1 Задание 5

1.1 Задача 1

Рассмотрим действие группы G на множестве X – расрасок вершин пятиугольника 3 цветами. Таким образом, искомое количество различных раскрасок из 3 цветов есть количество классов эквивалентности по отношению принадлежности элемента к орбите, так как два пятиугольника совпадают наложением, тогда и только тогда, когда существует такой поворот из группы G, что пятиугольник переходит в рассматриваемый. Остается воспользоваться леммой Бернсайда: посчитаем $|X_g|$ для каждого элемента $g \in G$. Если рассматривать тождественное преобразование из G, то очевидно, что любая раскраска пятиугольника будет переходить в себя же, т.е. $|X|_e = 3^5$. Теперь рассмотрим повороты относительно центра, совпадение будет возможно лишь в случае, когда все вершины покрашены в один цвет, т.е. всего 3 пятиугольника. Последний случай с поворотами на π, чтобы поворот был осуществлен в этот же пятиугольник, необходима симметричность цветов относительно рассматриваемой оси, отсюда конкретной оси будет 3^3 совпадающих после поворота пятиугольников. Отсюда, применяя, лемму: $col = \frac{3^5+4\cdot 3+5\cdot 3^3}{10} = 39$

Ответ: 39 раскрасок.