ALGORITMY DIGITÁLNÍ KARTOGRAFIE A GIS

Úloha č. 1:

Geometrické vyhledávání bodu

Bc. Taťána Bláhová, Bc. Tomáš Krauz, Bc. Adéla Kučerová

27. listopadu 2022

Obsah

1 Zadání

Úloha č. 1: Geometrické vyhledávání bodu

Vstup: Souvislá polygonová mapa n polygonů $\{P_1, ..., P_n\}$*, analyzovaný bod* q.

Výstup: P_i, $q \in P_i$.

Nad polygonovou mapou implementujete Winding Number Algorithm pro geometrické vyhledání incidujícího polygonu obsahujícího zadaný bod q.

Nalezený polygon graficky zvýrazněte vhodným způsobem (např. vyplněním, šrafováním, blikáním). Grafické rozhraní vytvořte s využitím frameworku QT.

Pro generování nekonvexních polygonů můžete navrhnout vlastní algoritmus či použít existující geografická data (např. mapa evropských států).

Polygony budou načítány z textového souboru ve Vámi zvoleném formátu. Pro datovou reprezentaci jednotlivých polygonů použijte špagetový model.

Hodnocení:

Krok	**Hodnocení**
Detekce polohy bodu rozlišující stavy uvnitř, vně, na hranici polygonu.	10b
Analýza polohy bodu (uvnitř/vně) metodou Ray Algorithm.	*+5b*
Ošetření singulárního případu u Ray Algorithm: bod leží na hraně polygonu.	*+5b*
Ošetření singulárního případu u obou algoritmů: bod je totožný s vrcholem jednoho či více polygonů.	*+2b*
Zvýraznění všech polygonů pro oba výše uvedené singulární případy.	*+3b*
Max celkem:	**25b**

Čas zpracování: 1 týden.

Obrázek 1.1: Zadání úlohy

2 Bonusové úlohy

1. *Analýza polohy bodu (uvnitř/vně) metodou Winding Number Algorithm. +5b*
2. *Zvýraznění polygonů. +3b*

3 Popis a rozbor problému

Point location problem je jedno ze základních témat výpočetní geometrie. Lokalizace bodu je důležitá v oblastech geografických informačních systémů (GIS), v počítačové grafice i počítačem podporovaném kreslení (CAD).

Máme bod $q = [x_q, y_q]$ a množinu *M* ve které se nalézá *m* mnohoúhelníků $\{P_i\}$. Každý mnohoúhelník se skládá z několika vrcholů $\{p_i\}$. Zde se zabýváme tím, zda námi určený bod *q* leží uvnitř, vně nebo na hranici konvexních i nekonvexních mnohoúhelníku $\{P_i\}$. Pro řešení nekonvexních mnohoúhelníků jsou používaný 2 algoritmy. Popis těchto algoritmů bude vysvětlen v následující kapitole.

4 Popis použitých algoritmů

4.1 Ray Crossing Algorithm

Máme mnohoúhelník $\{P_i\}$ a námi zkoumaný bod *q*. Do bodu *q* je umístěn počátek lokální souřadnicové soustavy (*q*, x',y'), který má osy rovnoběžné s hlavní souřadnicovou soustavou. Následně je určen počet průsečíků osy x' s mnohoúhelníkem $\{P_i\}$. Ze všech průsečíků jsou vybrány takové, které mají x $>$ 0. Jestliže je počet průsečíků lichý, pak je *q* uvnitř polygonu, pokud je sudý, tak vně polygonu. Průsečík x'_m osy x' se stranou mnohoúhelníka se určí podle vzorce na stránkách [1] .

