

UNTERSUCHUNG VON  $\eta'$ -ZERFÄLLEN  
MIT DEM  
CRYSTAL-BARREL/TAPS-DETEKTOR  
AN ELSA

von  
Patrick Nuhn

Diplomarbeit in Physik

angefertigt im  
Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik

vorgelegt der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der  
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Januar 2012



---

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt, sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Referentin: Prof. Dr. Ulrike Thoma

Korreferent: Prof. Dr. Reinhard Beck



# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>7</b>
1.1 Chirale Störungstheorie . . . . .	8
1.1.1 Symmetrien der Quantenchromodynamik . . . . .	9
1.1.2 Chirale Symmetrie . . . . .	9
1.1.3 Konstruktion der Lagrangedichte . . . . .	11
1.1.4 Das $\eta'$ -Meson in chiraler Störungstheorie . . . . .	11
1.2 Das $\eta'$ -Meson . . . . .	12
1.2.1 Der Dalitz-Plot . . . . .	13
1.2.2 Cusp-Effekt . . . . .	14
1.3 Zielsetzung der Arbeit . . . . .	14
<b>2 Aufbau des CB/TAPS-Experimentes</b>	<b>15</b>
2.1 Der Electron Stretcher Accelerator (ELSA) . . . . .	15
2.1.1 Die Linearbeschleuniger . . . . .	16
2.1.2 Das Booster-Synchrotron . . . . .	16
2.1.3 Der Stretcher-Ring . . . . .	16
2.2 Das CB/TAPS-Experiment . . . . .	17
2.2.1 Das Tagging-System . . . . .	17
2.2.2 Das Target . . . . .	21
2.2.3 Der Innendetektor . . . . .	21
2.2.4 Der Crystal-Barrel-Detektor . . . . .	21
2.2.5 Der Vorwärtskonus . . . . .	22
2.2.6 Der MiniTAPS-Detektor . . . . .	24
2.2.7 Der Čerenkov-Detektor . . . . .	24
2.3 Unterschiede zum Aufbau von November 2002 . . . . .	25
<b>3 Ereignisselektion</b>	<b>27</b>
3.1 Verwendete Trigger . . . . .	27
3.2 Rekonstruktion . . . . .	29
3.2.1 Energierekonstruktion . . . . .	29
3.2.2 Ortsrekonstruktion . . . . .	30
3.2.3 Geladene Teilchen . . . . .	30
3.3 Verwendete Software . . . . .	30
3.4 Monte-Carlo-Simulationen . . . . .	31
3.5 Erste Selektion ohne kinematischen Fit . . . . .	31

## INHALTSVERZEICHNIS

---

3.5.1	Behandlung des Zeituntergrundes . . . . .	31
3.5.2	Kinematische Schnitte . . . . .	33
3.5.3	Schnitte auf die Mesonmassen . . . . .	36
3.6	Kinematischer Fit . . . . .	39
3.6.1	Funktionsweise des kinematischen Fits . . . . .	39
3.6.2	Qualitätskriterien des kinematischen Fits . . . . .	40
3.6.3	Anwendung des kinematischen Fits . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Behandlung des Untergrundes</b>	<b>47</b>
4.1	Quellen des Untergrundes . . . . .	47
4.2	Bestimmung der Dalitz-Parameter . . . . .	48
4.2.1	Tests an simulierten Daten . . . . .	51
4.3	Individueller Untergrundabzug für jedes $y$ -Bin . . . . .	52
4.3.1	Vorgehensweise . . . . .	52
4.3.2	Test an simulierten Daten und Abschätzung des systematischen Fehlers . . . . .	56
4.4	Anfitten des Peaks mit einer Novosibirskfunktion . . . . .	60
<b>5</b>	<b>Multivariater Seitenbandabzug</b>	<b>63</b>
5.1	Funktionsprinzip des multivariaten Seitenbandabzugs . . . . .	63
5.2	Vorgehensweise und Test an simulierten Daten . . . . .	65
5.3	Vor- und Nachteile des multivariaten Seitenbandabzugs . . . . .	68
<b>6</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>71</b>
6.1	Akzeptanzkorrektur . . . . .	71
6.2	Bestimmung der Dalitz-Parameter . . . . .	71
6.2.1	Untergrundabzug in jedem $y$ -Bin . . . . .	71
6.2.2	Multivariater Seitenbandabzug . . . . .	75
6.3	Vergleich mit der Messung am GAMS-4 $\pi$ -Spektrometer . . . . .	75
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>79</b>
7.1	Zusammenfassung . . . . .	79
7.2	Ausblick . . . . .	79
7.2.1	Weiterentwicklung der Analyse . . . . .	80
7.2.2	Verbesserung der Statistik: TAPS-Daten . . . . .	80
<b>A</b>	<b>Quelltext</b>	<b>83</b>
A.1	Quelltext für den Untergrundabzug in jedem $y$ -Bin . . . . .	83
A.2	Quelltext des QFits . . . . .	87
<b>B</b>	<b>Abbildungen</b>	<b>91</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>97</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>99</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>101</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Ein bedeutendes Ziel der modernen Physik ist die Beschreibung der fundamentalen Naturkräfte durch Quantenfeldtheorien. Mit sehr großem Erfolg ist dies im vergangenen Jahrhundert für die elektromagnetische Wechselwirkung gelungen. Das Weinberg-Salam-Modell vereinigt elektromagnetische und schwache Wechselwirkung zur elektroschwachen Wechselwirkung. Das Standardmodell der Teilchenphysik enthält auch die Beschreibung der starken Wechselwirkung durch die Quantenchromodynamik (QCD).

Die Lagrangedichte der QCD lautet

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_q \bar{\psi}_q (i\gamma^\mu D_\mu - m_q) \psi_q - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}.$$

Die erste Summe läuft über die sechs Quarkflavour (up, down, charm, strange, top und bottom). Die Quarkfelder  $\psi_q$  sind unter der Eichgruppe  $SU(3)_C$  geladen. Diese Farbladung gibt der Theorie ihren Namen (*gr.*  $\chi\rho\omega\mu\alpha$  - Farbe).

Die acht Gluonfelder  $A_\mu^a$  entsprechen den acht Generatoren der Eichgruppe. Ihre Kopplung an die Quarks verbirgt sich in der kovarianten Ableitung. Sie lässt sich mit den Gell-Mann-Matrizen  $\lambda^a$  in der Form

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_s \sum_a \frac{\lambda^a}{2} A_\mu^a$$

schreiben. Die in  $\mathcal{L}$  vorkommenden Feldstärketensoren sind durch

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s \sum_{b,c} f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

gegeben.  $f^{abc}$  bezeichnen die Strukturkonstanten der Gruppe  $SU(3)$ . Da die Gruppe nicht abelsch ist, sind diese nichtrivial, was zu Wechselwirkungen der Gluonen untereinander führt.

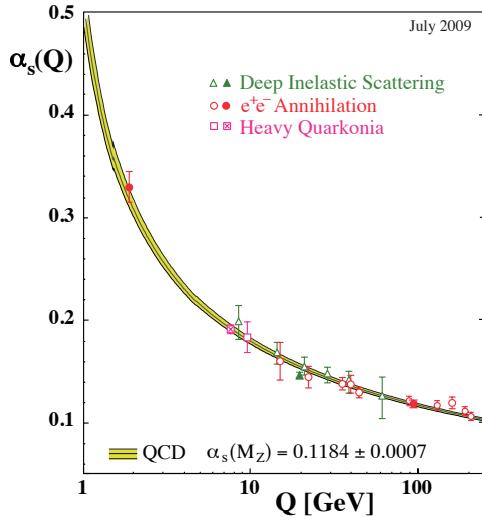


Abbildung 1.1:  $Q$ -Abhängigkeit der Kopplungskonstanten  $\alpha_s$ . Bild aus [N<sup>+</sup>10].

Die Stärke der Wechselwirkung wird durch die Kopplungskonstante  $\alpha_s(Q) = g_S^2(Q)/4\pi$  charakterisiert und hängt vom Impulsübertrag  $Q$  ab (*laufende Kopplungskonstante*, siehe Abbildung 1.1). Dies führt einerseits zu *asymptotischer Freiheit* bei hohen Energien und andererseits zum *Confinement*: Quarks und Gluonen sind stets in farbneutralen Hadronen gebunden – freie Quarks existieren nicht.

Bei kleinem Impulsübertrag  $Q$  ist die Kopplungskonstante  $\alpha_s$  so groß, dass gewöhnliche Störungstheorie nicht mehr anwendbar ist: Beiträge aus Feynman-Diagrammen höherer Ordnung (d.h. mit mehr Vertizes) sind nicht mehr vernachlässigbar. Um hier das Verhalten der starken Wechselwirkung zu beschreiben, muss auf Gitter-QCD oder chirale Störungstheorie zurückgegriffen werden.

Im Folgenden soll ein kurzer Überblick über chirale Störungstheorie gegeben werden. Für eine ausführliche Darstellung sei auf [Kub07, Bor07] oder auf eines der Lehrbücher zu diesem Thema verwiesen.

## 1.1 Chirale Störungstheorie

Die chirale Störungstheorie ist eine effektive Feldtheorie für den niederenenergetischen Bereich der QCD ( $E \lesssim 1 \text{ GeV}$ ). Ziel ist eine Beschreibung hadronischer Prozesse. Dies soll aber nicht auf der Ebene der Quarks und Gluonen geschehen, sondern direkt mit hadronischen Freiheitsgraden. Die zugehörige Lagrangedichte muss dabei die Symmetrien (und Symmetriebrechungen!) der QCD widerspiegeln. [Bor07]

### 1.1.1 Symmetrien der Quantenchromodynamik

Nach Konstruktion besitzt die QCD eine  $SU(3)_C$ -Eichsymmetrie und sie ist wie alle Quantenfeldtheorien des Standardmodells lorentzinvariant. Zusätzlich ist sie symmetrisch unter Ladungskonjugation, Parität und Zeitumkehr. [Kub07]

Die chirale Symmetrie dagegen ist nicht so offensichtlich. Die Quarks lassen sich in leichte ( $u, d, s$ ) und schwere ( $c, b, t$ ) Quarks unterteilen. Als chirales Limit bezeichnet man den Grenzfall

$$m_u = m_d = m_s = 0 \quad \text{und} \quad m_c = m_b = m_t = \infty.$$

In diesem Fall sind nur noch die leichten Quarkfelder als Freiheitsgrade vorhanden. [Bor07]

Zerlegt man die Quarkfelder in ihre chiralen Komponenten

$$\psi_{q,R/L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5)\psi_q,$$

so lässt sich der Lagrangian in der Form

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_{q=u,d,s} i\bar{\psi}_{q,R}\gamma^\mu D_\mu \psi_{q,R} + i\bar{\psi}_{q,L}\gamma^\mu D_\mu \psi_{q,L} - \sum_a \frac{1}{2}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$$

schreiben.<sup>1</sup> Er ist offensichtlich invariant unter  $U(3)_L \times U(3)_R$ -Transformationen im Flavourraum:

$$(q_L, q_R) \mapsto (Lq_L, Rq_R), \quad (L, R) \in U(3)_L \times U(3)_R.$$

$q_L$  und  $q_R$  sind dabei die Flavourvektoren der Quarkfelder.

Die chirale Störungstheorie geht von diesem Grenzfall aus und behandelt die Quarkmassen, die in der Realität von Null verschieden sind, als kleine Störungen. Dieses Vorgehen gibt der Theorie ihren Namen. [Kub07]

### 1.1.2 Chirale Symmetrie

Die chirale  $U(3)_R \times U(3)_L$ -Symmetrie lässt sich auch in Vektor- und Axialvektortransformationen in  $U(3)_V \times U(3)_A$  zerlegen. Eine Vektortransformation  $V$  behandelt dabei links- und rechtshändige Quarks gleich:

$$(q_L, q_R) \mapsto (Vq_L, Vq_R),$$

während eine Axialvektortransformation  $A$  sie invers behandelt:

$$(q_L, q_R) \mapsto (Aq_L, A^\dagger q_R).$$

---

<sup>1</sup>Die Indizes  $R$  und  $L$  stehen dabei für rechts- bzw. linkshändig.

Die Gruppe kann weiter in  $U(1)_V \times U(1)_A \times SU(3)_V \times SU(3)_A$  zerlegt werden. Nach dem Noethertheorem folgen aus diesen Symmetrien Erhaltungsgrößen: Die  $U(1)_V$ -Symmetrie, die auch bei nichtverschwindenden Quarkmassen vorhanden ist, impliziert Baryonenzahlerhaltung. Die  $U(1)_A$ -Symmetrie wird jedoch durch Quanteneffekte gebrochen und ist keine Symmetrie der quantisierten Theorie. Sie führt daher zu keiner Erhaltungsgröße. Dies wird als  $U(1)_A$ -Anomalie bezeichnet.

Aus der noch übrigen  $SU(3)_V \times SU(3)_A$ -Symmetrie lassen sich sechzehn Noetherströme berechnen. Als zugehörige Ladungen ergeben sich acht Vektorladungen  $Q_V^a$  und acht Axialladungen  $Q_A^a$ .<sup>2</sup> Betrachtet man nun einen QCD-Eigenzustand  $|\psi\rangle$ , so sind  $Q_V^a|\psi\rangle$  und  $Q_A^a|\psi\rangle$  wiederum Eigenzustände gleicher Energie, die jedoch unter Parität unterschiedlich transformieren. Zu jedem hadronischen Zustand sollte es also einen Zustand mit identischer Masse und entgegengesetzter Parität geben. Das wird allerdings in der Natur nicht beobachtet. [Bor07]

Beispielsweise sollten das Nukleon und die  $S_{11}(1535)$ -Resonanz ein solches Paritätsdublett bilden. Sie haben den gleichen Drehimpuls und entgegengesetzte Parität. Ihre Massen sind jedoch sehr verschieden. [Kle03]

Dies kann durch spontane Symmetriebrechung erklärt werden: Der Hamiltonian zeigt eine  $SU(3)_V \times SU(3)_A$ -Symmetrie, das QCD-Vakuum nur noch die  $SU(3)_V$ -Symmetrie – die Symmetrie ist spontan gebrochen. Nach dem Goldstone-Theorem entstehen dadurch acht masselose Goldstonebosonen  $\phi^a$ , die jeweils durch eine der Axialladungen erzeugt werden [Bor07]:

$$|\phi^a\rangle = Q_A^a|0\rangle.$$

Diese Goldstonebosonen sind die Freiheitsgrade der chiralen Störungstheorie. Sie werden mit dem Oktett der pseudoskalaren Mesonen identifiziert. Aufgefasst als matrixwertiges Feld

$$U = \exp\left(\frac{i\phi}{F}\right)$$

transformieren sie unter einer chiralen Transformation  $(R, L) \in U(3)_R \times (U(3)_L$  gemäß

$$U \mapsto LUR^\dagger.$$

Hier ist  $F = 92,4 \text{ MeV}$  die Pionzerfallskonstante im chiralen Limes und

$$\phi = \sum_a \phi^a \lambda^a = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\tilde{\pi}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta_8 & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}\tilde{\pi}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta_8 & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta_8 \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

---

<sup>2</sup>Für einen Noetherstrom  $J_\mu$  gilt  $\partial_\mu J^\mu = 0$ . Daraus lässt sich die zugehörige Ladung  $Q(t) = \int J_0 d^3x$  berechnen. Es gilt  $dQ/dt = 0$ .

Die chirale Symmetrie wird in der Natur nicht nur spontan gebrochen, sondern auch ganz explizit durch die Quarkmassen. Dieser Effekt wird jedoch als klein angenommen. Dadurch liegen nur Pseudogoldstonebosonen vor, die nicht masselos sind, jedoch eine wesentlich kleinere Masse haben als andere Mesonen. [Kub07]

### 1.1.3 Konstruktion der Lagrangedichte

Die Lagrangedichte der chiralen Störungstheorie ist eine Entwicklung in Ableitungen der Goldstonbosonfelder:

$$\mathcal{L}(U, \partial U, \partial^2 U, \dots) = \mathcal{L}^{(0)} + \mathcal{L}^{(2)} + \mathcal{L}^{(4)} + \dots$$

Das entspricht einer Entwicklung in Potenzen der Impulse, die nach Annahme klein sind. Die jeweiligen Summanden enthalten alle Terme, die mit den Symmetrien der QCD kompatibel sind. So treten beispielsweise keine ungeraden Terme auf, weil diese Lorentzinvarianz verletzen würden.

Für  $\mathcal{L}^{(0)}$  kommt nur der konstante Term  $U^\dagger U = \mathbb{1}$  in Frage, der aber keinen Beitrag zur Dynamik leistet. Daher wird die zweite Ordnung als führende Ordnung angesehen.

Doch nicht nur die Symmetrien müssen beachtet werden, sondern auch die Symmetriebrechungen: Die explizite Brechung der chiralen Symmetrie durch die Quarkmassen muss ebenso wie die  $U(1)_A$ -Anomalie durch Zusatzterme eingebracht werden. Durch weitere Terme können schließlich auch elektromagnetische Effekte o.ä. mit einbezogen werden.

Die Koeffizienten der jeweiligen Terme werden als Niederenergiekonstanten (*engl.* Low Energy Constants oder kurz LECs) bezeichnet. Sie lassen sich nicht ohne Weiteres berechnen und müssen aus Experimenten oder Gitter-QCD bestimmt werden. Bereits in sechster Ordnung (next-to-next-to-leading order) liegen 90 LECs vor. Das schränkt die Vorhersagekraft der Theorie jedoch nur scheinbar ein: Zu einem gegebenen Prozess tragen oft nur wenige LECs bei, sodass nicht alle bekannt sein müssen. [Bor07]

### 1.1.4 Das $\eta'$ -Meson in chiraler Störungstheorie

Bekanntermaßen sind das  $\eta$ - und das  $\eta'$ -Meson Mischzustände des Oktettzustands  $\eta_8$  und des Singlettzustands  $\eta_1$ . Um die Dynamik dieser Mesonen korrekt zu beschreiben, muss die Theorie auch das  $\eta_1$  beinhalten. Es zeigt sich, dass ohne die  $U(1)_A$ -Anomalie ein neuntes Goldstoneboson zur Verfügung steht, das mit dem  $\eta_1$  identifiziert wird<sup>3</sup>. Die Matrix  $\phi$  aus Gleichung (1.1)

---

<sup>3</sup>Dies lässt sich beispielsweise zeigen, indem man die  $SU(3)_C$ -Eichsymmetrie zu einer  $SU(N_C)_C$ -Eichsymmetrie verallgemeinert, dann den Grenzfall  $N_c \rightarrow \infty$  betrachtet, wobei das Produkt  $g_s^2 N_c$  konstant gehalten wird.

wird dann zu

$$\phi = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\tilde{\pi}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta_1 & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}\tilde{\pi}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta_1 & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta_1 \end{pmatrix}.$$

Aus dem  $SU(3)$ -Oktett ist ein  $U(3)$ -Nonett geworden [EMSC11].

Da  $m_u \neq m_d$  gilt, ist der Isospin keine exakte Symmetrie der QCD. So können nicht nur  $\eta_1$  und  $\eta_8$  Mischzustände bilden. Es zeigt sich, dass die in der Natur vorkommenden Masseneigenzustände  $\pi^0$ ,  $\eta$  und  $\eta'$  Mischungen der Zustände  $\tilde{\pi}^0$ ,  $\eta_8$  und  $\eta_1$  sind.

Dass eine solche Beschreibung des  $\eta'$  nicht ganz unproblematisch ist, kann man sich anhand der Masse von  $m_{\eta'} = 957,78 \text{ MeV}$  [N<sup>+10</sup>] klarmachen: Sie wird im Rahmen der chiralen Störungstheorie als kleine Störung behandelt. Zudem müssen Auswirkungen der hadronischen Resonanzen mit niedrigerer Energie ( $\rho$ ,  $\omega$ ), sowie starke Endzustandswechselwirkungen berücksichtigt werden [Niß08]. Beispielsweise bietet die sog. Resonanz- $\chi$ PT einen Formalismus, um die Auswirkung der Resonanzen zu berechnen [EMSC11].

## 1.2 Das $\eta'$ -Meson

Die Analyse von  $\eta'$ -Zerfällen bietet viele Möglichkeiten den niederengetischen Bereich der QCD besser zu verstehen. Berechnungen in chiraler Störungstheorie sind nicht ohne Weiteres möglich und es ist nicht klar, ob sie die Wirklichkeit angemessen beschreiben. Womöglich ist es unumgänglich auf andere Theorien wie etwa Gitter-QCD zurückzugreifen. In diesem Zusammenhang sind verschiedene Vorhersagen experimentell zu überprüfen.

$m$	$(957,78 \pm 0,06) \text{ MeV}$	$BR(\pi^+ \pi^- \eta)$	$(43,2 \pm 0,7) \%$
$\Gamma$	$(0,194 \pm 0,009) \text{ MeV}$	$BR(\rho^0 \gamma)$	$(29,3 \pm 0,5) \%$
$I^G(J^{PC})$	$0^+(0^{-+})$	$BR(\pi^0 \pi^0 \eta)$	$(21,7 \pm 0,8) \%$

Tabelle 1.1: Eigenschaften des  $\eta'$  sowie Verzweigungsverhältnisse ( $BR$ ) der wichtigsten Zerfallskanäle. Zahlenwerte aus [N<sup>+10</sup>].

Aus den Verzweigungsverhältnissen verschiedener Zerfallskanäle können auch Erkenntnisse zu Symmetrien und Symmetriebrechungen in der QCD gewonnen werden [EMSC11]. Die Quantenzahlen und wichtigsten Verzweigungsverhältnisse des  $\eta'$  sind in Tabelle 1.1 zusammengestellt.

Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt auf dem Kanal

$$\eta' \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta.$$

Es wird erwartet, bei diesem Zerfall die Auswirkungen der Gluonkomponente des  $\eta'$  zu sehen [BGD<sup>+</sup>09, BB02]. Zudem bietet die Dynamik des Zerfalls ein ideales Testfeld für die chirale Störungstheorie und vor allem ihre Erweiterungen wie large- $N_C$ - $\chi$ PT und Resonanz- $\chi$ PT. [Niß08, EMSC11]

### 1.2.1 Der Dalitz-Plot

Die Dynamik des Zerfalls wird durch das Matrixelement  $\mathcal{M}$  beschrieben, das von den kinematischen Variablen

$$\begin{aligned} s_1 &= (p_{\eta'} - p_{\pi_1})^2 \\ s_2 &= (p_{\eta'} - p_{\pi_2})^2 \\ s_3 &= (p_{\eta'} - p_\eta)^2 \end{aligned}$$

abhängt. Da diese durch die Relation

$$s_1 + s_2 + s_3 = m_{\eta'}^2 + m_\eta^2 + 2m_\pi^2$$

verknüpft sind, reichen zwei Variablen aus, um die Reaktion zu beschreiben. Eine mögliche Wahl sind die Dalitz-Variablen [KS09]

$$x = \frac{\sqrt{3}(s_1 - s_2)}{2m_{\eta'}Q_{\eta'}} \quad (1.2)$$

$$y = \frac{(m_\eta + 2m_{\pi^0})[(m_{\eta'} - m_\eta)^2 - s_3]}{2m_{\eta'}m_{\pi^0}Q_{\eta'}} - 1 \quad (1.3)$$

$$Q_{\eta'} = m_{\eta'} - m_\eta - 2m_{\pi^0}. \quad (1.4)$$

Im Ruhesystem des  $\eta'$  vereinfachen sich die Ausdrücke zu

$$x = \frac{\sqrt{3}}{Q_{\eta'}} (T_{\pi_1^0} - T_{\pi_2^0})$$

$$y = \frac{m_\eta + 2m_{\pi^0}}{m_{\pi^0}Q_{\eta'}} T_\eta - 1,$$

$$Q_{\eta'} = T_{\pi_1^0} + T_{\pi_2^0} + T_\eta$$

wobei  $T_i$  die kinetischen Energien der jeweiligen Teilchen bezeichnet. Trägt man  $|\mathcal{M}(x, y)|^2$  gegen  $x$  und  $y$  auf, erhält man den Dalitz-Plot. Eine reine Phasenraumverteilung wäre flach. Um leichte Abweichungen davon zu

beschreiben, sind zwei Parametrisierungen üblich:

$$|\mathcal{M}(x, y)|^2 = |N|^2 (1 + ay + by^2 + cx + dx^2) \quad \text{und} \quad (1.5)$$

$$|\mathcal{M}(x, y)|^2 = |N|^2 (|1 + \alpha y|^2 + cx + dx^2). \quad (1.6)$$

Dabei sind  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  und  $\alpha \in \mathbb{C}$ . Äquivalent sind diese beiden Parametrisierungen nur für  $a^2 \leq 4b$ . Insbesondere muss dazu  $b \geq 0$  gelten. Die Bose-Einstein Symmetrie der Gesamtwellenfunktion schreibt  $c = 0$  vor. Eine mögliche Gluonkomponente des  $\eta'$  kann sich in einem nichtverschwindenden Parameter  $a$  äußern [BB02].

### 1.2.2 Cusp-Effekt

Von besonderem Interesse ist auch der Cusp, der im  $\pi^0\pi^0$ -Zerfallsspektrum in [KS09] und [Ni08] vorhergesagt wurde. Das Spektrum  $f_{\pi^0\pi^0}$  erhält man durch Integration über den Dalitz-Plot:

$$f_{\pi^0\pi^0}(y) = \frac{1}{|N|^2} \int_{x_{\min}(y)}^{x_{\max}(y)} |\mathcal{M}(x, y)|^2 dx.$$

Oft wird es in Abhängigkeit von  $s_1$  oder  $\sqrt{s_1}$  betrachtet. Vereinfacht ausgedrückt wird dieser durch Endzustandsstreuung generiert: Ab der  $\pi^+\pi^-$ -Schwelle tragen auch Zerfälle in  $\eta\pi^+\pi^-$  durch unmittelbare  $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0$  Endzustandsstreuung zum Spektrum bei. So entsteht dort eine abrupte Änderung der Steigung: ein Cusp.

## 1.3 Zielsetzung der Arbeit

Der Dalitz-Plot des Zerfalls  $\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$  ist bisher noch nicht gut verstanden worden. Die einzige Präzisionsmessung stammt von der GAMS-Kollaboration und basiert auf  $15 \cdot 10^3$  Ereignissen [BGD<sup>+</sup>09].

Mit Daten des CB/TAPS-Experimentes sollte es möglich sein, Untersuchungen mit vergleichbarer Statistik zu unternehmen. Im Rahmen dieser Arbeit sollen zunächst Kriterien für eine möglichst untergrundfreie Selektion des Kanals gefunden werden. Anschließend sollen Methoden für die weitere Analyse bis hin zum fertigen Dalitz-Plot entwickelt und getestet werden.

Langfristig können dann eine präzise Bestimmung der Dalitz-Parameter und eine Analyse des Cusp-Effektes ins Auge gefasst werden.

## Kapitel 2

# Aufbau des Crystal-Barrel/TAPS-Experimentes

Nach seinem Einsatz am LEAR (CERN) wurde der Crystall-Barrel-Detektor nach Bonn gebracht, wo er seit dem Jahre 2000 zur Hadronenspektroskopie am Elektronenbeschleuniger ELSA verwendet wird. Er bildet das Kernstück des experimentellen Aufbaus.

Da Daten von November 2002 und November 2008 in dieser Arbeit relevant sind, sind auch verschiedene Aufbauten von Bedeutung. Im Folgenden wird der Aufbau beschrieben, der im November 2008 genutzt wurde. Unterschiede zum Aufbau von November 2002 sind am Ende des Kapitels aufgeführt. Zunächst wird auf den Elektronenbeschleuniger ELSA [Hil06] eingegangen, anschließend auf die Subdetektoren des Experimentes.

### 2.1 Der Electron Stretcher Accelerator (ELSA)

Die Beschleunigeranlage der Universität Bonn geht auf WOLFGANG PAUL zurück. Auf seine Anregung hin entstand ab 1953 ein 500 MeV-Synchrotron. In den sechziger Jahren wurde ein größeres 2,5 GeV-Synchrotron gebaut, um mit den weltweiten Entwicklungen in der Teilchenphysik Schritt halten zu können. Dessen niedriger Duty Factor beschränkte jedoch die Qualität der Daten erheblich, sodass 1981 beschlossen wurde den **Elektron Stretcher Accelerator (ELSA)** zu bauen. Dieser wurde 1987 in Betrieb genommen und im Laufe der Zeit kontinuierlich verbessert und modernisiert. Das 2,5 GeV-Synchrotron dient heute als Injektor, das alte 500 MeV-Synchrotron wurde abgebaut. Abbildung 2.1 zeigt die Anlage im Überblick.

Die Anlage kann einen 3,5 GeV-Elektronenstrahl bereitstellen. Dabei ist ein Betrieb mit polarisierten Elektronen möglich, der für aktuelle Doppelpolarisationsexperimente von entscheidender Bedeutung ist. Daran sind drei Beschleuniger beteiligt: Einer von zwei Linearbeschleunigern (LINAC), das Booster-Synchrotron und der Stretcher-Ring.

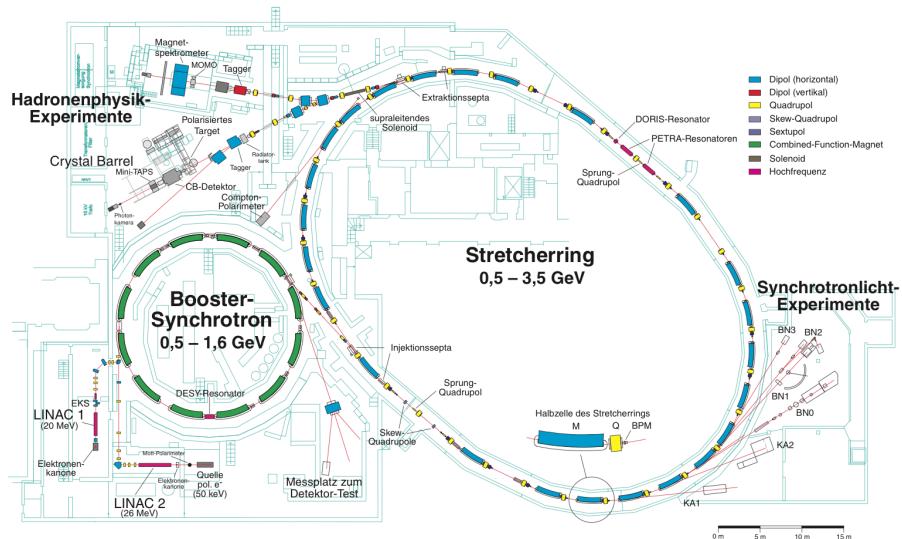


Abbildung 2.1: Die Beschleunigeranlage ELSA im Überblick. Bild aus [els].

### 2.1.1 Die Linearbeschleuniger

Im LINAC2 werden Elektronen aus einer thermischen Quelle auf 26 MeV beschleunigt. Des Weiteren besteht die Möglichkeit mit zirkular polarisiertem Laserlicht aus einem GaAs-artigen Kristall Elektronen zu lösen, um so einen polarisierten Strahl zu erzeugen.

Im anderen Linearbeschleuniger, LINAC1, werden Elektronen aus einer thermischen Gun durch Glühemission erzeugt und auf 20 MeV beschleunigt. Er wurde in der Datennahme für diese Arbeit nicht eingesetzt.

### 2.1.2 Das Booster-Synchrotron

Das Booster-Synchrotron mit seinem Umfang von 69,6 m beschleunigt die Elektronen weiter. Mit bis zu 1,6 GeV und einer Pulsfrequenz von 50 Hz werden sie in den Stretcher Ring injiziert.

### 2.1.3 Der Stretcher-Ring

Der ELSA Stretcher-Ring kann in drei Modi betrieben werden:

- **Stretcher-Modus:**

Einzelne Pulse aus dem Booster-Synchrotron werden in den Ring injiziert. Bei langsamer Extraktion kann ein Strahl kontinuierlicher Intensität entnommen werden. Die Maximalenergie ist allerdings durch die Maximalenergie des Synchrotrons (1,6 GeV) begrenzt, es wird nicht nachbeschleunigt.

- **Nachbeschleunigermodus:**

Hier wird ELSA durch die Injektion mehrerer Pulse aus dem Synchrotron gefüllt. Die Elektronen werden dann auf eine Energie von bis zu 3,5 GeV nachbeschleunigt. Unter typischen Bedingungen (3,2 GeV, 1 nA externer Strahlstrom) wird ein makroskopischer Duty Factor von 60-70 % erreicht.

