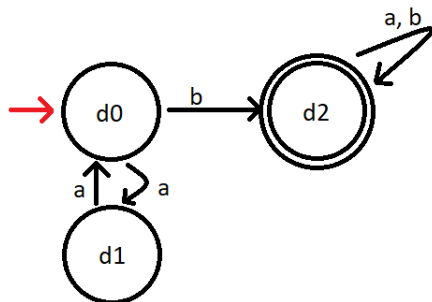
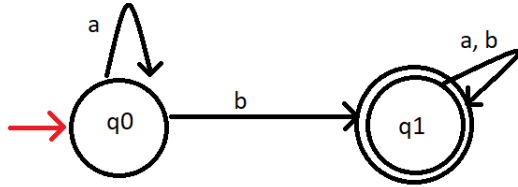


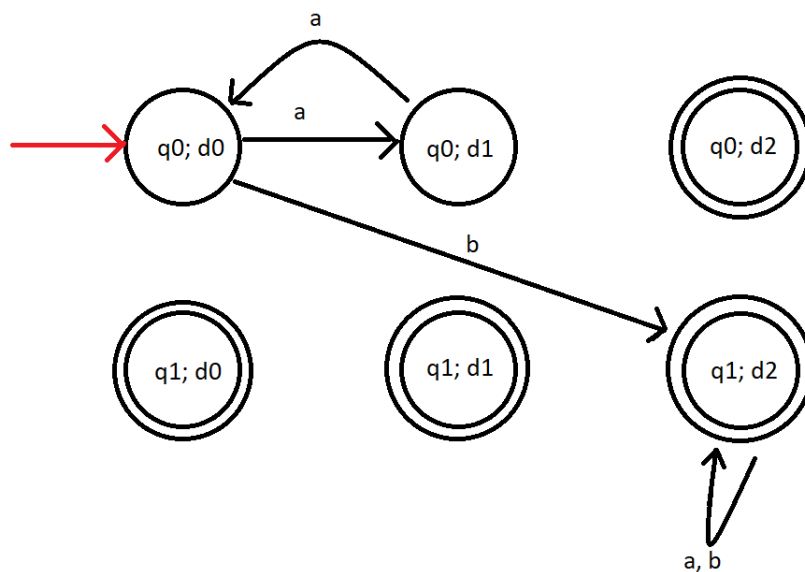
# 1 Задание 3

## 1.1 Задача 1

Рассмотрим пример автоматов с картинок.



По предложенному способу построения автомата, получаем автомат:



Можно заметить, что слово  $ab$  не будет принято этим автоматом, т.к. сначала он перейдет в состояние  $(q_0, d_1)$ , из которого нет перехода по  $b$ . Следовательно слово  $ab$  не будет принято, хотя оно распознается первым автоматом, как валидное.

Поэтому ответ: Нет, неверно.

## 1.2 Задача 2

а) Докажем это утверждение по индукции,

База для  $|\omega| = 0$ . Автомат должен распознавать слово, поэтому у него должно быть хотя бы одно принимающее состояние.

$|\omega| = 1$ . Автомат для этого случая строится тривиально. Рассмотрим суффикс  $a$ . По букве  $a$  он переходит в принимающее состояние, по букве  $b$  остается в начальном. Из принимающего по букве  $a$  остается в принимающем, по букве  $b$  возвращается в начальное. База доказана.

Тогда для  $|\omega| = n$ . По предположению нам нужно  $n$  состояний автомата. У нас появилась еще одна буква, по которой должен вести в новое состояние, иначе если оно ведет уже которое было, то можно будет привести контрпример с длиной суффикса меньше, чем  $|\omega|$ .

Доказано.

б) Построим такой автомат  $\mathcal{A}$ .  $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$   $F = q_n$ ,  $q_0$  - начальное состояние. А алфавит выберем  $\Sigma = \{0, 1\}$  между ним и алфавитом  $\Sigma = \{a, b\}$  можно построить биекцию. Суффикс выглядит так:  $m_{[0]}m_{[1]} \dots m_{[n-1]}$  Функция перехода будет устроена так:  $\delta(q_0, \overline{m_{[0]}}) = q_0$

$$\delta(q_i, m_{[i]}) = q_{i+1}$$

$$\delta(q_i, \overline{m_{[i]}}) = q_k$$

Определим, что такое  $q_k$ . Пусть мы считали  $i$  букв, тогда мы этот массив из  $i$  букв сравниваем с суффиксом  $m$ , ища максимальное вхождение этого в массив в начало нашего суффикса. Сравнивая наши буквы массива и суффикса следующим образом: последнюю букву массива с первой буквы суффикса, предпоследнюю букву со второй буквой суффикса. Получаем, что  $k$  это позиция, до которой есть вхождение в суффикс  $k$ .

Теперь докажем, что автомат примет слова с суффиксом  $m$ , а других не принимает.

Пусть автомат находится находится в  $q_i$ , то принимая букву  $m_{[i+1]}$  он переходит в состояние  $q_{i+1}$ , это следует из определения функции  $\delta$ . Таким образом, принимая последовательно буквы  $m_{[i+1]}, \dots, m_{[n]}$ , автомат перейдет в принимающее состояние. Если в состоянии  $q_i$  приходит  $\overline{m_{[i+1]}}$  или в принимающем состоянии приходит еще одна буква, то автомат ищет максимальное наложение слова на суффикс. Тогда автомат переходит в новое состояние  $q_{l+1}$  и продолжает поиск считывание букв. Если подано слово без суффикса  $m$ , то автомат не дойдет до принимающего состояния  $q_n$ , следует из определения функции перехода.

Доказано.

### 1.3 Задача 3.

Можем представить это язык в виде:  $(a|b)^{n-i}$  а  $(a|b)^{i-1}$ . Можем представить это слово, как суффикс, у которого есть а на  $n-i+1$  позиции. Тогда получаем, что у нас  $2^{i-1}$  различных состояний после а и  $2^{n-i}$  различных состояний до а. Получаем количество различных суффиксов, которые мы можем сотавить будет равно  $2^{n-i} \cdot 1 \cdot 2^{i-1} = 2^{n-1}$ . По доказанной задаче 2 на каждый суффикс приходится  $n + 1$  состояние. И тогда получаем  $2^{n-1} \cdot (n + 1)$ .

$2^n \leq 2^{n-1} \cdot (n + 1)$ , а это верно для всех  $1 \leq n$ , а это верно из условия задачи.

А по условию задачи у нас  $i = n$ , поэтому у нас РВ заменяется на  $(a|b)^*$  а  $(a|b)^{n-1}$ , а сам вывод остается таким же. Доказано.