Pro detekci jsou použity dva paprsky a je určováno, jestli bod leží na úsečce.

$$\mathrm{x}'_{\mathrm{m}} = \frac{x'_i y'_{i-1} - x'_{i-1} y'_i}{y'_i - y'_{i-1}} \tag{1}$$

Algoritmus:

1. Inicializuj k = 0; kde k je počet průsečíků ϵ
2. Pro $\forall\ p_i$ opakuj
3. $\quad x'_i = x_i - x_q; y'_i = y_i - y_q$
4. $\quad$ Jestliže (y'$_i > 0)$ && $(y'_{i-1} \leq$ 0) || (y'$_{i-1} > 0)$ && $(y'_i \leq$ 0) ... vhodný segment
5. $\quad$ Vypočítej x'_m ... vhodny průsečík
6. $\quad$ if $x'_m > 0, pak\ k++$
7. if k je liché, pak $q \in P_i$
8. else $q \notin P_i$

4.2 Winding Number Algorithm

Máme mnohoúhelník $\{P_i\}$ a námi zkoumaný bod q. Je potřeba vypočítat sumu všech orientací nad všemi vrcholy mnohoúhelníku. Je potřeba spočítat sumu Ω všech rotací ω_i,

$$\Omega(\mathrm{q}, \mathrm{P_i}) = \sum_{i=1}^{n} \omega_j(p_i, q, p_{i+1}) \quad (2)$$

které musí průvodič opsat nad všemi body $p_i \in P$, n je počet vrcholů mnohoúhelníku. Úhel ω_i se vypočítá podle vzorce

$$\cos(\omega_\mathrm{i}) = \frac{\vec{u_i} * \vec{v_i}}{|\vec{u_i}| * |\vec{v_i}|} \quad (3)$$

kde $\vec{u_i} = (q, p_i)$, $\vec{u_i} = (q, p_{i+1})$.
Ω může nabývat hodnot:

- $2\pi > q \in P$
- 0° $> q \notin P$
- Jiný úhel, bod je totožný s hranou a nebo s vrcholem mnohoúhelníku

$$\mathrm{t} = det \begin{vmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{vmatrix} \quad (4)$$

Poté mohou nastat tři scénáře:

- det $>$ 0, q se nachází na pravé straně
- det $<$ 0, q se nachází na levé straně
- det $=$ 0, q se nachází na hraně

Algoritmus:

1. Inicializuj $\Omega =$ 0, tolerance ϵ
2. Opakuj pro trojice $\forall < p_i, q, p_{i+1} >$
3. Urči polohu q vzhledem k $p = (p_i, p_{i+1})$
4. Urči úhel $\omega_i = \angle p_i, q, p_{i+1}$
5. if q je vlevo od (p_i, p_{i+1}), pak $\Omega = \Omega$ - ω
6. else q je v pravo od (p_i, p_{i+1}), pak $\Omega = \Omega + \omega$
7. if $|\Omega$ - 2π $| <\epsilon$, pak $q \in P$
8. else q $q \notin P$

Postačuje zde výpočet $\Sigma\omega$, 2π je konstanta. Je zde lepší ošetření singulárních případů, než je u případu paprskového algoritmu, ale je pomalejší jak paprsk.algoritmus.

Nevýhodou je problém, kdy $q = p_i$ a nutnost předzpracování O(N).

5 Problematické situace a jejich rozbor

5.1 Bod totožný s vrcholem mnohoúhelníku

Tento problém se řeší stejným způsobem pro oba algoritmy.
Pro každý vrchol je spočtena vzdálenost *s* od určovaného bodu. Za předpokladu, že všechny délky *s* $< \epsilon$, lze algoritmus zastavit a říct, že bod je totožný s vrcholem mnohoúhelníku.

5.2 Bod se nalézá na hranici mnohoúhelníku

5.2.1 Ray Crossing Algorithm

Když je mnohoúhelník tranformován do místní souř. soustavy, se vypočítají průsečíky x'_m, y'_m s hrany polygonu s osami. Je potřeba, aby byla splněna podmínka $|x'_m| < \epsilon \&\& \ |y'_m| < \epsilon$. Což znamená, že bod je na hraně poylgonu a algoritmus může být zastaven.