- **Speichermodus:**

Für Experimente mit Synchrotronlicht kann ELSA in diesem Modus betrieben werden. Viele Pulse werden akkumuliert und auf die gewünschte Energie beschleunigt. Die Elektronen können so für mehrere Stunden gespeichert werden und erzeugen dabei Synchrotronstrahlung. Dieser Betriebsmodus wird heute allerdings nicht mehr benutzt.

Ausführliche Informationen über ELSA sind in [Hil06] zu finden.

Für die Daten, die in dieser Arbeit analysiert wurden, wurde der Stretcher Ring im Nachbeschleunigermodus betrieben.

## 2.2 Das CB/TAPS-Experiment

Im CB/TAPS-Experiment werden photoinduzierte Reaktionen am Nukelon untersucht. Dazu wird der Elektronenstrahl aus ELSA auf einen Radiator geschossen und so Bremsstrahlung erzeugt. Die entstehenden Photonen werden im Tagger energiemarkiert (“getagged”), bevor sie auf das Target treffen, das sich im Zentrum des Crystal-Barrel-Detektors befindet. Die Reaktionsprodukte werden in den verschiedenen Detektoren nachgewiesen. Abbildung 2.2 zeigt den Aufbau aus der Vogelperspektive.

### 2.2.1 Das Tagging-System

#### Erzeugung der Photonen

Zur Erzeugung inkohärenter Bremsstrahlphotonen für das Experiment stehen Kupferradiatoren unterschiedlicher Dicke<sup>1</sup> zur Verfügung. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron am Radiator Bremsstrahlung erzeugt steigt mit der Radiatordicke. Gleichzeitig steigt aber auch die Wahrscheinlichkeit der Mehrfachstreuung, was die Energieauflösung verschlechtert und den Photonstrahl aufweitet. Ein wichtiges Kriterium für die Wahl der Radiatordicke ist also, dass genügend Bremsstrahlung produziert wird, aber ein Elektron im Regelfall höchstens ein Photon erzeugt.

Durch kohärente Bremsstrahlung lässt sich an einem präzise ausgerichteten Diamantradiator auch ein linear polarisierter Photonstrahl erzeugen. Bei

---

<sup>1</sup>Kupferradiatoren der Dicke  $1/1000 X_0$ ,  $3/1000 X_0$  und  $1/100 X_0$  werden üblicherweise eingesetzt.  $X_0$  ist dabei die Strahlungslänge eines Elektrons in Kupfer.

## KAPITEL 2. AUFBAU DES CB/TAPS-EXPERIMENTES

---

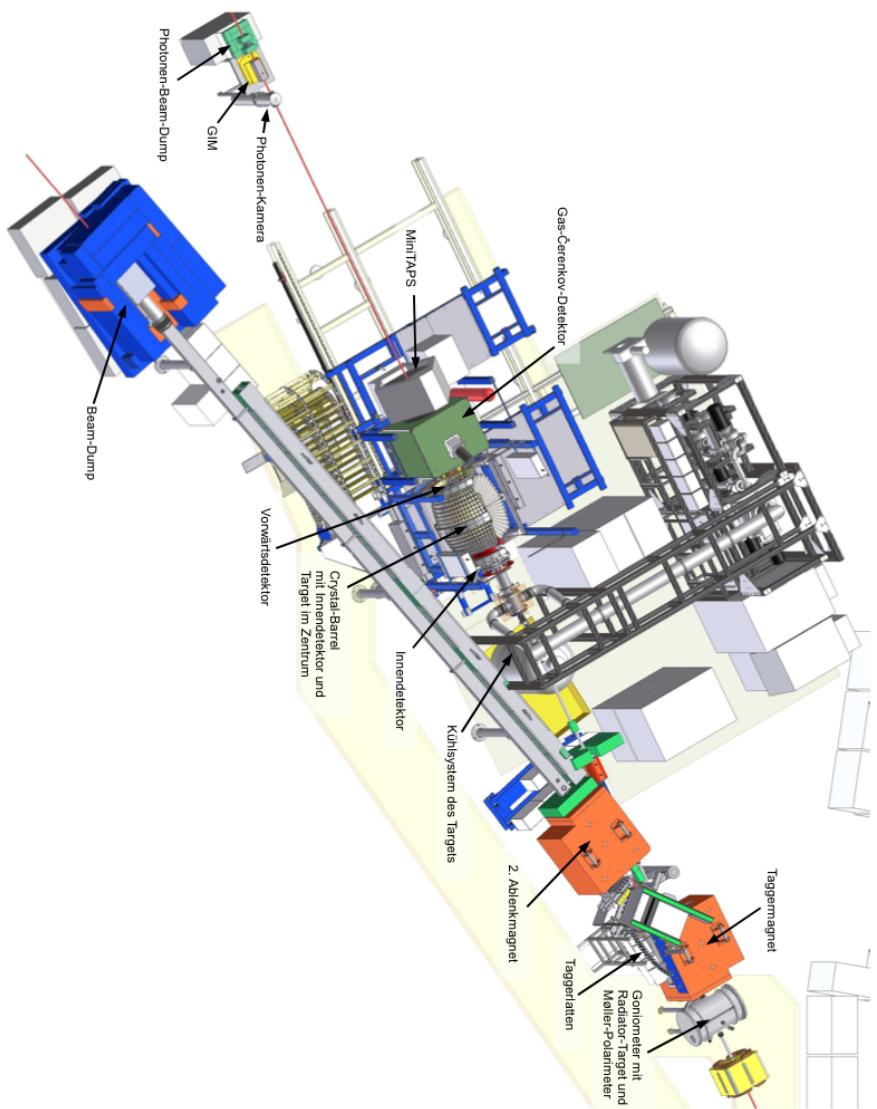


Abbildung 2.2: Der CB/TAPS-Aufbau aus der Vogelperspektive. Bild aus [Dah09].

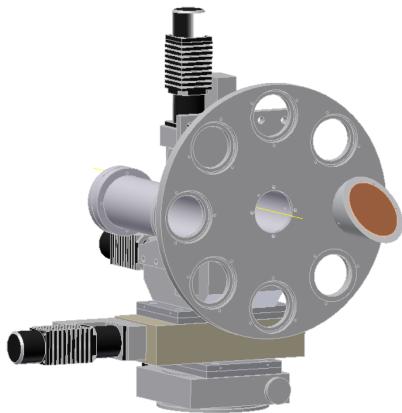


Abbildung 2.3: Das Goniometer. Bild aus [Har08].

longitudinal polarisiertem Elektronenstrahl kann auch ein zirkular polarisierter Photonstrahl erzeugt werden. Mit dem in Abbildung 2.3 gezeigten Goniometer können die verschiedenen Bremsstrahltargets in den von ELSA bereitgestellten Elektronenstrahl gefahren werden.

Im Falle extrem relativistischer Elektronen gilt für den mittleren Öffnungswinkel des Photonstrahles

$$\sqrt{\langle \theta^2 \rangle} \propto \frac{1}{E_0},$$

wobei  $E_0$  die Energie des Elektronenstrahls bezeichnet [FP09]. Das Energiespektrum der Bremsstrahlung folgt grob einer  $1/E_\gamma$ -Verteilung.

### Energiemarkierung der Photonen

Um die Energie der entstehenden Photonen zu bestimmen, wird der Energieverlust der Elektronen gemessen. Dazu werden diese durch den Tagging-Magneten abgelenkt. Aus dem Krümmungsradius der Bahn lässt sich die Energie des Elektrons bestimmen:

$$p_{e^-} = eBr \approx E_{e^-},$$

Dabei wurde die Ruhemasse des Elektrons vernachlässigt. Die Energie des Photons ist dann

$$E_\gamma = E_0 - E_{e^-}.$$

Der Energieübertrag auf den Rückstoßkern wird hier vernachlässigt.  $E_0$  bezeichnet die Energie des Primärelektronenstrahls.

Die meisten Elektronen passieren den Radiator, ohne Bremsstrahlung zu erzeugen. Sie haben weiterhin die ursprüngliche Energie  $E_0$  und werden durch

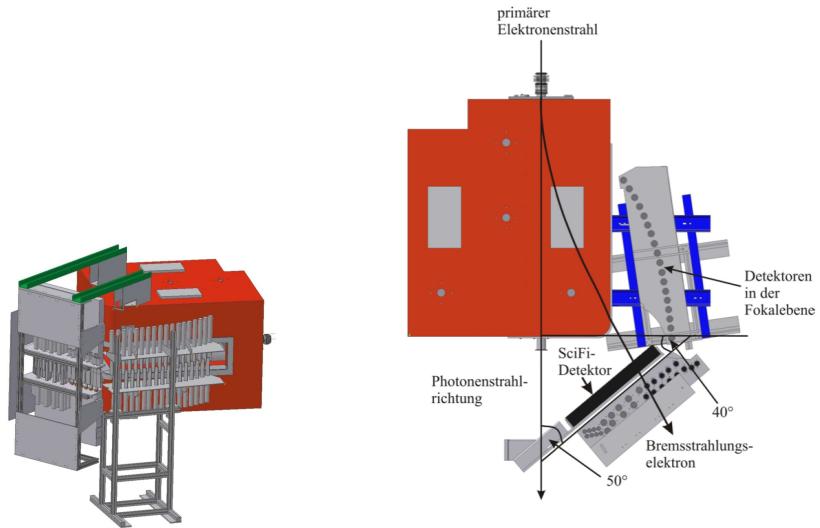


Abbildung 2.4: Der Tagger in Seitenansicht (links) [cbi] und Aufsicht (rechts) [FP09].

zwei Magneten in den Beam Dump geleitet. Er wurde so konstruiert, dass keine elektromagnetische Strahlung oder Neutronen das Experiment stören. Zudem befindet er sich abseits des restlichen Aufbaus (siehe Abbildung 2.2).

### Das Tagging-Hodoskop

Die Detektion der abgelenkten Elektronen sowie die Messung ihrer Energie übernimmt das Tagging-Hodoskop<sup>2</sup> (Abbildung 2.4). Es besteht aus 96 Plastiksintillationszählern sowie 480 szintillierenden Fasern.

Die Szintillationszähler werden mit Photomultipliern ausgelesen und decken den Energiebereich  $0,021E_0 < E_{e^-} < 0,825E_0$  ab. Sie überlappen einander und sind so ausgerichtet, dass die abgelenkten Elektronen sie senkrecht durchqueren. So kann die Koinzidenz zweier benachbarter Zähler verwendet werden, um einen Taggerkanal zu definieren. Dadurch werden viele Untergrundbeiträge ausgeschaltet. Zudem vermeidet die überlappende Anordnung Akzeptanzlücken.

Um die Energieauflösung im Bereich  $0,166E_0 < E_{e^-} < 0,871E_0$  zu verbessern sind dort in zwei Lagen die szintillierenden Fasern angebracht (Abbildung 2.4 (rechts): SciFi-Detektor). [FP09]

---

<sup>2</sup>gr. *οδος* - Weg

### 2.2.2 Das Target

Im Zentrum des Crystal-Barrel-Detektors befindet sich das Target. Für die hier relevanten Messungen wurde ein Flüssigwasserstofftarget verwendet. Es befindet sich in einem Kaptonzylinder von 5,275 cm Länge bei einem Durchmesser von 3 cm. Die Kühlung erfolgt über einen separaten Flüssigwasserstoffkreislauf.

### 2.2.3 Der Innendetektor



Abbildung 2.5: Orientierung der Fasern im Innendetektor. Bild aus [cbi].

Der zylindrische Innendetektor umgibt die Targetzelle bei einem Radius von 58 mm. Er besteht aus drei Lagen szintillierender Fasern und dient dem Nachweis geladener Teilchen. Die äußerste Lage der insgesamt 513 Fasern ist parallel zur Strahlachse angeordnet, die mittlere ist um  $25,7^\circ$ , die innere um  $-24,5^\circ$  dagegen geneigt (Siehe auch Abbildung 2.5.). Die einzelnen Fasern, jeweils 2 mm im Durchmesser, laufen um den halben Detektor und ermöglichen so auch dann eine eindeutige Ortsbestimmung, wenn nur zwei Lagen angesprochen haben. Die Fasern sind auf einer Länge von 40 cm auf einem Zylinder aus Carbonfaser angebracht. [SAB<sup>+05</sup>]

Die Auslese befindet sich außerhalb des Crystal-Barrel-Detektors und liefert ein schnelles Zeitsignal. Treffer in mindestens zwei der drei Lagen können als Triggersignal verwendet werden.

Das Zentrum des Innendetektors ist gegenüber dem Mittelpunkt des Crystal-Barrel-Detektors um 5,1 cm in Richtung Tagger verschoben, sodass er den Polarwinkelbereich von  $23,1^\circ$  bis  $166,0^\circ$  abdeckt. [Har08, Grü06]

### 2.2.4 Der Crystal-Barrel-Detektor

Herzstück des Experimentes ist der Crystal-Barrel-Detektor bestehend aus 1230 CsI(Tl)-Kristallen, die nach innen auf das Target zeigen. Sie sind in 21 Ringen angeordnet, die um die Strahlachse gehen. So wird der volle Azimuthwinkelbereich abgedeckt. Durch die Öffnungen auf der Strahlachse

wird der Polarwinkelbereich von  $30^\circ$  bis  $156^\circ$  abgedeckt. Die Ringe bestehen aus jeweils 60 Kristallen, was einer Winkelauflösung von  $6^\circ$  in  $\phi$ - und in  $\theta$ -Richtung entspricht. Der letzte Ring in Rückwärtsrichtung enthält 30 Kristalle, sodass sich hier nur eine Auflösung in  $\phi$ -Richtung von  $12^\circ$  ergibt. Abbildung 2.6 zeigt den Crystal-Barrel-Detektor.

Trifft ein Photon auf das Kalorimeter, so erzeugt es einen elektromagnetischen Schauer. Die Länge der Kristalle ist mit 30 cm, was 16 Strahlungslängen entspricht, so bemessen, dass ein 2 GeV-Photon praktisch seine gesamte Energie im Detektor verliert. Durch einen solchen Schauer sprechen in der Regel mehrere Kristalle an, sodass durch eine energiegewichtete Rekonstruktion die Winkelauflösung auf etwa  $1^\circ$ - $1,5^\circ$  verbessert wird. Die Energieabhängigkeit der Auflösung wird durch

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2,8\%}{\sqrt[4]{E/\text{GeV}}}$$

beschrieben. [AAA<sup>+92</sup>]

Die Auslese des Crystal-Barrel-Detektors erfolgt über Photodioden. Das Szintillationslicht der CsI(Tl)-Kristalle passiert zunächst einen Wellenlängenschieber; dort wird es absorbiert und im Bereich maximaler Sensitivität der Photodiode wieder emittiert. Vor Weiterleitung an die Ausleseelektronik, die sich außerhalb der Experimentierbereichs befindet, muss das Signal vorverstärkt werden.

Der Fast Cluster Encoder (FACE) stellt für den Trigger die Multiplizität der Treffer im Kalorimeter zur Verfügung. Dies beansprucht jedoch so viel Zeit, dass der Crystal-Barrel erst in einer zweiten Triggerstufe verwendet werden kann.

### 2.2.5 Der Vorwärtskonus

Der Vorwärtskonus (Abbildung 2.7) ist von vorne in den Crystal-Barrel hingeschoben und besteht aus 90 Kristallen des ursprünglichen Barrels. Sie werden über Photomultiplier und Plexiglas-Lichtleiter ausgelesen. Das Clusterfindersystem des Vorwärtsdetektors hat eine ausreichend kurze Entscheidungszeit, um in der ersten Triggerstufe verwendet zu werden [Fun08].

Plastiksintillatorplättchen vor den Kristallen ermöglichen die Identifikation geladener Teilchen. Sie sind in zwei Lagen angebracht, sodass die Winkelauflösung  $6^\circ$  in  $\phi$ - und  $\theta$ -Richtung beträgt. Die Signalauslese der Szintillatoren erfolgt durch einen 5 mm breiten Spalt zwischen Barrel und Vorwärtskonus. Dadurch liegt der Kristallfokus nicht auf dem Target sondern 3 cm dahinter. Der Vorwärtskonus deckt den Polarwinkelbereich von  $11,2^\circ$  bis  $27,5^\circ$  ab [Wen08].

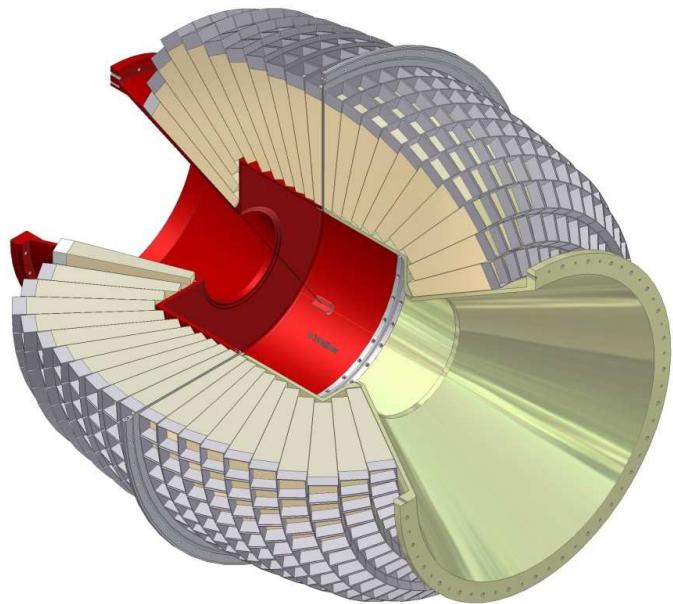


Abbildung 2.6: Der Crystal-Barrel-Detektor. Bild aus [cbi]

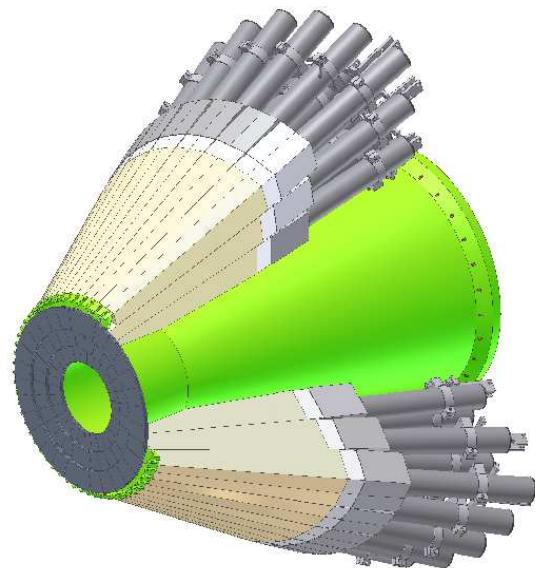


Abbildung 2.7: Der Vorwärtskonus. Bild aus [cbi].

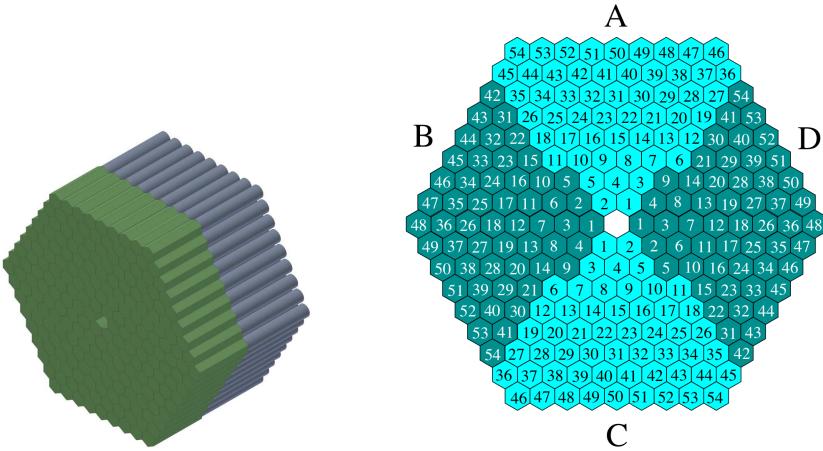


Abbildung 2.8: Der MiniTAPS-Detektor (links) und seine Unterteilung in Sektoren (rechts). Bilder aus [cbi].

### 2.2.6 Der MiniTAPS-Detektor

Zur Ergänzung des Crystal-Barrel-Detektors befindet sich in Vorförwärtssrichtung das MiniTAPS-Kalorimeter (Abbildung 2.8). In 2,10 m Entfernung vom Target deckt es den Polarwinkelbereich von  $1^\circ$  bis  $12^\circ$  ab. Es besteht aus 216 hexagonalen BaF<sub>2</sub>-Kristallen, jeder 59 mm hoch und 25 cm bzw. etwa 12 Strahlungslängen tief. Sie münden jeweils in einen Photomultiplier. Die Auslese erfolgt ohne weitere Vorverstärkung oder Shaper und liefert Energie- und Zeitinformation. Die Vorderseite jedes Kristalls ist mit einem 5 mm dicken Plastiksintillator versehen, um geladene Teilchen zu identifizieren.

Auch die Multiplizität der Treffer in MiniTAPS wird im Trigger erster Stufe benutzt. Um sie zu bestimmen ist MiniTAPS in vier Sektoren eingeteilt (siehe Abbildung 2.8 rechts). Aufgrund der geringen Wahrscheinlichkeit, dass zwei Teilchen in einem Sektor auftreffen, stimmt die Anzahl getroffener Sektoren hinreichend genau mit der Anzahl der Cluster in MiniTAPS überein, lässt sich jedoch wesentlich schneller bestimmen. Daher wird als Triggersignal die Anzahl getroffener Sektoren verwendet. [FP09]

### 2.2.7 Der Čerenkov-Detektor

Bei Photonenergien, wie sie im Experiment vorkommen, tragen Paarbildung und Compton-Streuung zu einem hohen Anteil an elektromagnetischem Untergrund bei. Um die Datennahme solcher Untergrundereignisse zu unterdrücken wird das Signal eines Čerenkov-Detektors als Veto-Signal eingesetzt. Er befindet sich zwischen Crystal-Barrel- und MiniTAPS-Detektor und verwendet CO<sub>2</sub><sup>3</sup> als Čerenkov-Medium. In seinem Inneren befindet sich ein

<sup>3</sup>Die Schwellenenergie für die Detektion von Elektronen beträgt somit 17,43 MeV

Hohlspiegel, der das Čerenkovlicht auf einen Photomultiplier reflektiert. Seine Auslese ist schnell genug, um in der ersten Stufe des Triggers mitzuwirken. Das ist besonders bei Festkörpertargets wichtig, da dort viel elektromagnetischer Untergrund<sup>4</sup> entsteht. [Kai07]

### 2.3 Unterschiede zum Aufbau von November 2002

Zwischen November 2002 und November 2008 wurden einige Änderungen am Experiment vorgenommen, sodass die Aufbauten sich in einigen Punkten unterscheiden:

**Tagger** Der 2002 verwendete Tagger bestand aus 14 überlappend angeordneten Szintillatorlatten. Um die Energieauflösung zu verbessern wurde eine 208-Draht Proportionalkammer sowie 480 szintillierende Fasern vorgelagert. Die szintillierenden Fasern deckten wie heute den Bereich hoher Elektronenenergien ab, während sich im Bereich niedriger Elektronenenergien die Proportionaldrahtkammer befand.

**Beam Dump** Ein anderer Beam Dump wurde verwendet. Er befand sich zwischen Tagger und Crystal-Barrel.

**Crystal-Barrel-Detektor/Vorwärtskonus** Der Crystal-Barrel enthielt 1290 Kristalle, welche in 23 Ringen<sup>5</sup> angeordnet waren, die den Winkelbereich von  $\theta = 30^\circ$  bis  $168^\circ$  abdeckten. Der Vorwärtskonus war damals nicht im Einsatz.

**Innendetektor** Der Innendetektor war 2002 anders positioniert, sodass er den Polarwinkelbereich von  $28^\circ$  bis  $172^\circ$  abdeckte.

**Čerenkov Detektor** Zu diesem Zeitpunkt wurde der Čerenkov-Detektor noch nicht am Experiment eingesetzt.

**TAPS** Bevor der MiniTAPS-Detektor zum Einsatz kam wurde an seiner Stelle der TAPS-Detektor verwendet. Im Wesentlichen stellte er eine größere Form von MiniTAPS dar. Er bestand aus 528 Kristallen und stand in 1,18 m Entfernung vom Target. Damit deckte er den Polarwinkelbereich von  $5,8^\circ$  bis  $30^\circ$  ab.

---

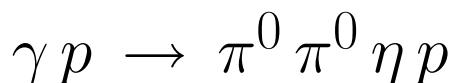
<sup>4</sup>Der Wirkungsquerschnitt für Paarbildung ist proportional zu  $Z^2$  [N<sup>+10</sup>].

<sup>5</sup>Die beiden Ringe, die im Aufbau von 2008 nicht mehr verwendet wurden, sind im taggerseitigen Bereich entfernt worden. Dort befindet sich nun die Haltestruktur des Innendetektors [Grü06].



# Kapitel 3

## Selektion der Reaktion



Die im Rahmen dieser Arbeit analysierten Daten wurden in der Nov2008-Strahlzeit aufgenommen. Sie werden im Folgenden auch als MiniTAPS-Daten bezeichnet, um sie von den Daten der Nov2002-Strahlzeit abzugrenzen, die als TAPS-Daten bezeichnet werden.

Gemessen wurde im November 2008 mit einem linear polarisierten Elektronenstrahl der Energie 2,35 GeV, der einen zirkular polarisierten Photonenstrahl erzeugte. Jedoch wurden in dieser Arbeit beide Helizitätseinstellungen gemeinsam analysiert, was einer unpolarisierten Messung entspricht.

Bevor in Abschnitten 3.5f die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Ereignisselektion erläutert wird, soll zunächst auf verwendete Trigger, die Rekonstruktionsprozedur und die verwendete Software eingegangen werden.

### 3.1 Verwendete Trigger

Die Strahlphotonen induzieren eine Vielzahl von Reaktionen, die zu einem großen Teil nicht von Interesse sind. Dazu gehört etwa elektromagnetischer Untergrund. Daher muss bereits während der Datennahme für jedes Ereignis entschieden werden, ob es ein relevantes, hadronisches Ereignis ist oder nicht. Um das zu entscheiden wird geprüft ob sogenannte Triggerbedingungen erfüllt sind.

Der Trigger ist in zwei Stufen eingeteilt. Ist die erste Stufe der Triggerbedingung erfüllt so wird damit begonnen, die Signale der einzelnen Detektoren zu digitalisieren. Diese Entscheidung muss schnell (einige  $10^{-7}$  s) getroffen werden und verwendet daher keine Bedingungen, die aufwendig zu prüfen sind. Die zweite Stufe entscheidet darüber, ob das Ereignis weggeschrieben wird oder nicht. Hier steht mehr Zeit zur Verfügung ( $\sim 10^{-5}$  s), sodass hier auch Signale aus dem Crystal-Barrel verwendet werden können. Das Triggersignal der zweiten Stufe wird durch den Fast Cluster Encoder (FACE)

### KAPITEL 3.EREIGNISSELEKTION

---

1. Stufe	2. Stufe (FACE)
Innen $\wedge$ Tagger $\wedge$ $\neg$ Cherenkov	$\geq 2$
CF1 $\wedge$ Tagger $\wedge$ $\neg$ Cherenkov	$\geq 1$
CF2 $\wedge$ Tagger $\wedge$ $\neg$ Cherenkov	bypass
CF1 $\wedge$ TAPS1 $\wedge$ Tagger $\wedge$ $\neg$ Cherenkov	bypass
TAPS1 $\wedge$ Tagger $\wedge$ $\neg$ Cherenkov	$\geq 1$
TAPS2 $\wedge$ Tagger $\wedge$ $\neg$ Cherenkov	bypass

Tabelle 3.1: Triggerbedingungen für *trig42c* [cbi, Har08]

1. Stufe	2. Stufe (FACE)
Innen $\wedge$ Tagger	$\geq 2$
CF1 $\wedge$ Tagger	$\geq 1$
CF2 $\wedge$ Tagger	bypass
CF1 $\wedge$ TAPS1 $\wedge$ Tagger	bypass
Innen $\wedge$ TAPS1 $\wedge$ Tagger	$\geq 1$

Tabelle 3.2: Triggerbedingungen für *trig41* [cbi, Har08]

Kürzel	Bedeutung
Tagger	Koinzidenz zweier benachbarter Szintillatorlatten <sup>1</sup>
Innen	Treffer in min. zwei Lagen des Innendetektors
CF1	Genau ein Cluster im Vorwärtskonus
CF2	Mehr als ein Cluster im Vorwärtskonus
Cherenkov	Treffer im Cherenkovdetektor
TAPS1	Treffer in mindestens einem MiniTAPS-Sektor. Schwelle: 80 MeV
TAPS2	Treffer in mindestens zwei MiniTAPS-Sektoren. Schwelle: 50 MeV

Tabelle 3.3: Bedeutung der Kürzel in Tabellen 3.1 und 3.2 [cbi, Har08].

erzeugt. Er identifiziert zusammenhängende Gruppen von Kristallen, die angesprochen haben, sog. Cluster. Das Triggersignal hängt von der Anzahl der identifizierten Cluster ab. Sind jedoch bestimmte Bedingungen in der ersten Stufe erfüllt, so wird das Ereignis unabhängig von der zweiten Stufe weggeschrieben (“bypass”).

In der Nov2008-Strahlzeit wurden die Trigger *trig42c* (ca. 75% der Daten) und *trig41* (ca. 25% der Daten) verwendet [Har08]. Sie bestehen jeweils aus mehreren Triggerbedingungen, die durch ein logisches Oder verknüpft sind.

<sup>1</sup>Für die letzten 16 Szintillatorlatten (Indizes 81 und aufwärts) wurde keine Koinzidenz gefordert. In diesem Bereich reichte das Ansprechen einer Szintillatorlatte, um die Triggerbedingung “Tagger” zu erfüllen. [Har12]

Es handelt sich dabei um 2-Teilchen-Trigger: Es werden stets zwei Teilchen gebraucht, um den Trigger auszulösen. In Tabelle 3.1 und 3.2 sind diese aufgelistet. Die Kürzel sind in Tabelle 3.3 erklärt.

## 3.2 Rekonstruktion

Für die weitere Arbeit mit den Daten werden die Viererimpulse der Teilchen des Anfangs- und Endzustandes benötigt. Die Energie des Strahlphotons kann mit Hilfe des Taggers berechnet werden. Damit ist auch unmittelbar sein Viererimpuls gegeben, da seine Richtung durch die Strahlachse vorgegeben ist. Das Targetproton wird als ruhend angenommen, der Anfangszustand ist also vollständig bekannt.

### 3.2.1 Energierekonstruktion

Die Viererimpulse der Endzustandteilchen werden aus den Informationen in den Kalorimetern rekonstruiert. Teilchen deponieren ihre Energie üblicherweise nicht in einem einzigen Kristall. Beispielsweise bilden Photonen in den Kristallen elektromagnetische Schauer und verteilen ihre Energie so über einen größeren Bereich. Zusammenhängende Bereiche von Kristallen, in denen jeweils eine gewisse Mindestenergie deponiert wurde, werden zu einem Cluster zusammengefasst. Die Mindestenergie wurde so gewählt, dass das entstehende Signal über dem elektronischen Rauschen liegt. Für den Crystal-Barrel wurde daher 1 MeV gewählt. Da in den MiniTAPS-Kristallen bis zu 2 GeV deponiert werden können, müssen die Kristallschwellen dort aus technischen Gründen auf 10 MeV eingestellt werden. Für die innersten beiden Kristallringe wurde sogar 17 MeV gewählt, da sie durch elektromagnetischen Untergrund höheren Raten ausgesetzt sind. So können Totzeiteffekte reduziert werden. [Dah09, Pee12]

Überlappen die Schauer mehrerer Teilchen, so kann es sein, dass ihre Energiedepositionen zu einem Cluster zusammengefasst werden. Dann gilt es, die Energien zu rekonstruieren, die von jedem einzelnen Teilchen deponiert wurden. Diese Energie wird Particle Energy Deposit (PED) genannt. Dazu werden lokale Maxima der Energiedeposition bestimmt. Ab einer bestimmten Mindestenergie (typischer Wert: 20 MeV) wird ein solches Maximum mit einem Teilchen identifiziert. Die Gesamtenergie des Clusters wird auf die einzelnen PEDs aufgeteilt. Ist in einem Cluster nur ein lokales Maximum vorhanden, so stimmt die PED-Energie mit der Energie des Clusters überein. Liegen mehrere lokale Maxima vor, so wird die Clusterenergie durch entsprechende Gewichtung auf die verschiedenen PEDs aufgeteilt. [Sei09]

Schauerverluste an Rändern und Ineffizienzen durch insensitive Bereiche werden durch Energiekorrekturfunktionen (ECF) behandelt [Mül07, Dah09].

