игроки A, B и C по очереди (начинает A, потом B, потом C, затем снова A и так далее) проводят один и тот же эксперимент с фиксированной вероятностью успеха. Побеждает тот, у кого эксперимент получится первым.

- 1) Найдите вероятность победы игрока B, если побеждает тот, у кого при броске двух кубиков выпала сумма 7, и округлите её до 5 знаков после запятой.
- 2) Найдите максимальную возможную вероятность успеха эксперимента, при которой игрок B побеждает с вероятностью хотя бы $\frac{1}{3}$, округлив её с точностью до 5 знаков после запятой. Если вне зависимости от вероятности успеха эксперимента вероятность победы игрока B меньше $\frac{1}{3}$ введите 0, если вне зависимости от вероятности успеха эксперимента вероятность победы игрока B хотя бы $\frac{1}{3}$, введите 1.

В качестве ответа введите два разделённых пробелом числа: результаты, полученные в пунктах (1) и (2) соответственно.

Формат вывода

Вещественное число в подпункте (1) округлите до 5 знаков после запятой или точки (формат $(-)N.NNNNN$ или $(-)N.NNNNNN$), используя округление до ближайшего (например: 0.123445 следует округлить до 0.12345).
Пример: 0.12345

Для системы ответы '1', '1.0' и '1.00000' эквивалентны. Вы можете писать или опускать ненужные нули.

D1. Дифференциальное

Верно ли, что для любой непрерывной функции $g(x)$ существует единственная непрерывная функция $h(x)$, такая что

$$\int_0^{h(a)} (\sin(a) \cos(x) + 2) dx = g(a)?$$

Обязательно объясните свой ответ.

В качестве ответа введите 1, если это верно, и 0, если это неверно.

B1. Оператор

Пусть

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Известно, что A является матрицей некоторого линейного оператора в ортонормированном базисе. Пусть также

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

матрица этого же оператора в некотором другом ортонормированном базисе.

Найдите все варианты заполнения звёздочек (все подходящие матрицы). В качестве ответа введите максимальное из всех чисел, которые могут стоять на месте какой-либо из звёздочек нижнего правого квадрата 2×2 в каком бы то ни было из подходящих вариантов матрицы.

Формат вывода

Число округлите до 5 знаков после запятой или точки (формат $(-)N.NNNNN$ или $(-)N.NNNNNN$), используя округление до ближайшего (например: 0.123445 следует округлить до 0.12345).
Пример: 0.12345

Для системы ответы '1', '1.0' и '1.00000' эквивалентны. Вы можете писать или опускать ненужные нули.

E1. Проекция

Верно ли, что для любых двух неколлинеарных векторов v и w в \mathbb{R}^n найдётся скалярное произведение, относительного которого w является ортогональной проекцией v на некоторое $(n-1)$ -мерное подпространство? Обязательно объясните свой ответ.

В качестве ответа введите 1, если утверждение верно, и 0, если оно неверно.

F1. Вероятность

Пусть ξ — строго положительная случайная величина, причём её дисперсия существует и не превосходит 2. Верно ли, что $P(E(\xi) - 2 \leq \xi \leq E(\xi) + 1) \geq \frac{1}{2}$, где E означает взятие математического ожидания? Обязательно объясните свой ответ.

В качестве ответа введите 1, если утверждение верно, и 0, если оно неверно.

G1. Граф

Дан граф с 40 вершинами. Известно, что у любого ребра хотя бы одним из концов является вершина, из которой выходит не более 4 других рёбер. Какое наибольшее количество рёбер может быть в этом графе?

В качестве ответа введите одно целое число — наибольшее количество рёбер.