

Министерство образования и науки Российской Федерации

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИЧЕСКОЙ И КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

КАФЕДРА НАНОЭЛЕКТРОНИКИ И
КВАНТОВЫХ КОМПЬЮТЕРОВ

На правах рукописи

УДК 53.06

ОВЧИННИКОВ ВАЛЕРИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ

ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ СПИНОВЫМ СОСТОЯНИЕМ
КУБИТА НА ОДИНОЧНОМ NV-ЦЕНТРЕ С УЧЕТОМ ПОТЕРИ
КОГЕРЕНТНОСТИ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Направление подготовки 010900 “Прикладные математика и физика”

Магистерская программа 010940 “Физика и технология
микроэлектроники”

Заведующий кафедрой _____ академик РАН Орликовский А.А.

Научный руководитель _____ к.ф.-м.н. Цуканов А.В.

Студент _____ Овчинников В.А.

г. Долгопрудный

2015

Аннотация

В современной квантовой информатике гибридные квантовые системы считаются очень перспективным направлением исследований. В работе показаны результаты моделирования гибридной системы, построенной из микрорезонаторов и NV-центров. Полученная скорость однокубитного вентиля NOT в такой системе выше, чем скорость потери когерентности системой. Предложен метод увеличения скорости этого вентиля и измерения состояния NV-центра.

Оглавление

Введение	3
1. Постановка задачи	9
2. Обзор элементов квантовых регистров	13
2.1 NV-центры в гибридных квантовых системах	13
2.2 Гибридные квантовые регистры, построенные на массивах резонаторов с NV-центрами	22
3. Исследование системы NV-центр – микрорезонатор	27
3.1 Трехуровневое приближение и его применимость	28
3.2 Гамильтониана системы NV-центр – микрорезонатор – лазер	30
3.3 Моделирование однокубитного вентиля <i>NOT</i>	34
3.4 Измерение состояния NV-центра	38
Заключение	43
Приложение	45
Литература	52

Введение

Идея квантовых вычислений зародилась в 80-х годах прошлого века. И изначально задача квантовых компьютеров состояла в моделировании квантовых систем, чтобы помочь человечеству лучше понять квантовую механику и физику микромира. Впоследствии, однако, были разработаны прикладные алгоритмы для различных областей применения: от высокоскоростной передачи информации до криптографии [1, 2, 3]. Существует несколько квантовых алгоритмов для решения задач, считающихся NP-сложными для классических вычислений, например, быстрое преобразование Фурье. А также совершенно невероятные в классическом мире алгоритмы, такие, как поиск в неупорядоченном множестве, сложностью $O(\sqrt{N})$, где N — число элементов в этом множестве. Нетрудно понять, что создание полномасштабных квантовых вычислительных систем позволит существенно продвинуть вперед современную науку и сократить время на расчеты некоторых вычислительно сложных задач.

Идея квантовых вычислений строится вокруг понятия квантового бита (кубита). Кубит представляет собой двухуровневую систему, способную находиться в суперпозиции двух своих состояний. К кубиту предъявляют несколько требований:

1. Высокая дискретность энергетического спектра, позволяющая четко разделять логические состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$;
2. Существование механизмов инициализации, управления и измерения состояний кубита;
3. Большие времена релаксации и дефазировки логических состояний.

Второй важнейшей основой квантовых вычислений является понятие

квантовой запутанности (зацепленности, сцепленности). Это явление, когда состояния квантовых систем сохраняют зависимость друг от друга даже после исчезновения непосредственного взаимодействия, тесно связано с фундаментальной способностью квантовых систем находиться в суперпозиции своих возможных состояний. Полноценным, полезным квантовым компьютером можно будет считать систему, насчитывающую порядка нескольких тысяч кубитов, каждый из которых может быть запутан с любым(и) другим(и).

Чтобы запутать два кубита, необходимо привести их во взаимодействие. Для большинства квантовых систем совершенно неочевидно, как это можно сделать. Ситуация осложняется еще и тем, что эти взаимодействия должны происходить с высокой скоростью. Дело в том, что из-за неидеальности реального мира, создать полностью закрытую квантовую систему невозможно. Каждый ее элемент неизбежно будет взаимодействовать с окружением, тем самым разрушая свое состояние. Этот процесс называется декогеренцией. Поэтому одна из главных проблем построения полномасштабного квантового компьютера сегодня — это сложность создания систем, способных долго сохранять свое состояние когерентным.

В целях борьбы с декогеренцией прежде всего понижают температуру квантовой системы, сводя таким образом к минимуму потерю когерентности через фононный канал и канал паразитных стохастических полей атомов, окружающих систему. Такой способ плох тем, что вынуждает встраивать сложные и дорогие системы охлаждения в потенциальный квантовый компьютер. Другим способом является метод коррекции ошибок. Этот метод основан на том же принципе, что и классические методы коррекции ошибок и позволяет выявлять, а в некоторых случаях и исправлять ошибки, например, переворот фазы, в квантовых системах. К сожалению, эти методы не идеальны и могут справиться не со всеми типами ошибок, кроме того, построение вентилях, корректирующих ошибки, само по себе является нетривиальной задачей, когда речь идет о быстрой потере когерентности. Третьим способом увеличения времени когерентности системы является введение кубитов памяти. В реальных

системах целесообразно использовать комбинации подобных методов.

Основные понятия в теории гибридных квантовых систем

По современным представлениям об архитектуре квантового компьютера принято разделять кубиты по выполняемым функциям. Например, можно выделить операционные, транспортные и кубиты квантовой памяти. Операционные кубиты используются для реализации простых однокубитных операций. Все операции должны производиться быстро по сравнению со временем дефазировки и диссипации, поэтому операционные кубиты должны иметь высокую частоту Раби и сильную связь с управляющими устройствами. На роль операционных кубитов хорошо подходят, например, сверхпроводниковые зарядовые кубиты. Транспортные кубиты используются для передачи квантового состояния, например, между удаленными элементами квантовой сети или для реализации двухкубитных операций. Такие кубиты должны быть мобильными и иметь сильную связь как с кубитом назначения, так и с кубитом отправления. В качестве транспортных кубитов чаще всего используют фотоны. Кубиты квантовой памяти же предполагается использовать для относительно долговременного и надежного хранения квантовой информации. Поэтому к кубитам квантовой памяти не предъявляются требования высокой скорости обработки информации. В качестве таких элементов можно использовать, например, ядерный спин одиночного NV-центра.

Такая многофункциональная архитектура призвана увеличить отношение времени сохранения когерентного состояния ко времени операции за счет выполнения быстрых квантовых вентилях на операционных кубитах и сохранения результатов в кубитах квантовой памяти. А для передачи информации между ними могут использоваться транспортные кубиты.

Свойства NV-центра в алмазе

На сегодняшний день самыми перспективными вариантами кубитов видятся разработки в области твердотельных структур. Наиболее популярные из них:

1. Сверхпроводниковые элементы [4, 5];
2. Квантовые точки [6];
3. Имплантированные атомы [7];
4. Ионы в ловушках [8].

Основная проблема всех перечисленных систем в том, что для удовлетворения вышеописанным требованиям они должны находиться при очень низких температурах (< 100 мК), когда энергия размерного квантования системы много больше энергии тепловых флуктуаций. Такие жесткие условия накладывают сильные ограничения на дизайн кубита. Возникает желание смягчить это ограничение. Для этого требуется система, способная долго сохранять когерентность при высоких температурах (желательно – комнатных). На сегодняшний день известно несколько таких систем. К примеру, раствор молекул некоторых органических веществ (например, раствор ацетона в хлороформе), представляет собой объект, на котором в 1998 году были продемонстрированы принципы квантовых вычислений [9]. Однако максимальное возможное количество кубитов – ядерных спинов атомов водорода, углерода и др., входящих в структуру молекулы, ограничено числом атомов в молекуле. Другая такая система есть дефект кристаллической решетки алмаза, образованный соседними атомом азота(N) и вакансией(V). Принятое обозначение такого дефекта – NV – указывает на структурный состав, а название – “NV-центр” – говорит о том, что он представляет собой так называемый центр окраски по отношению к чистому алмазному субстрату. Схематическое изображение NV-центра показано на рисунке 1. Данная твердотельная система дает ряд преимуществ: длительное сохранение когерентности при комнатных температурах, возможность быстрой инициа-

лизации и быстрого измерения состояния кубита (~ 10 нс) [10, 11], возможность создания упорядоченных двумерных массивов, содержащих произвольное количество одиночных NV-центров, что гарантирует возможность масштабирования. Общепринятым способом выбора базисных состояний кубита на NV-центре $|0\rangle$ и $|1\rangle$ считается выбор уровней энергии, соответствующих каким-либо двум проекциям спина центра из трёх ($m_s = 0, \pm 1$). Несмотря на сравнительно высокие скорости выполнения однокубитных операций в NV-центре, для эффективной работы полномасштабного квантового компьютера их недостаточно. Исследования сверхбыстрых (1-2 нс) спиновых вращений производились в нескольких работах [12, 13], однако этот вопрос все еще слабо исследован.