### 3.2.2 Ortsrekonstruktion

Verwendete man in der Ortsrekonstruktion allein den Zentralkristall eines PEDs, wäre die Ortsauflösung durch die Dimension der Kristalle vorgegeben. Stattdessen bezieht man alle Kristalle eines PEDs ein und bestimmt den Schauerschwerpunkt durch eine gewichtete Mittelung. Da die Energiedeposition eines Schauers in transversaler Richtung exponentiell abklingt, wird logarithmisch mit der jeweiligen Kristallenergie gewichtet. In MiniTAPS wird zusätzlich eine Eindringtiefenkorrektur vorgenommen, da die Kristalle nicht senkrecht zur Photonenflugrichtung angeordnet sind. Außerdem sind hier Effekte zu berücksichtigen, die durch die hexagonale Kristallstruktur entstehen [Dah09]. Aus Schauerschwerpunkt und Targetmittelpunkt ergibt sich dann die Richtungsinformation. [Mül07]

Für Photonen kann so aus Richtung und Energie ihr Viererimpuls rekonstruiert werden.

### 3.2.3 Geladene Teilchen

Für Protonen ist das etwas komplizierter. Bei höheren Energien passieren sie die Kalorimeter und deponieren nur einen Teil ihrer Energie. Da nicht immer festgestellt werden kann, ob das Proton seine gesamte Energie im Kalorimeter deponiert hat oder nicht, kann seine Energie nicht eindeutig rekonstruiert werden: Einer gemessenen Energie entsprechen zwei tatsächliche Energien. Hier kann also nur die Richtungsinformation verwendet werden. Protonen werden mit Hilfe des Innendetektors und der Plastikszintillatoren im Vorwärtskonus und MiniTAPS als geladene Teilchen identifiziert. Durch Vergleich der Ortsinformationen mit denen der PEDs, kann das entsprechende PED als geladen markiert werden.

## 3.3 Verwendete Software

Zur Analyse wurde das Programm **ExPlORA**<sup>2</sup> benutzt, das speziell für die Analyse im Rahmen der Experimente an ELSA entwickelt wurde. Es basiert auf dem CERN-Framework **root**. Besonders die Datentypen, die in **root** zur Verfügung stehen werden in **ExPlORA** genutzt. Bei seiner Entwicklung wurde großen Wert darauf gelegt, dass es jederzeit flexibel erweitert werden kann. So besteht es aus einer Vielzahl unabhängiger Plugins, die bestimmte Aufgaben innerhalb der Analyse übernehmen. Die Steuerung erfolgt über **xml**-Dateien. [Pio07]

Spätere Teile der Analyse (Behandlung des Untergrundes, Analyse des Dalitz-Plots. Siehe Kapitel 4ff.) wurden mit Hilfe von **root**-Macros direkt in **root** vorgenommen.

---

<sup>2</sup>**E**xtended **P**lugable **O**bjectoriented **R**oot **A**nalysis

### 3.4 Monte-Carlo-Simulationen

Um die Akzeptanz des Detektorsystems berücksichtigen zu können, wurden mehrere Monte-Carlo-Datensätze generiert. Dazu wurde das Eventsimulationspaket CBGEANT benutzt. Es basiert auf den am CERN entwickelten Paket GEANT3<sup>3</sup> und wurde in FORTRAN geschrieben. CBGEANT stellt dabei möglichst genau die Propagation und Energiedeposition der Zerfallsprodukte in den einzelnen Detektorkomponenten nach. Die Daten werden dann so gespeichert, dass sie die gleiche Analyse durchlaufen können, wie die realen Daten. Um die Auswirkung der Detektoren genau nachstellen zu können, wird das Hilfstoß DBIO verwendet. Es ist in C geschrieben und stellt Datenbanken bereit, die die Detektorgeometrie und -zusammensetzung sowie Trackingparameter enthalten. So ist es möglich, Akzeptanzeffekte in den Daten zu korrigieren oder die Analyseprozedur zu testen [Cre01].

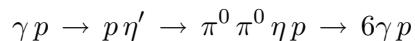
Simuliert wurden dazu die folgenden Kanäle:

- $\gamma p \rightarrow \eta' p \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta p$ : ca.  $9 \cdot 10^5$  Ereignisse. Der Zerfall  $\eta' \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$  wurde dabei phasenraumverteilt simuliert. Diese simulierten Ereignisse wurden für die Akzeptanzkorrektur der Daten verwendet.
- $\gamma p \rightarrow 3\pi^0 p$ : ca.  $3 \cdot 10^5$  Ereignisse. Dieser Datensatz wurde u.a. zur Abschätzung des Untergrundbeitrags durch fehlidentifizierte  $3\pi^0$ -Endzustände in Kapitel 4.1 verwendet.

Simuliert wurden Photonenergien zwischen der  $\eta'$ -Schwelle und 3,05 GeV. Das Spektrum der Strahlphotonen folgte dabei einer  $1/E_\gamma$ -Verteilung.

### 3.5 Erste Selektion ohne kinematischen Fit

Nach der Rekonstruktion wurden die Ereignisse nach ihrer Multiplizität vor-selektiert. Die hier zu betrachtende Reaktion



hat sechs Photonen und ein Proton im Endzustand, sodass man sich auf die Analyse von 6/7PED-Ereignissen beschränken kann. Da die 6PED-Ereignisse (Detektion des Protons wird nicht gefordert) bedeutend mehr Untergrund enthalten und zudem die Akzeptanz für die 7PED-Ereignisse flach ist, wurden in dieser Analyse nur die 7PED-Ereignisse verwendet.

#### 3.5.1 Behandlung des Zeituntergrundes

Zu jedem registrierten Endzustand kommen im Allgemeinen mehrere Strahlphotonen als Auslöser in Frage. Da nicht klar ist, welches Photon

---

<sup>3</sup>GEometry ANd Tracking

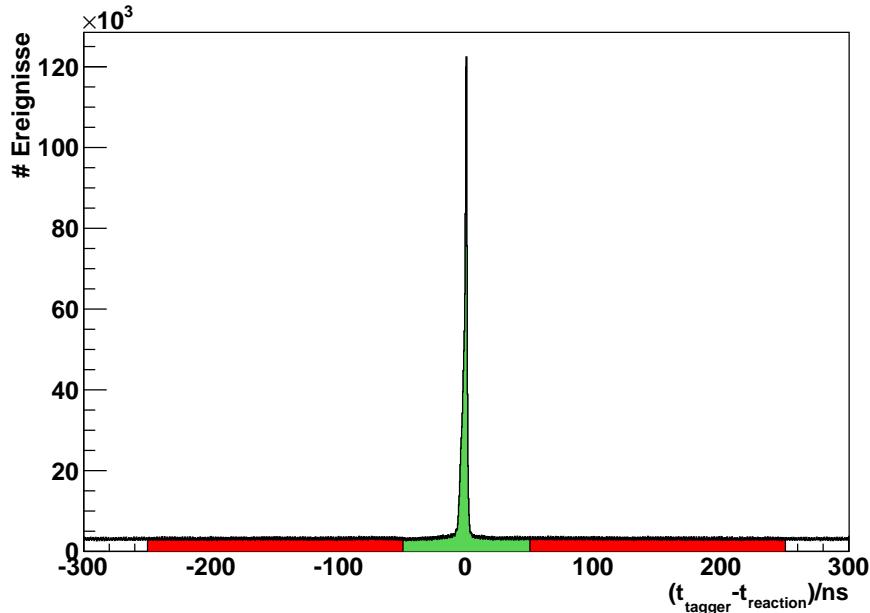


Abbildung 3.1: Zeitspektrum. Man sieht deutlich den Promptpeak mit einer Verbreiterung hin zu kleinen Zeiten. Das als Promptbereich genutzte Intervall ist grün markiert, die Randombereiche rot.

tatsächlich die Reaktion verursacht hat, wird zunächst jeder Endzustand mit jedem in Frage kommenden Photon zu einer Reaktion kombiniert. Für alle so entstehenden Reaktionen ist in Abbildung 3.1 die Zeitdifferenz zwischen der Energiemarkierung des Photons im Tagger und dem Reaktionszeitpunkt<sup>4</sup> aufgetragen.

Man sieht deutlich den sogenannten Promptpeak<sup>5</sup> bei 0 ns mit leichtem Ausläufer zu kleineren Zeiten. Dieser kommt durch Protonen zustande, die ihre Zeitmarkierung aus dem Vorwärtskonus oder MiniTAPS haben. Im Vorwärtskonus werden sie mit einer gewissen Verzögerung rekonstruiert [Har08], in MiniTAPS ist dies ein Effekt der endlichen Flugzeit. Der Promptpeak sitzt auf einem Plateau, das sich auch unter den Peak erstreckt. Daher bliebe auch nach einem Schnitt auf diesen Peak ein gewisser Zeituntergrund aus zufällig koinzidenten Strahlphotonen zurück.

Es ist davon auszugehen, dass sich die zeitzufälligen Photonen außerhalb und innerhalb des Promptpeaks gleich verhalten. Daher können ihre Beiträge durch einen Seitenbandabzug aus allen weiteren Histogrammen entfernt werden. Um den Peak wurde ein Promptschnitt von  $-50$  ns bis  $50$  ns

<sup>4</sup>Der Reaktionszeitpunkt wurde dabei als Mittelwert der Zeitinformationen der Endzustandteilchen berechnet.

<sup>5</sup>engl. prompt - pünktlich

gemacht<sup>6</sup>. Als Seitenbänder oder Randombereich<sup>7</sup> wurden die Intervalle von  $-250\text{ ns}$  bis  $-50\text{ ns}$  und von  $50\text{ ns}$  bis  $250\text{ ns}$  gewählt. Die weitere Analyse wurde separat für prompte und zufällige Reaktionen durchgeführt. Bei der Erstellung eines Histogramms wurden dementsprechend Ereignisse aus dem Promptbereich und Ereignisse aus dem Randombereich in getrennte Histogramme  $H_{\text{prompt}}$  und  $H_{\text{random}}$  eingetragen. Das untergrundbereinigte Histogramm ergibt sich dann aus

$$H_{\text{bereinigt}} = H_{\text{prompt}} - r \cdot H_{\text{random}}.$$

Der Skalierungsfaktor  $r$  berechnet sich aus dem Verhältnis der Breiten von Prompt- zu Randombereich. Für die oben genannte Wahl ergibt sich  $r = \frac{1}{4}$ . Abbildung 3.2 zeigt als Beispiel das Koplanaritätsspektrum der Reaktionen im Promptbereich (schwarz). Rot ist der Beitrag des Zeituntergrundes eingezeichnet. Das untergrundbereinigte Spektrum ist in Abbildung 3.3 gezeigt. In allen weiteren Histogrammen dieses Abschnitts (Abschnitt 3.5) wurde der Zeituntergrund bereits abgezogen.

### 3.5.2 Kinematische Schnitte

Durch zwei kinematische Schnitte wurde zunächst der Untergrund reduziert.

#### Koplanarität

Im Anfangszustand liegt ein Strahlphoton und ein (im Ideallfall) ruhendes Proton vor. Insbesondere verschwindet die Komponente des Gesamtimpulses, die senkrecht zur Strahlachse steht. Aus der Impulserhaltung folgt, dass das auch im Endzustand der Fall sein muss. Wählt man die  $z$ -Achse in Strahlrichtung, so müssen die Impulse von Proton und Meson also einen Azimuthwinkel von  $180^\circ$  einschließen. Der Impuls des Mesons ist die Summe der Impulse der 6 Photonen. Abbildung 3.3 zeigt die  $\phi$ -Differenz von Proton und Meson. Nur Ereignisse, bei denen die Winkeldifferenz zwischen  $160^\circ$  und  $200^\circ$  lag wurden für die weitere Analyse betrachtet.

#### Missing-Mass

Aus den Energien des Strahlphotons und der Endzustandsphotonen lässt sich mithilfe der Energie-Impuls-Erhaltung der Impulsvierervektor des Protons berechnen:

$$p_{\text{beam}} + p_{\text{target}} = p_p + \sum_i p_\gamma^i.$$

---

<sup>6</sup>Stammt die Zeitinformation einer Reaktion von einem langsamen Proton, das in MiNiTAPS nachgewiesen wurde, so kann  $t_{\text{tagger}} - t_{\text{reaction}}$  recht groß sein. Um keine gültigen Ereignisse zu verlieren, wurden daher recht breite Schnittgrenzen gewählt.

<sup>7</sup>engl. random - zufällig

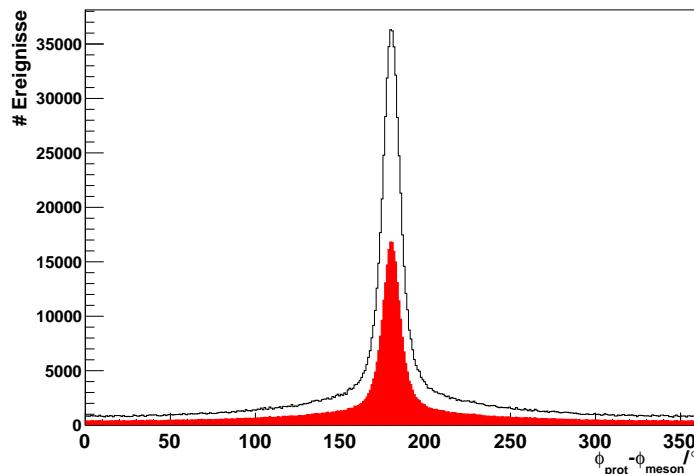


Abbildung 3.2: In schwarz ist das Koplanaritätsspektrum für Reaktionen im Promptbereich dargestellt. Der Beitrag der zufällig koinzidenten Photonen ist rot eingezeichnet. Das Differenzspektrum ist in Abbildung 3.3 gezeigt.

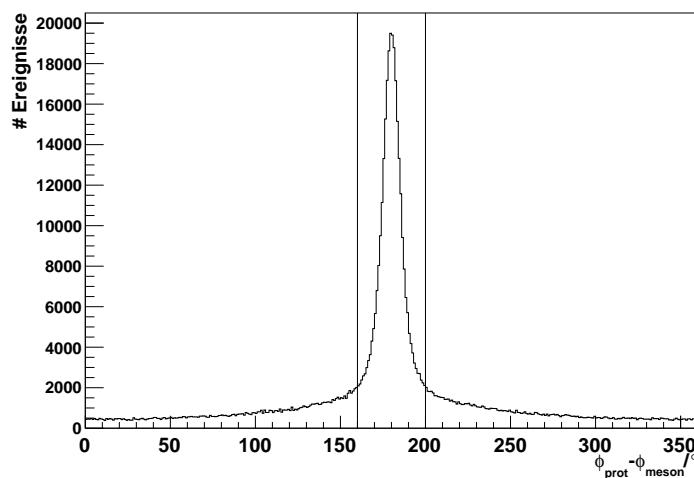


Abbildung 3.3: Koplanaritätsspektrum. Aufgetragen ist die Azimuthwinkel-differenz zwischen Gesamtimpuls der Photonen und dem Impuls des Protons. Ereignisse, bei denen dieser Winkel weniger als  $160^\circ$  oder mehr als  $200^\circ$  betrug wurden verworfen. Die Schnittgrenzen sind durch die vertikalen Linien markiert.

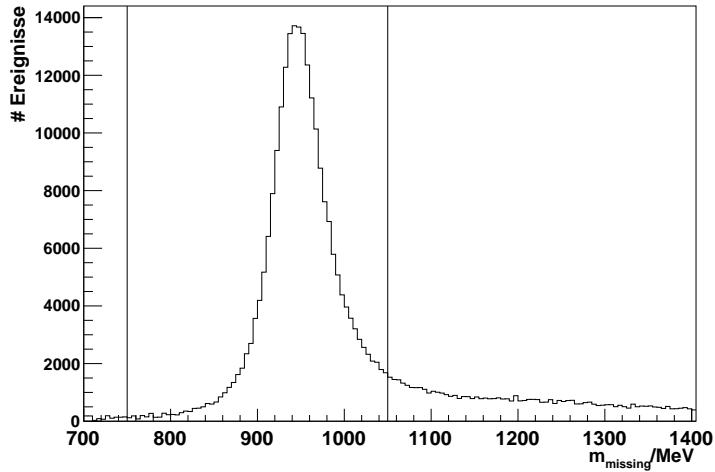


Abbildung 3.4: Missing Mass Spektrum nach dem Koplanaritätsschnitt. Aufgetragen ist die in Gleichung 3.1 definierte Missing-Mass. Man sieht deutlich den Peak bei der Protonmasse. Die Schnittgrenzen liegen bei 750 MeV und 1050 MeV (vertikale Linien).

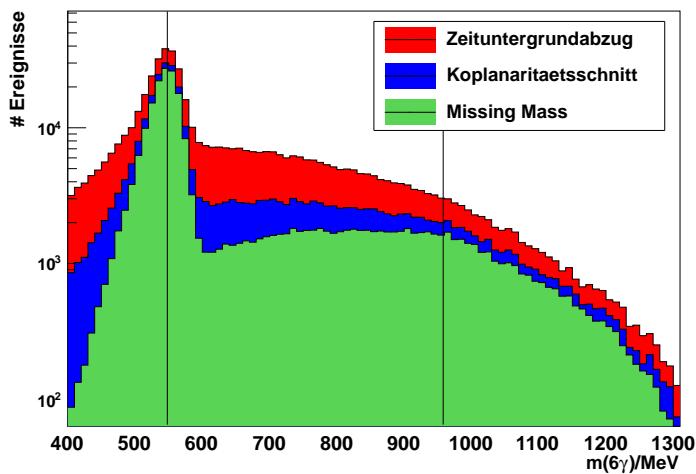


Abbildung 3.5: Auswirkung der kinematischen Schnitte auf das Spektrum der invarianten Masse. Die vertikalen Linien markieren die  $\eta$ - bzw. die  $\eta'$ -Masse. Das  $m(6\gamma)$ -Spektrum nach Zeituntergrundabzug ist rot dargestellt. Man sieht, wie nach Koplanaritätsschnitt (blau) und nach Missing-Mass-Cut (grün) der Untergrund reduziert wird und der  $\eta$ -Peak deutlicher hervortritt. Bei der  $\eta'$ -Masse ist noch kein Peak sichtbar.

Dabei ist  $p_{\text{beam}}$  der Impuls des Strahlphotons,  $p_\gamma^i$  der Impuls des  $i$ -ten Endzustandsphotons und  $p_p$  der Impuls des Protons im Endzustand. Der Impuls  $p_{\text{target}}$  des Targetprotons ist gegeben durch

$$p_{\text{target}} = \begin{pmatrix} m_p \\ \vec{0} \end{pmatrix}.$$

Die Missing Mass ist definiert durch

$$m_{\text{missing}}^2 := \left( \sum_i p_\gamma^i - p_{\text{beam}} - p_{\text{target}} \right)^2. \quad (3.1)$$

Sie sollte mit der Protonmasse übereinstimmen. Abbildung 3.4 zeigt das Missing-Mass-Spektrum. Lag für ein Ereignis die Missing Mass nicht zwischen 750 MeV und 1050 MeV, so wurde es verworfen.

Um die Wirkung dieser Schnitte zu veranschaulichen ist in Abbildung 3.5 die invariante Masse der sechs Photonen

$$m(6\gamma) = \left( \sum_i p_\gamma^i \right)^2 \quad (3.2)$$

logarithmisch gegen die Häufigkeit aufgetragen.

Man sieht deutlich wie der Peak bei der  $\eta$ -Masse ( $m_\eta = 547,85$  MeV [N<sup>+10</sup>]) nach Koplanaritätsschnitt (blau) und Missing Mass Cut (grün) deutlicher hervortritt und der Untergrund stark reduziert wird.

Bei der  $\eta'$ -Masse ( $m_{\eta'} = 957,78$  MeV [N<sup>+10</sup>]) ist allerdings nach wie vor kein Peak sichtbar. Um diesen herauszuarbeiten, sind Schnitte auf die Massen der Tochermesonen nötig.

### 3.5.3 Schnitte auf die Mesonmassen

Die Tochermesonen zerfallen jeweils in zwei Photonen. Aus Energie-Impuls-Erhaltung folgt, dass die invariante Masse der beiden Photonen der Ruhemasse des jeweiligen Mesons entsprechen muss. Zwei der sechs Photonen haben also als invariante Masse gerade die  $\eta$ -Masse. Die übrigen vier lassen sich zu zwei Paaren kombinieren, deren invariante Masse jeweils die  $\pi^0$ -Masse ist. In Abbildung 3.6 ist für jeden Endzustand die invariante Masse aller Photonpaare gegen die Häufigkeit aufgetragen. Dabei werden alle möglichen Kombinationen berücksichtigt. Man sieht einen deutlichen Peak bei der  $\pi^0$ -Masse und eine Schulter bei der  $\eta$ -Masse. An den  $\pi^0$ -Peak wurde eine Gaußfunktion angefittet, beim  $\eta$ -Peak wurde die Summe aus einer Gaußfunktion und einem Polynom vierten Grades angefittet.

Es wurden nun  $3\sigma$ -Cuts auf die Mesonenmassen durchgeführt. Ein Photonpaar mit invariante Masse zwischen 490 MeV und 610 MeV wurde gefordert, sowie zwei Photonpaare mit invarianten Massen zwischen 100 MeV und 170 MeV. Tabelle 3.4 fasst die Schnitte zusammen.

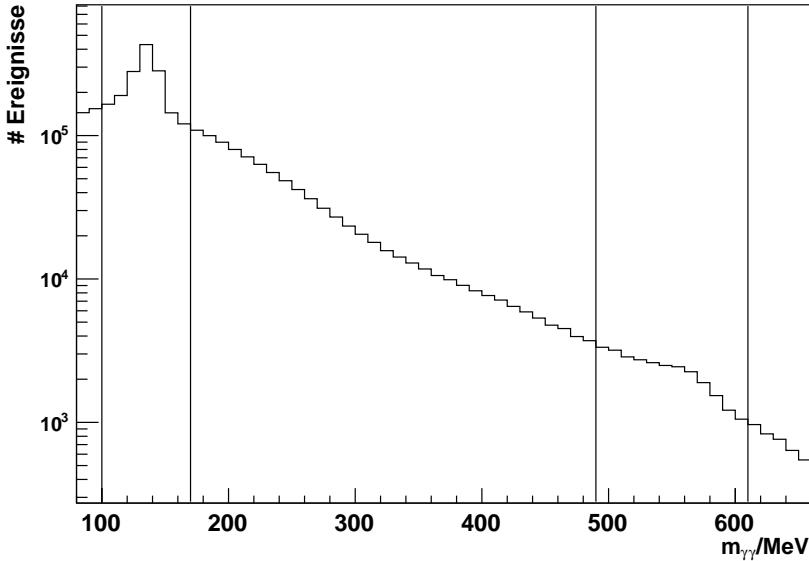


Abbildung 3.6: Invariante Masse aller Photonpaare nach Koplanaritäts- und Missing-Mass-Schnitt. Der Peak bei der  $\pi^0$ -Masse ist erkennbar. Bei der  $\eta$ -Masse sieht man lediglich eine Schulter

Meson	Fitfunktion	$\mu/\text{MeV}$	$\sigma/\text{MeV}$	Schnittgrenzen
$\pi^0$	Gauß	$135,56 \pm 0,02 \text{ MeV}$	$13,11 \pm 0,02$	[100, 170] MeV
$\eta$	Gauß+Pol(4)	$556 \pm 1 \text{ MeV}$	$19 \pm 2$	[490, 610] MeV

Tabelle 3.4: Schnitte auf die Mesonmassen. Die Fits sind in Anhang B zu finden.

Für jede Reaktion gibt es 45 Möglichkeiten, die Photonen zu Paaren zu kombinieren. Um kombinatorischen Untergrund zu vermeiden wurde nach dem Schnitt auf die Mesonmassen durch einen  $\chi^2$ -Test die Kombination ermittelt, bei der die invarianten Massen der Photonpaare am besten mit den wahren Mesonmassen übereinstimmen. Für jede Kombination wurde die Größe

$$\begin{aligned} \chi^2(2\pi^0\eta) = & \frac{(m_{\gamma\gamma}(\eta) - m_{\text{PDG}}(\eta))^2}{\sigma_\eta^2} + \frac{(m_{\gamma\gamma}(\pi_1^0) - m_{\text{PDG}}(\pi^0))^2}{\sigma_{\pi^0}^2} \\ & + \frac{(m_{\gamma\gamma}(\pi_2^0) - m_{\text{PDG}}(\pi^0))^2}{\sigma_{\pi^0}^2} \end{aligned}$$

berechnet. Nur die Kombination für die  $\chi^2$  minimal war, wurde weiterverwendet.

Nach diesen Schnitten ist in Abbildung 3.7 (rot) die invariante Masse der

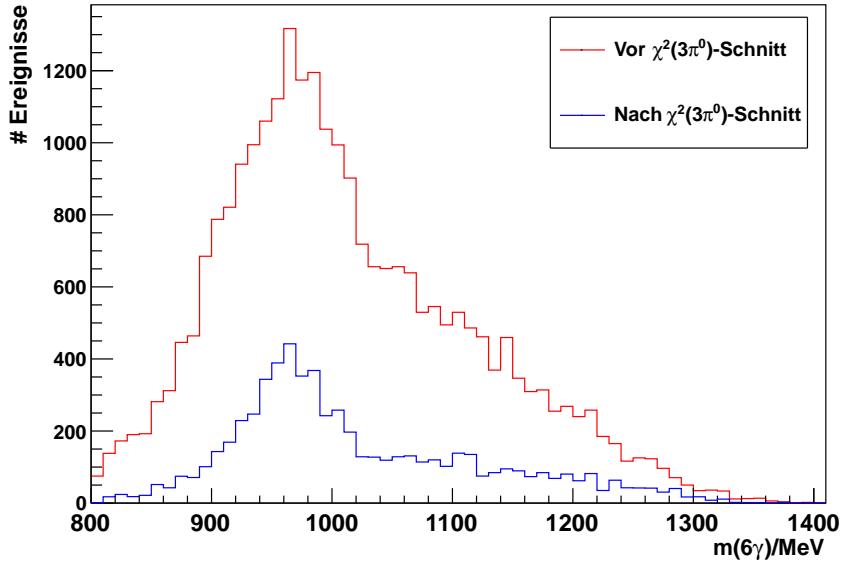
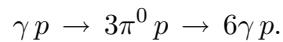


Abbildung 3.7: Auswirkung des  $\chi^2$ -Schnittes. In rot ist das  $m(6\gamma)$ -Spektrum nach den Schnitten auf die Massen der Mesonen im Endzustand gezeigt. Dabei ist jeweils nur die Kombination mit dem minimalen  $\chi^2(2\pi^0\eta)$  einge tragen. Fordert man zusätzlich  $\chi_{\min}^2(3\pi^0) < \chi_{\min}^2(2\pi^0\eta)$ , so ergibt sich das blaue Histogramm

sechs Endzustandsphotonen aufgetragen Der  $\eta'$ -Peak ist als breite Überhöhung sichtbar, die noch auf sehr viel Untergrund sitzt. Dieser stammt zu einem nicht unerheblichen Teil aus der Reaktion



Die Photonen lassen sich auch bei dieser Reaktion häufig so kombinieren, dass die Schnitte auf die Mesonmassen erfüllt sind. Um diesen Untergrundbeitrag zu reduzieren wurde bei jeder Reaktion überprüft, ob sich die Photonen auch zu drei Pionen kombinieren lassen. Ist das der Fall wird analog die Kombination bestimmt, für die

$$\chi^2(3\pi^0) = \sum_{i=1}^3 \frac{(m_{\gamma\gamma}(\pi_i^0) - m_{\text{PDG}}(\pi^0))^2}{\sigma_{\pi^0}^2}$$

minimal wird. Gilt  $\chi_{\min}^2(3\pi^0) < \chi_{\min}^2(2\pi^0\eta)$ , so wurde die Reaktion verworfen. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.7 blau dargestellt.

## 3.6 Kinematischer Fit

Eine deutliche Verbesserung in der Selektion kann durch einen kinematischen Fit erreicht werden. Er macht es möglich, die gemessenen Werte dahingehend zu korrigieren, dass Energie- und Impulserhaltung erfüllt sind. Durch Messfehler ist das keineswegs selbstverständlich. Energie und Impuls des Protons lassen sich ebenfalls berechnen.

Zusätzlich zu Energie- und Impulserhaltung können weitere Nebenbedingungen gestellt werden: Die invariante Masse eines Photonpaares muss die  $\eta$ -Masse ergeben und die übrigen Photonen müssen sich zu zwei  $\pi^0$  kombinieren lassen. Diese Bedingungen lassen sich mit dem kinematischen Fit exakt erzwingen. Damit ist er in der Lage die im vorigen Abschnitt beschriebenen Schnitte auf die Mesonmassen zu ersetzen. Mehr noch: Der  $\eta'$ -Peak ist nach dem kinematischen Fit wesentlich schmäler.

### 3.6.1 Funktionsweise des kinematischen Fits

In diesem Abschnitt soll die Funktionsweise des kinematischen Fits kurz umrissen werden. Für eine ausführliche Beschreibung des Verfahrens sei auf [Bra99] verwiesen, Details zur Implementierung für `ExPlORA` sind in [Pee03] zu finden.

Die gemessenen Größen werden zu einem Vektor  $\vec{y}$  der Länge  $n \in \mathbb{N}$  zusammengefasst<sup>8</sup>. Dieser unterscheidet sich durch Messfehler um  $\vec{\epsilon}$  von den wahren Werten  $\vec{\eta}$ , das heißt:

$$\vec{y} = \vec{\eta} + \vec{\epsilon}.$$

Dabei wird angenommen, dass die Fehler gaußverteilt sind. Die Komponenten  $\epsilon_i$  folgen also einer gaußverteilung mit Mittelwert 0. Ebenso werden die unbekannten Größen zu einem Vektor  $\vec{x}$  der Länge  $r \in \mathbb{N}$  zusammengefasst.  $\vec{x}$  und  $\vec{y}$  sind dabei durch  $m$  Funktionen  $f_k : \mathbb{R}^r \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  miteinander verknüpft:

$$f_k(\vec{x}, \vec{\eta}) = f_k(\vec{x}, \vec{y} - \vec{\epsilon}) = 0 \quad k = 1, \dots, m.$$

Um die unbekannten Werte  $\vec{x}$  zu bestimmen, muss  $r \leq m$  gelten. Falls die Funktionen  $f_k$  nicht linear sind, werden sie in einer Taylorreihe entwickelt, die nach dem linearen Term abgebrochen wird. Die Maximum-Likelihood-Methode liefert Werte für  $\vec{x}$  und  $\vec{\eta}$ , die die Funktion

$$M = \vec{\epsilon}^t C_y^{-1} \vec{\epsilon}$$

minimiert und die Bedingungen  $f_k$  exakt erfüllen. Dabei ist  $C_y$  die Kovarianzmatrix der Messwerte. Im Falle unabhängiger Messungen ist sie eine

---

<sup>8</sup>Die Benennung der Variablen stimmt mit der in [Bra99, Pee03] überein.

Diagonalmatrix. Ist  $\sigma_i$  der Fehler von  $y_i$ , so gilt:

$$C_y = \text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2).$$

Die  $f_k$  werden als Nebenbedingungen mit der Methode der Lagrange-Multiplikatoren behandelt.

Im hier vorliegenden Fall sind die gemessenen Größen die Impulse und Energien des Strahlphotons und der Photonen des Endzustandes. Da sie masselos sind, sind ihre Viererimpulse durch jeweils drei Größen eindeutig bestimmt:  $(\sqrt{E}, \theta, \phi)$ <sup>9</sup>.

Aus den Daten des Taggers ist die Energie des Strahlphotons bekannt. Aufgrund der Wahl des Koordinatensystems verschwinden  $\theta$  und  $\phi$  für das Strahlphoton, sodass damit dessen Impuls schon bestimmt ist. Der kinematische Fit erlaubt eine Berücksichtigung der Strahldivergenz. Bei den Strahlphotonen wird jedoch für die  $x$ - und  $y$ -Komponente des Impulses ein sehr kleiner Fehler angenommen, sodass die Strahldivergenz effektiv nicht berücksichtigt wird [Pee12]. Das Targetproton wird als ruhend angenommen. Damit ist auch sein Impuls bekannt.

Im Endzustand ist das Proton zwar detektiert worden, aber die Messwerte werden verworfen, es wird als nicht gemessen behandelt (missing proton). Die Energien und Winkel der 6 Photonen im Endzustand werden jedoch gemessen. Damit ist  $n = 21$  und  $r = 3$ . Hinzu kommen die Nebenbedingungen:

- Energieerhaltung (eine Gleichung)
- Impulserhaltung (drei Gleichungen)
- Masse des  $\eta$ -Mesons (eine Gleichung)
- Masse der  $\pi^0$ -Mesonen (zwei Gleichungen).

