

# Implementing Cross-Section Performance Reversion

Valery Ovchinnikov

27 сентября 2020 г.

## 1 Введение

Mean-reversion широко используемая идея для стратегий в основе которой лежит идея о том, что доходности или цены должны вернуться к своему нормальному поведению. Нормальным поведением может быть возврат к долгосрочному среднему цена, но может быть и что-то посложнее. Например для fx spot инструментов известно, что если вчера цена ушла вверх, то завтра она скорее всего пойдет вниз и наоборот, то есть вернется к среднему. В данной статье для получения нормального поведения доходностей акций используется кросс-корреляция между ними. Использование кросс-корреляции позволяет оценить нормальное поведение доходностей одной акции при условии, что рынок ведёт себя так, как мы наблюдаем в данный момент.

## 2 Идея

В этой статье описаны результаты реализации идеи из статьи Maxime Rivet, Marc Thibault and Mael Trean. Cross-Section Performance Reversion. Stanford University, ICME (2018). Идея алгоритма заключается в том, что логарифмы доходности акций должны возвращаться к модельным ожидаемым значениям.

Прежде всего фильтруется ряд доходностей. Для этого используется модель GARCH. Среднее моделируется константой. Распределение доходностей считаем нормальным. Это необходимо, чтобы в дальнейшем воспользоваться явной простой формулой для условного матожидания.

$$\begin{aligned}r_i(t) &= \mu_i + \epsilon_i(t) \\ \epsilon(t) &\sim \sigma(t) \cdot \mathcal{N}(0, R) \\ \sigma_i^2(t) &= \omega_i + \alpha_i \cdot \epsilon_i^2(t-1) + \beta_i \cdot \sigma_i^2(t-1)\end{aligned}$$

Подбор параметров AR и MV для модели GARCH делается простым перебором, в результате которого выбираются параметры, с которыми модель выдает наименьший показатель AIC. Такой перебор делается над всеми рядами данных и выбирается наиболее часто встречающийся набор.

Для фильтрованных рядов рассчитывается корреляционная матрица. Она понадобится для расчета условного матожидания доходностей акций.

$$\begin{aligned}r_i(t)|r_J(t) &\sim \mathcal{N}(\bar{\mu}_i, \bar{\sigma}_i^2) \\ \bar{\mu}_i &= \mu_i + \sigma_i(t) \cdot R_{i,J} \cdot R_J^{-1} \cdot \frac{(r_{i,J} - \mu_J)}{\sigma_{i,J}},\end{aligned}$$

где  $J = \{1, \dots, n\} \setminus \{i\}$ ,

$R_J$  – это матрица без  $i$ -ой строки и  $i$ -го столбца,

$R_{i,J}$  это  $i$ -я строка матрицы  $R$ , без  $i$ -го столбца.

Чтобы уменьшить корреляции между рядами доходностей акций, из каждого ряда вычитается beta с рынком:  $r'_i(t) = r_i(t) - \beta_{i,mkt} \cdot r_{mkt}(t)$  Таким образом вычищаются совместные движения доходностей отдельных акций с рынком.

Сигнал (ака альфа) получается следующим:  $\alpha_i(t) = \bar{\mu}_i + (\bar{\mu}_i - r_i(t))$ . То есть на следующем шаге ожидается доходность  $\bar{\mu}$  и дополнительная доходность от возвращения к среднему с прошлого шага  $\bar{\mu} - r$ .

## 2.1 Алгоритм торговли

Вектор  $\alpha$  задает желаемые пропорции активов в портфеле. На каждом шаге считается  $rv$  портфеля, которое делится на пропорции согласно  $\alpha$ , получаются ожидаемые позиции по каждому активу. Если текущая позиция по активу меньше, чем ожидаемая позиция, то нужно докупить до равенства. Если же текущая позиция больше, чем ожидаемая, то нужно продать до равенства.

## 3 Данные

В исходной статье не указаны конкретные активы, для которых была разработана стратегия. Однако известно, что для рынка использовался индекс S&P500, а так же есть примеры с использованием акций MSFT и AAPL. В данной статье использованы данные из сервиса yahoo.finance. За SP500 были выбраны данные по тикеру ^GSPC. Портфель состоял из акций ARE, CTL, NKE, AAP, MMM, QCOM, TIF, APD, ATO, MSFT, ZBH, WYNN, WY, DIS, ULTA, TXT, TXN, STE, SEE, PEG.

## 4 Параметры модели

В текущей реализации достаточно поменять один параметр в коде, чтобы для моделирования среднего использовалась любая ARIMA модель. Исследование рядов, отфильтрованных HARX показало, что автокорреляция в них ниже, чем при фильтрации константной моделью, однако в статье использована именно константа. При константе стратегия теряет деньги, поэтому в данной работе был выбран HARX. Модель GARCH перефичивается каждые 30 дней, как в статье. Размер окна взят таким же, как в статье – 200 дней, таким образом захватывается практически целый год данных. Параметры AR и MA выбраны равными 2. Для этого на обучающей выборке фитились модели с разными параметрами ARIMA, далее выбиралась модель с минимальным показателем AIC. Наиболее часто встречающиеся параметры были выбраны для работы алгоритма.

