

# 1 Задание 10

## 1.1 Задача 1

а) Ответ: Не является  $LL(k)$ -грамматикой при любом  $k$

$$1. S \xrightarrow{*}_l Aa^kb \xrightarrow{l} a^{k+1}b, \omega = \varepsilon, \alpha = a^kb, \beta = a$$

$$2. S \xrightarrow{*}_l Aa^kb \xrightarrow{l} Aa^{k+1}b, \omega = \varepsilon, \alpha = a^kb, \gamma = Aa$$

$FIRST_k(\beta\alpha) \cup FIRST_k(\gamma\alpha) \neq \emptyset$  для любого  $k$ .

б) Ответ: Является  $LL(k)$ -грамматикой при  $k \geq 2$ .

$$1. S \xrightarrow{*}_l a^kAb \xrightarrow{l} a^kab, \omega = a^k, \alpha = b, \beta = a$$

$$2. S \xrightarrow{*}_l a^kAb \xrightarrow{l} a^kaAb, \omega = a^k, \alpha = b, \gamma = aA$$

$FIRST_k(\beta\alpha) \cup FIRST_k(\gamma\alpha) = \emptyset$   $k \geq 2$ .

в) Ответ: Не является  $LL(k)$ -грамматикой для любого  $k$ .

$$1. S \xrightarrow{*}_l aBBb \xrightarrow{l} aabBb, \omega = a, \alpha = Bb, \beta = ab$$

$$2. S \xrightarrow{*}_l aBBb \xrightarrow{l} a\varepsilon Bb, \omega = a, \alpha = Bb, \gamma = \varepsilon$$

Используя индукцию по  $k$  получим, что  $FIRST_k(\beta\alpha) \cup FIRST_k(\gamma\alpha) \neq \emptyset$ , при  $k = 1$  и  $k = 2$  возьмём  $B \rightarrow ab$ ; при  $k \geq 3$ , возьмём  $B \rightarrow \varepsilon$  в первом и случае и  $B \rightarrow ab$ :

$FIRST_k(abBb) \cup FIRST_k(Bb) \neq \emptyset$ , Грамматика не является  $LL(k)$  для любого  $k$

г) Ответ: Не является  $LL(k)$ -грамматикой для любого  $k$

$$1. S \xrightarrow{*}_l aaBB \xrightarrow{l} aaaBBB, \omega = aa, \alpha = B, \beta = aBB$$

$$2. S \xrightarrow{*}_l aaBB \xrightarrow{l} aabB, \omega = aa, \alpha = B, \gamma = b$$

$FIRST_k(\beta\alpha) \cup FIRST_k(\gamma\alpha) \neq \emptyset$ , т.к. содержит  $\omega = a^k$ . Поэтому грамматика не будет  $LL(k)$ -грамматикой для любого  $k$ .

д) Ответ: Является  $LL(k)$ -грамматикой для любого  $k$ .

$$1. S \xrightarrow{*}_l aaBB \xrightarrow{l} aaaBBB, \omega = aa, \alpha = B, \beta = aBB$$

$$2. S \xrightarrow{*}_l aaBB \xrightarrow{l} aabB, \omega = aa, \alpha = B, \gamma = b$$

Видно, что  $FIRST_k(\beta\alpha) \cup FIRST_k(\gamma\alpha) = \emptyset$ , поэтому это  $LL(k)$ -грамматика.

## 1.2 Задача 2

Получим грамматику:  $S \rightarrow Ab, A \rightarrow aA', A' \rightarrow a|\varepsilon$ , воспользовавшись алгоритмом удаления правого ветвления.

	FIRST(X)			FOLLOW(X)		
$X$	S	A	$A'$	S	A	$A'$
$F_0$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	\$	$\emptyset$	$\emptyset$
$F_1$	a	a	a, $\varepsilon$	\$	b	$\emptyset$
$F_2$	a	a	a, $\varepsilon$	\$	b	b

Используем алгоритм построения анализатора:

	a	b	\$
S	$S \rightarrow Ab$	error	error
A	$A \rightarrow aA'$	error	error
$A'$	$A' \rightarrow a$	$A' \rightarrow \varepsilon$	error

Получим LL(k)-грамматику, т.к. в каждой ячейке получилось записано не больше одного правила.