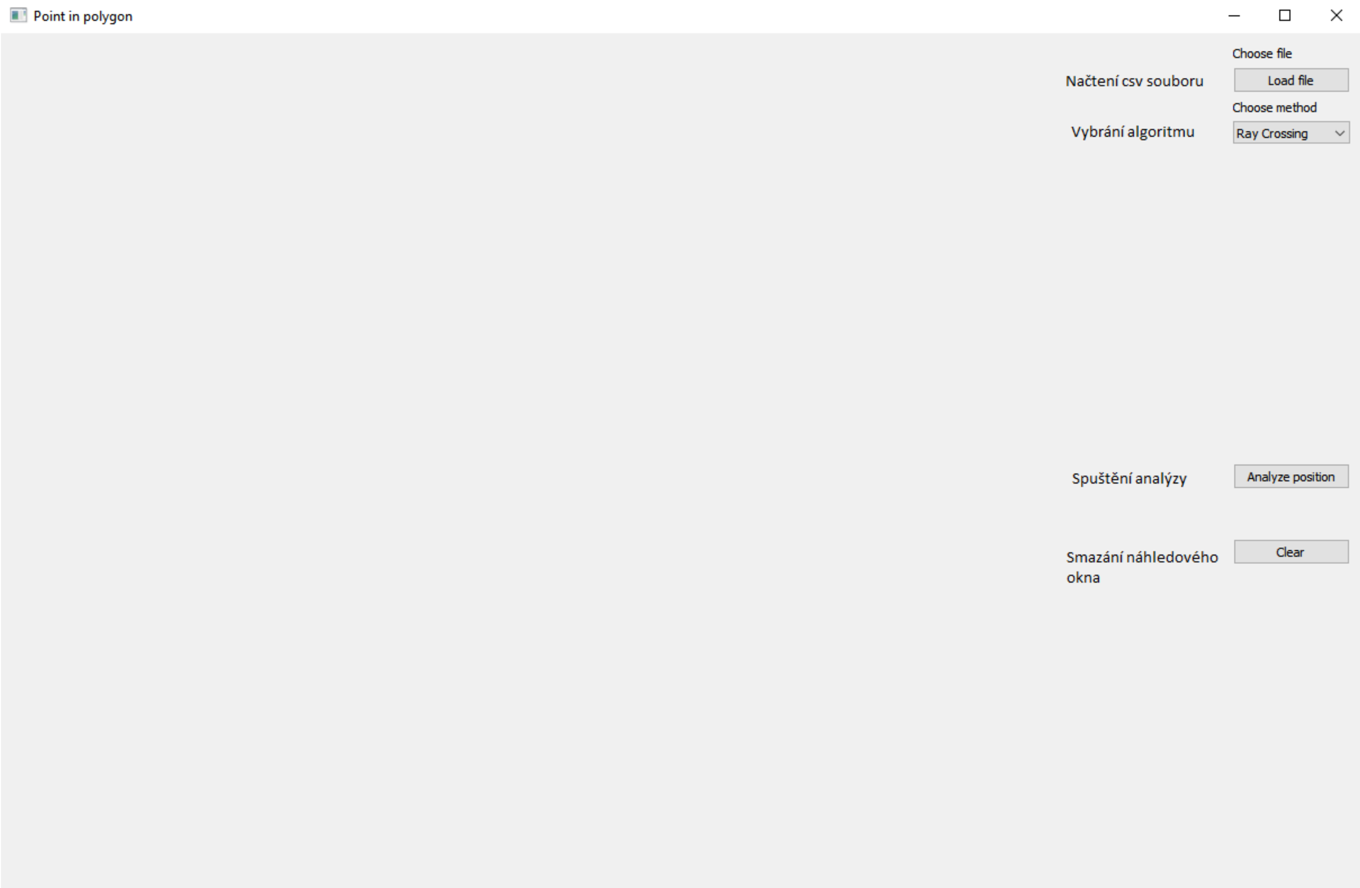
5.2.2 Winding Number Algorithm

Při výpočtu ω_i se určuje determinant det. Pokud $|det| < \epsilon$, kde epsilon je stanovena tolerance přesnosti výpočtu. Můžeme prohlásit, že bod leží na přímce dané stranou polygonu. Pokud předpokládáme, že bod leží v minimálním ohraničujícím obdelníku strany mnohoúhelníku, který ma strany rovnoběžné s osami souř. soustavy, pak lze potvrdit, že bod leží na hraně polygonu.