Лаг для расчета корреляционной матрицы выбран равным 30 дням, более длинные сроки дают худший результат модели, более короткие показывают слишком высокие значения корреляции, что мешает работе алгоритма.

Лаг для расчета беты с рынком выбран равным 30 дням. Именно с этим показателем получаются достаточно низкие корреляции между net market доходностями активов. Бета с рынком считалась между ценами, доходностями, фильтрованными доходностями или же вообще не учитывалась. Наилучшие показатели для корреляционной матрицы показала бета по фильтрованным доходностям.

Начальный капитал выбран равным \$500000. Комиссии 0.1% за сделку. Максимальная позиция, которую можно занять по одному активу – 95% портфеля. Максимальный объем одной сделки – максимум из (1 / количество активов) и 5% капитала.

## 5 Возможные улучшения

В статье описан процесс хеджирования факторов, таких как momentum, value, volatility factor. Так же предлагается использовать самофинансируемую стратегию, т.е. в каждый момент времени мы ничего не занимаем и не откладываем. И минимизировать exposure к рынку, т.е. выбрать такие веса, чтобы взвешенная сумма коэффициентов beta была близка к нулю. Общеизвестный факт, что хеджирование не увеличивает матожидание стратегии, а может только уменьшить волатильность. Так как в данном кейсе не стояла цель получить высокий коэффициент Шарпа, и времени было мало, было решено не реализовывать эту часть статьи.

Другим возможным улучшением является изменения алгоритма расчета обратной матрицы. По словам авторов использование псевдо обратной матрицы, полученной с помощью Woodbery identity, позволяет уменьшить численные ошибки в алгоритме, а также ускорить вычисление сигнала в несколько раз за счет инвертирования матриц маленьких рангов (2) вместо ковариационной матрицы (ранг равен количеству акций в портфеле).

## 6 Результаты

Показатели стратегии представлены в таблице.

Коэффициент Рачева рассчитан по историческим данным, как отношение показателей ES на уровне 5%. Максимальная дневная просадка указана в % от изначального капитала. Максимальная недельная просадка указана в % от изначального капитала.

Улучшить просадки не получилось в виду нехватки времени.

	2010-2019	2019-2020	2020+	2010-2020+
Доходность, % годовых	6.19	0.42	12.98	6.12
Бета с SP500, %	12.59	0.28	0.42	11.43
Sharp ratio	0.017	-0.0005	0.015	0.014
Rachev ratio	1.0088	0.9789	1.1804	1.0271
Max Draw Down Daily, %	8.0	8.0	11.2	11.2
Max Draw Down Weekly, %	14.6	14.7	21.9	21.9

График VaR 5% представлен на Рис. 1. Частота пробития составила 6.5%.

Рис. 1: Value at Risk 2010-2020+

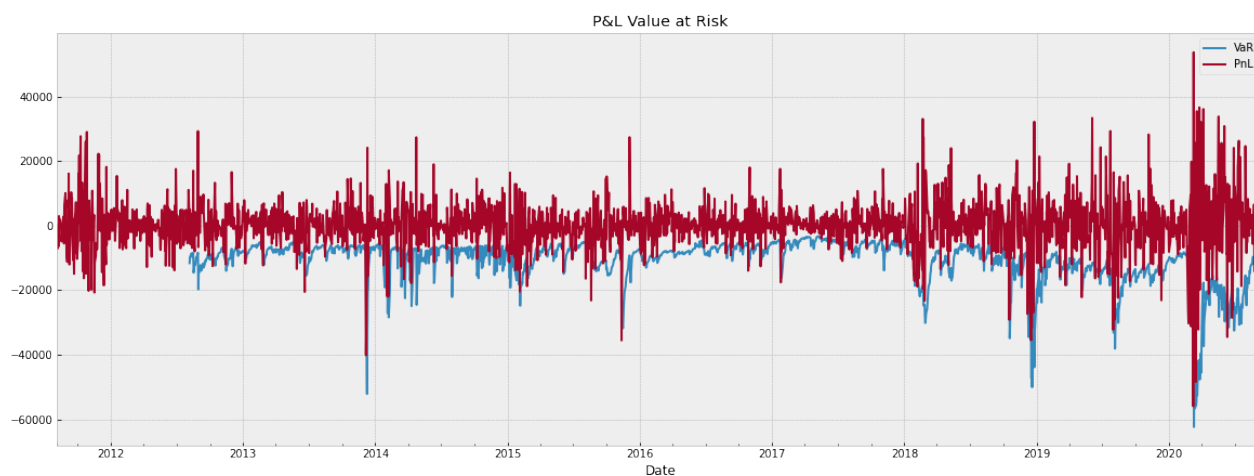


График накопленной доходности представлен на Рис. 2-8.

