

Пробная задача

Крейнин Матвей Вадимович

Московский физико-технический институт
Факультет управления и прикладной математики

Москва
2022 г

Постановка: Решается задача регрессии. На подвыборках, равномоощных выборке, оцениваются параметры. По K подвыборкам получены матожидание и дисперсия каждого параметра модели.

Задача: Построить график (λ, w_j) , где λ – коэффициент регуляризации функции ошибки.

① $S = \|F - y\|_2^2 + \lambda_2 \|w\|_2^2$

② $S = \|F - y\|_2^2 + \lambda_1 \|w\|_1$

③ $S = \|F - y\|_2^2 + \lambda_2 \|w\|_2^2 + \lambda \|w\|_1$



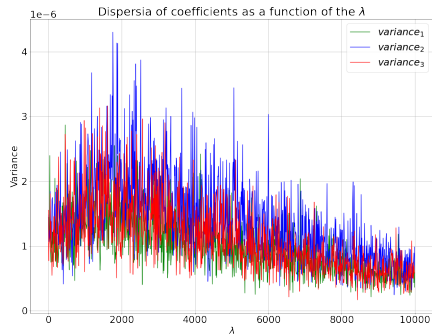
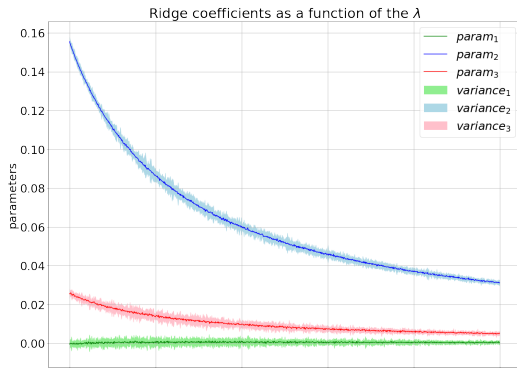
$F = f(w, X) = X_{m \times n} w_{n \times 1}$ - модель
 $(X, y_{m \times 1})$ - выборка

$$S = \|Xw - Y\|_2^2 + \lambda_2 \|w\|_2^2$$

Формула для параметров модели:

$$w = \sum_{i=1}^n \frac{\sqrt{d_i}}{d_i + \lambda_2} u_i(v_j, Y)$$

Условия эксперимента: 20 подвыборок размером 2500, 3 параметра модели (2 информативных), $\lambda \in [0, 10^5]$

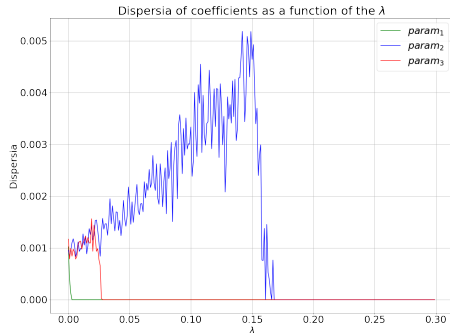
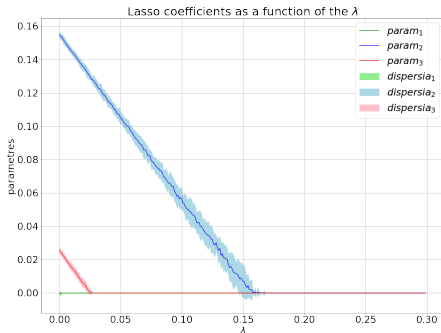


$$S = \|Xw - Y\|_2^2 + \lambda_1 \|w\|_1$$

Формула для параметров модели:

$$w = \sum_{i=1}^n \left(\frac{u_i}{\sqrt{d_i}} (v_i, Y) - \frac{\lambda_1}{2 * d_i} u_i \left(u_i^T, \text{sign}(w) \right) \right)$$

Условия эксперимента: 20 подвыборок размером 2500, 3 параметра модели (2 информативных), $\lambda \in [0, 0.3]$

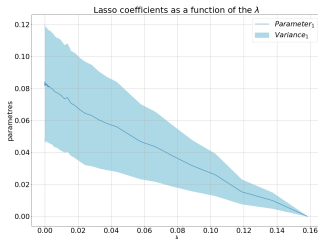


$$S = \|Xw - Y\|_2^2 + \lambda_2 \|w\|_2^2 + \lambda_1 \|w\|_1$$

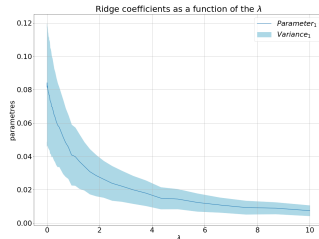
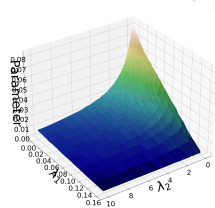
Формула для параметров модели:

$$w = \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{d_i + \lambda_2} \left(\sqrt{d_i} (v_i, Y) - \frac{\lambda_1}{2} (u_i, \text{sign}(w)) \right)$$

Условия эксперимента: 20 подвыборок размером 2500, 3 параметра модели (2 информативных), $\lambda_1 \in [0, 0.16]$, $\lambda_2 \in [0, 10]$



Elastic net coefficients as a function of the λ_1 and λ_2



$$① S_1 : w_k = \sum_{i=1}^n \frac{\sqrt{d_i}}{d_i + \lambda_2} u_{i,k} (v_j, Y)$$

$$② S_2 : w_k = \sum_{i=1}^n u_{i,k} \cdot \left(\frac{(v_i, Y)}{\sqrt{d_i}} - \frac{\lambda_1}{2 \cdot d_i} (u_i^T, \text{sign}(w)) \right)$$

$$③ S_3 : w_k = \sum_{i=1}^n \frac{u_{i,k}}{d_i + \lambda_2} (\sqrt{d_i} (v_i, Y) - \frac{\lambda_1}{2} (u_i, \text{sign}(w)))$$

- ④ Коэффициенты и дисперсия гребневой регрессии убывают пропорционально $\frac{1}{x}$
- ⑤ Вместе с параметрами лассо исчезает и дисперсия этих параметров. Дисперсия параметров лассо растёт при увеличении λ .
- ⑥ При использовании эластичной сети возрастает дисперсия параметров модели.

- ① Стрижов В.В., Крымова Е.А. Методы выбора регрессионных моделей
- ② Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. Книга 1
- ③ Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. Книга 2
- ④ Воронцов К.В. Курс лекций Машинного обучения