## 1.3 Задача 3

Используем алгоритм удаления левой рекурсии:

$S \rightarrow baaA|babA$

$A \rightarrow aA|bA|a|b$

Удалим правое ветвление:

$S \rightarrow baS'$

$S' \rightarrow aA|bA$

$A \rightarrow aA|bA|\varepsilon$

Строим таблицу FIRST и FOLLOW:

	FIRST(X)			FOLLOW(X)		
$X$	S	$S'$	A	S	$S'$	A
$F_0$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	\$	$\emptyset$	$\emptyset$
$F_1$	b	a, b	a, b, $\varepsilon$	\$	\$	$\emptyset$
$F_2$	b	a, b	a, b, $\varepsilon$	\$	\$	\$

Построим анализатор:

	a	b	\$
S	error	$S \rightarrow baS'$	error
$S'$	$S' \rightarrow aA$	$S' \rightarrow bA$	error
A	$A \rightarrow aA$	$A \rightarrow bA$	$A \rightarrow \varepsilon$

Продемонстрируем работу анализатора на слове baab:  $S \rightarrow baS' \rightarrow baaA \rightarrow baab$

## 1.4 Задача 5

Видно, что это грамматика языка Дика. А язык Дика задаётся грамматикой:  
 $S \rightarrow (S)S | \varepsilon$

Получили мы эту грамматику, используя алгоритм удаления левой рекурсии и правого ветвления.

$$1. S \xrightarrow{*}_l (S)S \xrightarrow{l} ((S)S)S, \omega = (, \alpha = )S, \beta = (S)S$$

$$2. S \xrightarrow{*}_l (S)S \xrightarrow{l} (\varepsilon)S, \omega = (, \alpha = )S, \gamma = \varepsilon$$

$FIRST_1[(S)S)S] \cup FIRST_1[()S] = \emptyset, FIRST_1[S] \cup FOLLOW_1[S] = \emptyset$  Видно, что после S может быть только «)», поэтому последнее равенство верно.

## 1.5 Задача 6

Пусть у нас есть праволинейная грамматика:  $G = \langle \{S, A, B\}, \{a, b, \$\}, P, S \rangle$ , где  $P: S \rightarrow A, A \rightarrow ba|b$

Это не будет LL(1)-грамматикой, т.к. нет правил с  $\varepsilon$ :  $FIRST_1(ba) \cup FIRST_1(b) = b \neq \emptyset$

## 1.6 Задача 7

Ответ: Да, верно.

$G = \langle \{S, A, B\}, \{a, b, \$\}, P, S \rangle$ ,  $P: S \rightarrow AB, A \rightarrow \varepsilon, B \rightarrow \varepsilon$

Построим анализатор (очевидно, что таблица first и follow будет содержать только  $\varepsilon$  и  $\$$  соответственно):

	a	b	\$
S	error	error	$S \rightarrow AB$
A	error	error	$A \rightarrow \varepsilon$
B	error	error	$B \rightarrow \varepsilon$

Видим, что каждой ячейке таблицы соответствует не больше одного правила вывода, из чего делаем вывод, что грамматика является LL(1)-грамматикой.

## 1.7 Задача 8

Ответ: Нет, неверно.

Рассмотрим грамматику  $G = \langle \{S, A, B\}, \{a, b, \$\}, P, S \rangle$ , где  $P: S \rightarrow AB, A \rightarrow \varepsilon, B \rightarrow \varepsilon$

Видно, что  $FOLLOW(A) \cup FOLLOW(B) = \{\$, \varepsilon\}$ , но грамматика G является LL(1)-грамматикой, было доказано в предыдущей задаче.