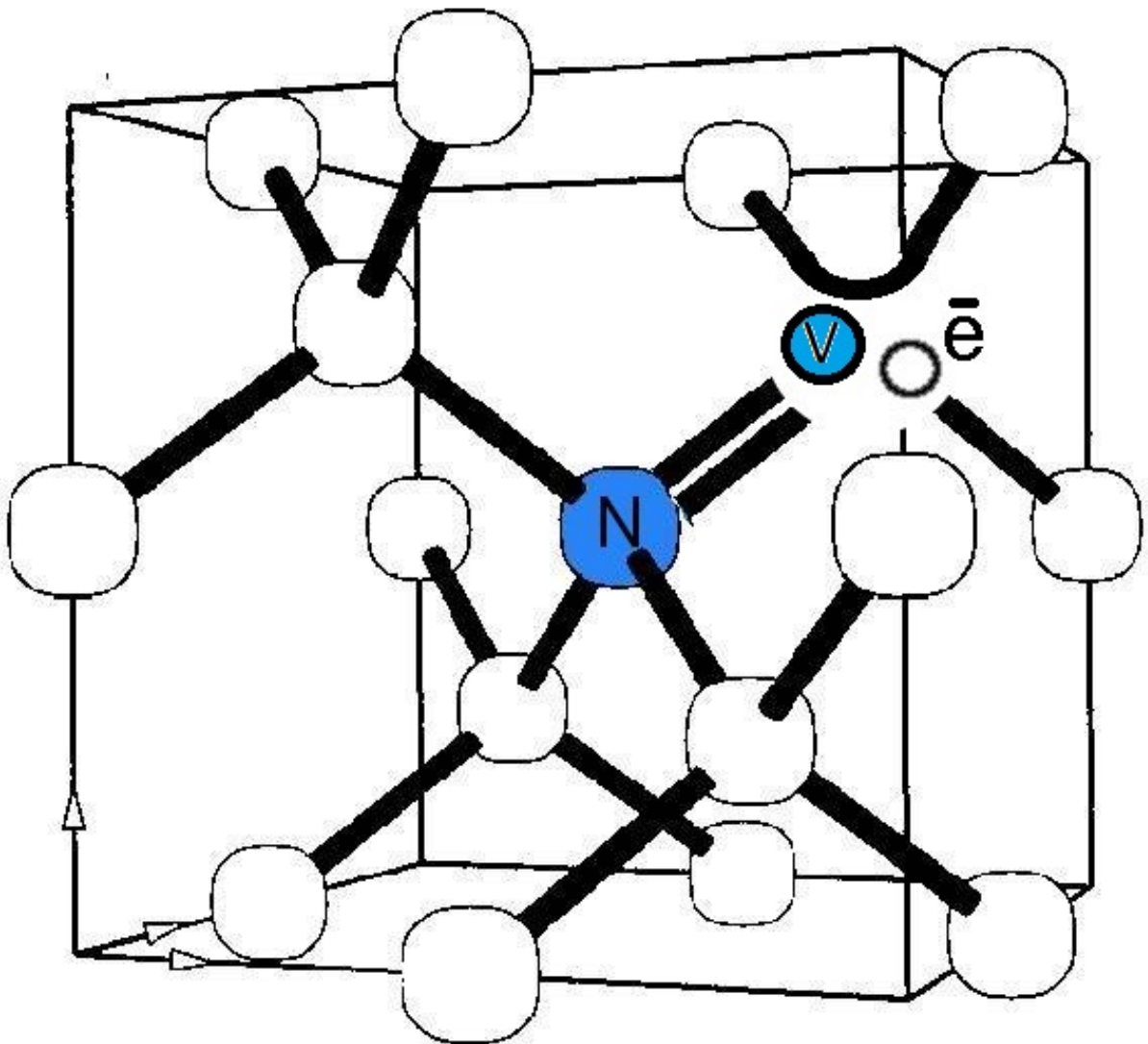


Рисунок 1. Схема NV-центра в алмазе

Управление спиновым состоянием NV-центра может осуществляться несколькими способами. Например, в работе [12] используется следующая схема. NV-центр помещается во внешнее магнитное поле (~ 850 Гс), чтобы за счет эффекта Зеемана снять вырождение с уровней $m_s = \pm 1$ (рис. 2). В качестве базисных выбираются состояния, соответствующие уровням $m_s = 0$ и $m_s = -1$. Чтобы выполнить вентиль *NOT*, NV-центр облучается микроволновым импульсом заданной формы и длительности с частотой, равной частоте перехода $|m_s = 0\rangle \leftrightarrow |m_s = -1\rangle$.

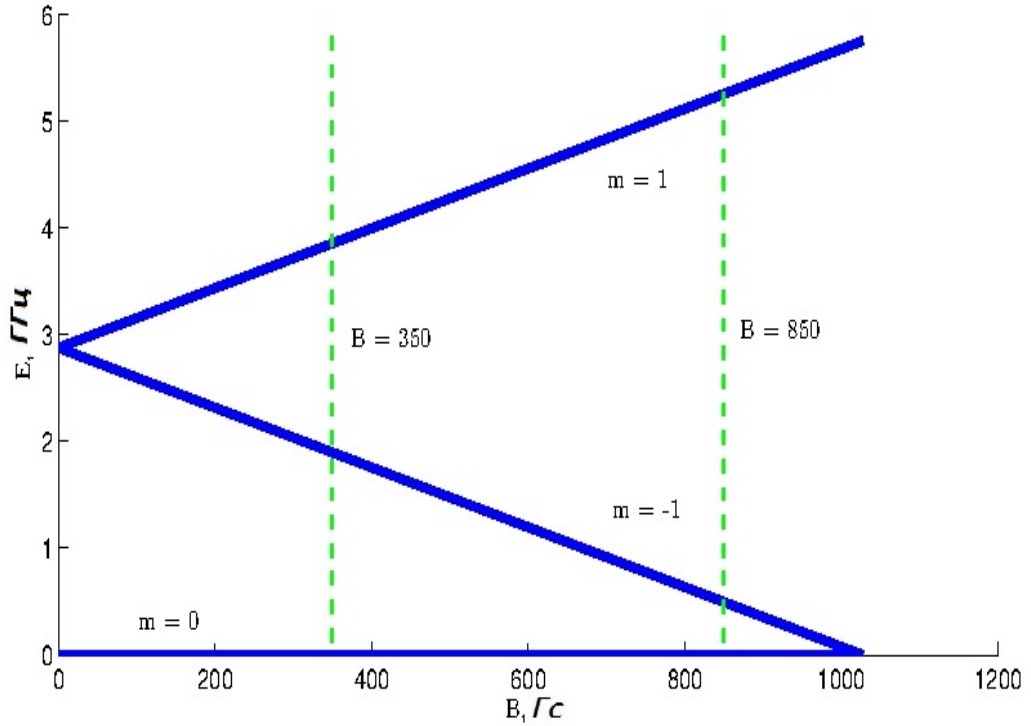


Рисунок 2. Расщепление уровней NV-центра в магнитном поле

В данной работе применён другой способ, который использует возбужденные уровни NV-центра и подробно описан далее.

1. Постановка задачи

Для создания полноценного квантового компьютера необходимо спроектировать квантовый регистр. Наиболее удачным выбором реализации регистра сегодня считается гибридная система. В нашем случае регистр представляет из себя массив микрорезонаторов, связанных эванесцентно [14] или с помощью общего волновода. Таким образом связь между резонаторами осуществляется посредством обмена фотонами. Можно назвать фотон транспортным кубитом, так как он является носителем информации, но его состоянием непосредственно не управляют: только записывают в одном резонаторе и считывают в другом. В качестве операционного кубита выбран одиночный NV-центр в алмазе (отрицательно заряженная форма), т.к. кубит, кодирующийся суперпозицией электронных спиновых состояний центра с проекциями спина $m_s = 1$ и $m_s = -1$, долго сохраняет когерентность даже при комнатной температуре, характеризуется высокой частотой однокубитных вращений, обеспечивает быструю инициализацию и измерение конечного состояния. Чтобы обеспечить высокую частоту Раби взаимодействия поля резонатора и NV-центра, предлагается поместить центр непосредственно внутрь сферического алмазного микрорезонатора, в пучности моды шепчущей галереи. Данная работа сконцентрирована на исследовании одного элемента такого регистра — NV-центра в микрорезонаторе.