Damit gilt  $m = 7$ .

Der kinematische Fit berücksichtigt alle 45 Möglichkeiten, die Photonen zu den drei Mesonen zu paaren. Da er aber nur die Kombination mit minimalem  $\chi^2$  zurückgibt, entsteht kein kombinatorischer Untergrund.

### 3.6.2 Qualitätskriterien des kinematischen Fits

Um die Qualität des Fits zu beurteilen stellt der Fit zwei wichtige Kenngrößen bereit: Die Pullverteilungen und das Confidence Level. Der Pull einer Größe  $y$  ist definiert durch

$$\text{pull}(y_i) = \frac{\eta_i - y_i}{\sqrt{\sigma^2(\eta_i) - \sigma^2(y_i)}} = \frac{\epsilon_i}{\sigma_i}.$$

---

<sup>9</sup>Es hat sich gezeigt, dass die Fehler besser einer Gaußverteilung folgen, wenn man  $\sqrt{E}$  statt  $E$  verwendet.

Da die Fehler durch den kinematischen Fit als gaußverteilt angenommen werden, sind es die Pullverteilungen ebenfalls. Durch die Normierung haben die Verteilungen den Mittelwert 0 und die Standardabweichung 1.

Man kann zeigen, dass die Werte der Minimumsfunktion  $M$  einer  $\chi^2$ -Verteilung folgen müssen, wenn alle Bedingungen des kinematischen Fits ausreichen gut erfüllt sind. Das heißt, die Wahrscheinlichkeitsverteilung lautet

$$f(M) = \left( \frac{1}{\Gamma(\lambda) 2^\lambda} \right)^{\lambda-1} e^{-\frac{1}{2}M},$$

wobei  $\lambda = (m - r)/2$  ist. Etwas anschaulicher ist es, stattdessen, das Konfidenzniveau (*engl.* confidence level)  $CL(M)$  zu betrachten. Es gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Ereignis ein größeres  $M$  hat, als das gegebene Ereignis. Also:

$$CL(M) = P(x > M) = 1 - F(M).$$

Hier ist  $F$  die Verteilungsfunktion der  $\chi^2$ -Verteilung und  $x$  der Wert der Minimumsfunktion eines zufällig gewählten anderen Ereignisses. Sind die oben genannten Bedingungen für den kinematischen Fit erfüllt, so folgt das Konfidenzniveau einer Gleichverteilung.

Ansteigende oder abfallende CL-Verteilungen, bzw. zu schmale oder zu breite Pullverteilungen können ein Hinweis auf zu große oder zu kleine Fehler in der Kovarianzmatrix sein.

Passt die angepasste Hypothese nicht zu den Daten, weicht die CL-Verteilung ebenfalls von einer Gleichverteilung ab. So spiegelt sich Untergrund darin wider, dass die CL-Verteilung zur 0 hin ansteigt.

### 3.6.3 Anwendung des kinematischen Fits

Da der kinematische Fit viele der oben genannten Schnitte ersetzen kann, wurden nur der Koplanaritäts- und der Missing-Mass-Schnitt beibehalten. Zudem wird durch den kinematischen Fit die Auflösung erheblich verbessert, sodass die weiten Schnittgrenzen weiterhin verwendet werden konnten. Mit den Ereignissen im Randombereich konnte der Zeituntergrund nach allen Schnitten auf etwa 3% abgeschätzt werden. Es wurde lediglich ein Schnitt auf den Promptpeak von  $-50\text{ ns}$  bis  $50\text{ ns}$  gemacht. Dieser Bereich ist sehr vorsichtig gewählt. Durch einen engeren Schnitt ließe sich der Zeituntergrund noch um etwa 50% reduzieren. Man müsste jedoch sicherstellen, dass dadurch keine gültigen Ereignisse verworfen werden.

Die Anwendung der Fithypothese  $\gamma p \rightarrow p \pi^0 \pi^0 \eta$  zeigte zunächst einige Schwierigkeiten. Nach einem CL-Schnitt bei 0,0001 wurden die Pullverteilungen betrachtet. Sie waren sehr breit und nicht gaußverteilt. Dies ist auf den erheblichen Untergrundanteil zurückzuführen. Ein großer Teil stammt aus  $3\pi^0$ -Endzuständen, die leicht mit einem  $\pi^0 \pi^0 \eta$ -Endzustand verwechselt

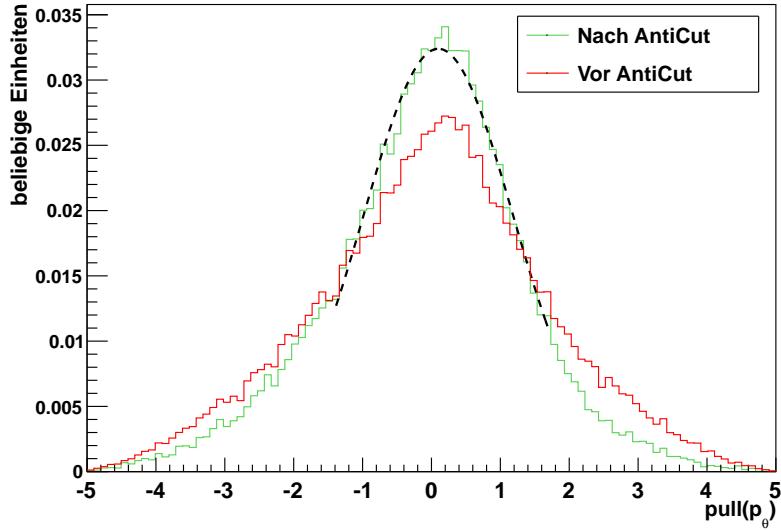


Abbildung 3.8: Der  $p_\theta$ -Pull im Crystal-Barrel für den  $\pi^0\pi^0\eta$ -Fit vor (rot) und nach (grün) dem  $3\pi^0$  Anticut und CL-Schnitt bei 0,0001. Um besser vergleichen zu können wurden beide Histogramme auf 1 normiert. Durch den Schnitt wird die Verteilung deutlich gaußförmiger.

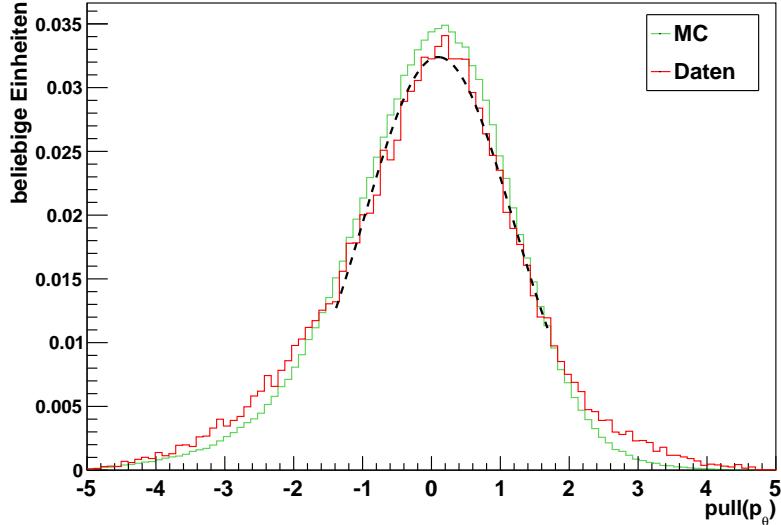


Abbildung 3.9: Vergleich der Pullverteilungen (CL-Schnitt bei 0,0001) in Monte-Carlos und Daten. Gezeigt ist der  $p_\theta$ -Pull im Crystal-Barrel für die Fithypothese  $\pi^0\pi^0\eta$ . Die Verteilungen sind vergleichbar.

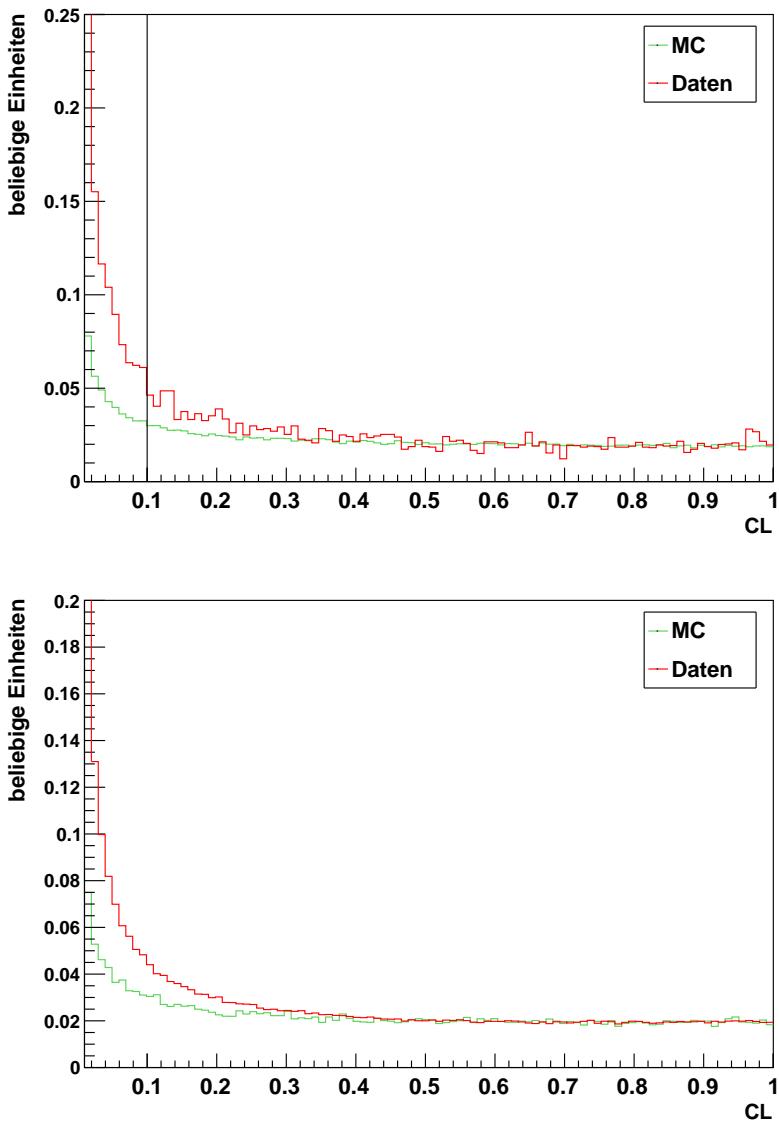


Abbildung 3.10: Vergleich der CL-Verteilungen in Monte-Carlos und Daten für die beiden verwendeten Fithypothesen  $\pi^0\pi^0\eta$  (oben) und  $3\pi^0$  (unten). Wichtig bei der Einstellung der Fehlerskalierung war, dass diese Verteilungen in Daten und Monte-Carlos vergleichbar aussehen, was hier ganz gut erreicht wurde. Die vertikale Linie markiert den CL-Schnitt.

werden können, wenn man die Endzustandsphotonen anders kombiniert. Sie mussten zunächst durch einen Anticut eliminiert werden. Dazu wurden alle Ereignisse auch der Fithypothese  $\gamma p \rightarrow p 3\pi^0$  unterzogen. Wies der  $3\pi^0$ -Fit ein besseres Konfidenzniveau auf als der  $\pi^0 \pi^0 \eta$ -Fit, so wurde das Ereignis verworfen. Abbildung 3.8 zeigt beispielhaft eine Pullverteilung vor und nach dem  $3\pi^0$ -Anticut.

Die Pullverteilungen waren nach dem Anticut zumindest im Intervall  $[-1,5; 1,5]$  gaußförmig. Außerhalb dieses Intervalls zeigten sie weiterhin leichte Abweichungen von einer Gaußverteilung. Die Fits zeigten in der Regel eine von 1 verschiedene Standardabweichung. Um das zu korrigieren wurde für Tagger, Crystal-Barrel, Forward-Plug und TAPS und jede Impulskomponente ein Skalierungsfaktor für den Fehler bestimmt. Für beide Fithypothesen wurden durch systematisches Probieren die Fehlerskalierung ermittelt, für die die Pullverteilungen optimal waren. Die Fehlerskalierungen sind in Tabelle 3.5 zusammengestellt. Die Pullverteilungen für beide Fithypothesen sind in Anhang B vollständig aufgeführt.

Es ist dabei wichtig, dass in Daten und Monte-Carlos vergleichbare CL-Verteilungen vorliegen, um eine korrekte Akzeptanzkorrektur zu erzielen. Abbildung 3.10 zeigt die Verteilung beider Fithypothesen für Monte-Carlos und Daten.

	Daten ( $3\pi^0$ )	MC ( $3\pi^0$ )	Daten ( $\pi^0 \pi^0 \eta$ )	MC ( $\pi^0 \pi^0 \eta$ )
beam	(3,15; 3,3; 5,9)	(1,0; 1,0; 1,0)	(1,0; 1,0; 1,0)	(1,0; 1,0; 1,0)
minitaps	(1,6; 1,55; 1,58)	(2,0; 1,0; 1,0)	(2,5; 1,0; 1,0)	(1,7; 2,62; 1,5)
fw	(1,9; 1,32; 1,0)	(2,0; 1,0; 1,0)	(2,65; 1,1; 1,05)	(1,78; 1,49; 1,0)
cb	(2,52; 1,31; 1,15)	(2,3; 1,0; 1,0)	(2,67; 1,4; 1,65)	(1,0; 1,6; 1,0)

Tabelle 3.5: Fehlerskalierung für den kinematischen Fit. Die Skalierungsfaktoren sind jeweils in der Reihenfolge  $(\sqrt{E}, \theta, \phi)$  angegeben.

Der Anstieg der CL-Verteilung zur 0 hin ist durch Fehlrekonstruktionen zu erklären. Solche Reaktionen passen scheinbar nicht zur Fithypothese und erreichen dadurch nur ein schlechtes Konfidenzniveau. Dieser Anstieg ist in den Daten stärker, weil hier zusätzlich noch Untergrundreaktionen auftreten, die tatsächlich nicht zur Fithypothese passen.

Abbildung 3.11 zeigt in rot die  $m(6\gamma)$ -Verteilungen nach dem kinematischen Fit. Ein großer Teil der Ereignisse, die nicht zur Fithypothese passten, wurden bereits durch einen Schnitt auf das Konfidenzniveau bei 0,0001 verworfen. In blau ist dort die Verteilung nach dem Anticut auf die  $3\pi^0$ -Hypothese gezeigt. Man sieht, ähnlich wie in der Selektion ohne den kinematischen Fit, wie dadurch deutlich der Untergrund reduziert wird. Durch einen Schnitt auf das Konfidenzniveau kann der Untergrund weiter reduziert werden. Je höher man den Schnitt ansetzt, desto mehr Statistik verliert man. Ein Schnitt bei 0,1 wurde hier vorgenommen (Abbildung 3.11 in grün). Dadurch verbessert

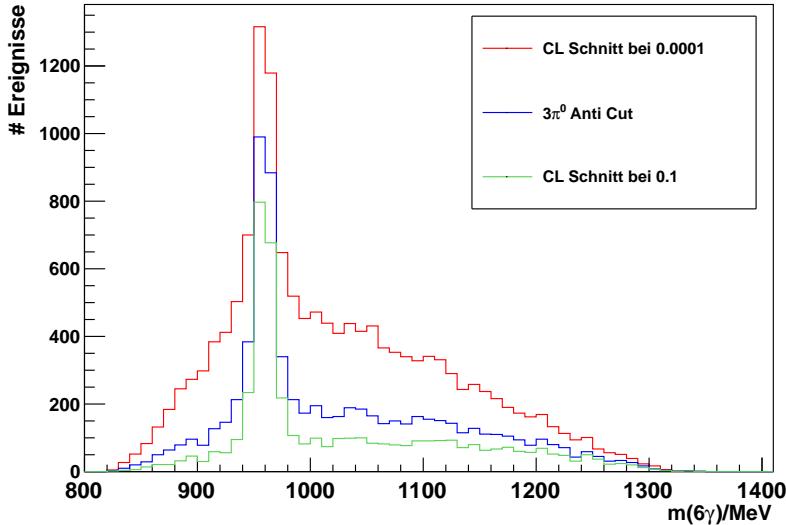


Abbildung 3.11: Gezeigt ist die  $m(6\gamma)$ -Verteilung nach dem kinematischen Fit und einem CL-Schnitt bei 0,0001 (rot). Durch den  $3\pi^0$ -Anticut (blau) verbessert sich das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis von ca. 0,9 auf ca. 2,1. Der CL-Schnitt bei 0,1 verringert den Untergrund weiter. Das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis verbessert sich auf ca. 3,6. Es bleibt eine  $\eta'$ -Ausbeute von ca. 1800 Ereignissen.

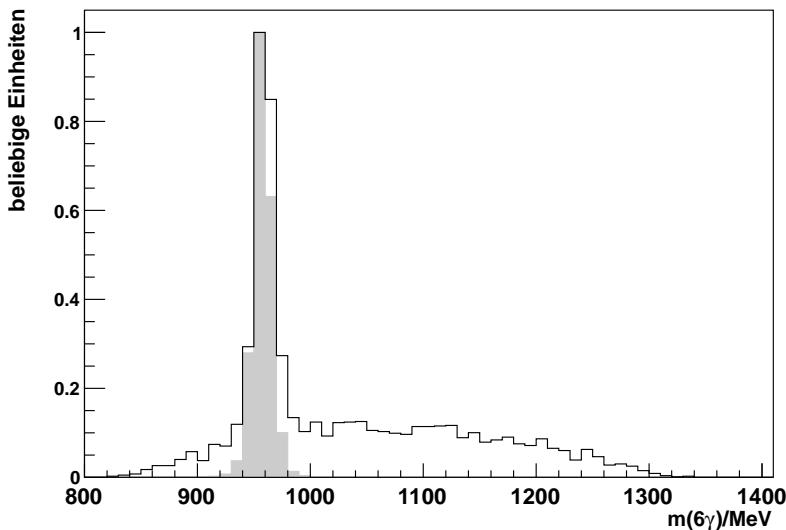


Abbildung 3.12: Das  $m(6\gamma)$ -Spektrum nach allen Schnitten. Zum Vergleich ist in grau die analoge Verteilung für Monte-Carlo-Daten geplottet.

sert sich das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis von ca. 2,1 (nach dem  $3\pi^0$ -Anticut) auf ca. 3,6. Schnitte bei höherem CL zeigen in dieser Hinsicht nur noch wenig Verbesserung, es geht jedoch viel Statistik verloren. Durch den Schnitt bei 0,1 gehen etwa 400 Signalereignisse verloren. Damit ergibt sich nach allen Schnitten eine  $\eta'$ -Ausbeute von knapp 1800 Ereignissen.

Nach allen Schnitten wurden die Reaktionen in `root`-Dateien geschrieben. Lagen zu einem Endzustand mehrere Strahlphotonen vor, wurde nur das Photon gewählt, für das der kinematische Fit ein besseres Konfidenzniveau zurückgab. Die im Folgenden beschriebene Behandlung des Untergrundes wurde mit Hilfe von `root`-Macros direkt in `root` durchgeführt.

## Kapitel 4

# Behandlung des Untergrundes

Auch nach allen im Kapitel 3 erläuterten Schnitten bleibt noch ein gewisser Untergrund zurück. Ein Seitenbandabzug ist hier keine gute Lösung, da das linke Seitenband im Dalitz-Plot eine kleinere, das rechte Seitenband eine größere Fläche einnimmt als der Signalbereich. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 4.1 skizziert. Die Seitenbänder verhalten sich also weder untereinander ähnlich noch ist davon auszugehen, dass sich der Untergrund unter dem Signal ähnlich verhält wie eines der beiden Seitenbänder. Daher muss auf andere Verfahren zurückgegriffen werden, um den Untergrund abzuziehen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei Methoden implementiert. Anhand von simulierten Daten konnte getestet werden, ob sich die Dalitz-Parameter nach Abzug des Untergrundes tatsächlich bestimmen lassen.

### 4.1 Quellen des Untergrundes

Der größte Teil des Untergrundes stammt vermutlich aus  $3\pi^0$ -Endzuständen, die als  $\pi^0\pi^0\eta$ -Endzustände fehlidentifiziert werden, sowie aus  $\pi^0\pi^0\eta'$ -Ereignissen, die nicht aus einem  $\eta'$  stammen.

Die Anzahl der  $3\pi^0$ -Ereignisse, die nach allen Schnitten noch vorhanden sind, lässt sich grob abschätzen. Wendet man die in Kapitel 3 beschriebene Selektion des  $\pi^0\pi^0\eta$ -Endzustandes auf den simulierten  $3\pi^0$ -Datensatz an, so bleiben nach allen Schnitten  $\varepsilon(3\pi^0) = 0,34\%$  der Ereignisse übrig. Bei dem  $\eta'$ -Datensatz wird eine Rekonstruktionseffizienz von  $\varepsilon(\eta') = 14\%$  erreicht.

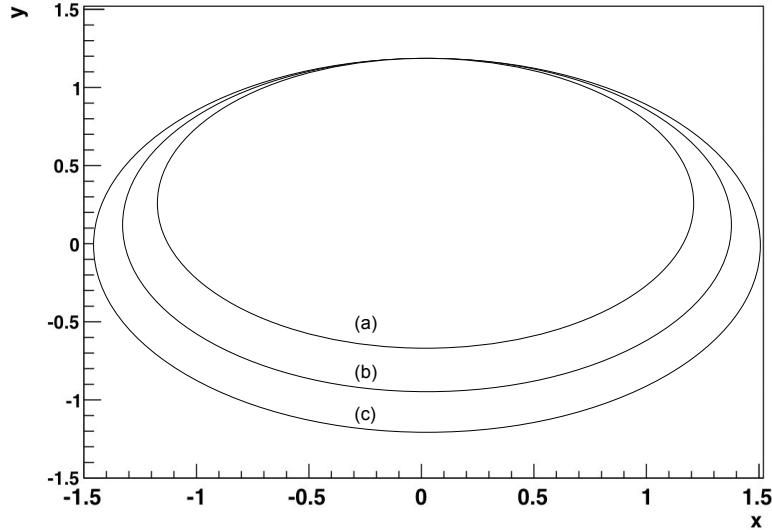


Abbildung 4.1: (Skizze) Wählt man bzgl.  $m(6\gamma)$  Seitenbänder verhalten sie sich im Dalitz-Plot nicht gleich. Das linke Seitenband nimmt eine kleinere Fläche (a) ein, als der Signalbereich (b). Das rechte Seitenband nimmt dagegen eine größere Fläche (c) ein. Ein Seitenbandabzug ist hier also keine sinnvolle Lösung.

Der Anteil  $B(3\pi^0)$  fehlidentifizierter  $3\pi^0$ -Zustände ergibt sich dann zu

$$B(3\pi^0) = \frac{N(3\pi^0)}{N(\eta')} = \frac{\sigma_{\text{tot}}(3\pi^0) \cdot \varepsilon(3\pi^0)}{\sigma_{\text{tot}}(\eta') \cdot \varepsilon(\eta') \cdot \text{BR}(\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta) \cdot \text{BR}(\eta \rightarrow 2\gamma)}.$$

Da die Flächendichte des Targets und der Fluss für beide Kanäle gleich sind, lassen sie sich kürzen.

Die totalen Wirkungsquerschnitte für  $\eta'$ - bzw.  $3\pi^0$ -Photoproduktion am Proton können aus [CMA<sup>+</sup>09] bzw. [Jun05] entnommen werden. Demnach steigt  $\sigma_{\text{tot}}(\eta')$  an der  $\eta'$ -Schwelle recht schnell an und bleibt dann bis etwa 2,5 GeV konstant bei ca. 0,75  $\mu\text{b}$ . In diesem Energiebereich ist  $\sigma_{\text{tot}}(3\pi^0)$  konstant bei etwa 2  $\mu\text{b}$ . Damit ist  $B(3\pi^0) \approx 75,9\%$ . Bei etwa 1800  $\eta'$ -Ereignissen in den Nov2008-Daten entspricht dies etwa 1370 verwechselten  $3\pi^0$ -Ereignissen, verteilt über den gesamten  $m(6\gamma)$ -Bereich. Damit machen  $3\pi^0$ -Ereignisse etwa 55% der ca. 2500 Untergrundereignisse aus.

## 4.2 Bestimmung der Dalitz-Parameter

Um den Dalitz-Plot anzufitten wurde die allgemeinere Parametrisierung (Gleichung (1.5)) verwendet. Die Parametrisierung durch Gleichung (1.6)

ist weder mit der theoretischen Vorhersage [BN05] noch mit bisherigen Messungen [BGD<sup>+</sup>09] verträglich.

Da die  $x$ -Abhängigkeit als sehr schwach vorhergesagt wird [BN05] und zudem die Statistik in den Daten sehr gering ist, lag der Fokus in dieser Analyse auf den Parametern  $a$  und  $b$ . Es genügte also die Projektion des Dalitz-Plots auf die  $y$ -Achse zu betrachten und dementsprechend ein eindimensionaler Fit.

Im untergrundfreien Fall ist der Dalitz-Plot scharf begrenzt. Außerhalb des kinematisch zugänglichen Bereichs fällt das Matrixelement  $\mathcal{M}(x, y)$  auf 0 ab. Die Parametrisierungen (1.5) und (1.6) gelten nur innerhalb des Dalitz-Plots. Es wird also gezwungenermaßen auch über Bereiche hinwegprojiziert, in denen diese Parametrisierungen nicht gelten. Das führt dazu, dass in der Projektion, die Ränder des Dalitz-Plots umso weiter ausschmieren, je größer der Projektionsbereich ist.

Wird nun über einen gewissen  $x$ -Bereich projiziert, kann nur in den  $y$ -Bins gefittet werden, die im gesamten Projektionsbereich innerhalb des Dalitz-Plots liegen. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 4.2 illustriert.

Es musste also ein Kompromiss gefunden werden: Wählte man einen kleinen Bereich in  $x$  zum Projizieren aus, so hatte man einen großen Bereich in  $y$  für den Fit, aber nur eine geringe Statistik. Projizierte man einen zu großen  $x$ -Bereich aus, standen weniger Bins für den Fit zur Verfügung. Letztendlich wurde der Bereich  $-0,6 < x < 0,6$  ausgewählt. Damit steht zur Bestimmung der Dalitz-Parameter der Bereich  $-0,8 \lesssim y \lesssim 1$  zur Verfügung. Ist im Folgenden von Projektionen des Dalitz-Plots die Rede, so ist stets die Projektion dieses Bereichs auf die  $y$ -Achse gemeint.

Bei diesem Vorgehen wird die  $x$ -Abhängigkeit des Matrixelementes vernachlässigt. Sofern die Parameter  $c$  und  $d$  klein sind, ist das gerechtfertigt. Die projizierte Verteilung berechnet sich zu

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{\text{proj}}(y)|^2 &= \int_{x=-0,6}^{0,6} |N|^2 (1 + ay + by^2 + cx + dx^2) \, dx \\ &= |N|^2 \left( 1 + ay + by^2 + \int_{x=-0,6}^{0,6} (c \cdot x + d \cdot x^2) \, dx \right) \\ &= |N|^2 ((1 + \varepsilon) + ay + by^2) \\ &= \frac{|N|^2}{1 + \varepsilon} \left( 1 + \frac{a}{1 + \varepsilon} y + \frac{b}{1 + \varepsilon} y^2 \right). \end{aligned}$$

Dabei ist

$$\varepsilon = \int_{x=-0,6}^{0,6} (c \cdot x + d \cdot x^2) \, dx = 0,18 \cdot c + 0,072 \cdot d$$

Setzt man die Vorhersagen  $c = 0$  und  $d = 0,011$  aus [BN05] ein, ergibt sich

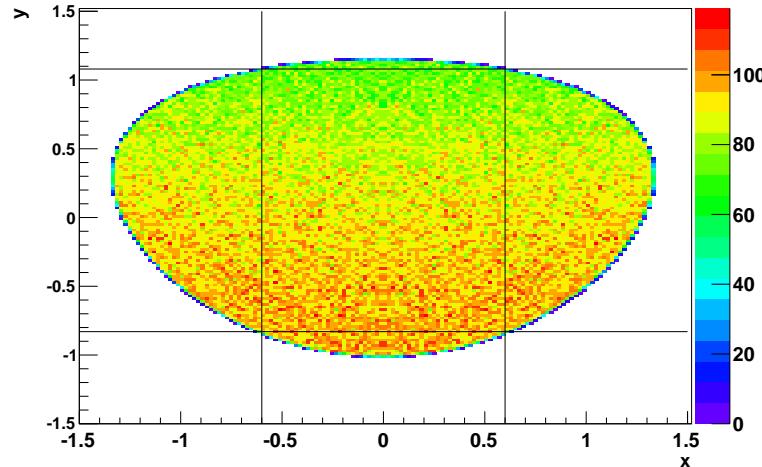


Abbildung 4.2: Untergrundfreier, unverwürfelter  $\eta'$ -Dalitz-Plot, simuliert mit den Dalitz-Parametern aus [BN05]. Eingezeichnet sind die Projektions- und maximal möglichen Fitgrenzen. Durch die Rundung des Dalitz-Plots schmieren die Ränder der Projektionsbereich aus. In diesem Bereich kann nicht gefittet werden. Je größer der Projektionsbereich, desto stärker sieht man diesen Effekt.

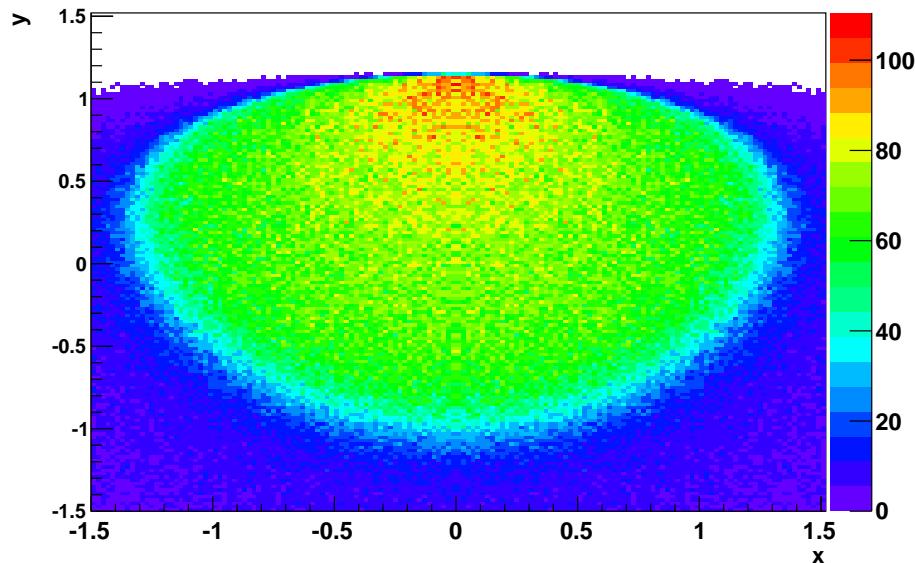


Abbildung 4.3: Simulierte Daten im Dalitz-Plot. Gezeigt sind  $10^6$  simulierte Ereignisse. Sie bestehen zu 50% aus  $\eta'$ -Zerfällen mit den Dalitz-Parametern aus [BN05] und zu 50% aus phasenraumverteilten  $\pi^0\pi^0\eta$ -Ereignissen.

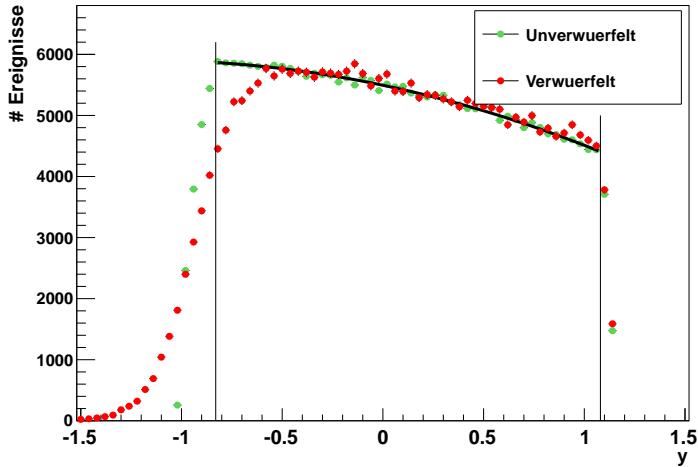


Abbildung 4.4: Projektion des Dalitz-Plots auf die  $y$ -Achse. Projiziert wurde im Bereich  $-0,6 < x < 0,6$ . Gezeigt ist in grün der unverwürfelte, untergrundfreie Datensatz. Zum Vergleich ist in rot der verwürfelte, untergrundfreie Datensatz geplottet. Der Quotient dieser beiden Histogramme wurde im Folgenden als Akzeptanz für die Monte-Carlo-Datensätze verwendet. Die vertikalen Linien entsprechen den horizontalen Linien in Abbildung 4.2 und markieren den maximalen Fitbereich.

