1 Задание 1

1.1 Задача 1

1. Нет, т.к. b $\notin \{1, 2, 3\}$ или же $1 \notin \{a, b\}$.
2. $|A \times B| = |A| \cdot |B|$, т.к. мы можем выбрать |A| элементов из первого множества и |B| элементов из второго множества, сл-но всего элементов в множестве $|A \times B|$ будет $|A| \cdot |B|$
3. Это получится $\varnothing$, т.к. пустое множество не содержит в себе элементов, а значит и в множестве $\mathbb{N} \times \varnothing$ hv е будет элементов, сл-но оно пустое.

1.2 Задача 2

a) Да, верно, т.к. пустое слово содержится в любом непустом множестве.
b) Да, верно, т.к. пустое множество содержитс в непустом множестве.

1.3 Задача 3

Регулярное выражение: X^+X^+, т.к. у нас будут все слова в этом множестве вида a^na^m, где $m, n \in \mathbb{N}$ & $m, n > 1$

1.4 Задача 4

а) $a^*b^*(a|b)^+$ -
б) (b^*a^*) ab (b^*a^*) Я исхожу, из доказанного регулярного выражения в пункте в), то есть РВ: b^*a^* задаёт слово, не содержащее ab, сл-но оно должно задавать все подслова до ab и после ab, сл-но это регулярное выражение верное.
в) b^*a^*, в этом языке не может идти ни одной буквы b, после буквы a, иначе это слово содержит в себе подслово ab, сл-но оно состоит из нескольких (или нуля) подряд идущих букв b или нескольких (или нуля) подряд идущих букв a. Это и описывает заданное регулярное выражение.

1.5 Задача 5

1. Предлагаю сначала доказать включение L в R, у нас нет слов, содержащих 3 букв b подряд в языке L, база, у нас есть только $\mathcal{E}, b, bb$, база доказана таких слов нет. Теперь предположим, что их нет и на n-1, составлении при помощи правила 2, тогда при составлении слова на n шаге, мы можем составить слово из букв ax, bax и bbax, но в x нет последовательности из 3-х подряд b, а при составлении не возникает трех подряд идущих b, т.к. их от других b отделяет буква a.

Теперь нужно доказать, что из языка L можно составить любое слово, не содержащее

2. T = ($(a^* \mid (bba)^* \mid (ba)^*)^*$ | (ab) | (abb))

1.6 Задача 6

1. $\{(a^m, b^k) \mid m > 0 \;\&\; k \geq 0\}$

2. $\{a^3, a^6, a^9, a^{12}, a^{15}, a^{18}, a^{21}, ...\} \cap \{a, a^6, a^{11}, a^{16}, a^{21}, ...\}^* \Longrightarrow \{a^{6+15n} \mid n \geq 0\}$