

Задание 8

Контекстно-свободные языки и магазинные автоматы

Грамматика типа 3 является неоднозначной, если существует более одного вывода хотя бы для одного слова из языка, порождённого грамматикой.

Задача 1. L - язык, состоящий из всех слов в алфавите $\{0, 1\}$, которые содержат чётное число нулей и нечётное число единиц. Выполните следующие задания.

1. Построить эквивалентную праволинейную грамматику. Будет ли она однозначной?
2. Построить регулярное выражение для языка L^R .

Задача 2. Язык $L^=$ является языком всех слов с равным числом символов a и b .

1. Покажите индукцией¹ по длине слова, что КС-грамматика с правилами $S \rightarrow SS \mid aSb \mid bSa \mid \varepsilon$ порождает язык $L^=$.

2*. Грамматика называется линейной, если в правые части правил вывода входит не более одного нетерминала. Покажите, что язык $L^=$ не порождается никакой линейной КСГ.

Задача 3. Палиндромами называют слова, которые одинаково читаются слева направо и справа налево, например, «ротор».

1. Покажите, что язык палиндромов в произвольном алфавите является КС-языком.
2. Покажите, что дополнение к языку палиндромов (язык всех непалиндромов) также является КС-языком.

Задача 4. Покажите, что дополнение языка $U = \{a^n b^n c^n \mid n = 0, 1, \dots\}$ является КС-языком.²

Задача 5. Выполните следующие задания.

1. Постройте магазинный автомат (МА), распознающий язык $L^=$ из задачи 2
2. Постройте детерминированный МА, распознающий язык $L^=$ (достаточно выполнить только этот пункт).

Задача 6. Язык Дика с двумя типами скобок D_2 порождается грамматикой

$$S \rightarrow SS \mid (S) \mid [S] \mid \varepsilon.$$

1. Постройте недетерминированный МП-автомат, распознающий язык D_2 .
2. Постройте детерминированный МП-автомат, распознающий язык D_2 (достаточно выполнить только этот пункт).

¹Другие доказательства, кроме индукции, не принимаются.

²Так как сам язык U не является КС-языком, то это означает, что в отличие от регулярных языков множество КС-языков не замкнуто относительно дополнения.

О построении магазинного автомата, допускающего по принимающему состоянию, по автомату, допускающему по пустому стеку:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$$

- автомат, принимающий по пустому стеку.

Построим эквивалентный автомат M' :

$$M' = (Q \cup \{q'_0, q_f\}, \Sigma, \Gamma \cup \{Z'_0\}, \delta', q'_0, Z'_0, \{q_f\})$$

- $\delta'(q'_0, \varepsilon, Z'_0) = \{(q_0, Z_0, Z'_0)\}$
- $\forall q \in Q, \forall \sigma \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}, Z \in \Gamma : \delta'(q, \sigma, Z) = \delta(q, \sigma, Z)$
- $\forall q \in Q, (q_f, \varepsilon) \in \delta'(q, \varepsilon, Z'_0)$