$\varepsilon \approx 0,016$  und damit in guter Näherung

$$|\mathcal{M}_{\text{proj}}(y)|^2 = |N|^2 (1 + ay + by^2).$$

Der relative Fehler ist also mit ca. 1,6% vernachlässigbar.

Da die Pionen ununterscheidbar sind, ist es reine Willkür, wie sie nummeriert werden. Um hier keine systematischen Fehler einzuführen, wurde daher stets mit  $|x|$  gearbeitet. Im Dalitz-Plot wurde jedes Ereignis bei  $(|x|, y)$  und bei  $(-|x|, y)$  jeweils mit dem Gewicht 0,5 eingetragen, um die charakteristische runde Form des Dalitz-Plots zu erhalten. Es wäre auch möglich gewesen es nur bei  $(|x|, y)$  mit dem Gewicht 1 einzutragen und von  $x = 0$  bis  $x = 0,6$  zu projizieren. Da der Projektionsbereich aber symmetrisch um 0 ist, sind diese Vorgehensweisen äquivalent.

#### 4.2.1 Tests an simulierten Daten

Um die Funktionsfähigkeit dieser Fitprozedur und der nachfolgend beschriebenen Methoden für den Untergrundabzug zu testen wurde ein Satz Monte-Carlo-Daten mit etwa  $10^6$  Ereignissen simuliert. Die Hälfte der Ereignisse war phasenraumverteilter  $\pi^0\pi^0\eta$ -Untergrund, die andere Hälfte bestand aus  $\eta'$ -Ereignissen, die mit den Dalitz-Parametern

$$\begin{aligned} a &= -0,127, & b &= -0,049 \\ c &= 0, & d &= 0,011 \end{aligned}$$

simuliert wurden. Dies entspricht den Werten aus [BN05]. Der Dalitz-Plot, der sich aus diesen Daten ergibt ist in Abbildung 4.3 gezeigt. Man sieht, dass er durch den Untergrund eine größere Fläche einnimmt, als für  $\eta'$ -Zerfälle kinematisch zugänglich ist.

Zusätzlich wurden zum Vergleich  $10^6$   $\eta'$ -Zerfälle mit den gleichen Dalitz-Parametern aber ohne Untergrund generiert. Um ihn besser mit dem untergrundhaltigen Datensatz vergleichen zu können, ist der untergrundfreie Datensatz in allen Bildern mit einem Faktor 0,5 skaliert worden.

Um Messfehler zu simulieren, wurden die Energien der Photonen in beiden Datensätzen gaußförmig verwürfelt und anschließend kinematisch gefittet. Dadurch ergab sich eine  $m(6\gamma)$ -Verteilung, die der Verteilung in den Daten ähnelt (siehe schwarzes Histogramm in Abbildung 5.2).

Abbildung 4.4 zeigt die Projektion des Dalitz-Plots für den unverwürfelten, sowie für den verwürfelten und kinematisch gefitteten Datensatz. Beide sind hier ohne Untergrund gezeigt. Man sieht, dass durch die Verwürfelung besonders der linke Rand ausgeschmiert wird. Um diesen Effekt beim Test des Untergrundabzugs zu berücksichtigen, wurde eine Art Akzeptanzkorrektur vorgenommen. Als Akzeptanz wurde dabei der Quotient aus den beiden in Abbildung 4.4 gezeigten Histogrammen verwendet. Nach Abzug des Untergrundes wurden die Dalitz-Plots durch diese Akzeptanz geteilt, bevor die Dalitz-Parameter aus ihnen bestimmt wurden.

### 4.3 Individueller Untergrundabzug für jedes $y$ -Bin

Diese Methode des Untergrundabzuges besticht durch seine einfache Grundidee: Um den Untergrundbeitrag in einem gegebenen Bin zu subtrahieren, wird für alle Ereignisse in diesem Bin die invariante Masse  $m(6\gamma)$  histogrammiert. Untergrund und  $\eta'$ -Peak werden durch Funktionen angefittet und dadurch der Untergrundbeitrag bestimmt und abgezogen.

#### 4.3.1 Vorgehensweise

Zunächst wurde für alle Ereignisse mit  $-0,6 < x < 0,6$  zweidimensional die Dalitz-Variablen  $y$  gegen die invariante Masse  $m(6\gamma)$  aufgetragen. Daraus konnte für jedes  $y$ -Bin die  $m(6\gamma)$ -Verteilung durch Projektion bestimmt werden. In einem  $\chi^2$ -Fit wurden Funktionen für Signal und Untergrund angefittet: Der  $\eta'$ -Peak wurde durch eine Gaußfunktion genähert; der Untergrund in Peaknähe konnte durch eine Funktion der Form:

$$bg(x) = C \cdot |x - a_0|^{a_2} \cdot |a_1 - x|^{a_3} \quad C, a_0, \dots, a_3 \in \mathbb{R}_+ \quad (4.1)$$

beschrieben werden.

Eine besondere Herausforderung war, dass die Verteilungen in den verschiedenen Bins große Unterschiede aufwiesen. Daher wurde der projizierte Dalitz-Plot für den Untergrundabzug in drei Abschnitte eingeteilt. Typische Verteilungen für jeden der drei Abschnitte sind in Abbildung 4.5 gezeigt. Um die Verteilungen hinreichend beschreiben zu können, mussten in den verschiedenen Bereichen verschiedene Startwerte und Grenzen für die Parameter der Funktionen verwendet werden. Auch das Intervall, in dem gefittet wurde, wurde von Bereich zu Bereich anders gewählt. (Siehe Tabelle 4.1.)

	$y \leq -0,33$	$-0,33 < y < 0,7$	$0,7 \leq y$
$\mu/\text{MeV}$	957,8 [954; 962]	957,8 [954; 962]	957,8 [954; 962]
$\sigma/\text{MeV}$	9,5 [7; 12]	9,5 [5; 20]	9,5 [5; 20]
$a_0/\text{MeV}$	$h_f$ [ $h_f - 5$ ; $h_f + 5$ ]	$h_f$ [ $h_f - 5$ ; $h_f$ ]	$h_f$ [800; 890]
$a_1/\text{MeV}$	$h_l$ [1060; 1165]	1120 [1100; $h_l$ ]	1050 [1060; $h_l$ ]
$a_2$	0,5 [0,1; 1,0]	0,5 [0,1; 0,7]	1,0 [0,5; 10]
$a_3$	2,0 [1; 10]	2,0 [1,8; 10]	1,0 [0; 10]
Fitber./MeV	[ $h_f$ ; 1040]	[ $h_f$ ; 1060]	[880; 1040]

Tabelle 4.1: Zusammenfassung der Startwerte und Grenzen der Fitparameter. Sie mussten für die drei Bereiche des Dalitz-Plots individuell gewählt werden, um die Verteilung hinreichend beschreiben zu können. Angegeben ist jeweils der Startwert und in eckigen Klammern die Grenzen des jeweiligen Parameters.  $h_f$  und  $h_l$  bezeichnen jeweils Mittelpunkt des ersten und letzten nichtleeren  $m(6\gamma)$ -Bins.  $\mu$  und  $\sigma$  bezeichnen Mittelwert und Standardabweichung der Gaußfunktion. Die Parameter  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  sind in Gleichung 4.1 definiert.

**Bereich 1 ( $y \leq -0,33$ )** Die ersten Bins in diesem Bereich enthalten ausschließlich Untergrund. Ab  $y \gtrsim -1$  ist auch der  $\eta'$ -Peak sichtbar. Es befindet sich jedoch nur auf der rechten Seite des Peaks Untergrund. (Abbildung 4.5 oben)

Um eine gute Beschreibung des Peaks durch die Gaußfunktion sicherzustellen, wurden wie in allen drei Bereichen recht enge Grenzen für den Parameter  $\mu$  vorgegeben. Ansonsten neigte der Fit dazu, eine flache und breite Gaußfunktion anzupassen, die die Untergrundverteilung jedoch nicht den Peak beschrieb. Da in diesem Bereich in einigen Bins kein Peak vorhanden war,

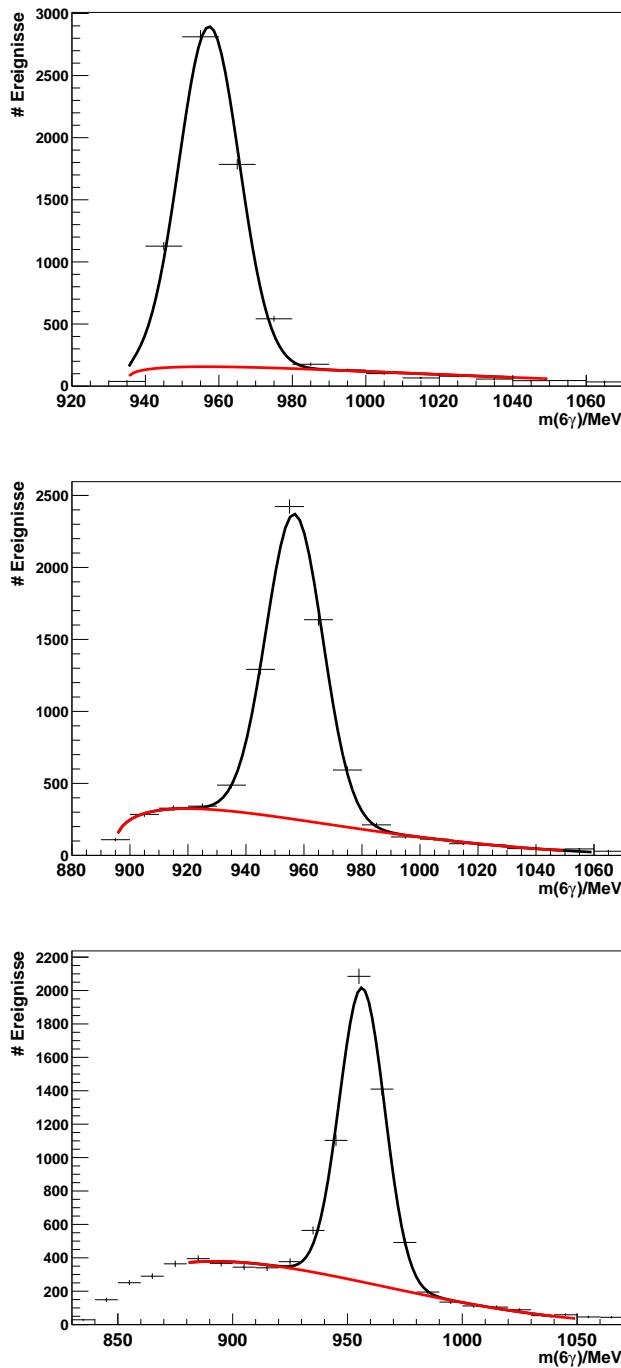


Abbildung 4.5: Typische Fits beim Untergrundabzug. Untergrund nur auf der rechten Seite des Peaks (oben,  $y = -0,62 \pm 0,02$ ), Untergrund zeigt sich auch auf der linken Seite (mitte,  $y = 0,14 \pm 0,02$ ) und Untergrund auf beiden Seiten (unten,  $y = 0,94 \pm 0,02$ ).

reichte das nicht aus, sodass auch für  $\sigma$  engere Grenzen als in den anderen Bereichen gewählt werden mussten.

Für das  $m(6\gamma)$ -Spektrum wurden 10 MeV-Bins verwendet. Die Grenzen des Parameters  $a_0$  bedeuten somit eine Einschränkung auf das erste nichtleere Bin. Diese Vorgabe ist wohl die wichtigste von allen: Gewährt man dem Fit hier zu viel Freiraum, so kann der Untergrund an einer beliebigen Stelle unter dem Peak aufhören, was häufig zu misslungenen und absurdem Fitergebnissen führt. Betrachtet man das Verhalten des Untergrundes in den anderen Bins, so ist auch nicht davon auszugehen, dass er unterhalb des  $\eta'$ -Peaks aufhört.

Die Grenzen für die zweite Nullstelle  $a_1$  wurden so gewählt, dass sie außerhalb des Fitbereichs liegt. Wichtig ist eine gute Beschreibung im Bereich des Peaks, die oftmals besser gelang, wenn  $a_1$  nicht mit der tatsächlichen Nullstelle des Untergrundes übereinstimmte.

Mit den Exponenten  $a_1$  und  $a_2$  ließ sich steuern, ob die Untergrundfunktion an ihren Nullstellen konvex oder konkav war. Dementsprechend musste  $a_2 < 1$  gelten, um konkav und  $a_3 > 1$ , um konvexes Verhalten zu erzwingen. Zu kleine Werte für  $a_1$  resultieren in einem plötzlichen, fast senkrechten Abfall der Funktion. Hier scheint der Fit häufig in ein lokales Minimum zu laufen, das jedoch den Untergrund nicht gut beschreibt. Daher wurde als Untergrenze 0,1 festgesetzt.

Der Fitbereich beginnt im ersten nichtleeren Bin und geht bis 1040 MeV. Da die Fitfunktion 8 Parameter besitzt (Zu den in Tabelle 4.1 kommen noch die Amplituden von Gauß- und Untergrundfunktion!), sollte er auf keinen Fall kleiner sein. Das wäre gerade bei realen Daten problematisch, da hier aufgrund der geringen Statistik leere Bins keine Seltenheit sind. Andererseits ergab sich bei zu großem Fitbereich eine schlechte Beschreibung des Untergrundes im Peakbereich, sodass als Obergrenze 1040 festgelegt wurde.

**Bereich 2** ( $-0,33 < y < 0,7$ ) Ab  $y \approx -0,33$  zeigte sich auch Untergrund auf der linken Seite des Peaks (Abbildung 4.5 Mitte). Es standen nur wenige Punkte zur Verfügung, um ihn anzufitten, sodass es hier förderlich war, die Parameter  $a_0$  und  $a_2$  etwas weiter einzuschränken.

**Bereich 3** ( $y \geq 0,7$ ) War auf beiden Seiten des Peaks genug Untergrund vorhanden, so war es nicht mehr notwendig vom ersten nichtleeren Bin an zu fitten (Abbildung 4.5 unten). Der Fitbereich wurde also bei 880 MeV abgeschnitten. Damit konnten auch die Grenzen für den Parameter  $a_0$  aufgelockert werden.

Die aus dem  $\chi^2$ -Fit bestimmte Untergrundfunktion wurde anschließend vom Histogramm subtrahiert (Siehe Abbildung 4.6). Die Anzahl der Signalereignisse

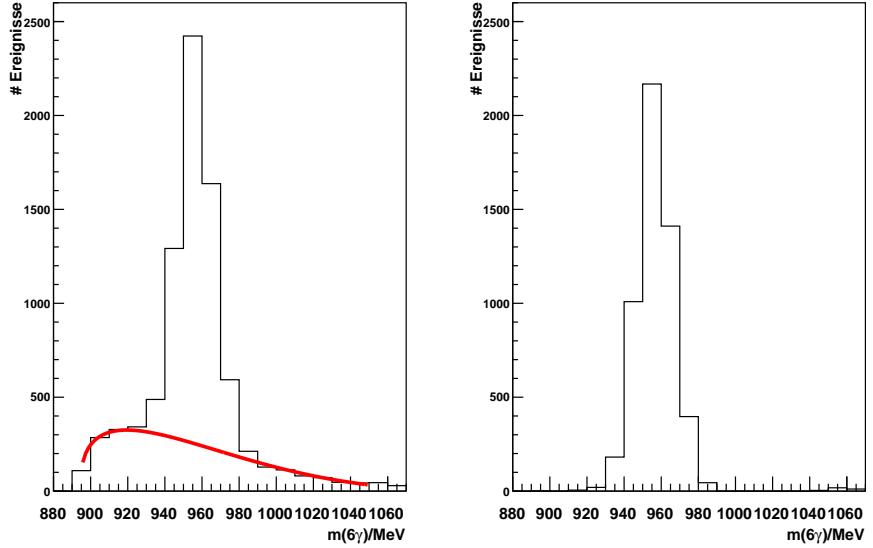


Abbildung 4.6: Abzug des Untergrundes im Bin  $y = 0,14 \pm 0,02$ . Aufgetragen ist die invariante Masse der Ereignisse in diesem Bin. Links die Verteilung mit Untergrund zusammen mit der angepassten Untergrundfunktion. Rechts die Verteilung nach Abzug des Untergrundes.

nisse im  $y$ -Bin wurde nun durch Aufsummieren der Bins von  $\max(h_f, 920 \text{ MeV})$  bis  $990 \text{ MeV}$  bestimmt.  $h_f$  bezeichnet dabei die Mitte des ersten nichtleeren Bins. Galt  $h_f > 990 \text{ MeV}$ , so wurde das  $y$ -Bin auf 0 gesetzt.

Bei der Fehlerberechnung wurden die Fehler des Gesamthistogramms und des Untergrundes als unkorreliert angenommen und der Fehler nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung bestimmt. Entsprechend pflanzte sich der Fehler auch auf das Integral fort. Durch diese vereinfachte Betrachtung wird der Fehler überschätzt.

#### 4.3.2 Test an simulierten Daten und Abschätzung des systematischen Fehlers

Der Untergrundabzug wurde an den in Abschnitt 4.2.1 beschriebenen simulierten Daten getestet. Abbildung 4.7 zeigt das Ergebnis des Untergrundabzuges nach der oben beschriebenen Akzeptanzkorrektur. Zum Vergleich ist der unverwürfelte Datensatz ohne Untergrund dazugeplottet. Trotz guter Fits in den einzelnen Bins sieht man, dass besonders im Bereich großer  $y$  der Fit den Untergrund überschätzt. Das führt zu einem zu steilen Abfall und einem systematisch zu kleinen Dalitz-Parameter  $a$ .

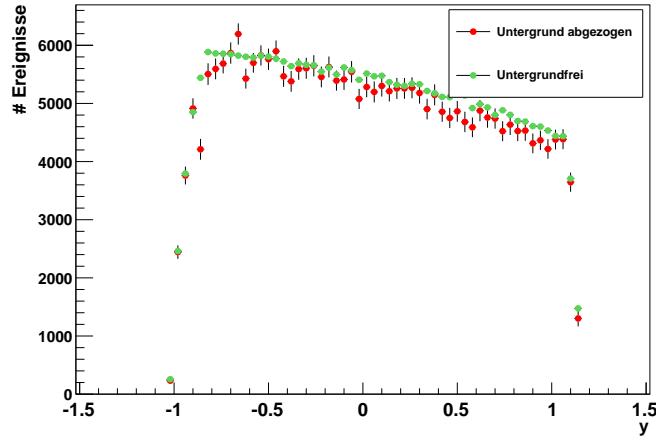


Abbildung 4.7: Vergleich der untergrundfreien, unverwürfelten Daten (grün) mit dem Ergebnis nach Untergrundabzug (rot) im projizierten Dalitz-Plot. Nach dem Untergrundabzug wurde die erwähnte Akzeptanzkorrektur angewendet. Man sieht deutlich, dass die Punkte für große  $y$  systematisch zu tief liegen. Das führt zu einem betragsmäßig zu großen Wert für den Dalitz-Parameter  $a$ .

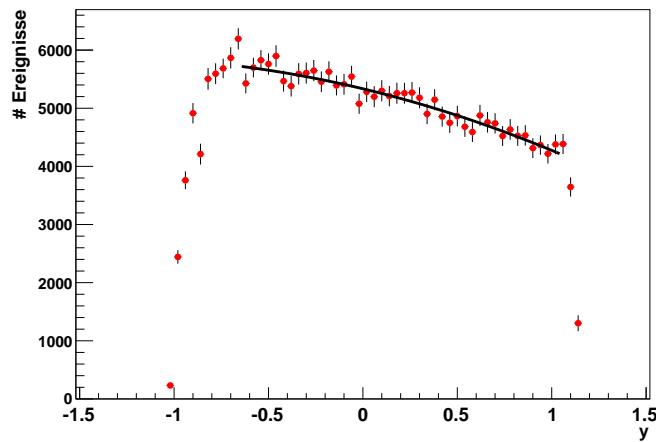


Abbildung 4.8: Ein Fit an den projizierten Dalitz-Plot nach Abzug des Untergrundes. Der Fit ergibt für die Dalitz-Parameter  $a = -0,146 \pm 0,015$  und  $b = -0,053 \pm 0,024$ .

Abbildung 4.8 zeigt einen Fit an den so untergrundbereinigten Dalitz-Plot. Für die Dalitz-Parameter ergibt sich

$$a = -0,146 \pm 0,015 \quad (\text{simuliert: } -0,127)$$

$$b = -0,053 \pm 0,024 \quad (\text{simuliert: } -0,049).$$

Erwartungsgemäß ist  $a$  betragsmäßig zu groß und stimmt im Rahmen des Fehlers nicht mit dem simulierten Wert überein.  $b$  ist im Rahmen der Fehler mit dem simulierten Wert verträglich.

Um ein Gefühl für den systematischen Fehler des Untergrundabzuges zu bekommen, wurde er mehrmals mit kleineren Modifikationen durchgeführt. Die daraus resultierenden Dalitz-Parameter sind in Abbildungen 4.9 und 4.10 dargestellt. Die durchgeführten Modifikationen waren die Folgenden:

- ***n\_bins*:** Im  $y$ -Intervall  $[-2; 2]$  wurden  $n$  Bins verwendet. Der Untergrundabzug wurde wie beschrieben durchgeführt. Die in Abbildungen 4.7 und 4.8 dargestellten Plots entsprechen  $n = 100$ .
- **Var1:** Für den Parameter  $a_0$  (erste Nullstelle der Untergrundfunktion) wurden in allen drei Bereichen die Grenzen um 10 MeV erweitert. Dabei wurde die Untergrenze um 5 MeV gesenkt und die Obergrenze um 5 MeV erhöht.
- **Var2:** Die Obergrenze des Parameters  $a_2$  (Exponent der ersten Nullstelle der Untergrundfunktion) wurde in allen drei Bereichen um 0,5 erhöht. So waren auch Werte größer als 1 möglich.
- **Var3:** Als Grenze zwischen Bereich 1 und 2 wurde  $y = -0,23$  statt  $y = -0,33$  gewählt.
- **Var4:** Als Grenze zwischen Bereich 1 und 2 wurde  $y = -0,43$  statt  $y = -0,33$  gewählt.
- **Var5:** Als Grenze zwischen Bereich 2 und 3 wurde  $y = 0,6$  statt  $y = 0,7$  gewählt.
- **Var6:** Als Grenze zwischen Bereich 2 und 3 wurde  $y = 0,8$  statt  $y = 0,7$  gewählt.
- **Var7:** Die Obergrenze des Fitbereichs wurde in allen drei Bereichen um 10 MeV verringert.
- **Var8:** Die Obergrenze des Fitbereichs wurde in allen drei Bereichen um 10 MeV erhöht.

Bei Bins in Abbildungen 4.9 und 4.10, deren Beschriftung auf “r” endet, wurde nach dem Untergrundabzug der projizierte Dalitz-Plot rebinnt, wobei immer zwei Bins zusammengefasst wurden.

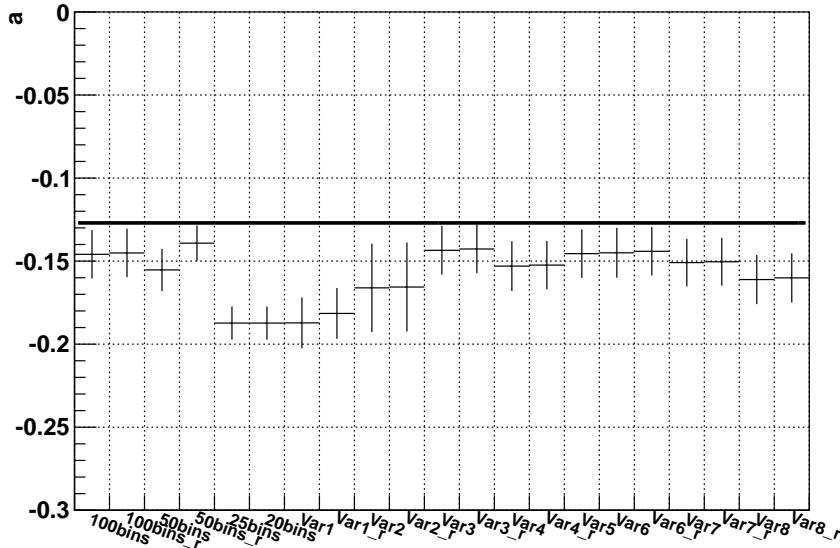


Abbildung 4.9: Abschätzung des systematischen Fehlers für den Parameter  $a$ . Eine Legende für die Achsenbeschriftung ist auf Seite 58 gegeben. Die durchgezogene Linie repräsentiert den simulierten Wert von  $a = -0,127$ .

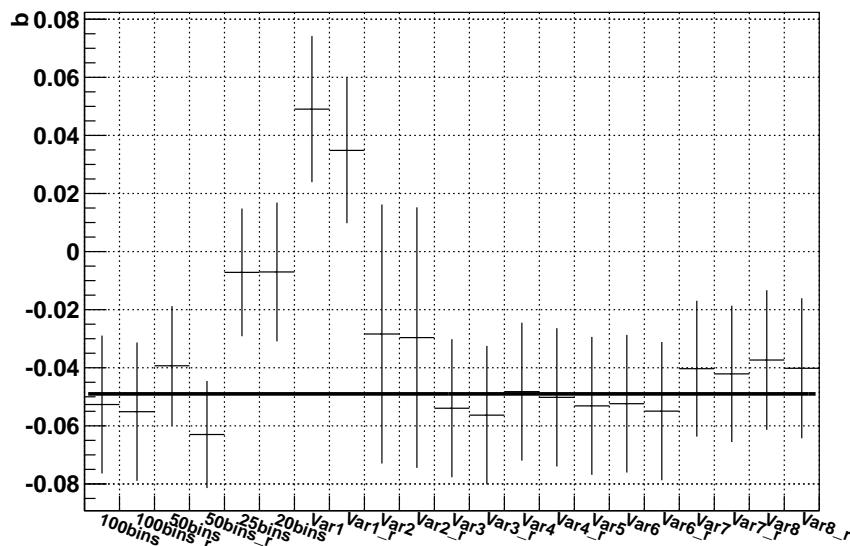


Abbildung 4.10: Abschätzung des systematischen Fehler für den Parameter  $b$ . Eine Legende für die Achsenbeschriftung ist auf Seite 58 gegeben. Die durchgezogene Linie repräsentiert den simulierten Wert von  $b = -0,049$ .

Man sieht erwartungsgemäß, dass der Parameter  $a$  immer zu klein ist. Die durchschnittliche Abweichung beträgt etwa 0,04, was einer relativen Abweichung von etwa 30% entspricht.

Die Abweichungen beim Parameter  $b$  sind meist in der Größenordnung 0,01. Doch es kommt auch vor, dass nicht einmal das Vorzeichen reproduziert werden kann. Es ist nicht davon auszugehen, dass man in den Daten eine Aussage über  $b$  machen kann.

Wie empfindlich die Grenzen der Fitparameter sind, sieht man sehr deutlich in Abbildung 4.11. Dort ist der projizierte Dalitz-Plot gezeigt wie er sich für die Modifikation Var1 ergibt. Allein die etwas weiter gewählten Grenzen für den Parameter  $a_0$  führen dazu, dass der Fit in mehreren Bins misslingt, was sich durch Ausreißer im Dalitz-Plot bemerkbar macht.

#### 4.4 Anfitten des Peaks mit einer Novosibirskfunktion

Betrachtet man Abbildung 4.5, so fällt auf, dass der Peak leicht asymmetrisch ist und durch die Gaußfunktion nicht optimal beschrieben wird. Es ist denkbar, dass dadurch auch die Beschreibung des Untergrundes nicht gelingt und daher der Untergrund systematisch überschätzt wird. Daher wurde versucht, den leicht asymmetrischen Peak durch eine Novosibirskfunktion

$$\text{Nov}(x) = A \cdot e^{-\frac{\log^2(1+\Lambda\tau(x-\mu))}{2\tau^2} + \tau^2} \quad \text{mit}$$

$$\Lambda = \frac{\sinh(\tau\sqrt{\log(4)})}{\sigma\tau\sqrt{\log(4)}}$$

zu beschreiben. Der Parameter  $\tau$  wird Tailparameter genannt und parametrisiert die Asymmetrie der Novosibirskfunktion. Für  $\tau \rightarrow 0$  ergibt sich eine Gaußfunktion mit Mittelwert  $\mu$  und Standardabweichung  $\sigma$ . [Ham12, Mü12] Es zeigte sich, dass der Fit in einigen  $y$ -Bins tatsächlich besser passte (Abbildung 4.13 oben), aber einen noch größeren Untergrundbeitrag bestimmte als der Fit mit der Gaußfunktion. Es zeigte sich jedoch auch, dass die Gaußfunktion deutlich robuster ist: In einigen Bins misslang (Abbildung 4.13 unten) der Fit mit der Novosibirskfunktion. Letztendlich änderte sich aber im Dalitz-Plot so wenig, dass die Gaußfunktion beibehalten wurde (4.12).

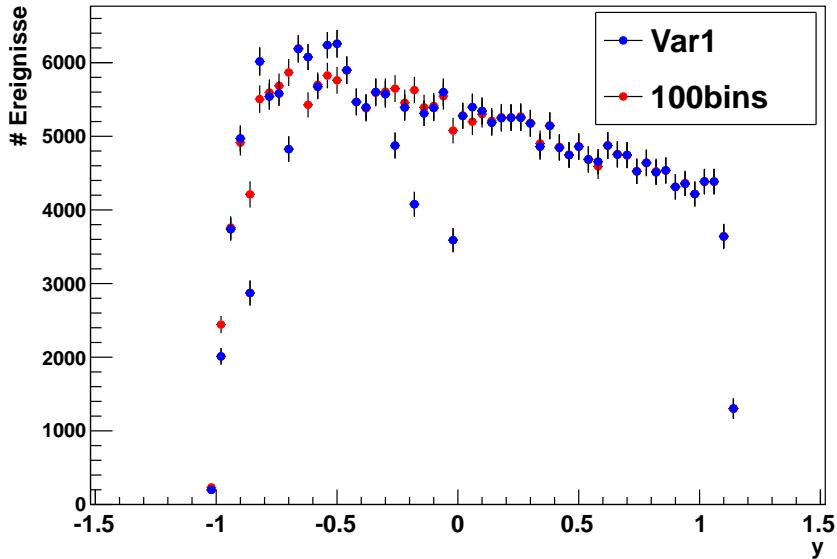


Abbildung 4.11: Wie empfindlich die Grenzen der Fitparameter sind, sieht man hier sehr deutlich. Die blauen Punkte ergeben sich im Dalitz-Plot für Var1 (Erläuterung zu Var1 auf Seite 58).

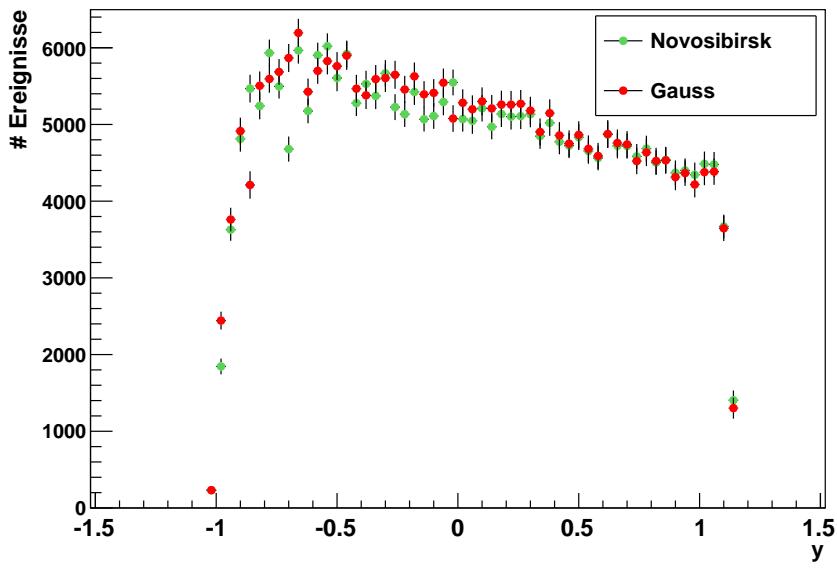


Abbildung 4.12: Untergrundabzug mit unterschiedlichen Funktionen zur Beschreibung des Peaks. Gauß (rot) und Novosibirsk (grün).

