

Фамилия И. О., группа: \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\Sigma$	оценка

### Внимание!

1. Ответы, включая правильные, при отсутствии решений оцениваются в 0 (ноль) баллов.
2. Объекты, полученные «методом внимательного вглядывания», без доказательства корректности построения оцениваются в 0 (ноль) баллов.
3. При формулировке вопроса «верно ли, что», в случае положительного ответа приведите доказательство, а в случае отрицательного – контрпример. Верное рассуждение без контрпримера оценивается в половину задачи.

### Тестовые задачи

Выберите все верные варианты ответов и только их.

**Задача 1 (2).** Отметьте номера позиций всех символов в РВ  $(a_1|b_2)a_3b_4^*(a_5^*a_6|b_7b_8)^*$ , входящих в множество  $\text{followpos}(3)$ .

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☒ 4

☒ 5

☒ 6

☒ 7

☐ 8

☒ 9

**Задача 2 (3).** В каждом пункте укажите, для каких языков ('для любых'= $\forall$ , 'лишь для некоторых'= $\exists$ , 'ни для каких'= $\nexists$ ) из первой части предложения выполняется утверждение из второй части.

1.  $\forall$   $L$ : ( $L$  можно описать некоторым РВ  $\Rightarrow$  для  $L$  выполняется лемма о накачке).

2.  $\exists$   $L$ : (для  $L$  существует бесконечно много классов  $L$ -эквивалентности  $\Rightarrow$  для  $L$  выполняется отрицание леммы о накачке).

'ни для каких'

3.  $\nexists$   $L$ : ( $L$  можно распознать ДКА с одним финальным состоянием  $\Rightarrow$  классов  $L$ -эквивалентности бесконечно много).



4.  $\forall$   $L$ : ( $L$  распознается НКА с 3 состояниями  $\Rightarrow$  существует ДКА с не более чем 10 состояниями, который распознает  $L$ ).

**Задача 3 (4).** Отметьте все верные утверждения и только их для произвольных языков  $X, Y \subseteq \Sigma^*$ . Через  $[w]^L$  обозначим класс эквивалентности Майхила–Нероуда для языка  $L$ , через  $[w]_R^L$  — правый контекст для слова  $w$  (относительно языка  $L$ ).

Напомним, что  $[w]_R^L = \{z \mid wz \in L\}$ .

1.  $X = Y$  тогда и только тогда, когда  $\forall w \in X \cup Y : [w]^X = [w]^Y$ .

2.  $X = Y$  тогда и только тогда, когда  $\forall w \in \Sigma^* : [w]^X = [w]^Y$ .

3.  $X = Y$  тогда и только тогда, когда  $\forall w \in X \cup Y : [w]_R^X = [w]_R^Y$ .

4.  $X = Y$  тогда и только тогда, когда  $\forall w \in \Sigma^* : [w]_R^X = [w]_R^Y$ .

## Контрольные вопросы

*Обоснованно ответьте на вопрос*

**Задача 4 (2).** Предъявите константу леммы о накачке для языка

$$\{a^n \mid 0 \leq n \leq 2020\}.$$

$n = 2021$ , тогда в языке не будет найдено такое, длина которого больше, чем 2021, сл-но лемма о накачке выполняется.

доказано

**Задача 5 (3).** Приведите пример последовательности слов  $w_n$ , для каждого элемента которой суффиксный автомат содержит  $n$  принимающих состояний.

**Задача 6 (3).** Найдите число классов эквивалентности Майхилла-Нероуда для языка  $\Sigma^*aaba$ .

- |   |   |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>L_1 = \{w \mid w \in \Sigma^*aaba\}</math></li> <li>2) <math>L_2 = \{w \mid w \in \Sigma^*aab\}</math></li> <li>3) <math>L_3 = \{w \mid w \in \Sigma^*aa\}</math></li> <li>4) <math>L_4 = \{w \mid w \in \Sigma^*a \text{ and } w \notin L_1 \text{ and } w \notin L_3\}</math></li> <li>5) <math>L_5 = \Sigma^* \setminus (L_1 \cup L_2 \cup L_3 \cup L_4)</math></li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Если мы допишем <math>\epsilon</math>, к словам из всех классов, то слова из первого класса будут содержаться в <math>L_1</math>, а остальные нет</li> <li>2) Если допишем <math>a</math>, к словам из всех классов, то слова из второго класса будут содержаться в <math>L_1</math>, а другие нет.</li> <li>3) Допишем <math>ba</math>, аналогичное получаем, что все слова, кроме слов из <math>L_3</math> не будут содержаться в <math>L_1</math>.<br/>Объединение <math>L_1, L_2, L_3, L_4</math> получают весь алфавит.<br/>То что слова из одно класса при дописывании <math>z</math> будут либо принадлежать языку или не принадлежать следует из того, что их можно представить, на примере <math>L_2</math> в виде <math>x = \Sigma^*aab</math>, <math>y = \Sigma^*aab</math>, сл-но дописывании одинаковых слов для них одинаково.</li> </ol> |
|---|---|

## Задачи

*Приведите обоснованное решение*

**Задача 7 (3).** Постройте суффиксный автомат для слова *aabab*.

Сделал на листочке

**Задача 8(3).** Пусть  $S = \{cab, ab, bca\}$ ,  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Постройте ДКА, распознающий слова, не содержащие суффикса из множества  $S$ .

Построил на листочке

**Задача 9 (5).** Отметьте среди перечисленных все регулярные языки (и только их) над алфавитом  $\Sigma = \{a, b\}$ . (Нужно также привести доказательство регулярности или нерегулярности)

1. ☐  $\{w : |w|_a - |w|_b > |w|/2\}$
2. ☐  $\{w : (|w|_a + |w|_b)/2 > |w|/3\}$
3. ☐  $\{w : (|w|_a = |w|_b) \wedge (|w_{aa}| = 0) \wedge (|w_{bb}| = 0)\}$
4. ☐  $\{w : |w|_{aba} = |w|_b\}$

**Задача 10 (4).** Определим языки  $L_0$  и  $L$  над алфавитом  $\Sigma = \{a, b\}$ :

$$L_0 = \{w \mid \exists m, k > 0 : |w|_a = 3m \mid w|_b = 5k\}.$$

$$L = \{w \mid \exists n > 0 : w = w_1 w_2 \dots w_n, w_i \in L_0\}.$$

Является ли  $L$  регулярным?

