①

$E X = \mu \quad Var(x) = \sigma^2 < \infty$

$[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma] - P \qquad N(0,1)$

$[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma] - P$

1. Нер. Чеб.

$P(\mu - 2\sigma \le S_n \le \mu + 2\sigma) = P(|S_n - ES_n|)$

$(|S_n - \mu| \le 2\sigma = 1 - P(|S_n - E[S_n]| > 2\sigma) \ge 1 - \frac{Var(S_n)}{(2\sigma)^2} =$

$= 1 - \frac{\sigma^2}{4\sigma^2} = \frac{3}{4} \approx 0.75$ вер-ть попадания в $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$

2.

$(|S_n - \mu| \le 3\sigma = 1 - P(|S_n - E[S_n]| > 3\sigma) \ge 1 - \frac{Var(S_n)}{(3\sigma)^2} =$

$= 1 - \frac{\sigma^2}{9\sigma^2} = \frac{8}{9} \approx 0.89$

Случайные величины распределены по нормальному закону.

Случайная величина не отклонится от мат. ожидания по абсолютной величине больше, чем на 3σ.

②

$x_i \; U_{0,\theta}$, то $y_i = \frac{x_i}{\theta} - 1$

$Y_{(n)} = \max\{Y_1, \dots, Y_n\} = \frac{\max\{x_1 \dots x_n\}}{\theta} = \frac{X_{(n)}}{\theta} - G(\vec{x}, \theta)$

n – незав. распредел. $[0,1]$, т.е не зависит от θ

$$F_{Y_{(n)}}(y) = P(\eta < y) = \begin{cases} 0 & \text{if } y < 0 \\ y^n & \text{if } y \in [0,1] \\ 1 & \text{if } y > 1 \end{cases}$$

Для любых положительных g_1 и g_2

$P(g_1 < G(\vec{x}, \theta) < g_2) = P\left(\frac{x_{(n)}}{g_2} < \theta < \frac{x_n}{g_1}\right)$

Длина доверительного интервала:

$$X_n = \frac{1}{g_1} - \frac{1}{g_2} = \frac{g_2 - g_1}{g_2 g_1}$$

и уменьшается с ростом g_1 и g_2

Плотность распределения на $[0,1]$ ny^{n-1} и монотонно возрастает.

$\alpha = \varepsilon$

$\Rightarrow$ самые большие значения g_1 и g_2 при самом маленьком расстоянии м/у ними и при фиксированной площади $1-\varepsilon$ под графиком возможны плотности

при $g_2 = 1$

$$1-\varepsilon = P(g_1 < Y_n < g_2) = P(g_1 < Y_n < 1) =$$

$$= F_{Y_n}(1) - F_{Y_{(n)}}(g_1) = 1 - g_1^n$$

$$1-\varepsilon = P(\sqrt[n]{\varepsilon} < Y_{(n)} < 1) = P\left(X_{(n)} < \theta < \frac{X_{(n)}}{\sqrt[n]{\varepsilon}}\right)$$