Управление состоянием NV-центра осуществляется по Λ -схеме (рис. 1.1) [15]. На рисунке 1.2 показан упрощенный спектр NV-центра с указанием энергий переходов между уровнями [16, 17, 18]. В качестве базовых состояний кубита $|0\rangle$ и $|1\rangle$ выбраны основные состояния NV-центра из триплета 3A с проекциями спина $m_s = -1$ и $m_s = 1$ соответственно. Обмен заселенностями между базовыми уровнями осуществляется через

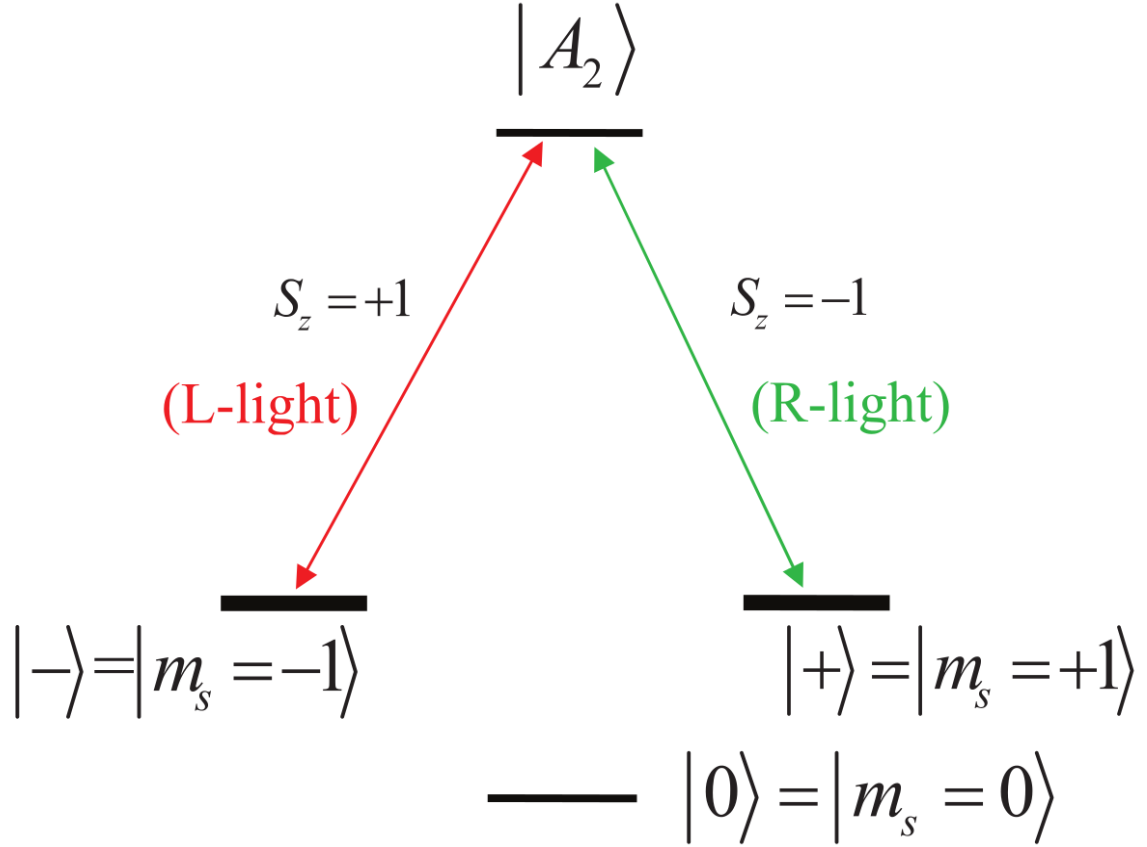


Рисунок 1.1. Λ -схема на примере NV-центра

вспомогательный возбужденный уровень $|e\rangle$, образованный равновзвешенной суперпозицией уровней из триплета 3E с проекциями спина ± 1 , т.е.

$$|0\rangle = |A, m_s = -1\rangle$$

$$|1\rangle = |A, m_s = 1\rangle$$

$$|e\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|E, m_s = -1\rangle + |E, m_s = 1\rangle).$$

Канал потери когерентности NV-центром — спонтанная эмиссия электрона с возбужденного уровня $|e\rangle$. Скорость диссипации через этот канал ($\gamma = 9,1 * 10^7$ Гц) учитывается феноменологически, основываясь на экспериментальных данных [19]. Внешнее магнитное поле отсутствует.

Резонатор рассматривается в одномодовом приближении. Диссипации, возникающие в резонаторе, описываются уходом фотона в волновод и учитываются феноменологически. Скорость ухода фотона из резонатора определяется его частотой и добротностью ($\kappa = \frac{\Omega_c}{Q}$). Добротность

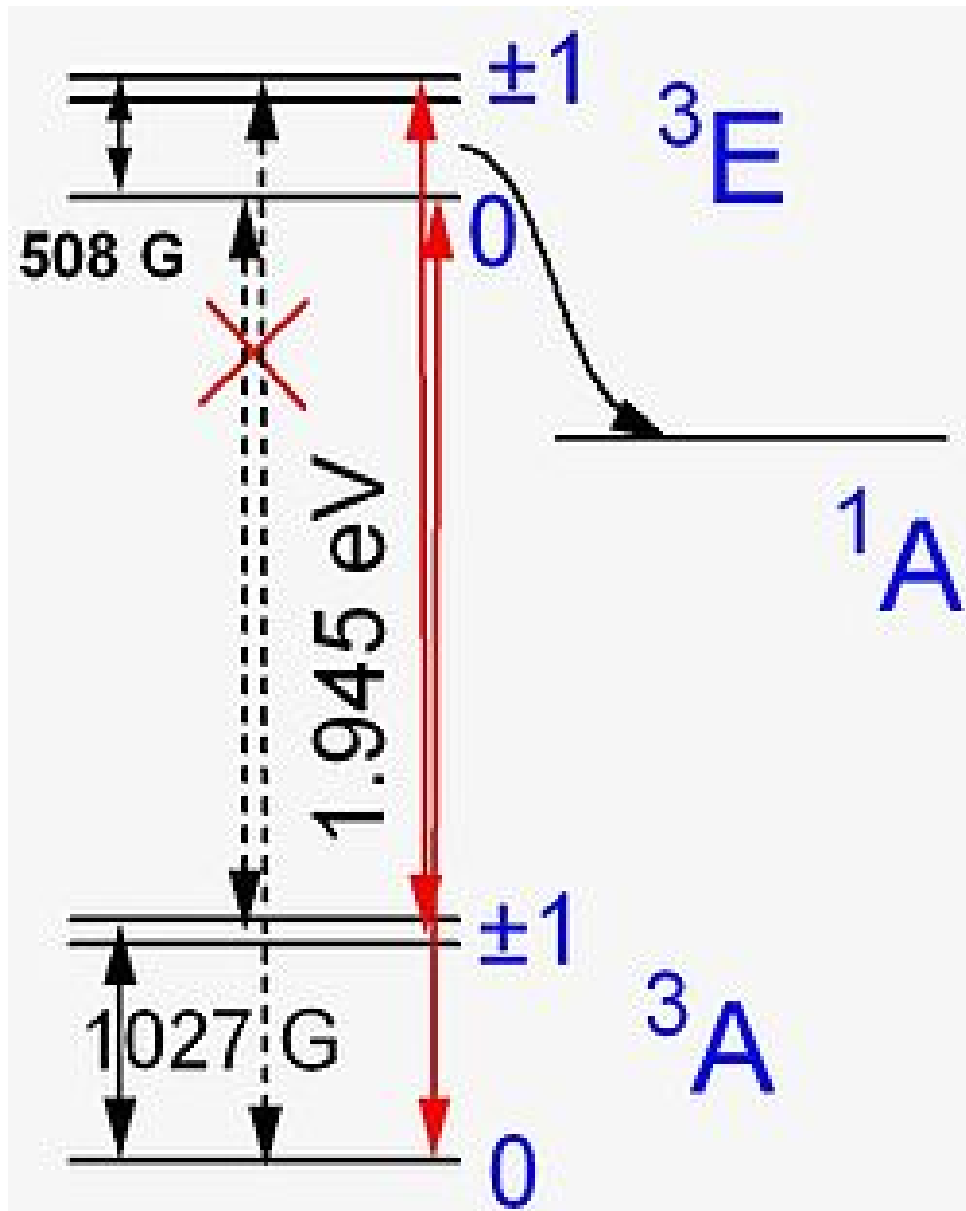


Рисунок 1.2. Схема энергетических уровней NV-центра

сферического алмазного микрорезонатора достигает $2,4 \cdot 10^7$ [20]. Частота Раби, связывающая поле и переходы NV-центра, считается не зависящей от количества фотонов в резонаторе.