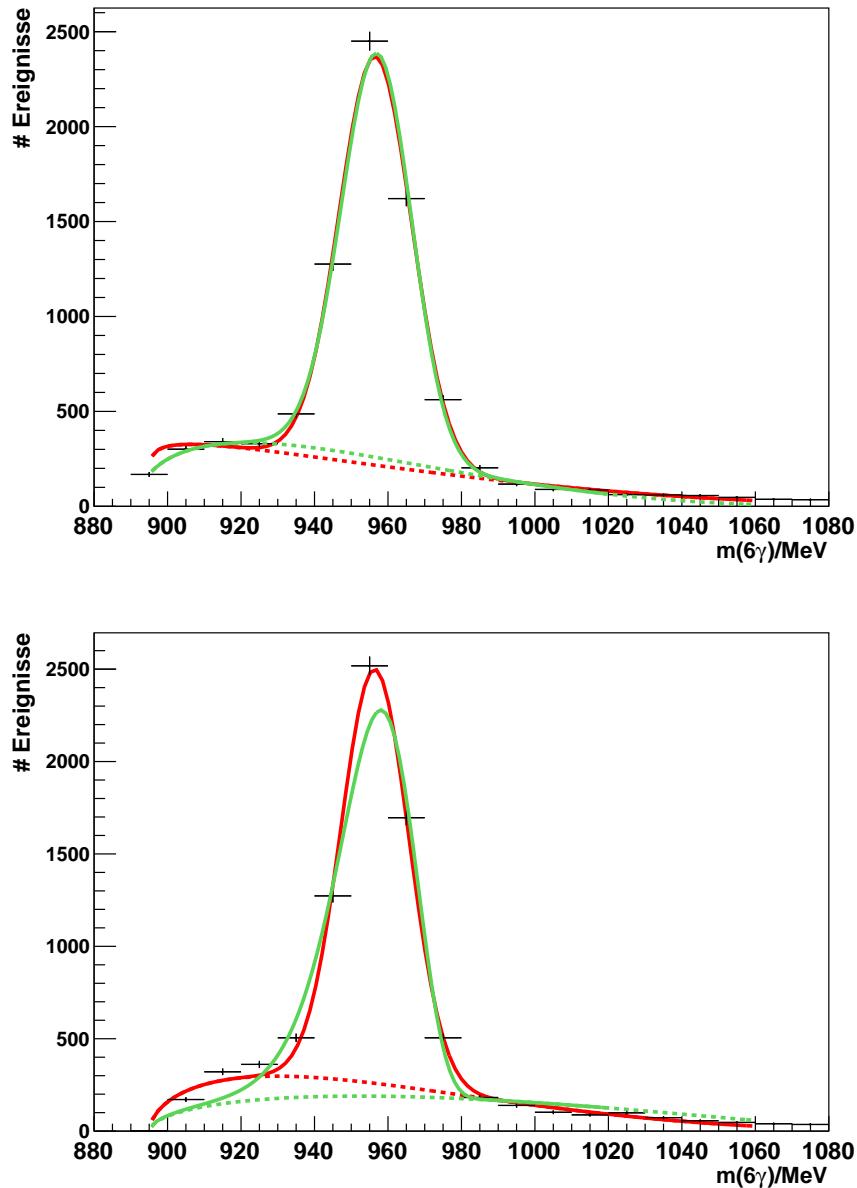


Abbildung 4.13: Vergleich der Fits mit Gauß- (rot) und Novosibirskfunktion (grün) für zwei  $y$ -Bins (oben:  $y = 0,18 \pm 0,02$ ; unten:  $y = 0,00 \pm 0,02$ ).

## Kapitel 5

# Multivariater Seitenbandabzug

Als weitere Methode den Untergrund zu behandeln wurde basierend auf [WBM09] und [Wil11] der multivariate Seitenbandabzug (im Folgenden auch als QFit bezeichnet) implementiert. Er stellt eine Verallgemeinerung des Seitenbandabzuges dar. Jedem Ereignis wird ein Qualitätsfaktor oder  $Q$ -Faktor zugeordnet, der die Wahrscheinlichkeit angibt, dass das Ereignis zum Signal und nicht zum Untergrund gehört. [WBM09]

### 5.1 Funktionsprinzip des multivariaten Seitenbandabzugs

Man betrachte einen Datensatz aus  $n = n_s + n_b$  Ereignissen.  $n_s$  bezeichne dabei die Anzahl der Signal-,  $n_b$  die Anzahl der Untergrundereignisse. (Die Bezeichnung der Variablen stimmt mit [WBM09] überein.) Die für die Analyse relevanten Größen seien im Koordinatenvektor  $\vec{\xi}$  zusammengefasst. Von diesen Koordinaten sei eine als Referenzkoordinate  $\xi_r$  ausgezeichnet. Bezuglich dieser lasse sich die Verteilung des Signals und des Untergrundes durch bekannte Funktionen beschreiben. Es ist wichtig, dass die Referenzkoordinate und die übrigen Koordinaten nicht stark korreliert sind.

Der  $Q$ -Faktor des  $i$ -ten Ereignisses wird mit Hilfe von  $n_c$  Ereignissen in seiner Umgebung bestimmt. Welche Ereignisse in seiner Umgebung liegen, wird durch eine Metrik auf den Nichtreferenzkoordinaten definiert. Bezuglich dieser Metrik können die  $n_c$  Ereignisse bestimmt, die zum  $i$ -ten Ereignis den geringsten Abstand haben.

Sei nun  $F_S(\xi_r, \vec{\alpha})$  die Verteilung des Signals bezüglich der Referenzkoordinate,  $F_B(\xi_r, \vec{\alpha})$  analog die des Untergrundes. Der Vektor  $\vec{\alpha}$  fasse dabei möglicherweise unbekannte Parameter der beiden Funktionen zusammen. (Ist  $F_S$  beispielsweise eine Gaußverteilung, so enthält  $\vec{\alpha}$  Amplitude, Mittelwert und Standardabweichung der Gaußfunktion.)

Die Verteilung der  $n_c$  nächsten Nachbarn lässt sich durch die Funktion

$$F(\xi_r, \vec{\alpha}) = F_S(\xi_r, \vec{\alpha}) + F_B(\xi_r, \vec{\alpha})$$

beschreiben. Die Parameter  $\vec{\alpha}$  werden durch einen Maximum-Likelihood-Fit von  $F(\xi_r, \vec{\alpha})$  an diese Verteilung bestimmt. Der  $Q$ -Faktor berechnet sich dann gemäß

$$Q_i = \frac{F_S(\xi_r^i, \vec{\alpha}_i)}{F_S(\xi_r^i, \vec{\alpha}_i) + F_B(\xi_r^i, \vec{\alpha}_i)}.$$

Der Untergrundabzug geschieht nun dadurch, dass jedes Ereignis beim Eintragen in ein Histogramm mit seinem  $Q$ -Faktor gewichtet wird. Umgekehrt lässt sich der Beitrag des Untergrundes berechnen, indem man jedes Ereignis mit  $1 - Q_i$  gewichtet.

Eine starke Korrelation von Referenzkoordinate und Nichtreferenzkoordinaten würde dazu führen, dass die Form von Signal und Untergrund von Umgebung zu Umgebung stark variieren. Das erschwert das Fitten zwar erheblich, berücksichtigt man diese Variationen jedoch, so lässt sich der multivariate Seitenbandabzug dennoch durchführen.

Der Fehler des  $Q$ -Faktors lässt sich aus der Kovarianzmatrix des Fits berechnen:

$$\sigma_Q^2 = \sum_{ij} \frac{\partial Q}{\partial \alpha_i} (C_\alpha^{-1}) \frac{\partial Q}{\partial \alpha_j}.$$

Wird nun ein Histogramm gefüllt, bei dem die Ereignisse jeweils mit ihrem  $Q$ -Faktor gewichtet werden, so setzt sich der Fehler des Bins aus zwei Bestandteilen zusammen:

$$\sigma_{\text{bin,tot}}^2 = \sigma_{\text{bin,fit}}^2 + \sigma_{\text{bin,stat}}^2.$$

Dabei ist  $\sigma_{\text{bin,stat}}$  der statistische Fehler, der sich nach

$$\sigma_{\text{bin,stat}}^2 = \sum_i Q_i^2.$$

berechnet. In  $\sigma_{\text{bin,fit}}$  kommen die Fehler der einzelnen  $Q$ -Faktoren zum Tragen:

$$\sigma_{\text{bin,fit}}^2 = \sum_{ij} \sigma_Q^i \rho_{ij} \sigma_Q^j.$$

Die Indizes  $i$  und  $j$  laufen dabei jeweils über alle Ereignisse des Bins. Der Korrelationsfaktor  $\rho_{ij}$  ist der Anteil der Nachbarereignisse, die sowohl beim  $i$ -ten als auch beim  $j$ -ten Ereignis zur Bestimmung des  $Q$ -Faktors benutzt wurden. Diesen Anteil für alle Ereignisspaare in einem Bin zu bestimmen

ist immens rechenintensiv. Nimmt man 100% Korrelation (d.h.  $\rho_{ij} \equiv 1$ ) an, kann man jedoch den Fehler durch

$$\sigma_{\text{bin,fit}} = \sum_i \sigma_Q^i$$

nach oben abschätzen. [WBM09]

## 5.2 Vorgehensweise und Test an simulierten Daten

Im hier vorliegenden Fall liegen drei relevante Koordinaten vor: Die invariante Masse der drei Mesonen bzw. der sechs Photonen  $m(6\gamma)$  (siehe Gleichung 3.2) und die beiden Dalitz-Variablen  $|x|$  und  $y$  (siehe Gleichungen 1.2 und 1.3).

Dabei dient  $m(6\gamma)$  als Referenzkoordinate. Die Verteilung der Signalkomponente bezüglich  $m(6\gamma)$  wurde wieder durch eine Gauß-Funktion angenähert, der Untergrund durch die Funktion  $bg$  (siehe Gleichung 4.1). Zusammenfassend ist hier also

$$\begin{aligned}\vec{\xi} &= (m(6\gamma), |x|, y) \\ \vec{\alpha} &= (A, \mu, \sigma, C, a_0, a_1, a_2, a_3).\end{aligned}$$

Dabei ist  $A$  die Amplitude der Gauß-Funktion,  $\mu$  und  $\sigma$  der Mittelwert und Standardabweichung.

Als Metrik im Dalitz-Plot bietet sich die Euklidische Metrik<sup>1</sup> an. Der Abstand zwischen zwei Ereignissen  $i$  und  $j$  ist dann

$$d^2(i, j) = (|x_i| - |x_j|)^2 + (y_i - y_j)^2.$$

Bei der Wahl von  $n_c$  ist zu beachten, dass man genügend Statistik braucht, um den Fit durchführen zu können, gleichzeitig sollte aber  $n_c$  nicht allzu groß sein, da man durch die geringe Statistik schnell einen zu großen Bereich des Dalitz-Plots mit einbezieht. Hier wurde  $n_c = 300$  gewählt.

Auch der QFit wurde an den in Kapitel 4 beschriebenen, simulierten Daten getestet. Nach Abzug des Untergrundes wurde auch hier am projizierten Dalitz-Plot die in Abschnitt 4.2.1 beschriebene Akzeptanzkorrektur vorgenommen. Da diese Methode sehr rechenintensiv sind, wurden für die Tests jedoch nur  $10^5$  simulierte Ereignisse verwendet.

Um ein Gefühl dafür zu bekommen, was der QFit als Untergrund identifiziert, kann man sich das  $m(6\gamma)$ -Spektrum aller Ereignisse (siehe Abbildungen 5.1 und 5.2) ansehen. Trägt man die Events mit dem Gewicht  $1 - Q$  ein, so erkennt man den Untergrundbeitrag.

---

<sup>1</sup>Die in [WBM09] empfohlene Gewichtung der Koordinaten kann hier entfallen, da  $x$  und  $y$  einen vergleichbaren Wertebereich haben.

	$h_f \leq 890 \text{ MeV}$	$890 \text{ MeV} < h_f < 930 \text{ MeV}$	$930 \text{ MeV} \leq h_f$
$\mu/\text{MeV}$	aus Fit [954; 962]	aus Fit [954; 962]	aus Fit [954; 962]
$\sigma/\text{MeV}$	aus Fit [7,5; 11]	aus Fit [7,5; 11]	aus Fit [7,5; 11]
$a_0/\text{MeV}$	$h_f$ [ $h_f - 5; h_f$ ]	$h_f$ [ $h_f - 5; h_f$ ]	$h_f$ [ $h_f - 5; h_f$ ]
$a_1/\text{MeV}$	$h_l$ [1045; $h_l$ ]	$h_l$ [1045; $h_l$ ]	$h_l$ [1045; $h_l$ ]
$a_2$	0,5 [0,01; 1]	0,5 [0,01; 1]	0,5 [0,01; 1]
$a_3$	2,0 [1; 10]	2,0 [1; 10]	2,0 [1; 10]
Fitber./MeV	[ $h_f + 10; h_f + 150$ ]	[ $h_f; 1050$ ]	[ $h_f; 1030$ ]

Tabelle 5.1: Überblick über Startwerte und Grenzen der Fitparameter, wie sie im QFit verwendet wurden. Angegeben sind Startwerte und die Grenzen, die dem Fit übergeben wurden. Um Startwerte für  $\mu$  und  $\sigma$  zu erhalten wurde eine Gaußfunktion an den Bereich von 940 MeV bis 980 MeV angefittet. Die Ergebnisse des Fits wurden dann als Startparameter verwendet.  $h_f$  und  $h_l$  bezeichnen den Mittelpunkt des ersten bzw. letzten Bins.

Auch hier zeigte sich eine hohe Empfindlichkeit auf die Startwerte und vor allem auf die Grenzen der Fitparameter. Zu Beginn wurden keine oder sehr weite Grenzen vorgegeben. Die Fits der einzelnen Umgebungen sahen dabei überwiegend plausibel aus. Nur in den Randbereichen des Dalitz-Plots kam es vor, dass Fits die Verteilungen sehr schlecht beschrieben. Es zeigte sich allerdings in der Untergrundverteilung bei der  $\eta'$ -Masse eine Delle. (Siehe Abbildung 5.1.)

Das Problem ist, dass Referenz- und Nichtreferenzkoordinaten eben nicht unkorreliert sind. Bereiche, die im Dalitz-Plot weiter außen liegen sind erst ab höherem  $m(6\gamma)$  kinematisch zugänglich. Betrachtet man also die  $m(6\gamma)$ -Verteilung der  $n_c$  Nachbarn für ein gegebenes Ereignis im Innern des Dalitz-Plots, so zeigt sich ein Peak bei der  $\eta'$ -Masse mit Untergrund auf beiden Seiten. Je weiter man sich nach außen bewegt, desto weniger Untergrund hat man auf der linken Seite. Verlässt man schließlich den Bereich, der für einen  $\eta'$ -Zerfall möglich ist, so hat man nur noch Untergrund.

Eine bedeutende Verbesserung ergab sich, als die Fitparameter aus Abschnitt 4.3 als Ausgangspunkt verwendet wurden. Zum einen verbesserten sich die einzelnen Fits, zum anderen verschwand auch die beschriebene Delle (Abbildung 5.2).

Für den QFit wurde der Fitbereich ebenfalls in Abhängigkeit von der Gestalt des Untergrundes gewählt. Hier wurde als Unterscheidungskriterium die

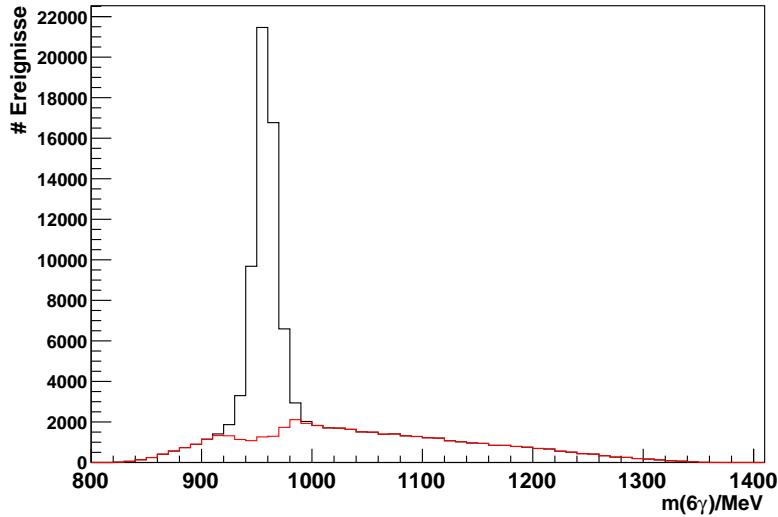


Abbildung 5.1:  $m(6\gamma)$ -Spektrum der simulierten Daten. In rot ist der vom QFit erkannte Untergrundbeitrag eingezeichnet. Waren die Fitparameter und ihre Grenzen nicht präzise genug eingestellt, misslang die Beschreibung des Untergrundes. Dies äußerte sich meist in einer Delle im Untergrund unterhalb des  $\eta'$ -Peaks.

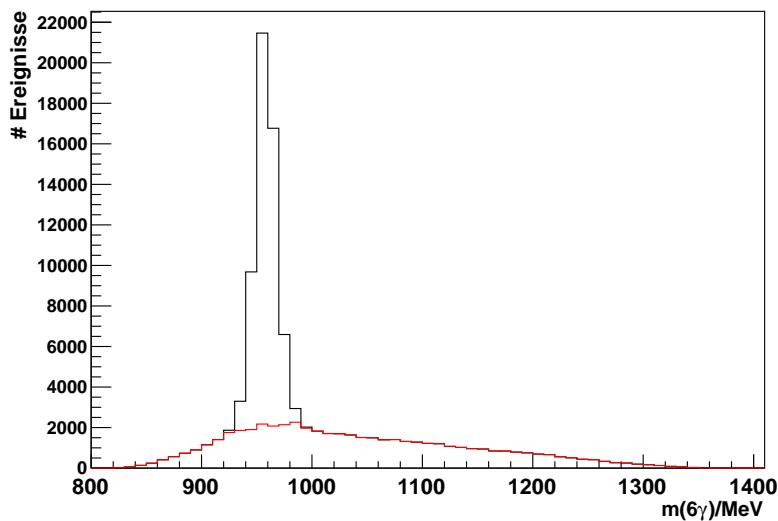


Abbildung 5.2: Untergrunderkennung des QFits im  $m(6\gamma)$ -Spektrum, bei gut eingestellten Startwerten und Grenzen der Fitparameter.

Mitte  $h_f$  des ersten nichtleeren Bins verwendet.

Die Grenzen aller Parameter sowie die Startwerte der Parameter des Untergrundes konnten unabhängig von  $h_f$  festgelegt werden. Die Startwerte für das Signal wurden durch Anfitten einer Gaußfunktion an den Bereich von 940 MeV bis 980 MeV bestimmt. Tabelle 5.1 fasst die Startwerte und Grenzen zusammen.

Abbildungen 5.3 und 5.4 zeigen den Dalitz-Plot aus den simulierten Daten nach Untergrundabzug mit dem QFit. Als Fehler der einzelnen Bins ist der statistische Fehler  $\sigma_{\text{bin,stat}}$  aufgetragen. Die Berechnung von  $\sigma_{\text{bin,fit}}$  muss noch implementiert werden.

Der QFit scheint für kleine  $y$ -Werte den Untergrund etwas zu unterschätzen. Im Gegensatz zum Untergrundabzug in Abschnitt 4.3 ist jedoch hier keine klare Systematik erkennbar.

Der in Abbildung 5.4 gezeigte Fit liefert für die Dalitz-Parameter die Werte

$$a = -0,169 \pm 0,015 \quad (\text{simuliert: } -0,127)$$

$$b = -0,069 \pm 0,021 \quad (\text{simuliert: } -0,049).$$

Im Rahmen der Fehler ist  $a$  nicht mit dem simulierten Wert vereinbar,  $b$  hingegen schon. Es ist hier allerdings zu beachten, dass die Fehler nicht aussagekräftig sind, da bei der Berechnung des Fehler  $\sigma_{\text{bin,fit}}$  nicht berücksichtigt wurde.

### 5.3 Vor- und Nachteile des multivariaten Seitenbandabzugs

Ein Vorteil des QFits ist, dass der Untergrundabzug ungebinnt durchgeführt werden kann. Der binweise Untergrundabzug ist aufgrund der geringen Statistik in  $\eta'$ -Daten nur in der Projektion durchführbar, was naturgemäß mit einem Informationsverlust einhergeht. Multivariater Seitenbandabzug ermöglicht es dagegen einen untergrundbereinigten zweidimensionalen Dalitz-Plot zu erstellen. Diesen könnte man wiederum ungebinnt zweidimensional fitten.

Allerdings ist das Verfahren sehr rechenintensiv. Bei jedem Ereignis muss der Abstand zu allen anderen Ereignissen bestimmt, die 300 Nachbarereignisse gefunden und ein Fit durchgeführt werden. Auf dem hier eingesetzten Rechner (32bit-Rechner mit AMD Phenom (2300 MHz). Betriebssystem: Linux) dauerte der Untergrundabzug für  $10^5$  Ereignisse etwa 5 Stunden.

Die Berechnung des Fehlers ist sogar noch aufwendiger, da für jedes Ereignispaar in jedem Bin die Anzahl der Ereignisse bestimmt werden muss, die bei beiden Ereignissen zur Bestimmung des  $Q$ -Faktors benutzt werden mussten.

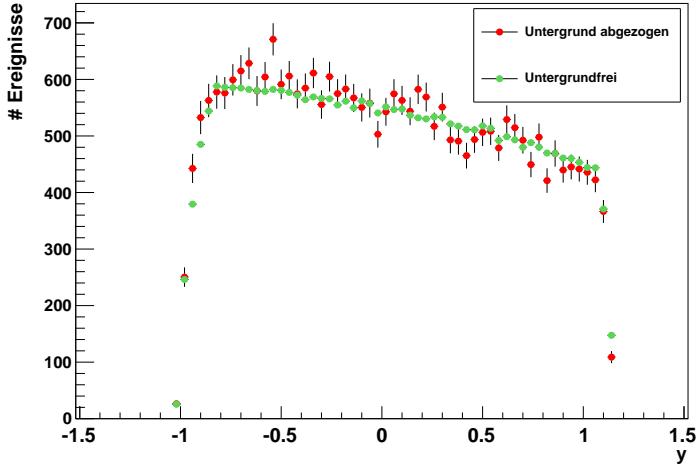


Abbildung 5.3: Da der Q-Wert-Untergrundabzug sehr rechenintensiv ist, wurde er an nur  $10^5$  simulierten Ereignissen, ebenfalls mit 50% Untergrundanteil, getestet (rot). Dazu geplottet (grün), die volle Statistik der untergrundfreien, unverwürfelten Daten um den Faktor 20 herunterskaliert. Bis auf einige Schwankungen wurde eine überzeugende Übereinstimmung erzielt. Hier ist keine klare systematische Abweichung erkennbar.

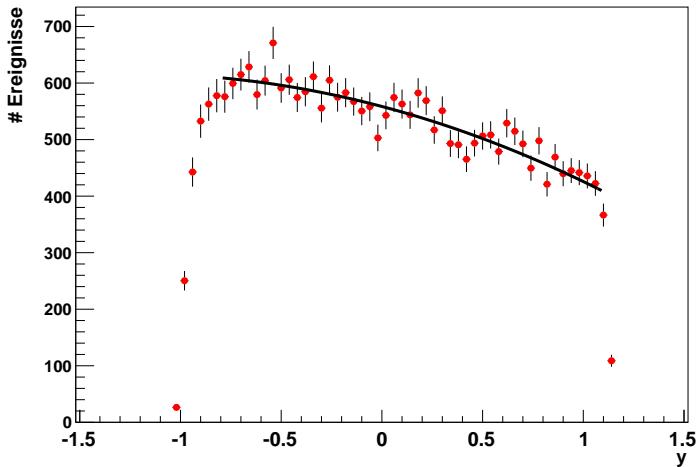


Abbildung 5.4: Ein Fit an die simulierten Daten nach Untergrundabzug. Die gefitteten Dalitz-Parameter lauten  $a = -0,169 \pm 0,015$  und  $b = -0,069 \pm 0,021$ .



# Kapitel 6

# Ergebnisse

Die in Kapiteln 4 und 5 beschriebenen Methoden, den Untergrund zu behandeln, wurden auf die MiniTAPS-Daten angewendet und die Dalitz-Parameter  $a$  und  $b$  bestimmt. Vorher wurden die simulierten Monte-Carlo-Datensätze benutzt um Akzeptanzeffekte zu korrigieren.

## 6.1 Akzeptanzkorrektur

Um Akzeptanzeffekte zu berücksichtigen wurden die in Abschnitt 3.4 beschriebenen Monte-Carlo-Daten benutzt. Sie durchliefen bis auf den Untergrundabzug die gleiche Rekonstruktions- und Analyseprozedur wie die realen Daten. Aus den so rekonstruierten Daten wurde ein Dalitz-Plot erstellt. Teilt man diesen durch den Dalitz-Plot aus den simulierten (nicht rekonstruierten) Daten, so ergibt sich die Akzeptanz. Diese ist in Abbildung 6.1 gezeigt.

Die Akzeptanz ist recht flach und liegt bei etwa 15%. An den Rändern des Dalitz-Plots weicht die Akzeptanz etwas von diesem konstanten Wert ab. Dies ist darauf zurückzuführen, dass durch Messfehler und Rekonstruktion die Ränder des Dalitz-Plots ausgeschmiert werden.

Nach dem Untergrundabzug wurden die Dalitz-Plots durch den Akzeptanzplot geteilt, um den korrigierten Plot zu erhalten. Bei individuellem Untergrundabzug in jedem  $y$ -Bin wurde die Akzeptanzkorrektur in der Projektion durchgeführt. Beim QFit wurde zunächst der zweidimensionale Dalitz-Plot erstellt und erst nach der Akzeptanzkorrektur ausprojiziert.

## 6.2 Bestimmung der Dalitz-Parameter

### 6.2.1 Untergrundabzug in jedem $y$ -Bin

Abbildungen 6.2 und 6.3 zeigen die Projektion des Dalitz-Plots nach Abzug des Untergrundes und Akzeptanzkorrektur. Die geringe Statistik machte es

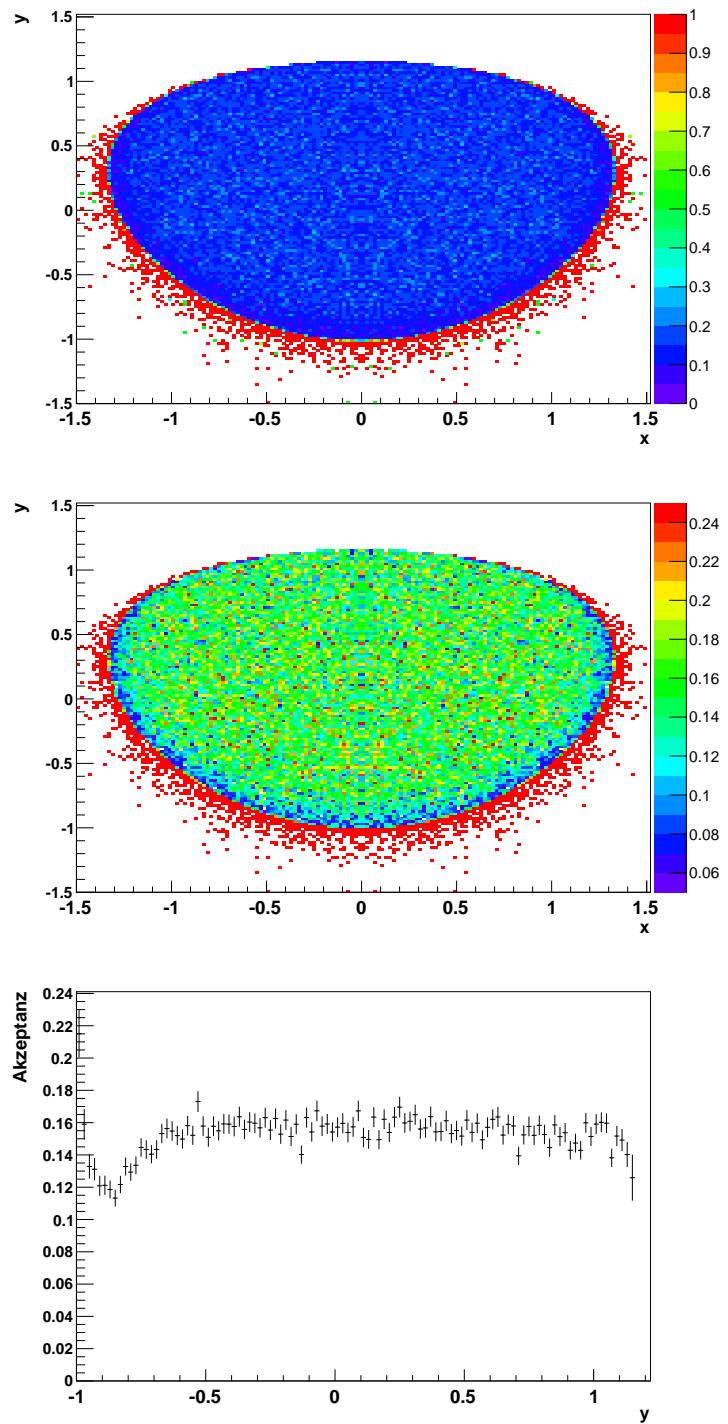


Abbildung 6.1: Akzeptanz im Dalitz-Plot (oben und Mitte) und für die Projektion des Bereichs  $-0,6 < x < 0,6$  auf die  $y$ -Achse (unten). Im mittleren Bild ist die Farbskalierung auf den Bereich um 15% eingeschränkt.

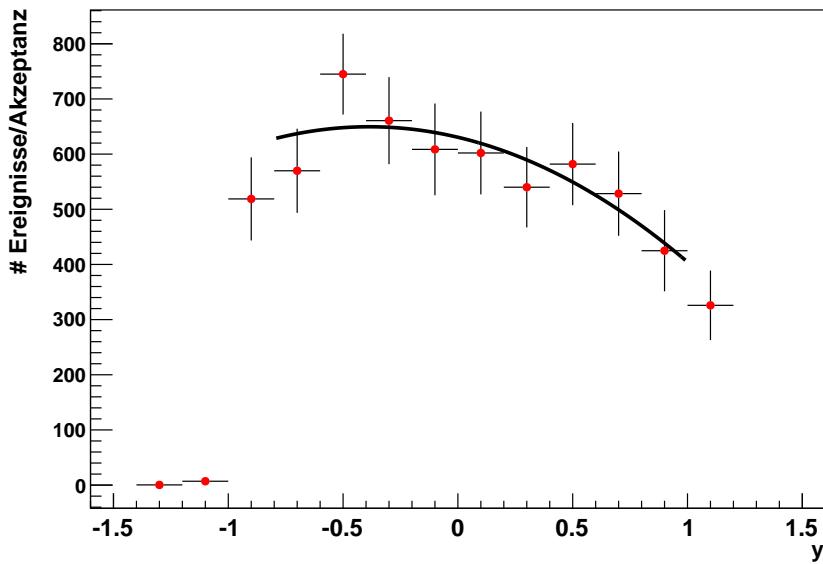


Abbildung 6.2: Der projizierte Dalitz-Plot nach Subtraktion des Untergrundbeitrags in jedem  $y$ -Bin. Im  $y$ -Intervall  $[-2; 2]$  wurden 20 Bins verwendet. Die angefitteten Dalitz-Parameter lauten  $a = -0,16 \pm 0,09$  und  $b = -0,20 \pm 0,17$ .

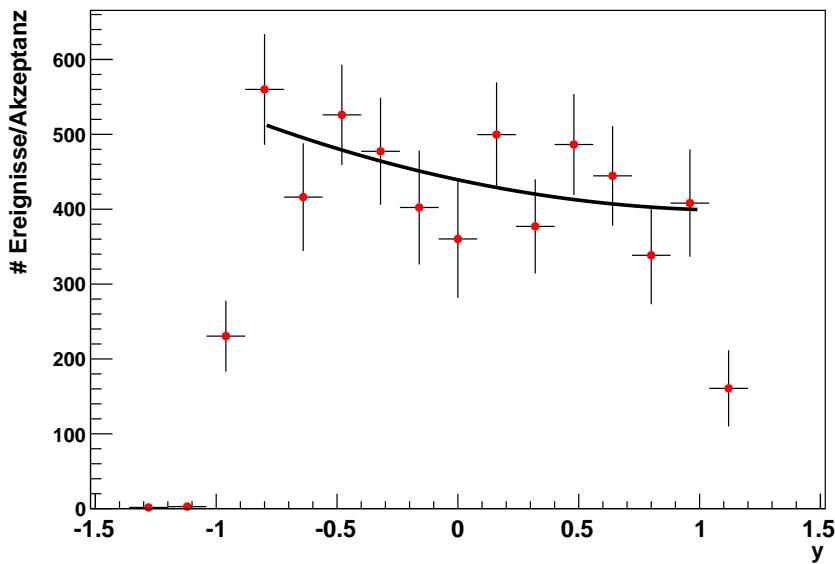


Abbildung 6.3: Der projizierte Dalitz-Plot nach Subtraktion des Untergrundbeitrags in jedem  $y$ -Bin. Im  $y$ -Intervall  $[-2; 2]$  wurden 25 Bins verwendet. Die angefitteten Dalitz-Parameter lauten  $a = -0,16 \pm 0,09$  und  $b = 0,07 \pm 0,18$ .