6 Vzhled aplikace

Na úvodní obrazovce aplikace se nachází v levé části náhledové okno Canvas třídy Draw. Na pravé straně je pak panel s obslužnými tlačítky. Prvním je comboBox třídy QComboBox, který slouží k výběru algoritmu. Dále jsou další tlačítka třídy QPushButton. Tato tlačítka slouží k analýze, k vyčistění plochy a nebo pro načtení CSV souboru. CSV soubor je ve formátu —-PŘIDAT SCREENSHOT NAŠEHO CSV SOUBORU a popsat co je na každém řádku - tzn jaký vstup je očekáván—

7 Vstupní data



Obrázek 6.1: Vzhled aplikace

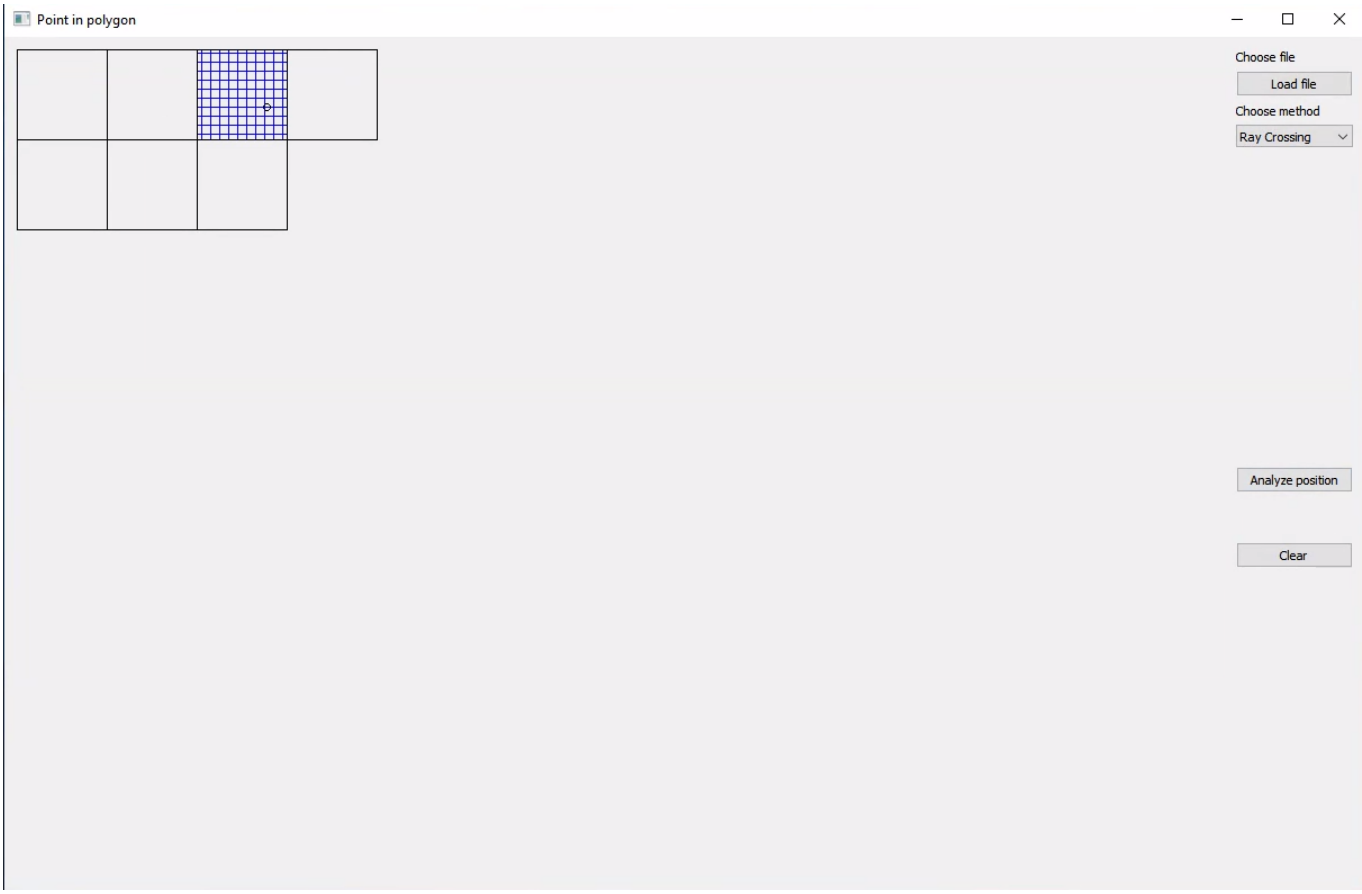
Na úvodní obrazovce se nachází tlačítko Load file, po jehož kliknutí se otevře průzkumník souborů, pomocí něhož najdeme požadovaný soubor. Soubor s polygony musí být ve formátu csv.