Воздействие на переходы NV-центра осуществляется по следующей схеме: частоты обоих переходов $|0\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ и $|1\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ близки к частоте фотонов в резонаторе. Первый переход возбуждается левополяризованным светом ($|L\rangle$), второй — правополяризованным ($|R\rangle$) [21-25]. Если специально не указано другое, то свет в резонаторе имеет линейную поляризацию ($\frac{|L\rangle + |R\rangle}{\sqrt{2}}$), т.е. воздействует на оба перехода сразу. Кроме того, имеется также лазер, свет которого линейно поляризован.

В работе ставятся следующие задачи.

1. Показать, что 3-х уровневое приближение, выбранное для Λ -схемы, корректно, т.е. заселенности других уровней малы.
2. В 3-х уровневом приближении численно промоделировать однокубитный вентиль NOT в системе NV-центр – микрорезонатор – лазер и рассчитать скорость этого вентиля.
3. Разработать метод увеличения скорости однокубитного вентиля NOT .
4. Рассчитать скорость диссипации системы и сравнить её со скоростью вентиля NOT .
5. Разработать метод измерения состояния NV-центра в данной схеме.

2. Обзор элементов квантовых регистров

В данном разделе рассмотрены существующие подходы к построению квантовых регистров, основанных на гибридных квантовых системах. В этих работах сделана попытка наилучшим образом подобрать комбинацию квантовомеханических систем, чтобы обеспечить быстрое и надежное выполнение вентилей, максимально долгое сохранение когерентного состояния и легкость обмена состояниями кубитов.

2.1. NV-центры в гибридных квантовых системах

На роль операционных кубитов хорошо подходят сверхпроводниковые зарядовые кубиты. Например, зарядовый кубит, построенный из двух джозефсоновских контактов (рис. 2.1). Гамильтониан такого кубита имеет вид:

$$H_c = 4E_c \sum_n (n - n_{eff}) |n\rangle\langle n| - \left(\frac{E_J}{2}\right) \sum_n (|n+1\rangle\langle n| + |n\rangle\langle n+1|), \quad (2.1)$$

где $E_J = \frac{\hbar^2 I_c}{2e}$ (I_c — критический ток, значение которого зависит от материала и геометрии контакта) [26]. Подобным кубитом можно управлять, изменяя поток магнитного поля, проходящего через контур ($E_J = \frac{E_{J,0} \cos\left(\frac{F_{ext}}{F_0}\right)}{2}$, где F_{ext} — поток внешнего магнитного поля через контур, F_0 — квант магнитного потока). На этом же принципе работают приборы класса СКВИД (SQUID — Superconducting Quantum Interference Device),

используемые для измерения очень слабых магнитных полей.

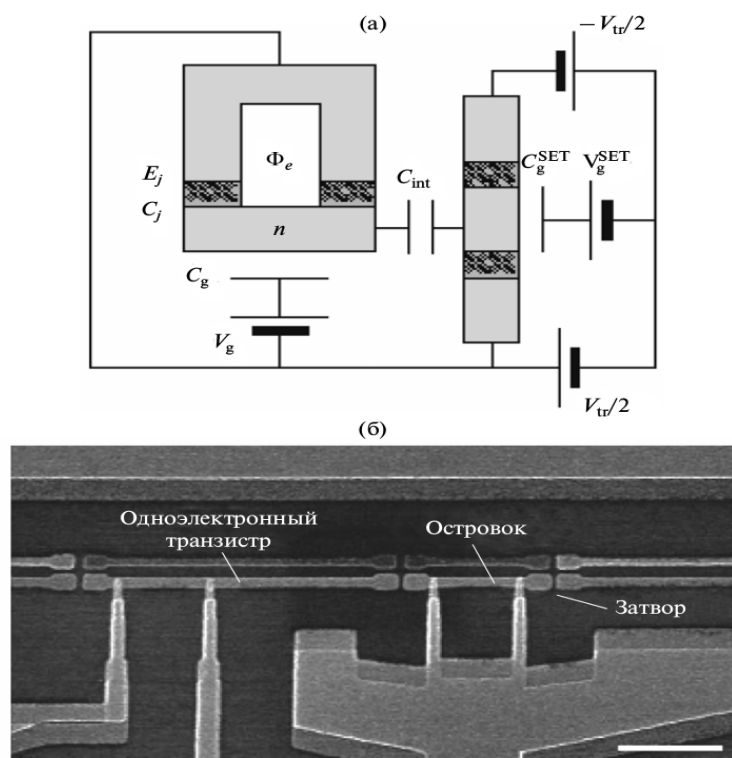


Рисунок 2.1. (а) Принципиальная схема зарядового кубита на двух джозефсоновских контактах. (б) Фотография зарядового кубита

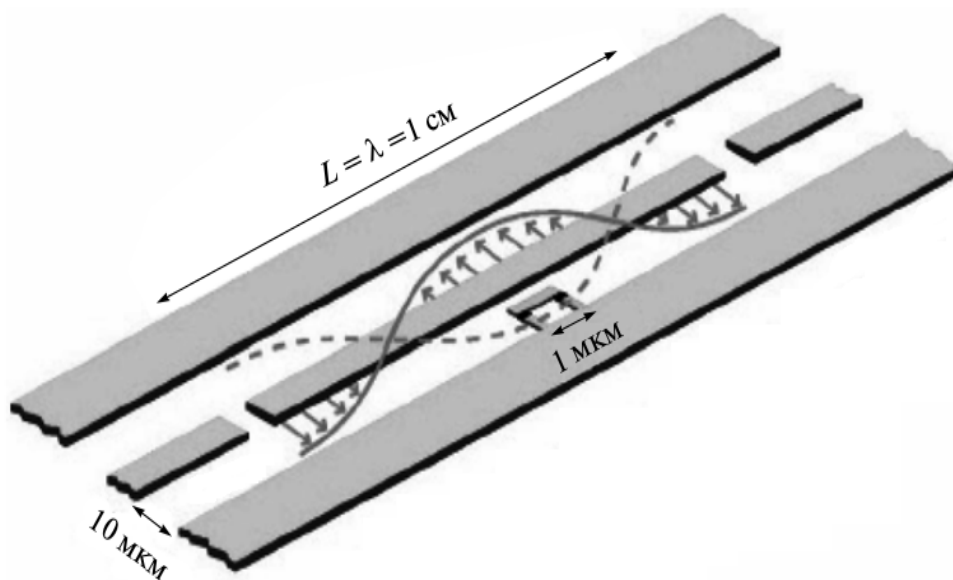


Рисунок 2.2. Сверхпроводниковый микроволновый квантовый резонатор

На роль транспортного кубита выберем фотон, помещенный в микро-резонатор. Принципиальная схема сверхпроводникового квантового резонатора (СПР) показана на рис. 2.2. Основным элементом СПР — копланарный волновод, состоящий из центральной полосы (трансмиссионной линии для микроволновых фотонов) и двух внешних заземленных полосок. Центральная полоска состоит из трех сегментов: 2-х полубесконечных (для ввода/вывода) и одного сегмента длины L , кратной длине полуволны микроволнового излучения. Центральный сегмент работает как резонатор Фабри-Перо, а щели между ним и портами ввода/вывода служат в качестве своеобразных зеркал. Гамильтониан СПР выглядит следующим образом:

$$H_{SPR} = \hbar\omega_r(a^+a + \frac{1}{2}), \quad (2.2)$$

где ω_r — частота резонатора, определяемая его геометрией.

Чтобы организовать взаимодействие зарядового кубита с СПР, можно поместить его в пучность моды резонатора. Гамильтониан такой системы:

$$H = \hbar\omega_r \left(a^+a + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar\omega_a\sigma_a^z}{2} + \hbar g(a^+ + a)(1 - 2n_{dc} - \cos(\theta) \sigma_a^z + \sin(\theta) \sigma_a^x), \quad (2.3)$$

где σ^x, σ^z — операторы Паули, $\theta = 2\arctan(E_J/4E_c(1 - 2n_{dc}))$, $g = eC_g/(\hbar(C_g + C_J))\sqrt{\frac{\hbar\omega_r}{C_r}}$ [26]. Можно заметить, что этот гамильтониан есть не что иное, как гамильтониан Джейнса–Каммингса. Это значит, что систему зарядовый кубит — СПР можно представить как искусственный атом в резонаторе. Физически это означает, что, например, если отстройка частот СПР и кубита велика по сравнению с g , то вероятность однофотонных переходов между подсистемами мала, это называется дисперсионный режим. В этом режиме взаимное влияние кубита и резонатора проявляется в изменении спектров резонатора и кубита: частота и фаза фотона в резонаторе будут зависеть от состояния кубита.