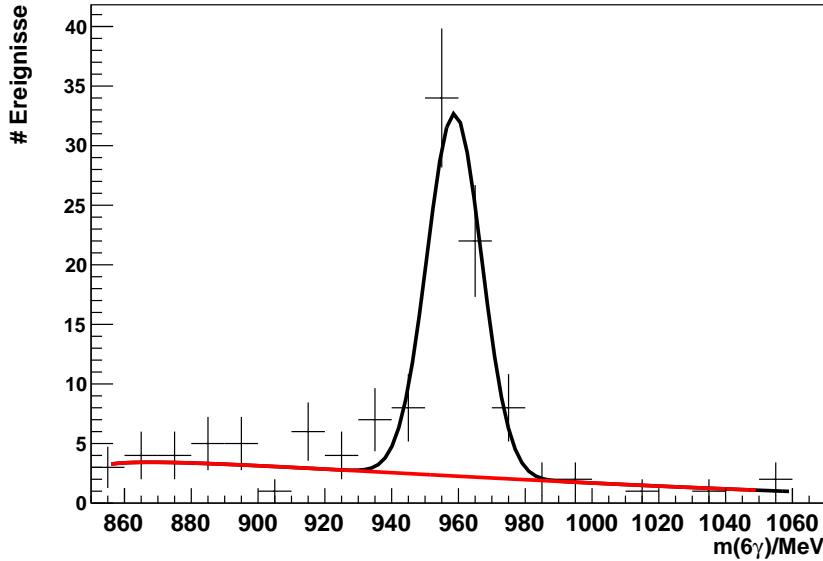


Abbildung 6.4: Ein typischer Fit beim Untergrundabzug für die Nov2008-Daten. Gezeigt ist der Untergrundfit des Bins  $y = 0,80 \pm 0,16$  aus Abbildung 6.3

nötig, sehr breite Bins zu verwenden, um in jedem genügend Ereignisse für den Untergrundabzug zu haben<sup>1</sup> Im Histogramm in Abbildung 6.2 wurden im  $y$ -Intervall  $[-2; 2]$  20 Bins verwendet. Für die Dalitz-Parameter ergibt sich

$$\begin{aligned} a &= -0,16 \pm 0,09 \\ b &= -0,20 \pm 0,17. \end{aligned}$$

Verwendet man im selben Bereich 25 Bins, wie in Abbildung 6.3 gezeigt, so ergibt sich

$$\begin{aligned} a &= -0,16 \pm 0,09 \\ b &= +0,07 \pm 0,18. \end{aligned}$$

Wie erwartet sind die Fehler recht groß. Für  $a$  wird erwartete Größenordnung und das erwartete Vorzeichen reproduziert. Im ersten Fall liegt der Fehler des Parameters  $b$  in der gleichen Größendordnung wie der Wert selbst. Im zweiten Fall ist  $b$  mit 0 verträglich.

Es ist klar, dass die Qualität des Untergrundabzuges unter der geringen Statistik von nur etwa 1800 Ereignissen (vgl. Abbildung 3.11) leidet. Abbildung

---

<sup>1</sup>Die für den Untergrundabzug relevanten Fits sind im Anhang B aufgeführt.

6.4 zeigt einen typischen Untergrundfit. Man sieht, dass durch statistische Schwankungen einzelne Bins tiefer liegen als man von den umliegenden Bins erwarten würde. Durch ihren kleinen Fehler “ziehen” sie die Fitkurve herunter. Einige Bins sind sogar komplett leer.

### 6.2.2 Multivariater Seitenbandabzug

Nach multivariatem Seitenbandabzug ergibt sich ein projizierter Dalitz-Plot wie er in Abbildung 6.5 gezeigt ist. Die eingezeichneten Fehler sind nur die statistischen Fehler  $\sigma_{\text{stat,bin}}$ , was zu einer Unterschätzung des Gesamtfehlers führt. Für die Dalitz-Parameter ergeben sich die folgenden Werte:

$$a = -0,28 \pm 0,04$$

$$b = +0,02 \pm 0,06.$$

Auch die Fehler für  $a$  und  $b$  sind natürlich stark unterschätzt. Das negative Vorzeichen von  $a$  wird abermals reproduziert und  $b$  ist wieder mit 0 verträglich. Die beiden Methoden für den Untergrundabzug liefern also Werte für die Dalitz-Parameter, die im Rahmen ihrer Fehler miteinander verträglich sind.

Abbildung 6.6 zeigt analog zu Abbildung 5.2 die Untergrunderkennung des QFits für die Daten. Auch hier arbeitet der QFit trotz geringer Statistik gut und erkennt eine plausible Untergrundverteilung.

## 6.3 Vergleich mit der Messung am GAMS-4 $\pi$ -Spektrometer

Zu den Dalitz-Parametern des Zerfalls  $\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \eta$  liegen mehrere Messungen vor. Vermessungen des geladenen Kanals

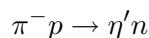
$$\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \eta$$

wurden von der CLEO- und VES-Collaboration durchgeführt [EMSC11]. Die einzigen Präzisionsmessungen am neutralen Kanal

$$\eta' \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$$

stammen von der GAMS-Colaboration. Eine Messung anhand von 5400  $\eta'$ -Ereignissen aus dem Jahre 1986 verwendet die Parametrisierung (1.6). Eine neuere Messung, die 2008 veröffentlicht wurde, basiert auf  $15 \cdot 10^3$  Ereignissen aus [BGD<sup>+</sup>09].

Die GAMS-Daten wurden im Jahre 2002 am U-70 Beschleuniger am Institute for High Energy Physics in Moskau aufgenommen.  $\pi^-$ -Mesonen mit einem Impuls von 32,6 GeV erzeugten in der Reaktion



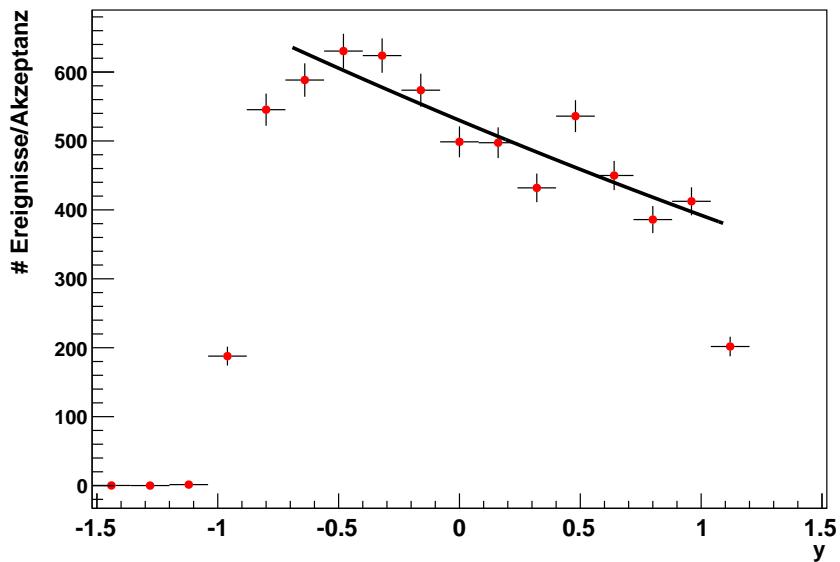


Abbildung 6.5: Der projizierte Dalitz-Plot nach Untergrundabzug mit dem QFit. Die angefitteten Dalitz-Parameter lauten  $a = -0,28 \pm 0,04$  und  $b = +0,02 \pm 0,06$ .

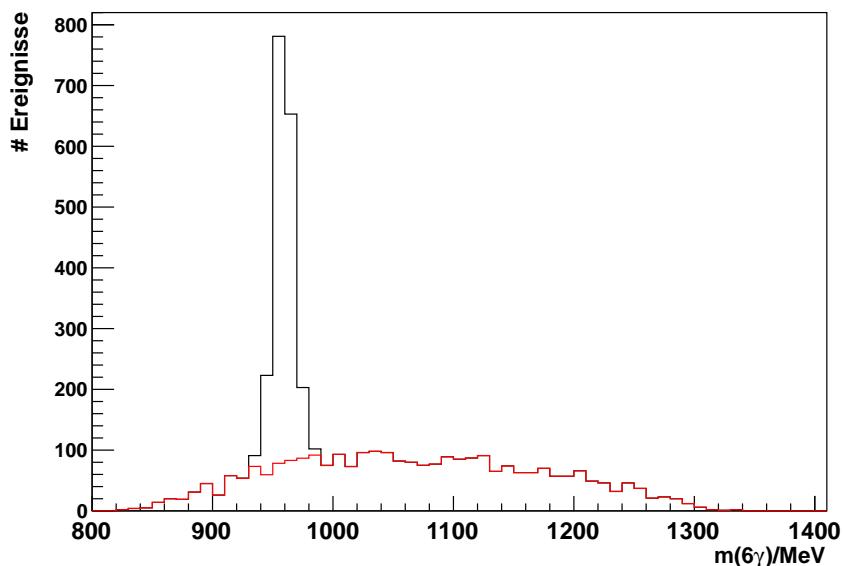


Abbildung 6.6: Untergrundidentifikation durch den QFit in den Daten

	$a$	$b$
Binweise, 20 Bins	$-0,16 \pm 0,09$	$-0,20 \pm 0,17$
Binweise, 25 Bins	$-0,16 \pm 0,09$	$0,07 \pm 0,18$
QFit	$-0,28 \pm 0,04$	$0,02 \pm 0,06$
GAMS	$-0,066 \pm 0,016 \pm 0,003$	$-0,063 \pm 0,028 \pm 0,004$
GAMS ( $c = 0$ )	$-0,067 \pm 0,016 \pm 0,004$	$-0,064 \pm 0,029 \pm 0,005$
Theorie [BN05]	$-0,127 \pm 0,009$	$-0,049 \pm 0,036$

Tabelle 6.1: Gegenüberstellung der Dalitz-Parameter aus dieser Arbeit und aus anderen Messungen. Der Fehler des QFits wird allerdings noch unterschätzt und ist daher mit Vorsicht zu genießen.

monoenergetische  $\eta'$ -Mesonen. Die sechs Photonen des Endzustandes werden vom GAMS-4 $\pi$ -Spektrometer detektiert. Nach kinematischem Fit ergab sich ein fast untergrundfreies<sup>2</sup>  $\eta'$ -Signal, sodass hier kein Untergrundabzug durchgeführt werden musste. Die Dalitz-Parameter wurden in einem zweidimensionalen Fit bestimmt. Dabei konnten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  oder nur  $a$ ,  $b$ , und  $d$  als Parameter verwendet werden. Im zweiten Fall wird  $c = 0$  gesetzt.

In Tabelle 6.1 sind die Werte der GAMS-Kollaboration aus [BGD<sup>+</sup>09] sowie die theoretische Vorhersage aus [BN05] und die Ergebnisse dieser Arbeit gegenübergestellt.

Bei individuellem Untergrundabzug in jedem  $y$ -Bin ergeben sich Werte für  $a$  und  $b$ , die mit der theoretischen Vorhersage und der GAMS-Messung verträglich sind. Durch den großen Fehler ist  $b$  allerdings nicht aussagekräftig. Je nach Wahl des Binnings ergibt sich sogar ein anderes Vorzeichen.

Wird der Untergrund mit dem QFit behandelt, so erhält man einen betragsmäßig deutlich größeren Wert für  $a$ ; er ist weder mit der Vorhersage noch mit der GAMS-Messung verträglich.  $b$  hingegen ist mit Theorie und Messung verträglich. Hier ist wiederum zu beachten, dass die Fehler noch deutlich unterschätzt werden.

Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Analyse auf einer wesentlich geringeren Statistik basierte als die Analyse der GAMS-Kollaboration. In einer weiterführenden Analyse kann die Statistik jedoch durch Hinzunahme von TAPS-Daten wesentlich verbessert werden. Außerdem ist zu diesem Zweck eine weitere Strahlzeit in Planung.

---

<sup>2</sup>Der Untergrundbeitrag von ca. 2% im  $\eta'$ -Bereich wurde vernachlässigt.

## KAPITEL 6. ERGEBNISSE

---

# Kapitel 7

## Zusammenfassung und Ausblick

### 7.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden Methoden zur Untersuchung des Matrixelementes des Zerfalls

$$\eta' \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$$

entwickelt und an Simulationen und realen Daten getestet. Nach sorgfältiger Selektion dieses Kanals blieb noch Untergrund zurück. Der größte Teil des Untergrundes wird vermutlich durch fehlidentifizierte  $3\pi^0$ -Endzustände verursacht, sowie durch  $\pi^0\pi^0\eta$ -Ereignisse, die nicht aus der Reaktion  $\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$  stammen.

Um den Untergrund in den Daten abzuziehen, wurden zwei Methoden implementiert und getestet. Die Anwendung auf MiniTAPS-Daten hat aufgrund der bisher geringen Statistik noch einen sehr großen Fehler. Bei individuellem Untergrundabzug in jedem  $y$ -Bin sind die ermittelten Werte für  $a$  mit der theoretischen Vorhersage und der Messung der GAMS-Kollaboration verträglich. Das ist beim QFit nicht der Fall, was vermutlich am unterschätzten Fehler liegt. Bei beiden Methoden sind die Werte für den Dalitz-Parameter  $b$  noch nicht aussagekräftig.

### 7.2 Ausblick

Bis zu einer zufriedenstellenden Bestimmung der Dalitz-Parameter bedarf es sicherlich noch einiger Arbeit. Zum einen lässt sich die Statistik durch Hinzunahme der TAPS-Daten noch erheblich verbessern, zum anderen kann die Analyse in einigen Punkten noch optimiert werden.

### 7.2.1 Weiterentwicklung der Analyse

#### Verbesserte Beschreibung des Untergrundes

Es wurde bereits deutlich, dass die Beschreibung des Untergrundes noch nicht zufriedenstellend funktioniert. Das äußerte sich darin, dass für große Werte von  $y$  die Fitfunktionen den Untergrund überschätzten. Da die Beschreibung des Peaks mit einer Novosibirskfunktion nicht besser funktionierte, wäre hier der nächste Schritt, den Untergrund durch eine andere Funktion zu beschreiben.

Andere Fitfunktionen könnten auch dem QFit zuträglich sein. Auch wenn die Untergrundbeschreibung nicht unplausibel aussieht, kann man aus den Abbildungen 5.2 und 6.6 den Eindruck gewinnen, dass auch der QFit dazu neigt, den Untergrund zu überschätzen.

#### Zeituntergrundabzug im QFit

Gewöhnlich wird Zeituntergrund durch Seitenbandabzug behandelt. Das ist im QFit nicht so ohne Weiteres möglich. Hier muss also eine geeignete Methode gefunden werden, den Zeituntergrund zu berücksichtigen. In den MiniTAPS-Daten war er noch vernachlässigbar. Die Analyse der TAPS-Daten steht aber noch aus und dort ist der Zeituntergrund wesentlich größer und insbesondere nicht vernachlässigbar.

#### Verständnis der systematischen Fehler

Für beide Methoden sind wesentlich genauere systematische Studien vonnöten. Vor allem die Auswirkung der Akzeptanz des Detektorsystems muss noch untersucht werden.

#### Bestimmung der Dalitz-Parameter

Die Bestimmung der Parameter aus der Projektion geht mit den Daten recht verschwenderisch um. Ereignisse mit  $|x| \geq 0,6$  wurden in der Analyse überhaupt nicht berücksichtigt. Hier sollte eine zweidimensionale Fitmethode entwickelt werden, die es möglich macht den gesamten Dalitz-Plot auszunutzen. Dies ist besonders für den QFit interessant, wo sogar ein ungebinnter zweidimensionaler Fit denkbar wäre.

### 7.2.2 Verbesserung der Statistik: TAPS-Daten

Aus der Analyse der TAPS-Daten ist eine erhebliche Verbesserung der Statistik zu erwarten. Abbildung 7.1 zeigt die  $\eta'$ -Ausbeute nach allen Schnitten in der Strahlzeit des November 2002. Mit etwa  $4 \cdot 10^3$   $\eta'$ -Ereignissen ist die Ausbeute hier höher als in den MiniTAPS-Daten. Zudem existieren fünf weitere Datensätze, in denen eine ähnliche Statistik erwartet wird. In der

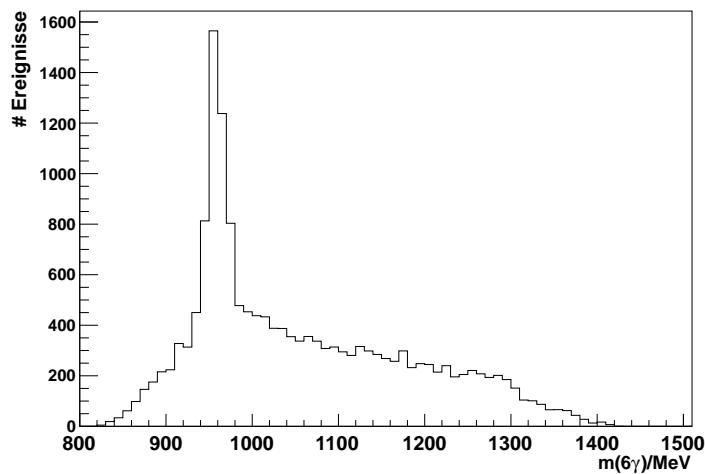


Abbildung 7.1: In den Nov2002 Daten zeigt sich eine  $\eta'$ -Ausbeute von etwa  $4 \cdot 10^3$  Ereignissen.

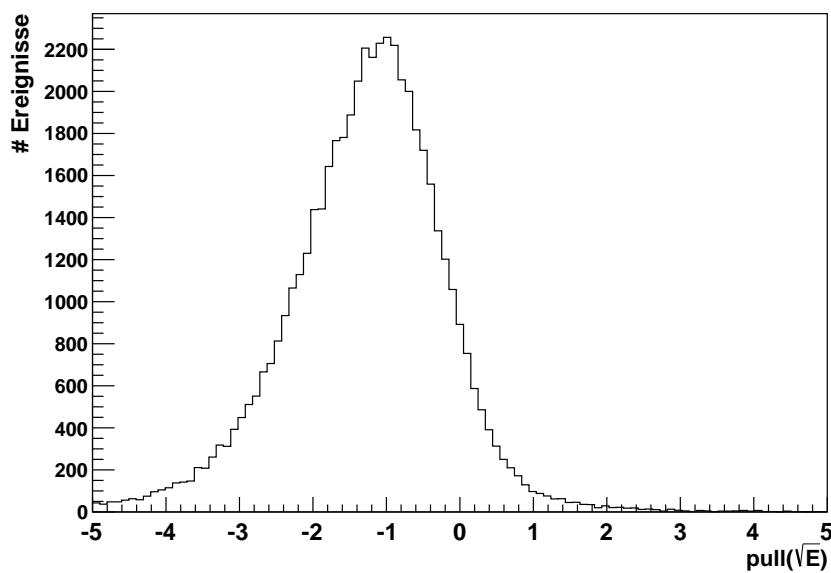


Abbildung 7.2: Energie-Pull für TAPS aus Monte-Carlo-Daten. Der Mittelwert liegt etwa bei -1. Dieses Verhalten zeigen die Daten nicht. Dies deutet auf Probleme in den simulierten Daten hin.

## KAPITEL 7. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

---

Summe kann sogar mit etwa  $25 \cdot 10^3$  Ereignissen die Statistik der GAMS-Kollaboration übertroffen werden.

Doch gibt es hier noch einige Probleme, die es noch zu verstehen gilt. In Monte-Carlo-Daten, die den TAPS-Aufbau verwenden, müssen etwa für den kinematischen Fit sehr hohe Fehlerskalierungen gewählt werden, um ein flaches Konfidenzniveau zu erhalten. Zudem ist der Energie-Pull in TAPS extrem asymmetrisch. (Siehe Abbildung 7.2.) Das ist in den Daten nicht der Fall.

Der Zeituntergrund liegt in den Nov2002-Daten bei etwa 7%. Damit ist er nicht mehr vernachlässigbar, was besonders für den QFit momentan noch problematisch ist.

# Anhang A

## Quelltext

### A.1 Quelltext für den Untergrundabzug in jedem $y$ -Bin

```
1 #include "rmbackg.h"
2
3 void rmbackground1D(TH2F* plot, TH1F* clean){
4     Int_t nbinsx = plot->GetNbinsX();
5     Double_t firstfitbin, lastfitbin;
6
7     TFile* fits = new TFile("fits.root", "RECREATE");
8     TF1* fitinvm = new TF1("fitinvm", "gaus(0)+[3]*pow(
9         TMath::Abs(x-[4]), [5])*pow(TMath::Abs(x-[6]), [7])
10        ,0,3000);
11     TF1* backg = new TF1("backg", "[0]*pow(TMath::Abs(x-
12        -[1]), [2])*pow(TMath::Abs(x-[3]), [4])", 0,3000);
13     TH1F* hbackg=new TH1F("hbackg", "hbackg", 300,0,3000);
14
15     TH1D* invm = new TH1D("invm", "invm", 300,0,3000);
16     TString name;
17     Double_t err;
18
19     for(Int_t xbin=0 ; xbin<nbinsx ; xbin++){
20         name.Form("%i", xbin);
21         invm = plot->ProjectionY("_py"+name, xbin, xbin, "e")
22             ;
23         invm->Sumw2();
24         firstfitbin = invm->GetBinCenter(invm->
25             FindFirstBinAbove(0,1));
26         lastfitbin = invm->GetBinCenter(invm->
27             FindLastBinAbove(0,1));
```

```
22     std :: cout << invm->GetBinCenter( xbin ) << std :: endl
23     ;
24     fitinvm->SetParameter(3,-0.2);
25     fitinvm->SetParLimits(3,-1,-0.03);
26
27
28     if( clean->GetBinCenter( xbin )<=-0.33){
29         fitinvm->SetParameters(0.01,957.8,9.5,0,
30             firstfitbin ,0.5 ,lastfitbin ,2.0 );
31         fitinvm->SetParLimits(0,0,1000000);
32         fitinvm->SetParLimits(1,954,962);
33         fitinvm->SetParLimits(2,7,12);
34         fitinvm->SetParLimits(3,0,0.03);
35         fitinvm->SetParLimits(4,firstfitbin -5,
36             firstfitbin +5);
37         fitinvm->SetParLimits(5,0.1,1.0);
38         fitinvm->SetParLimits(6,1060,1165);
39         fitinvm->SetParLimits(7,1.0,10.0);
40     }
41
42     if( clean->GetBinCenter( xbin ) > -0.33 && clean->
43         GetBinCenter( xbin ) < 0.7){
44         fitinvm->SetParameters(0.01,957.8,9.5,0.01,
45             firstfitbin ,0.5 ,1120 ,2.0 );
46         fitinvm->SetParLimits(0,0,1000000);
47         fitinvm->SetParLimits(1,954,962);
48         fitinvm->SetParLimits(2,5,20);
49         fitinvm->SetParLimits(3,0,0.03);
50         fitinvm->SetParLimits(4,firstfitbin -5,
51             firstfitbin );
52         fitinvm->SetParLimits(5,0.1,0.7);
53         fitinvm->SetParLimits(6,1100,lastfitbin );
54         fitinvm->SetParLimits(7,1.8,10.0);
55     }
56
57     if( clean->GetBinCenter( xbin ) >= 0.7){
58         fitinvm->SetParameters(0.01,957.8,9.5,0.0001,
59             firstfitbin ,1.0 ,1060 ,1.0 );
60         fitinvm->SetParLimits(0,0,1000000);
61         fitinvm->SetParLimits(1,954,962);
62         fitinvm->SetParLimits(2,5,20);
63         fitinvm->SetParLimits(3,0,0.0003);
```

```

59     fitinvm->SetParLimits(4,800,890);
60     fitinvm->SetParLimits(5,0.5,10.0);
61     fitinvm->SetParLimits(6,1060,lastfitbin);
62     fitinvm->SetParLimits(7,0.0,10.0);
63 }
64
65
66
67
68 if( clean->GetBinCenter(xbin)<=-0.33) invm->Fit("fitinvm","Q","","",firstfitbin,1040);
69 if( clean->GetBinCenter(xbin)>-0.33 && clean->
    GetBinCenter(xbin) < 0.7) invm->Fit("fitinvm","Q","","",firstfitbin,1060);
70 if( clean->GetBinCenter(xbin) >= 0.7) invm->Fit("fitinvm","Q","","",880,1040);
71
72
73
74 std::cerr << firstfitbin << "," << lastfitbin <<
    std::endl;
75
76 std::cout << "Fit_for_bin_" << xbin << "_complete."
    << std::endl;
77 invm->GetXaxis()->SetRangeUser(firstfitbin-100,
    lastfitbin+100);
78
79 backg->SetParameter(0,fitinvm->GetParameter(3));
80 backg->SetParameter(1,fitinvm->GetParameter(4));
81 backg->SetParameter(2,fitinvm->GetParameter(5));
82 backg->SetParameter(3,fitinvm->GetParameter(6));
83 backg->SetParameter(4,fitinvm->GetParameter(7));
84 backg->SetLineColor(2);
85 if( clean->GetBinCenter(xbin) < 0.7) backg->
    SetRange(firstfitbin,1050);
86 if( clean->GetBinCenter(xbin) >= 0.7) backg->
    SetRange(880,1050);
87 invm->GetListOfFunctions()->Add(backg);
88 invm->Write("invm_"+name);
89
90 for(Int_t i=0; i<hbackg->GetNbinsX(); i++){
91     hbackg->SetBinContent(i,backg->Eval(invm->
        GetBinCenter(i)));
92 }

```

```

93     hbackg->Sumw2() ;
94     invm->Add(hbackg,-1) ;
95     float N;
96     float B;
97     if( firstfitbin < 920){
98         invm->GetXaxis()->SetRangeUser(920,990) ;
99         N=invm->Integral() ;
100        hbackg->GetXaxis()->SetRangeUser(920,990) ;
101        B=hbackg->Integral() ;
102        invm->Add(hbackg,-1) ;
103        if(invm->Integral()>=0 && invm->Integral()<
104            1000000){ clean->SetBinContent(xbin,invm->
105            IntegralAndError(invm->FindBin(920),invm->
106            FindBin(990),err,"")) ; clean->SetBinError(
107            xbin,sqrt(N+B)) ;}
108        if(invm->Integral()<0)   clean->SetBinContent(
109            xbin,0) ;
110    }
111    else if(firstfitbin > 920 && firstfitbin < 990){
112        invm->GetXaxis()->SetRangeUser(firstfitbin,990) ;
113        N=invm->Integral() ;
114        hbackg->GetXaxis()->SetRangeUser(firstfitbin
115            ,990) ;
116        B=hbackg->Integral() ;
117        invm->Add(hbackg,-1) ;
118        if(invm->Integral()<0)   clean->SetBinContent(
119            xbin,0) ;
120        if(invm->Integral()>=0 && invm->Integral()<
121            1000000) { clean->SetBinContent(xbin,invm->
122            IntegralAndError(invm->FindBin(firstfitbin),
invm->FindBin(990),err,"")) ; clean->
SetBinError(xbin,err);};
123    }
124    else if(firstfitbin > 990){
125        invm->Add(hbackg,-1) ;
126        clean->SetBinContent(xbin,0) ;
127    }
128 }
```

## A.2 Quelltext des QFits

```
1 #include "QValue.h"
2 #define NUMCLN 300
3
4 struct EventData{
5     int index;
6     float m;
7     float phi;
8     float costh;
9     float x;
10    float y;
11
12    float angpileta;
13    float angpi2eta;
14    float angpilpi2;
15
16    float Q;
17    float dQ;
18
19    float bgen;
20    bool sig;
21
22    float mpion1;
23    float mpion2;
24    float meta;
25 };
26
27
28 struct EventDist{
29     int index;
30     float distance;
31 };
32
33
34
35 void getQValue(EventData* data, int nentries){
36     EventDist dist [NUMCLN];
37     double d2;
38     int largestindex=0;
39     double largestdistance=9999;
40     TFile* fits = new TFile("fits.root","RECREATE");
41     TString name, coord;
```

```
42     TFitResultPtr fitresult;
43
44
45 //outer event loop
46 for(int i=0;i<nentries;i++){
47     std::cout << "starting q calculation for event"
48         << i << "..." << std::endl;
49 //inner event loop
50 for(int j=0;j<nentries;j++){
51     //don't compare an event to itself
52     // calculate distance in Dalitz Plot
53     d2 = (data[i].x - data[j].x)*(data[i].x - data[j].
54         .x) + (data[i].y - data[j].y)*(data[i].y -
55         data[j].y);
56     if(i==j) d2=9999;
57     // if so far less than NUMCLN candidates, just
58     // fill EventDist
59     if(j<NUMCLN){
60         dist[j].index      = j;
61         dist[j].distance   = d2;
62     } else{ // check what the largest distance so
63         far was.
64     for(int k=0;k<NUMCLN;k++){
65         if(k==0){
66             largestindex = 0;
67             largestdistance = dist[k].distance;
68         } else{
69             if(dist[k].distance > largestdistance){
70                 largestindex = k;
71                 largestdistance = dist[k].distance;
72             }
73         }
74     }
75 }
76 }
77
78 std::cout << NUMCLN << "nearest neighbours"
79     successfully identified." << std::endl;
```

```
79
80
81
82     name.Form("%i", i);
83     coord.Form("(%f,%f)", data[i].x, data[i].y);
84     TH1F* invm = new TH1F("invm"+name,"invm"+coord
85                           ,300,0,3000);
86     for(int j=0;j<NUMCLN;j++){
87         invm->Fill(data[dist[j].index].m);
88     }
89
90     Double_t firstfitbin, lastfitbin;
91     firstfitbin = invm->GetBinCenter(invm->
92                                       FindFirstBinAbove(0,1));
93     lastfitbin = invm->GetBinCenter(invm->
94                                       FindLastBinAbove(0,1));
95     TF1* fitinvm = new TF1("fitinvm","gaus(0)+[3]*pow(
96                           TMath::Abs(x-[4]),[5])*pow(TMath::Abs(x-[6])
97                           ,[7])",800,1100);
98     TF1* signal = new TF1("signal","gaus(0)",800,1100)
99     ;
100    signal->SetParameters(1,957.8,9.5);
101    signal->SetParLimits(0,0,1000000);
102    signal->SetParLimits(1,954,962);
103    signal->SetParLimits(2,8.,10.5);
104    invm->Fit("signal","Q","","",940,980);
105    fitinvm->SetParameters(signal->GetParameter(0),
106                             signal->GetParameter(1),signal->GetParameter(2)
107                             ,1,firstfitbin,0.5,lastfitbin,2.);
108    fitinvm->SetParLimits(0,0,1000000);
109    fitinvm->SetParLimits(1,954,960);
110    fitinvm->SetParLimits(2,7.5,11.0);
111    fitinvm->SetParLimits(3,0,1000000);
112    fitinvm->SetParLimits(4,firstfitbin-5,firstfitbin)
113    ;
114    fitinvm->SetParLimits(5,0.01,1.0);
115    fitinvm->SetParLimits(6,1045,lastfitbin);
116    fitinvm->SetParLimits(7,1.0,10);
117
118    if(firstfitbin >=930){
119        fitresult=invm->Fit("fitinvm","QL","","",
120                            firstfitbin+10,firstfitbin+150);
121    }
122    if(firstfitbin <930 && firstfitbin >890){
```

```
113     fitresult=invm->Fit("fitinvm","QL","",firstfitbin  
114         ,1050);  
115     }  
116     if(firstfitbin<=890){  
117         fitresult=invm->Fit("fitinvm","QL","",firstfitbin  
118             ,1030);  
119     }  
120     if(i%20==0) {invm->GetXaxis()->SetRangeUser(  
121         firstfitbin-50,lastfitbin+50); invm->Write("fit  
122         "+name);}  
123  
124     signal->SetParameter(0,fitinvm->GetParameter(0));  
125     signal->SetParameter(1,fitinvm->GetParameter(1));  
126     signal->SetParameter(2,fitinvm->GetParameter(2));  
127  
128     if((fitinvm->Eval(data[i].m)==0 && data[i].m>1030  
129         && data[i].m<firstfitbin){  
130         data[i].Q=0;  
131     }else{  
132         data[i].Q = (signal->Eval(data[i].m))/(fitinvm->  
133             Eval(data[i].m));  
134     }  
135     std::cout << "Q=" << data[i].Q << std::endl;  
136  
137     invm->Delete();  
138     fitinvm->Delete();  
139     signal->Delete();  
140 }
```

## Anhang B

# Abbildungen

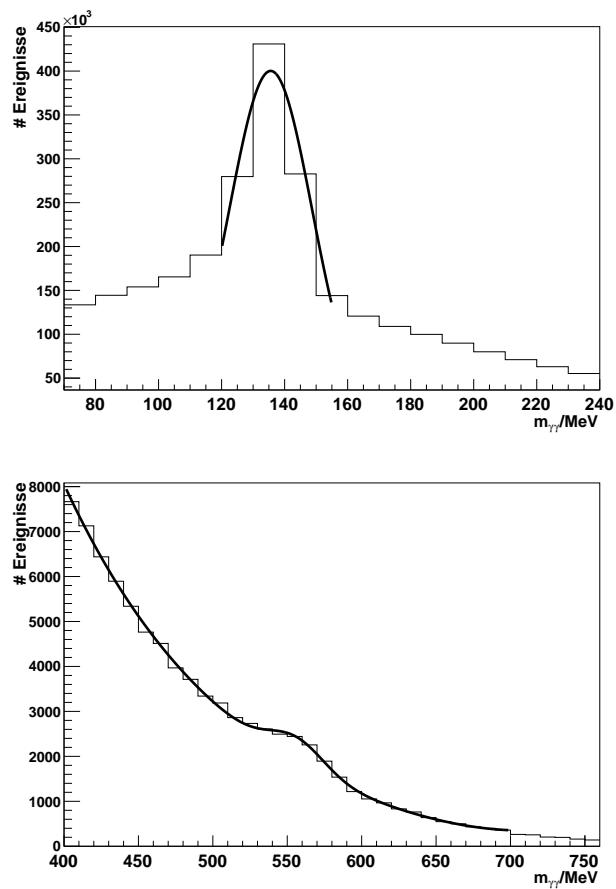


Abbildung B.1: Fit an den  $\pi^0$ -Peak (oben) und an den  $\eta$ -Peak (unten) im  $m_{\gamma\gamma}$ -Spektrum. Vgl. Abschnitt 3.5.3, Abbildung 3.6.

