①

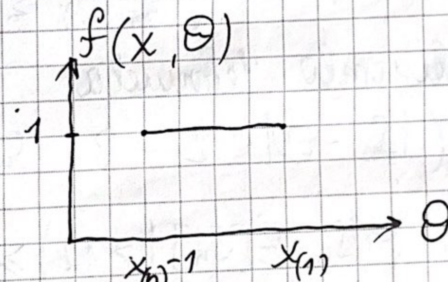
$$f_\theta(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{(\theta+1-\theta)^n}, & y \in [\theta; \theta+1] \\ 0, & y \notin [\theta; \theta+1] \end{cases}$$

$$f(x,\theta) = \begin{cases} 1, & \text{если все } x_i \in [\theta, \theta+1] \\ 0, & x_i \notin [\theta, \theta+1] \end{cases}$$

$$f(x,\theta) = \begin{cases} 1, & \theta \le x_{(1)} \le x_{(n)} \le \theta+1 \\ 0, & x_i \notin [\theta, \theta+1] \end{cases}$$

$$f(x,\theta) = \begin{cases} 1, & \text{если } x_{(n)}-1 \le \theta \le x_1 \\ 0 & x_i \notin [\theta; \theta+1] \end{cases}$$

Функция правдоподобия достигает своего максимума во всех точках $\theta \in [x_{(n)}-1, x_{(1)}]$



$\hat{\theta}_\alpha = (1-\alpha)(x_{(n)}-1) + \alpha x_{(1)}$ при разных $\alpha \in [0,1]$

$\hat{\theta}_0 = x_{(n)}-1$, $\hat{\theta}_1 = x_{(1)}$ – концы отрезка

② jupyter-notebook

③ $$\int_0^1 -\frac{1}{\lambda}\ln(1-x)\,dx = \frac{x + \ln(1-x)(1-x)}{\lambda}\Big|_0^1 =$$

$$= -\frac{-x - \ln(1-x)(1-x)}{\lambda}\Big|_0^1 = -\frac{-\ln 1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}$$

$$F(x) = \begin{cases} 1/\lambda, & \lambda > 0 \\ 0, & \lambda < 0 \end{cases} \Rightarrow \lambda > 0$$

④ $N(0,1)$

$\exists\ z_1 \dots z_k$

$X = z_1^2 \dots z_k^2$

$X \sim f_{X^2(k)}(x) \qquad X = \sum_{i=1}^{k} z_i^2 \sim \chi^2(k)$

⑤

$EX = 2500 \times 0.02 = 50$

$Var(S_n) = Var(X_1 + \dots + X_n) = n \times Var(X_1) \ominus$

$\ominus\ np \cdot (1-p) = 2500 \times 0.02 \times (1 - 0.02) = 49$

ЦПТ $\mathbb{P}(|S_n - 50| \leq 12 = \mathbb{P}(38 \leq S_n \leq 62) \ominus$

$\ominus\ \mathbb{P}\left(\frac{38-50}{\sqrt{49}} \leq \frac{S_n - E[S_n]}{\sqrt{Var(S_n)}} \leq \frac{62-50}{\sqrt{49}}\right) \ominus$

$\ominus\ \mathbb{P}\left(-1.7 \leq \frac{S_n - E[S_n]}{\sqrt{Var(S_n)}} \leq 1.7\right) = \Phi(1.7) - \Phi(-1.7) \approx 0.9109$

Ответ: 0.911

Неравенство Чебышева:

$\mathbb{P}(|S_n - 50| \leq 12 = \mathbb{P}(|S_n - E[S_n]| \leq 12) \ominus$

$\ominus\ 1 - \mathbb{P}(|S_n - E[S_n]| > 12) \geq 1 - \frac{Var(S_n)}{12^2} = 1 - \frac{49}{12^2} = 0.66$

Количество продаж с вероятностью 66% будет в пределах 38 - 62 шт.

⑥ ЦПТ

$E(X) = 25 \times 1/3 = 8.33$ на маршрутке

250 руб 25 руб 10 поездок

$Var(X) = np(1-p) = 25 \times 1/3 \times \frac{2}{3} = \frac{50}{9}$

$\mathbb{P}(|S_n - 8.33| \leq 10 - 8.33 = \mathbb{P}\left(\frac{S_n - E[S_n]}{\sqrt{Var(S_n)}} \leq \frac{1.67}{\sqrt{\frac{50}{9}}}\right) = \mathbb{P}\left(\frac{S_n - E[S_n]}{\sqrt{Var(S_n)}}\right) \leq 0.71$

71% вероятность уложиться в 250 руб.

⑦ g - девочки

b - мальчики $\qquad g - b \le d$

$E(x) = 20000 \times 0.51 = 10200$

$Var(x) = 20000 \times 0.51 \times 0.49 = 4998$

$P(|S_n - 10200| \le d) = P(-d \le S_n - E[S_n] \le d) =$

$= P\left(-\frac{d}{\sqrt{4998}} \le \frac{S_n - E[S_n]}{\sqrt{Var[S_n]}} \le -\frac{d}{\sqrt{4998}}\right) \approx$

$\approx \Phi\left(-\frac{d}{70.7}\right) - \Phi\left(\frac{d}{70.7}\right) \approx 0.99$

считаем в jupyter-notebook:

$d = 183$ - разница числа мальчиков и девочек.