Благодаря своей способности долго сохранять когерентность, хорошим выбором системы для построения кубита памяти выглядит NV-центр. Рассмотрим систему, в которой операционный кубит представлен зарядовым кубитом, кубит памяти — одиночным NV-центром, а связь

между ними осуществляется через СПР. Взаимодействие зарядового кубита и СПР мы уже описали выше. Рассмотрим гамильтониан системы СПР–NV-центр:

$$\begin{aligned} H &= H_{NV} + H_{SPR} + H_{int} \\ H_{int} &= g_e \mu_B S \delta B_0(r) (a + a^+), \end{aligned} \quad (2.4)$$

где H_{int} — гамильтониан взаимодействия СПР и NV-центра, $a(a^+)$ — оператор уничтожения (рождения) кванта магнитного поля с частотой ω_r в одномодовом резонаторе, $\delta B_0(R)$ — амплитуда однофотонного магнитного поля магнитного поля резонатора в точке r нахождения NV-центра. Если выбрать за начало отсчета энергии состояние NV-центра с проекцией спина 0 и ограничиться рассмотрением пространства состояний $\{|0\rangle, |\pm 1\rangle\}$, то можно переписать гамильтониан NV-центра, как:

$$H_{NV} = \hbar\omega_+ b_+^\dagger b_+ + \hbar\omega_- b_-^\dagger b_-, \quad (2.5)$$

где $b(b^\dagger)$ — оператор уничтожения (рождения) кванта возбуждения в спиновом состоянии $|\pm 1\rangle$, а ω_\pm — частота перехода $|0\rangle \leftrightarrow |\pm 1\rangle$. Обмен состояниями подразумевает близость частот систем, поэтому воспользовавшись приближением вращающейся волны, можно записать гамильтониан системы СПР – NV-центр так:

$$H = \omega_- b_-^\dagger b_- + \hbar\omega_r (a^\dagger a + \frac{1}{2}) + \hbar g_0 (b_- a^\dagger + a b_-^\dagger), \quad (2.6)$$

где $g_0 = g_e \mu_B \delta B_0(r)$ — коэффициент взаимодействия NV-центра и СПР. Однако экспериментальные данные показывают, что коэффициент взаимодействия (а, значит, и частота обмена состояниями) одиночного NV-центра и СПР малы по сравнению со скоростью диссипации фотона в резонаторе, что говорит о невозможности использования одиночного NV-центра в качестве кубита памяти в данной системе.

Чтобы преодолеть эту сложность, предлагается заменить одиночный NV-центр ансамблем NV-центров. Использование большого количества ($\sim 10^{11} - 10^{12}$) NV-центров позволяет увеличить коэффициент взаимодействия ансамбля и СПР на много порядков. Если положить частоты переходов и коэффициенты взаимодействия всех центров с СПР равными, то гамильтониан системы СПР – ансамбль NV-центров будет иметь

вид [27]:

$$H_{NV_{ens}+SPR} = \hbar\omega_- b_{ens}^+ b_{ens} + \hbar\omega_r (a^+ a + \frac{1}{2}) + \hbar g_{ens} b_{ens} a^+ + a b_{ens}^+, \quad (2.7)$$

где $b_{ens}^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N b_k^+$, $g_{ens} = \sqrt{N} g_0$.

Если в качестве начального состояния системы выбрано состояние $|0\rangle_{ens} = |0\rangle_1 \dots |0\rangle_N |1\rangle_r$, то есть все спины в ансамбле находятся в состоянии $|0\rangle$, а в резонаторе имеется один фотон, то в ходе эволюции система будет совершать осцилляции Раби между этим состоянием и состоянием $|1\rangle_{ens} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |0_1 \dots 1_k \dots 0_N\rangle |0\rangle_r$, где резонатор пуст, а ансамбль находится в суперпозиции всех состояний, в которых возбужден только один из центров (т.н. состояние Дика). Эволюция вектора состояния системы описывается следующим уравнением:

$$|\psi(t)\rangle = \cos(g_{ens}t) |0\rangle_{ens} - i \cdot \sin(g_{ens}t) |1\rangle_{ens}, \quad (2.8)$$

т.е. полная трансформация состояния ансамбля в состояние фотона в СПР (и наоборот) совершается за время $\tau = \frac{\pi}{2g_{ens}} = \frac{\pi}{2g_0\sqrt{N}}$ [27]. Видно, что скорость трансформации растет как $O(\sqrt{N})$. Таким образом, увеличивая количество центров в ансамбле, можно добиться частот Раби на 2 – 3 порядка превышающих скорость оптических потерь в резонаторе.

Проблема использования ансамбля заключается в том, что он, находясь в состоянии Дика, быстро теряет когерентность. Это может происходить по нескольким причинам. Например, в силу огромного количества центров в ансамбле, неоднородности внешнего и внутреннего магнитных полей центры имеют разные частотные сдвиги, поэтому разные компоненты ансамбля накапливают разные сдвиги фаз, это приводит к дефазировке. Кроме того, в реальном ансамбле существует N состояний Дика, то есть еще $N - 1$ темных состояний. Согласно теоретическим исследованиям [28], учет темных состояний приводит к дефазировке и диссипации ансамблевого кубита в темные состояния Дика. Главным образом эти диссипации обусловлены диполь-дипольным взаимодействием NV-центров с соседними P1-центрами.

Это означает, что главным способом борьбы с этим каналом потери когерентности является уменьшение концентрации P1-центров и, в

то же время, увеличение концентрации NV-центров (диполь-дипольным взаимодействием между NV-центрами можно пренебречь, так как только один центр в ансамбле имеет проекцию спина, не равную 0).

В то же время исследователи находят способы улучшения гибридных систем с ансамблями NV-центров.

Например, в работе [29] Zhu X. et al. взглянули на ансамбль с совершенно другой стороны. Их гибридная система состоит из 4-х контактного зарядового кубита и ансамбля NV-центров, помещенного на поверхности зарядового кубита (рис. 2.3). Энергетическая щель зарядового кубита настроена в резонанс с одним из спиновых переходов NV-центра. В этой конфигурации отсутствует СПР, зарядовый кубит и ансамбль взаимодействуют непосредственно. По сверхпроводящей цепи зарядового кубита течет постоянный ток, который создает магнитное поле, зависящее от состояния зарядового кубита. Это поле возбуждает спины в ансамбле, переводя ансамбль в возбужденное состояние, а зарядовый кубит в стационарное (и наоборот). Таким образом, в модели Джейнса–Каммингса ансамбль соответствует резонатору, а зарядовый кубит — атому. Преимущество такой схемы заключается в отсутствии резонатора. В заданной конфигурации энергия взаимодействия систем значительно выше, чем в рассмотренной ранее схеме с СПР, что позволяет производить запись состояния зарядового кубита в состояние ансамбля при прочих равных с большей скоростью. Это обусловлено, прежде всего, маленькими размерами такой системы, а, значит, большей локальностью поля. Кроме того, характеристики СПР страдают от воздействия внешнего магнитного поля, прикладываемого к ансамблю для управления спиновым спектром центров, предложенная схема лишена этого недостатка.

