

## Задание 9

### Контекстно-свободные грамматики и автоматы с магазинной памятью

**Задача 1.** Докажите, что класс КС-языков замкнут относительно операции пересечения с регулярным языком.

**Задача 2.** Являются ли следующие языки КС-языками:

а)  $SQ = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$ ;    б)  $\Sigma^* \setminus SQ$     в)  $\{a^{3^n} \mid n > 0\}$ ?

**Задача 3.** Для языка

$$L = \{w \mid w = xcy; x, y \in \{a, b\}^*; |x| = |y|\}$$

- а) постройте КС-грамматику  $G$ , порождающую язык  $L$ ;
- б) постройте недетерминированный МА, эквивалентный этой грамматике;
- в) продемонстрируйте работу построенного МА на слове  $acab$  (проанализируйте все варианты поведения).

**Задача 4.** Определим языки  $L_1 = \Sigma^*aab\Sigma^*$ , где  $\Sigma = \{a, b\}$ , и

$$L = \{w \mid w \in \overline{L_1}, |w|_a \geq |w|_b\}.$$

- 1. Является ли дополнение языка  $L$  КС-языком?
- 2. Является ли дополнение языка  $L$  регулярным языком?

**Задача 5.** Заданы грамматика  $G = \{ \{A, B, C, D, E, F, S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AB \mid C, A \rightarrow aE \mid a, E \rightarrow aE \mid \varepsilon, B \rightarrow bB \mid Bb \mid b, C \rightarrow CD, F \rightarrow ab, D \rightarrow aba\}, S \}$  и магазинный автомат

$$M = (\{q_0\}, \{a, b\}, \{S, a, b, A, B\}, \delta, q_0S, \emptyset)$$

принимаящий слова опустошением магазина, где функция переходов определена следующим образом:  $\delta(q_0, \varepsilon, S) = \{(q_0, AB)\}$ ,  $\delta(q_0, \varepsilon, A) = \{(q_0, aA), (q_0, a)\}$ ,  $\delta(q_0, \varepsilon, B) = \{(q_0, bB), (q_0, b)\}$ ,  $\delta(q_0, a, a) = \{(q_0, \varepsilon)\}$ ,  $\delta(q_0, b, b) = \{(q_0, \varepsilon)\}$

- 1. Эквивалентны ли грамматика  $G$  и  $N$ -автомат<sup>1</sup>  $M$ ?
- 2. Однозначна ли грамматика  $G$ ? Если нет, то постройте эквивалентную ей однозначную грамматику.

---

<sup>1</sup>Мы называем  $N$ -автоматом МП-автомат, допускающий по пустому стеку, а  $F$ -автоматом — МП-автомат, допускающий по принимающему состоянию.

3. Является ли автомат  $M$  детерминированным? Если нет, постройте эквивалентный ему детерминированный МА.

**Задача 6.** Язык  $L$  задан КС-грамматикой с правилами:

$$S \rightarrow aSa \mid aSb \mid bSa \mid bSb \mid a.$$

1. Является ли  $L$  регулярным языком?
2. Является ли дополнение  $L$  регулярным языком?
3. Является ли  $L$  КС-языком?
4. Является ли дополнение  $L$  КС-языком?

**Задача 7.** Язык  $L$  задан КС-грамматикой с правилами:

$$S \rightarrow aSb \mid A \mid B \mid \varepsilon, \quad A \rightarrow aAa \mid \varepsilon, \quad B \rightarrow bBb \mid \varepsilon.$$

1. Является ли  $L$  регулярным языком?
2. Является ли дополнение  $L$  регулярным языком?
3. Является ли  $L$  КС-языком?
4. Является ли дополнение  $L$  КС-языком?