0.0.1 Traccia

Trovare la R(t) e l'MTTF per il sistema di cui viene fornito l'RBD. Nel calcolo dell'MTTF, assumere che tutti i componenti siano identici e falliscano randomicamente con failure rate λ.

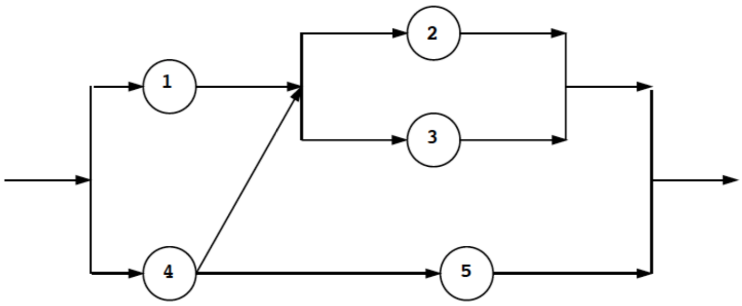

Figura 1: RBD

0.0.2 Soluzione

Da un'analisi del diagramma fornito, è possibile notare che i componenti 2 e 3 sono disposti in parallelo; possono essere dunque ridotti ad un unico blocco con reliability $R_{2||3} = 1-(1-R_2)(1-R_3)$.

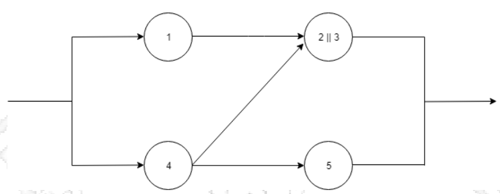

Figura 2: Sistema ridotto

Si osservi che non è possibile effettuare ulteriori riduzioni, per cui il diagramma che ne risulta è di tipo non-serie-parallelo. Per questi tipi di diagrammi, effettuiamo l'analisi dei success path; sappiamo infatti che la reliability del sistema risulta essere minore o uguale di quella del parallelo dei success path, che mostriamo di seguito:

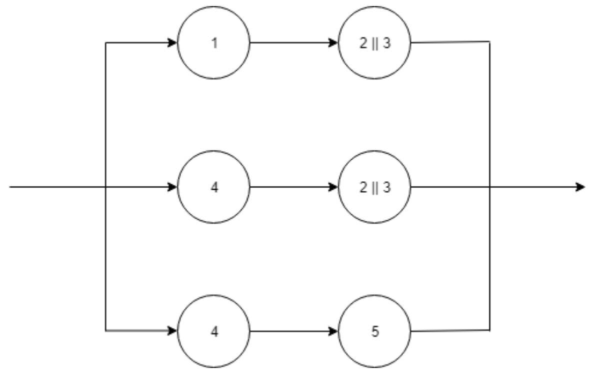

Figura 3: Success Path

Il limite superiore che individuiamo è il seguente:

$$R_{SYS} \leq 1 - (1 - R_1 R_{2||3})(1 - R_4 R_{2||3})(1 - R_4 R_5)$$

Per avere un valore preciso di Reliability, facciamo ricorso alla tecnica del conditioning, condizionando appunto il funzionamento del sistema a quello di un nodo. In particolare, si è scelto il nodo 4, in quanto si può notare che nel caso in cui esso funzioni (considerandolo dunque come corto circuito) o meno (considerandolo circuito aperto), è possibile effettuare una riduzione del sistema rispettivamente ad un parallelo ed una serie, che sono di più semplice trattazione.

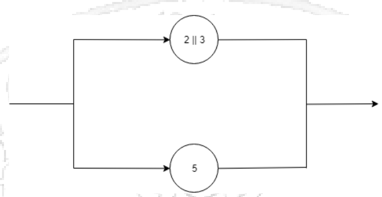

Figura 4: Caso in cui 4 funzioni

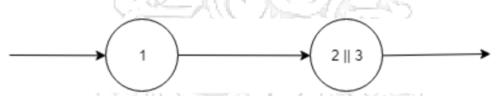

Figura 5: Caso in cui 4 non funzioni

Calcoliamo dunque le probabilità condizionate:

$$\textit{P(system works / 4 works)} = 1 - (1 - R_{2||3})(1 - R_5)$$

$$\textit{P(system works / 4 doesn't work)} = R_1 \cdot R_{2||3}$$

Sfruttando il teorema della probabilità totale, la reliability totale del sistema sarà data dalla somma della prima probabilità, moltiplicata per la reliability del componente 4, e la seconda, moltiplicata per l'unreliability del componente 4.

$$R_{SYS} = (1 - (1 - R_{2||3})(1 - R_5)) \cdot R_4 + (R_1 \cdot R_{2||3}) \cdot (1 - R_4)$$

Da traccia, tutti i nodi hanno la stessa reliability; supponiamo sia R.

$$R_{2||3} = 1 - (1 - R_2)(1 - R_3) = 1 - (1 - R)(1 - R) = 1 - (1 - R)^2 = -R^2 + 2R$$

$$R_{SYS} = (1 - (1 - (2R - R^2))(1 - R)) \cdot R + (R \cdot (2R - R^2))(1 - R) = 2R^4 - 6R^3 + 5R^2$$

Ora, sfruttando nuovamente l'ipotesi che tutti i componenti del sistema siano identici, ed assumendo che i fallimenti seguano andamento esponenziale con failure rate pari a λ ($R(t) = e^{\lambda t}$) possiamo calcolare:

$$MTTF_{SYS} = \int_0^\infty [2R^4 - 6R^3 + 5R^2]dt = \int_0^\infty [2e^{4\lambda} - 6e^{3\lambda} + 5e^{2\lambda}]dt = \frac{1}{2\lambda} - \frac{2}{\lambda} + \frac{5}{2\lambda} = \frac{1}{\lambda}$$