В другой работе [30] этой же группы было исследовано необычно долгоживущее состояние ансамбля NV-центров. Принципиальная схема системы такая же, как и в работе [29]. Система использовалась для спектроскопии двух ансамблей: А и В, с плотностями NV-центров $4,7 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ и $1,1 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ соответственно. Зарядовый кубит выступал в роли источника однофотонного микроволнового излучения, а в NV-центрах использовались возбужденные спиновые состояния с проекциями спина ± 1

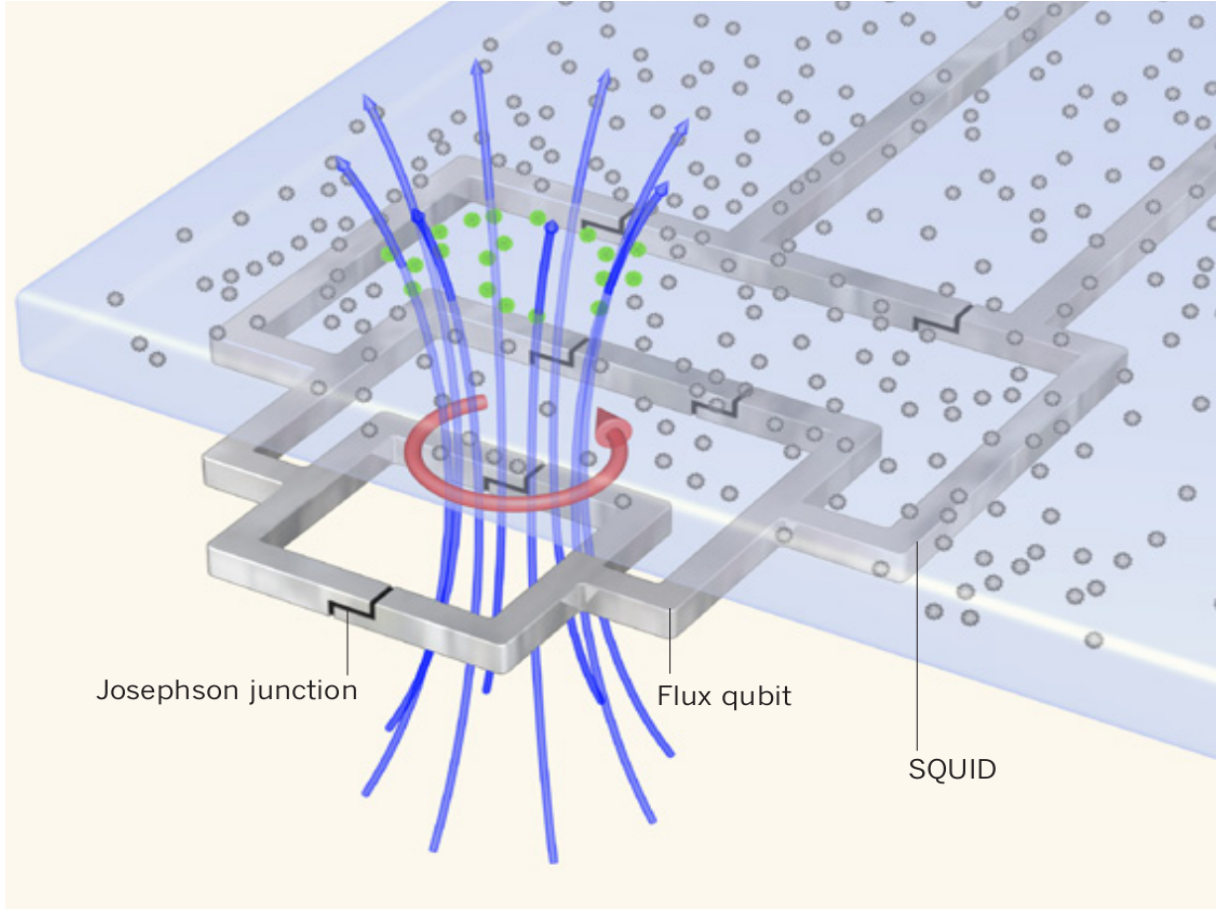


Рисунок 2.3. Ансамбль NV-центров на поверхности сверхпроводникового зарядового кубита

и их смесь при различных значениях внешнего постоянного магнитного поля. В результате спектроскопии были получены два широких пика поглощения, обусловленные светлыми состояниями ансамбля (расстояния между пиками 28 МГц и 42 МГц для ансамблей А и В соответственно), а также один узкий (~ 1 МГц) пик (рис. 2.4). Авторы исследования отмечают, что этот узкий пик уже был несколько раз замечен, но до этого не была выяснена его природа. Гамильтониан такой системы:

$$H = h\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2}\sigma_+\sigma_- + hDb^+b + hDd^+d + hG(b^+\sigma_- + \sigma_+b) + hJ(e^{i\theta}b^+d + e^{-i\theta}d^+b), \quad (2.9)$$

где σ_{\pm} — повышающий/понижающий операторы зарядового кубита в базисе $\{|0\rangle_{qb}, |1\rangle_{qb}\}$, Δ — энергетическая щель кубита, ϵ — энергетическая отстройка. Ансамбль представлен в виде двух гармонических осцилляторов Db^+b и Dd^+d , где $b^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k |A_+ \rangle_{NV_k} \langle 0|$,

$$d^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k |A_- \rangle_{NV_k} \langle 0|, \text{ а } |A_{\pm} \rangle_{NV_k} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|1 \rangle_{NV_k} \pm | -1 \rangle_{NV_k}].$$

G — частота Раби взаимодействия зарядового кубита и одного из резонаторов, J — частота Раби взаимодействия двух гармонических осцилляторов, обусловленная внутренним механическим напряжением и эффектом Зеемана, при наличии внешнего магнитного поля. Меняя ширину энергетической щели зарядового кубита Δ , исследователи обнаружили собственные значения энергии этого гамильтониана. Среди них оказались два светлых состояния, обуславливающих широкие пики, два состояния, образованные одним квантом возбуждения в ансамбле и не имеющие компонент $|1 \rangle_{qb} |0 \rangle_{ens}$, поэтому не видимые на спектрограмме. А также одно темное состояние (состояние, не способное поглощать или испускать фотон), интересное тем, что в нем есть компоненты, отвечающие как возбуждению в ансамбле, так и возбуждению в кубите, что позволяет детектировать состояние с помощью спектроскопии, несмотря на то, что оно является темным.

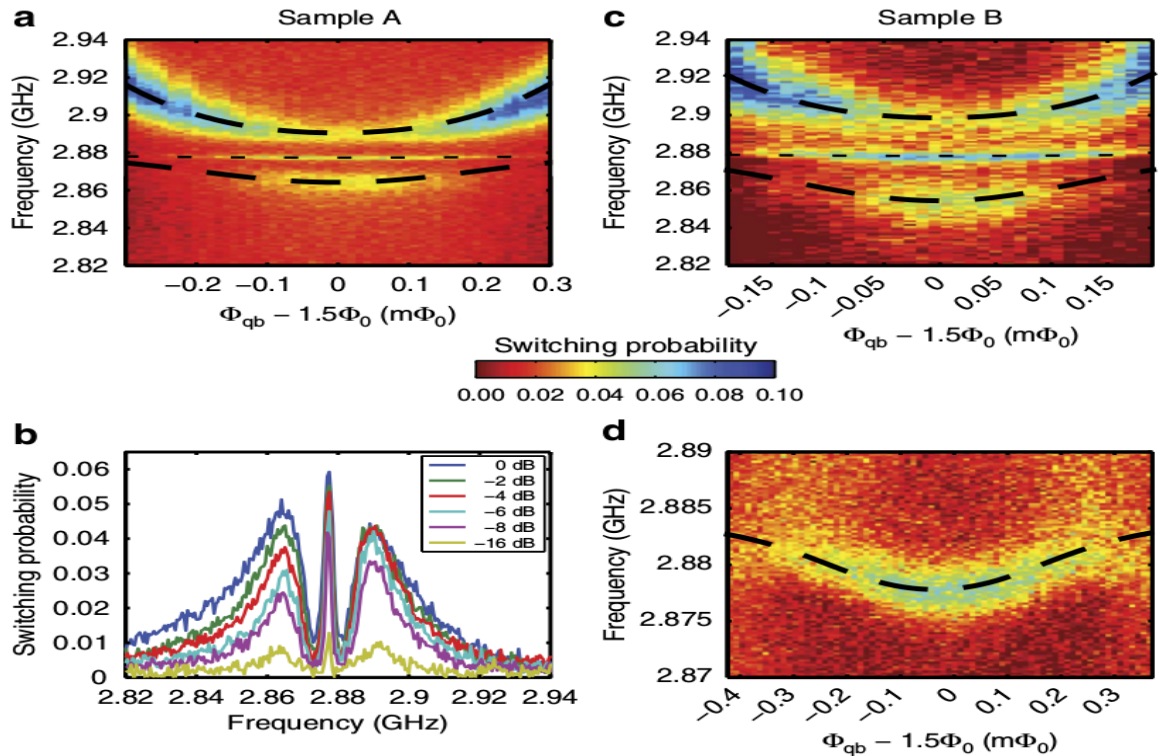


Рисунок 2.4. Результаты спектроскопического исследования. Слева результаты для образца А, справа – для образца В. Пунктирными линиями показаны собственные значения энергии

Ширина пика, отвечающего темному состоянию равна $\sim 1,0$ МГц и $\sim 2,2$ МГц для образцов А и В соответственно. Столь малая ширина пика означает высокое время когерентности состояния, соответствующего этой энергии. Эксперимент показал, что время релаксации зарядового кубита в оптимальной точке пика ~ 300 нс, а время дефазировки ~ 150 нс, для ансамбля это ~ 40 с и десятки наносекунд соответственно. Столь малое время дефазировки в ансамбле объясняется паразитным диполь-дипольным взаимодействием спина NV-центров со спинами соседних NV- и P1-центров.

