# 1 Задание 2

## 1.1 Задача 1

**а)** $238 \cdot x + 385 \cdot y = 133$

Будем искать НОД(238, 235), используя алгоритм Евклида.

$$gcd(238, 385) = gcd(147, 238) = gcd(91, 147) = gcd(56, 91) = gcd(35, 56) = \rightarrowtail$$

$$= gcd(21, 35) = gcd(14, 21) = gcd(7, 14) = gcd(0, 7) = 7$$

НОД(385, 238)= 7. 133/7 = 19, поэтому решения будут.

Теперь используем расширенный алгоритм Евклида:

| x | y | 238x+385y |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 385 |
| 1 | 0 | 238 |
| -1 | 1 | 147 |
| 2 | -1 | 91 |
| -3 | 2 | 56 |
| 5 | -3 | 35 |
| -8 | 5 | 21 |
| 13 | -8 | 14 |
| -21 | 13 | 7 |

Тогда решениями будут $x = -21 \cdot \frac{133}{7}, y = 13 \cdot \frac{133}{7}$; $x = -399, y = 247$

$x = -399 - k \cdot \frac{385}{\text{НОД(238, 385)}}, y = 247 + k \cdot \frac{238}{\text{НОД(238, 385)}}, k \in \mathbb{Z}$

**Ответ:** $x = -399 - 55 \cdot k, y = 247 + 34 \cdot k, k \in \mathbb{Z}$

**б)** $143 \cdot x + 121 \cdot y = 52$

Будем искать НОД(143, 21):

$$gcd(143, 121) = gcd(121, 22) = gcd(22, 11) = gcd(11, 0) = 11$$

Но 52 не делится на 11, поэтому решений нет.

**Ответ:** $\emptyset$

## 1.2 Задача 2

$68x + 85 = 0 mod 561$, или же если переписать $561 \cdot y - 65 \cdot x = 85$

Используем алгоритм Евклида, чтобы найти НОД(561, 68): $gcd(561, 68) = gcd(68, 17) = gcd(17, 0)$

НОД(561, 68) = 17, причем 85 mod 17 = 0, значит решения есть.

Используем расширенный алгоритм Евклида.

| x | y | 238x+385y |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 385 |
| 1 | 0 | 238 |
| -1 | 1 | 147 |

Т.е. решения: $x = 8 \cdot \frac{85}{17} = 40, y = 1 \cdot \frac{85}{17} = 5$

$x = 40 - k \cdot \frac{561}{\text{НОД(561, 68)}} = 40 - 33 \cdot k, y = 5 + k \cdot \frac{-68}{\text{НОД(561, 68)}} = 5 - 4 \cdot k, k \in \mathbb{Z}$

**Ответ:** $x = 40 - 33 \cdot k, y = 5 - 4 \cdot k, k \in [0; 16]$

## 1.3 Задача 3

Вычислить $7^{13} mod 167$, используя алгоритм быстрого возведения в степень. Условимся, что '=' обозначает по остатку 167 и каждый раз писать mod 167 я не буду.

$$7^{13} = 7 \cdot (7^6)^2 = 7 \cdot ((7^3)^2)^2 = 7 \cdot ((7 \cdot (7 \cdot 7))^2)^2 = 7 \cdot ((9)^2)^2 = 7 \cdot 48 = 2$$

**Ответ:** 2.

## 1.4 Задача 4

**Ответ:**

## 1.5 Задача 5

**1)** Найти асимтотику роста функции $T_1(n) = T_1(n-1) + cn$, (при $n > 3$)

$T_1(n) = T_1(n-1) + c \cdot n = T_1(n-2) + c \cdot (n-1) + c \cdot n = ... = T_1(3) + c \cdot (4 + ... + n)$

$$T_1(n) = 1 + c \cdot (\frac{1+n}{2} \cdot n - 6)$$

Следовательно $T_1(n) = \Theta(n^2)$

**2)** Из курса Дискретного анализа можем записать хар. многочлен: $\lambda^3 = \lambda^2 + 4$, теперь угадаем корень $\lambda_1 = 2$

$(\lambda - 2) \cdot (\lambda^2 + \lambda + 2) = 0 \to \lambda = \{\frac{-1+\pm\sqrt{7}i}{2}$
Тогда получим:

$$T_2(n) = A \cdot 2^n + B \cdot ((\frac{-1 - 7\sqrt{7}i}{2})^n + (\frac{-1 - 7\sqrt{7}i}{2})^n))$$

$$T_2(n) = A \cdot 2^n + B \cdot 2^{n/2} \cdot (\frac{-1 - 7\sqrt{7}i}{2\sqrt{2}})^n + \frac{-1 + 7\sqrt{7}i}{2\sqrt{2}})^n)$$

Следовательно $log(T_2(n)) = \Theta(n)$ ч.т.д.

**3)** Из прошлого пункта получим ответ.

**<u>Ответ:</u>** $T_2(n) = A \cdot 2^n + B \cdot 2^{n/2}$