## ANHANG B. ABBILDUNGEN

---

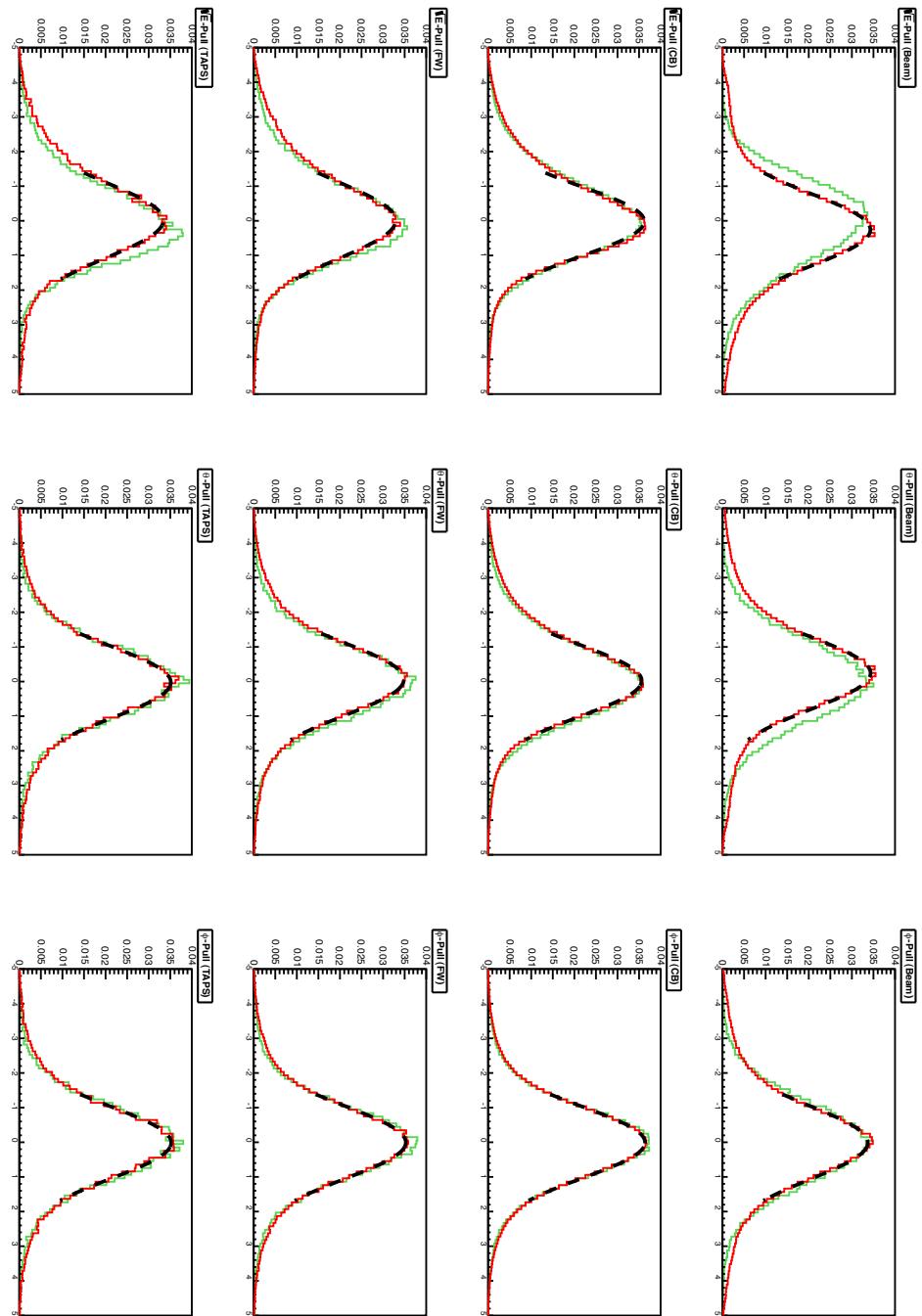


Abbildung B.2: Pullverteilungen für die Fithypothese  $3\pi^0$ . Auf der  $x$ -Achse ist jeweils der Pull aufgetragen, auf der  $y$ -Achse die Häufigkeit in beliebigen Einheiten. Die Pullverteilungen der Nov2008-Daten sind in rot, die Monte-Carlos grün eingezeichnet.

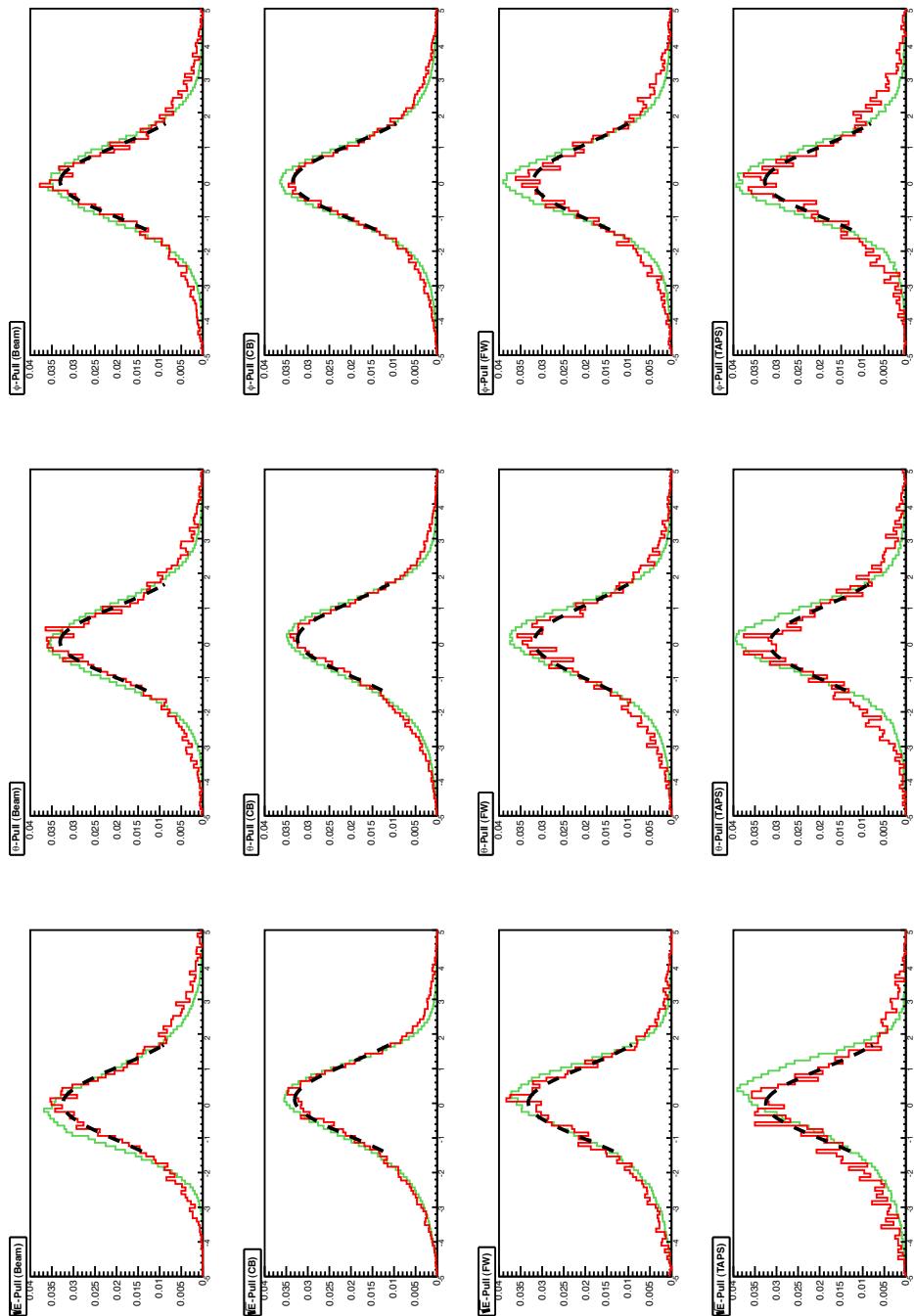


Abbildung B.3: Pullverteilungen für die Fithypothese  $\pi^0\pi^0\eta$ . Auf der  $x$ -Achse ist jeweils der Pull aufgetragen, auf der  $y$ -Achse die Häufigkeit in beliebigen Einheiten. Die Pullverteilungen der Nov2008-Daten sind in rot, die Monte-Carlos grün eingezeichnet.

## ANHANG B. ABBILDUNGEN

---

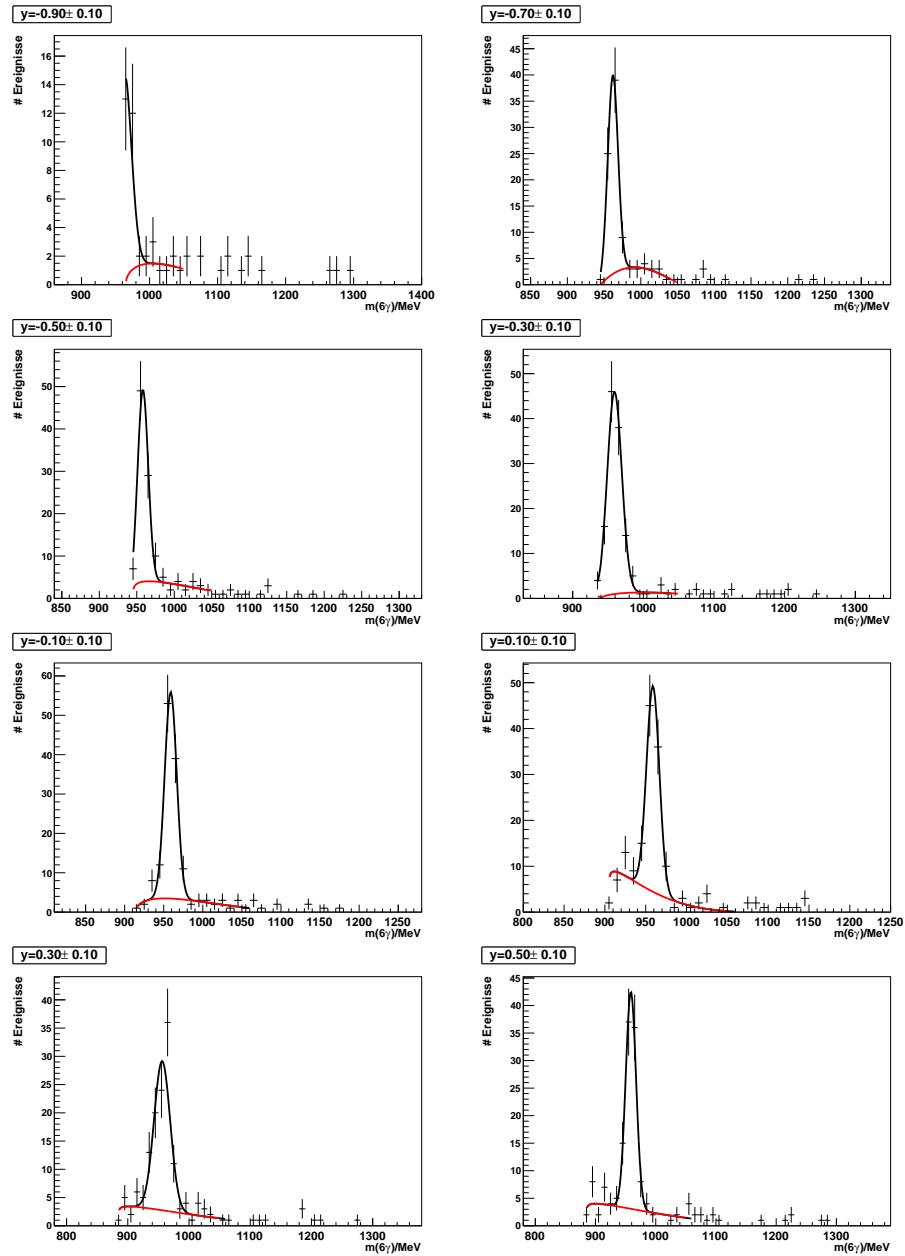


Abbildung B.4: Fits an die  $m(6\gamma)$ -Verteilungen der einzelnen  $y$ -Bins im projizierten Dalitz-Plot, der in Abbildung 6.2 gezeigt ist. (Forsetzung auf der nächsten Seite.)

## ANHANG B. ABBILDUNGEN

---

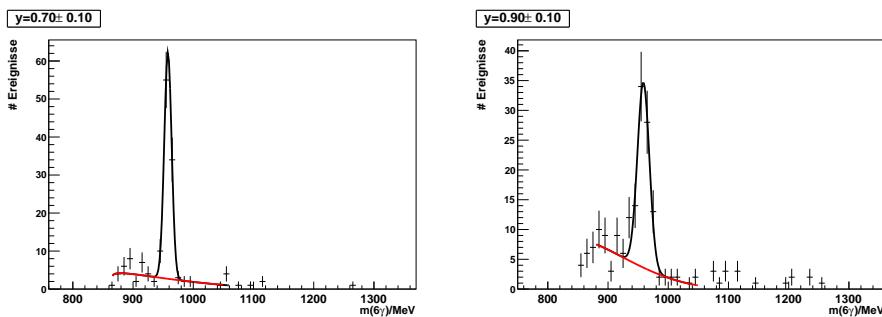


Abbildung B.5: Fortsetzung: Fits an die  $m(6\gamma)$ -Verteilungen der einzelnen  $y$ -Bins im projizierten Dalitz-Plot, der in Abbildung 6.2 gezeigt ist.

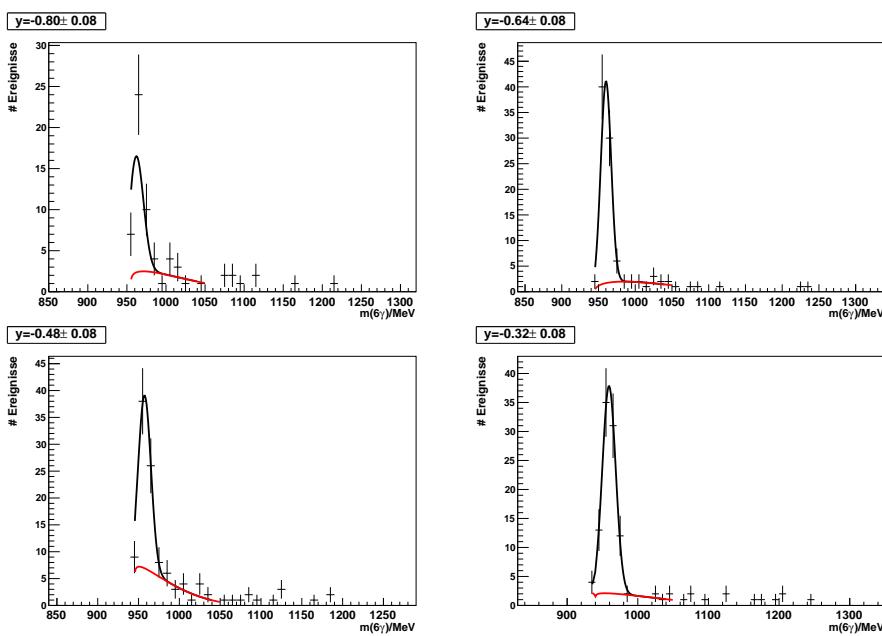


Abbildung B.6: Fits an die  $m(6\gamma)$ -Verteilungen der einzelnen  $y$ -Bins im projizierten Dalitz-Plot, der in Abbildung 6.3 gezeigt ist. (Forsetzung auf der nächsten Seite.)

## ANHANG B. ABBILDUNGEN

---

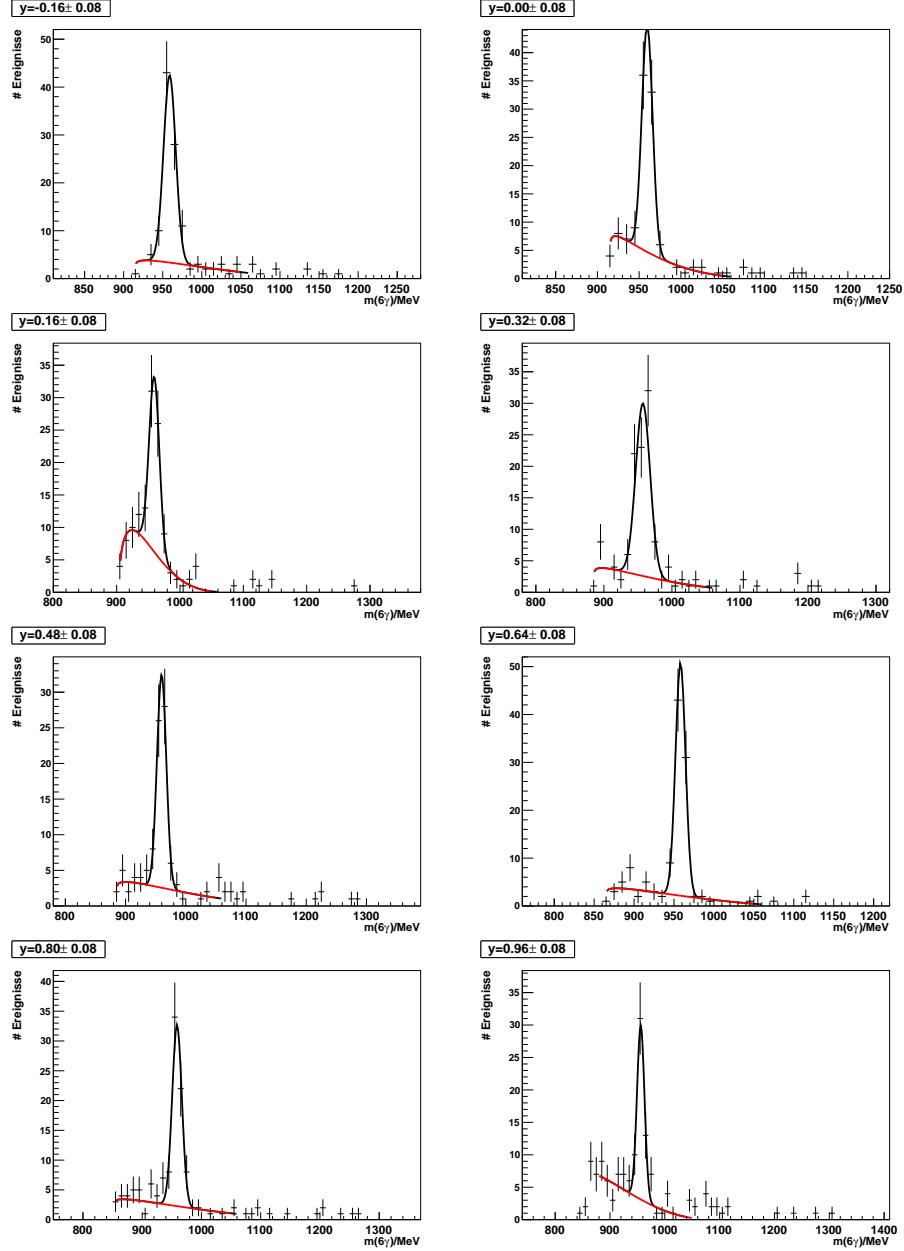


Abbildung B.7: Fortsetzung: Fits an die  $m(6\gamma)$ -Verteilungen der einzelnen  $y$ -Bins im projizierten Dalitz-Plot, der in Abbildung 6.3 gezeigt ist.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	$Q$ -Abhängigkeit von $\alpha_s$ . . . . .	8
2.1	ELSA im Überblick . . . . .	16
2.2	CB/TAPS Aufbau . . . . .	18
2.3	Goniometer . . . . .	19
2.4	Tagger . . . . .	20
2.5	Orientierung der Fasern im Innendetektor . . . . .	21
2.6	Der Crystal-Barrel-Detektor . . . . .	23
2.7	Vorwärtsdetektor . . . . .	23
2.8	MiniTAPS . . . . .	24
3.1	Zeitspektrum . . . . .	32
3.2	Koplanaritätsspektrum - Beitrag des Zeituntergrunds . . . . .	34
3.3	Koplanaritätsspektrum . . . . .	34
3.4	Missing Mass Spektrum . . . . .	35
3.5	Auswirkung der kinemtischen Schnitte . . . . .	35
3.6	Invariante $\gamma\gamma$ -Masse . . . . .	37
3.7	Auswirkung des $\chi^2$ -Schnittes . . . . .	38
3.8	Pullverteilungen vor und nach $3\pi^0$ -Anticut . . . . .	42
3.9	Pullverteilungen in Monte-Carlos und Daten . . . . .	42
3.10	CL-Verteilungen in Monte-Carlos und Daten . . . . .	43
3.11	Auswirkung des CL-Schnittes . . . . .	45
3.12	$m(6\gamma)$ -Spektrum nach allen Schnitten . . . . .	45
4.1	Seitenbänder im Dalitz-Plot . . . . .	48
4.2	Simulierter $\eta'$ -Dalitz-Plot . . . . .	50
4.3	Simulierter Dalitz-Plot mit Untergrund . . . . .	50
4.4	Projektion des Dalitz-Plots vor und nach Verwürfelung . . . . .	51
4.5	Typische Fits beim Untergrundabzug . . . . .	54
4.6	Abzug des Untergrundes für das Bin $y = 0,14 \pm 0,02$ . . . . .	56
4.7	Ergebnis des Untergrundabzugs in jedem $y$ -Bin . . . . .	57
4.8	Fit an den projizierten Dalitz-Plot nach Abzug des Untergrundes in jedem $y$ -Bin . . . . .	57
4.9	Systematischer Fehler für $a$ . . . . .	59

---

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

---

4.10	Systematischer Fehler für $b$	59
4.11	Dalitz-Plot nach Untergrundabzug Var1	61
4.12	Vergleich: Novosibirsk - Gauß im Dalitz-Plot	61
4.13	Vergleich: Novosibirsk - Gauß in zwei $y$ -Bins	62
5.1	Untergrunderkennung eines misslungenen QFits	67
5.2	Untergrunderkennung des gelungenen QFits	67
5.3	Ergebnis des multivariaten Seitenbandabzugs	69
5.4	Fit an simulierte Daten nach Untergrundabzug mit QFit	69
6.1	Akzeptanz	72
6.2	Dalitz-Plot (Daten, 20 Bins)	73
6.3	Dalitz-Plot (Daten, 25 Bins)	73
6.4	Typischer Untergrundfit in den Daten	74
6.5	Dalitz-Plot (Daten, QFit)	76
6.6	Untergrundidentifikation durch den QFit in den Daten	76
7.1	$\eta'$ -Ausbeute im November 2002	81
7.2	Energie-Pull in TAPS in Monte-Carlos	81
B.1	Schnitte auf die Mesonmassen (Fits)	91
B.2	Pullverteilungen $3\pi^00$ -Hypothese	92
B.3	Pullverteilungen $\pi^0\pi^0\eta$ -Hypothese	93
B.4	Untergrundabzug in einzelnen $y$ -Bins (3)	94
B.5	Untergrundabzug in einzelnen $y$ -Bins (4)	95
B.6	Untergrundabzug in einzelnen $y$ -Bins (1)	95
B.7	Untergrundabzug in einzelnen $y$ -Bins (2)	96

# Tabellenverzeichnis

1.1	Eigenschaften des $\eta'$ -Mesons . . . . .	12
3.1	Triggerbedingungen für <i>trig42c</i> . . . . .	28
3.2	Triggerbedingungen für <i>trig41</i> . . . . .	28
3.3	Bedeutung der kürzel in Tabellen 3.1 und 3.2 . . . . .	28
3.4	Schnitte auf die Mesonmassen . . . . .	37
3.5	Fehlerskalierungen für den kinematischen Fit . . . . .	44
4.1	Startwerte und Grenzen der Fitparameter bei individuellem Untergrundabzug für jedes Bin . . . . .	53
5.1	Startwerte und Grenzen der Fitparameter für den QFit . . .	66
6.1	Referenzwerte für die Dalitz-Paramter . . . . .	77

## TABELLENVERZEICHNIS

---

# Literaturverzeichnis

- [AAA<sup>+</sup>92] AKER, E. ; AMSLER, C. ; AUGUSTIN, I. u. a.: The Crystal Barrel spectrometer at LEAR. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research* (1992)
- [BB02] BEISERT, N. ; BORASOY, B.: *The  $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$  decay in  $U(3)$  chiral perturbation theory.* arXiv:hep-ph/0201289v1, Januar 2002
- [BGD<sup>+</sup>09] BLIK, A.M. ; GORIN, A. M. ; DONSKOV, S.V. ; KOLOSOV, V.N. u. a.: Measurement of the Matrix Element for the Decay  $\eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$  with the GAMS-4 $\pi$  Spectrometer. In: *Physics of Atomic Nuclei* 72 (2009), Nr. 2, S. 231–236
- [BN05] BORASOY, B. ; NISSLER, R.: *Hadronic  $\eta$  and  $\eta'$  decays.* arXiv:hep-ph/0510384v2, 2005
- [Bor07] BORASOY, Bugra: *Introduction to Chrial Perturbation Theory.* arXiv:hep-ph/0703297v1, März 2007
- [Bra99] BRANDT, Siegmund ; 4 (Hrsg.): *Datenanalyse.* Spektrum Akademischer Verlag, 1999
- [cbi] <http://www1.cb.uni-bonn.de/>
- [CMA<sup>+</sup>09] CREDE, V. ; MCVEIGH, A. ; ANISOVICH, A.V. u. a.: *Photo-production of  $\eta$  and  $\eta'$  Mesons off Protons.* arXiv:0909.1248v2 [nucl-ex], September 2009
- [Cre01] CREDE, Volker: *CB-Note: CBGeant 1.08/01.* 2001
- [Dah09] DAHLKE, Thomas: *Bestimmung einer winkelabhängigen Energiekorrekturfunktion für das TAPS-Kalorimeter des Crystal-Barrel/TAPS-Experimentes an ELSA,* Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diss., 2009
- [els] <http://www-elsa.physik.uni-bonn.de>
- [EMSC11] ESCRIBANO, Rafel ; MASJUAN, Pere ; SANZ-CILLERO, Juan J.: *Chiral dynamics predictions for  $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$ .* arxiv:1011.5884v2 [hep-ph], 2011

## LITERATURVERZEICHNIS

---

- [FP09] FORNET-PONSE, Kathrin: *Die Photonenmarkierungsanlage für das Crystal-Barrel/TAPS-Experiment an ELSA*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diss., 2009
- [Fun08] FUNKE, Christian: *Analyse der Triggerfähigkeiten zur Selektion hadronischer Ereignisse und Entwicklung eines Hochgeschwindigkeits-Triggers für den Vorwärtskonus des Crystal-Barrel-Detektors*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diss., 2008
- [Grü06] GRÜNER, Marcus: *Modifikation und Test des Innendetektors für das Crystal Barrel Experiment*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diplomarbeit, 2006
- [Ham12] HAMMANN, Christian: *Persönliche Mitteilung*. Januar 2012
- [Har08] HARTMANN, Jan: *Zeitkalibrierung und Photonenflussbestimmung für das Crystal-Barrel-Experiment an ELSA*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diplomarbeit, 2008
- [Har12] HARTMANN, Jan: *Persönliche Mitteilung*. Januar 2012
- [Hil06] HILLERT, W.: The Bonn Electron Stretcher Accerlator ELSA. In: *European Physical Journal A* 28 (2006), Nr. 01, S. 139–148
- [Jun05] JUNKERSFELD, Jörg: *Photoproduktion von  $\pi^0\omega$  am Proton bei Energien bis zu 3 GeV*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diss., 2005
- [Kai07] KAISER, David: *Aufbau und Test des Gas-Čerenkov-Detektors für den Crystal-Barrel-Aufbau an ELSA*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diplomarbeit, 2007
- [Kle03] KLEMPF, E.: *Do parity doublets in the baryon spectrum reflect restoration of chiral symmetry?* arXiv:hep-ph/0212241v3, März 2003
- [KS09] KUBIS, B. ; SCHNEIDER, S.: *The cusp effect in  $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$  decays.* arXiv:0904.1320v2 [hep-ph], Juni 2009
- [Kub07] KUBIS, Bastian: *An introduction to chiral perturbation theory.* arXiv:hep-ph/0703274v1, März 2007
- [Mül07] MÜLLER, Jonas: *Bestimmung einer Energiekorrekturfunktion für das Kalorimeter des Crystal-Barrel-Experiments an ELSA*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diplomarbeit, 2007
- [Mül12] MÜLLER, Jonas: *Persönliche Mitteilung*. Januar 2012

---

## LITERATURVERZEICHNIS

---

- [N<sup>+</sup>10] NAKAMURA, K. u. a.: The Review of Particle Physics. In: *J. Phys.* (2010)
- [Niß08] NISSLER, Robin: *Topics in three flavor chiral dynamics*, Universität Bonn, Diss., 2008
- [Pee03] PEE, H. van: *Untersuchung der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^0$  für Photonenergien von 0.45 bis 1.3 GeV mit dem Crystal Barrel-Detektor an ELSA*, Universität Bonn, Diss., 2003
- [Pee12] PEE, H. van: *Persönliche Mitteilung*. 2012
- [Pio07] PIONTEK, Damian-Maria: *Entwicklung eines Online-Monitors für das Crystal-Barrel-Experiment an ELSA*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diplomarbeit, 2007
- [SAB<sup>+</sup>05] SUFT, G. ; ANTON, G. ; BOGENDÖRFER, R. u. a.: A scintillating fibre detector for the Crystal Barrel experiments at ELSA. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research* (2005)
- [Sei09] SEIFEN, Tobias: *Verbesserung der Rekonstruktion und Entwicklung eines First-Level-Triggerschemas für das Crystal-Barrel-Kalorimeter*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diplomarbeit, 2009
- [WBM09] WILLIAMS, M. ; BELLIS, M. ; MEYER, C. A.: Multivariate side-band subtraction using probabilistic event weights. (2009)
- [Wen08] WENDEL, Christoph: *Design und Aufbau eines Szintillationsdetektors zur Identifizierung geladener Teilchen im Crystal-Barrel-Vorwärtsdetektor*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diss., 2008
- [Wil11] WILSON, Andrew: *Persönliche Mitteilung*. Juli 2011