С другой стороны зашли авторы работы [31]: они разработали протокол, позволяющий значительно увеличить время декогеренции спинового ансамбля, взаимодействующего с СПР. В данной работе используется метод рефокусировки на основе эффекта спинового эха, уже давно применяемый в ЯМР. Основная идея достаточно проста: применить к ансамблю пару π -импульсов через заданный промежуток времени. Однако обстоятельства осложняются тем, что из-за пространственной неоднородности резонатора сложно эффективно применить π -импульс к каждому спину ансамбля, кроме того, ансамбль должен оставаться стабильным после применения к нему импульса. Авторы утверждают, что им удалось справиться с этими проблемами.

Система, используемая в работе, представляет собой ансамбль NV-центров, связанный с СПР, частота которого может быть настроена (и отстроена обратно) в резонанс с переходом в центрах за единицы наносекунд. С помощью резонатора информация записывается в состояние ансамбля, после чего резонатор выводят из резонанса с центрами, чтобы минимизировать вероятность диссипации возбуждения из ансамбля обратно в резонатор. Через заданное время СПР снова вводят в резонанс с ансамблем и производят переворот состояния ансамбля (π -импульс), после чего выводят СПР из резонанса, чтобы подавить эхо инвертированного состояния ансамбля. Чтобы вернуть ансамбль в первоначальное состояние, СПР снова вводят в резонанс и производят π -импульс. Второе эхо используется для чтения состояния ансамбля обратно в резонатор.

С помощью этого протокола авторам удалось увеличить время дефа-

зирования ансамбля с 0,16 мкс до 100 мкс. Проблема неоднородности поля резонатора является незначительной при использовании низкодобротных резонаторов. Что касается стабильности ансамбля после применения к нему π -импульса, то, как показали результаты исследования авторов данной работы, система быстро релаксирует после применения импульса, поэтому время нахождения ансамбля и СПР в резонансе должно быть достаточно мало, чтобы сохранять ансамбль стабильным.

2.2. Гибридные квантовые регистры, построенные на массивах резонаторов с NV-центрами

При разработке квантовых регистров в последнее время часто используют массив связанных волноводом резонаторов, как средство взаимодействия кубитов, а в каждый резонатор помещают какой-либо квантовый объект, выполняющий роль операционного кубита. Такой подход обусловлен прежде всего тем, что транспортировать информацию с помощью фотона можно быстро и надежно, кроме того, схемы для такой транспортировки давно разработаны и достаточно хорошо протестированы. С другой стороны, запутывание фотонов между собой является трудной задачей. Для реализации операционных кубитов используют менее устойчивые к помехам системы, состояниями которых, однако, можно быстро управлять и считывать их. В подобных гибридных системах важно организовать надежную передачу состояния от транспортного кубита операционному и обратно. Поэтому, если транспортным кубитом является фотон, в качестве операционных выгодно использовать кубиты, управляемые оптическим сигналом.

В работе [25] за основу квантового регистра взят фотонный кристалл. Технология создания резонаторов в фотонных кристаллах хорошо развита. Такие резонаторы образованы дефектами в структуре фотонного кристалла. Отношение добротности к модовому объему в таких резонаторах очень высоко, что говорит о высокой частоте Раби (эффект Пер-

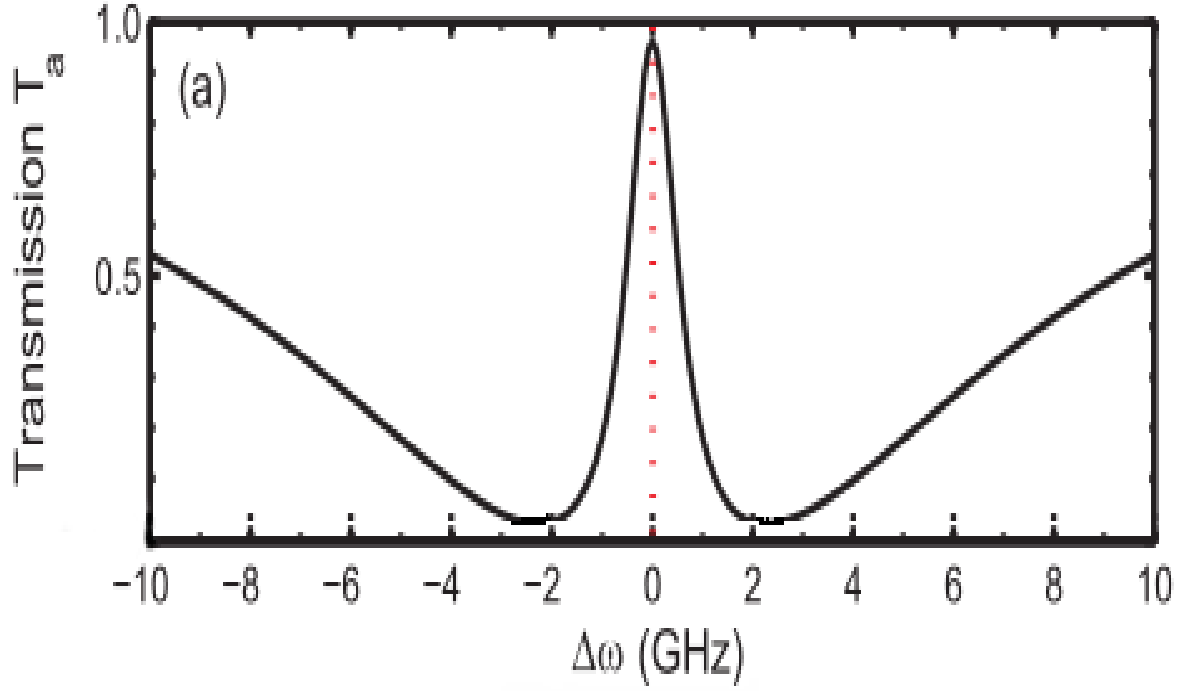


Рисунок 2.5. Коэффициент прохождения системы микрорезонатор – NV-центр в отсутствие внешнего лазерного излучения

селла), а значит, высокой скорости сообщения между собой. Кроме того, не составляет большого труда встроить в фотонный кристалл волновод. В качестве операционных кубитов в работе использованы NV-центры, встроенные в одномодовые резонаторы-дефекты кристалла. NV-центры способны длительное время сохранять когерентность, предоставляя при этом возможность быстро изменять свое спиновое состояние. Для управления состоянием NV-центра выбрана оптическая Λ -схема. За базовые состояния выбраны основные состояния из триплета $|^3A\rangle$ с проекциями спина $m_s = \pm 1$, а переход из одного из этих состояний в другое осуществляется через вспомогательный возбужденный уровень $|A_2\rangle$. Чтобы увеличить энергетическую щель между спиновыми подуровнями основного уровня NV-центра, используется эффект Зеемана, т.е. на центр воздействуют постоянным магнитным полем. Таким образом, переход $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ связан с модой резонатора, а переход $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ производится с помощью классического лазерного излучения. В приближении слабых возбуждений поля резонатора и NV-центра, авторы записали систему уравнений Ланжевена, получив из этой системы операторо-

ры входного и выходного полей волновода и исследовали коэффициент прохождения системы в зависимости от отстройки частоты входного сигнала от частоты резонатора. Моделирование производилось для случаев отсутствия внешнего лазерного излучения и для нескольких различных частот этого излучения. В случае отсутствия внешнего лазерного излучения, коэффициент прохождения системы имеет минимум на частоте резонатора, как если бы NV-центра в системе не было (рис. 2.5). В присутствии же лазерного воздействия, коэффициент прохождения имеет два отчетливо выраженных максимума на частотах, отстроенных от частоты резонатора на величину частоты лазера (рис. 2.6). Авторы связывают этот эффект с тем, что под воздействием лазера, изменяется спектр NV-центра (эффект Штарка), вследствие чего частота NV-центра оказывается отстроенной от частоты резонатора. Это приводит к тому, что свет из волновода отражается и не попадает в резонатор, поэтому коэффициент прохождения системы увеличивается. Используя этот факт, можно изменять спектр резонатора, просто подбирая нужную частоту лазера.