Рис. 2: Накопленная доходность и SP500 2010-2020+

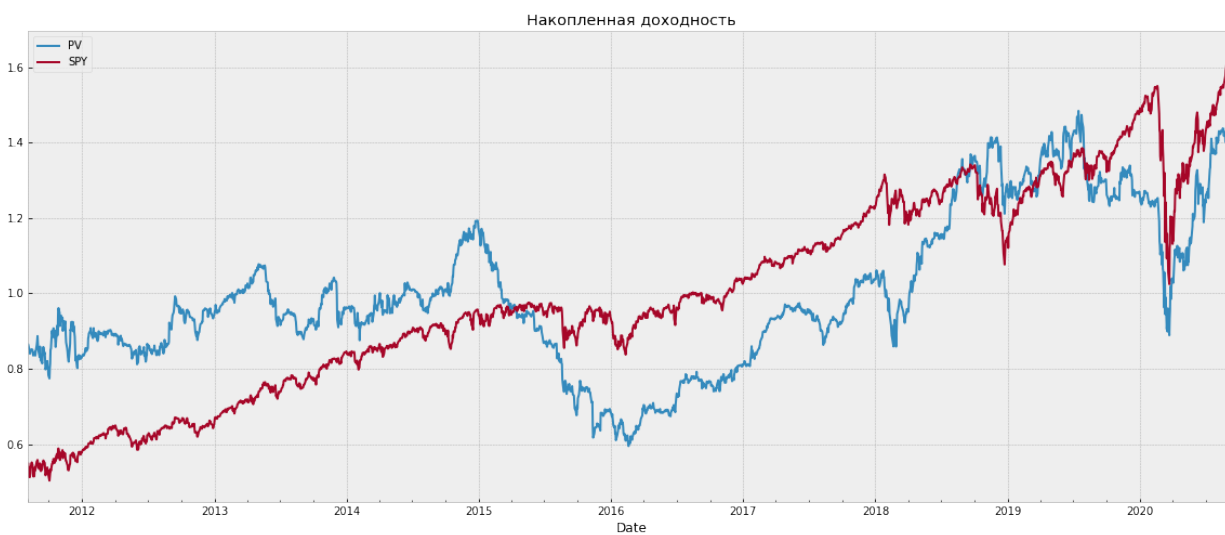


Рис. 3: Накопленная доходность 2010-2019гг



Рис. 4: Накопленная доходность и SP500 2010-2019гг



Рис. 5: Накопленная доходность 2019-2020гг



Рис. 6: Накопленная доходность и SP500 2019-2020гг

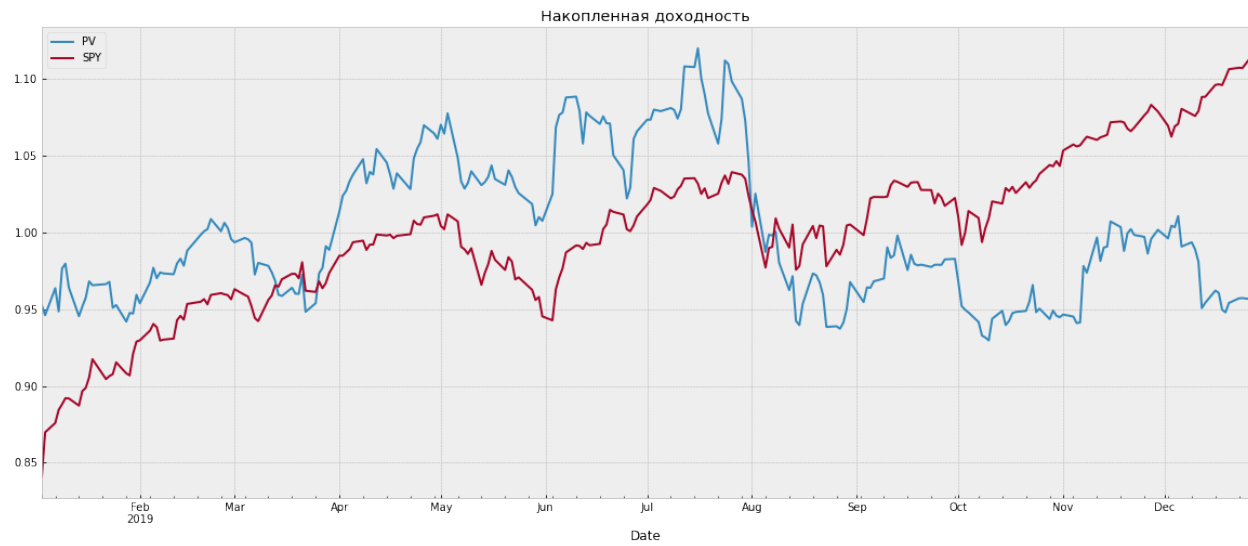


Рис. 7: Накопленная доходность 2020г



Рис. 8: Накопленная доходность и SP500 2020г