8 Výstupní data

Výstupem aplikace je grafické znázornění dotčeného/dotčených polygonů. Polygon je zvýrazněn souvislou výplní zelené barvy.

9 Dokumentace

9.1 Třída Algorithms



Obrázek 8.1: Výstupní data

- $int\ getPointLinePosition(QPointF\ \&p1, QPointF\ \&p2, QPointF\ \&q)$
  - analyzuje vzájemný vztah bodu a přímky
- $double\ getTwoLinesAngle(QPointF\ \&p1, QPointF\ \&p2, QPointF\ \&p3, QPointF\ \&p4)$
  - vypočítá úhel mezi dvěma vektory
- $int\ getPointAndPolygonPosition(QPointF\ \&q, vector < QPointF > \ \&pol)$
  - analyzuje vztah bodu a polygonu pomocí Ray Crossing Algorithm
- $int\ getPosWinding(QPointF\ \&q, vector < QPointF > \ \&pol)$
  - analyzuje vztah bodu a polygonu pomocí Winding Number Algorithm
- $vector < QPoint > \ getLocalCoordinates(QPointF\ \&q, vector < QPointF > \ \&pol)$
  - transformuje souřadnice do místního souřadnicového systému
- $int\ processPols(QPointF\ \&q, vector < QPolygon > \ \&pols, QString\ \&alg, vector < int > \&res)$
  - analyzuje vztah všech polygonů s bodem q

9.2 Třída Draw

- $void\ mousePressEvent(QMouseEvent * event)$

- vrátí souřadnice kurzoru po kliknutí na Canvas
- $void\ paintEvent(QPaintEvent * event)$
  - vykreslí polygony na Canvas
- $void\ clearScreen()$
  - vyčistí Canvas

9.3 Třída CSV

- $vector\ < QPolygon > read\_Csv(string filename)$
  - načte vstupní csv soubor

9.4 Třída Mainform

- $void\ on\_pushButton\_Position\_clicked()$
  - provede analýzu
- $void\ on\_pushButton\_File\_clicked()$
  - otevře průzkumníka souborů a je možno načíst požadovaný soubor
- $void\ on\_pushButton\_Clear\_clicked()$
  - vyčistí Canvas

10 Závěr

Byla vytvořena aplikace Point in Polygon (nvm jestli jsme si ji my pojmenovali) s grafickým rozhráním. Aplikace byla napsána v programovacím jazyce C++. Aplikac umožňuje nahrání souboru .csv s polygony. K analýze polohy bodu bylo využito dvou metod Ray Crossing Algorithm a Winding Number Algorithm. Analýza je provedena pokud

a) leží uvnitř polygonu
b) leží vně polygonu

Literatura

[1] Tomáš Bayer, *Point location problem*, https://agony.natur.cuni.cz/~bayertom/images/courses/Adk/adk3_new.pdf, [14.10.2022].