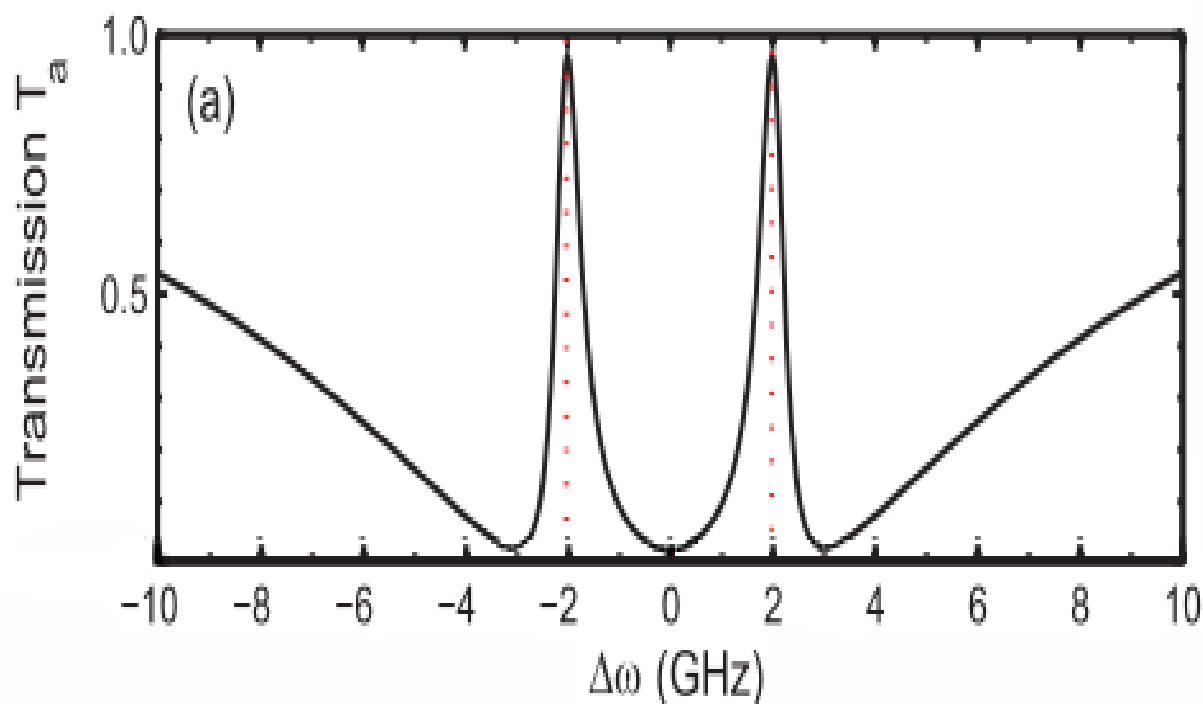


Рисунок 2.6. Коэффициент прохождения системы микрорезонатор – NV-центр в присутствии внешнего лазерного излучения с частотой $\Omega_L = 2 \text{ ГГц}$

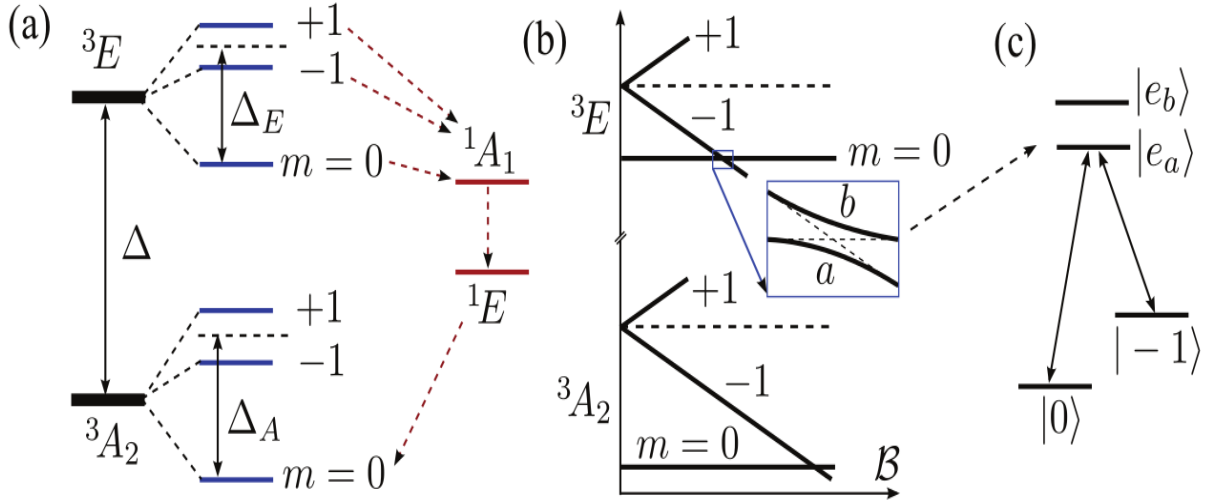


Рисунок 2.7. (а) Спектр NV-центра (б) Смещение возбужденных подуровней триплета 3E с проекциями спина $m_s = 0$, $m_s = -1$ в магнитном поле (с) Λ -схема

Авторы работы [21] использовали похожую схему, но обошлись без лазера. Они поместили по одному NV-центру на поверхности двух связанных между собой микрорезонаторов. Как и авторы предыдущей работы, они получили функцию отражения (прохождения) системы. Учитывая то, что каждый из переходов NV-центра связан со своей поляризацией, сдвиги фаз лево- и правополяризованного света, прошедшего сквозь систему, будут разными и зависеть от состояния центра. Подобрав параметры системы, авторы смогли реализовать квантовый вентиль *Controlled – Z*, где контролируемым кубитом является фотон, состояние которого кодируется поляризацией, а контролирующим — NV-центр, состояние которого закодировано спиновыми состояниями $m_s = \pm 1$. Кроме того, авторы предложили способ записи состояния фотона в состоянии центров, т.е. схему переноса информации с транспортного кубита на кубит памяти, а также метод запутывания NV-центров между собой посредством операции *Controlled – NOT*.

Другой вариант Λ -схемы использовали авторы работы [22] (рис. 2.7 (с)). Для кодирования состояния кубита они выбрали уровни $A_2, m_s = 0$ и $A_2, m_s = -1$, а в качестве вспомогательного состояния — смесь уровней $^3E, m_s = 0$ и $^3E, m_s = -1$. Чтобы получить такое смешанное вспомога-

тельное состояние при низких температурах, необходимо подействовать на NV-центр постоянным магнитным полем. Зеемановское расщепление уровней триплета 3E в этом поле приводит к вырождению уровней с проекциями спина $m_s = 0$ и $m_s = -1$ по энергии. При этом уровни триплета A_2 не вырождены (рис. 2.7 (а, b)). Для управления состоянием NV-центра используется нерезонансная схема: центр помещается на поверхность резонатора, частота которого далека от частот переходов NV-центра. В такой схеме поле резонатора изменяет спектр NV-центра так, что становятся возможными переходы между основными и вспомогательным уровнями. В работе описаны схемы нескольких одно- и двухкубитных вентилях. Кроме того, авторы утверждают, что, подбирая нужную последовательность оптических импульсов, можно реализовать произвольный однокубитный вентиль. Однако такая многоимпульсная схема выглядит достаточно громоздкой.

3. Исследование системы NV-центр – микрорезонатор

В данной работе предложен способ оптического управления спиновым состоянием NV-центра, находящегося в микрорезонаторе. Для осуществления вращения спина выбрана Λ -схема [15]. За основные уровни в схеме приняты уровни из триплета 3A_2 с проекциями спина $m_s = \pm 1$, а за вспомогательный уровень взят $|A_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|E_-, m_s = +1\rangle + |E_+, m_s = -1\rangle)$ — равновзвешенная суперпозиция возбужденных уровней NV-центра, где E_{\pm} — орбитальное состояние из триплета 3E , $m_s = \pm 1$ — спиновое состояние.

Однако NV-центр имеет сложную структуру энергетических уровней, что затрудняет задачу выборочного заселения уровней, необходимых для Λ -схемы. В первом разделе данной главы будет показано, что паразитная заселенность уровней, не участвующих в схеме, мала, и ей можно пренебречь. Таким образом, система сводится к 3-х уровневой. Во втором разделе производится расчет динамики системы микрорезонатор – NV-центр и вычисляется длительность π -импульса, необходимого для реализации однокубитного вентиля NOT. В третьем разделе предложен способ измерения состояния NV-центра.

3.1. Трехуровневое приближение и его применимость

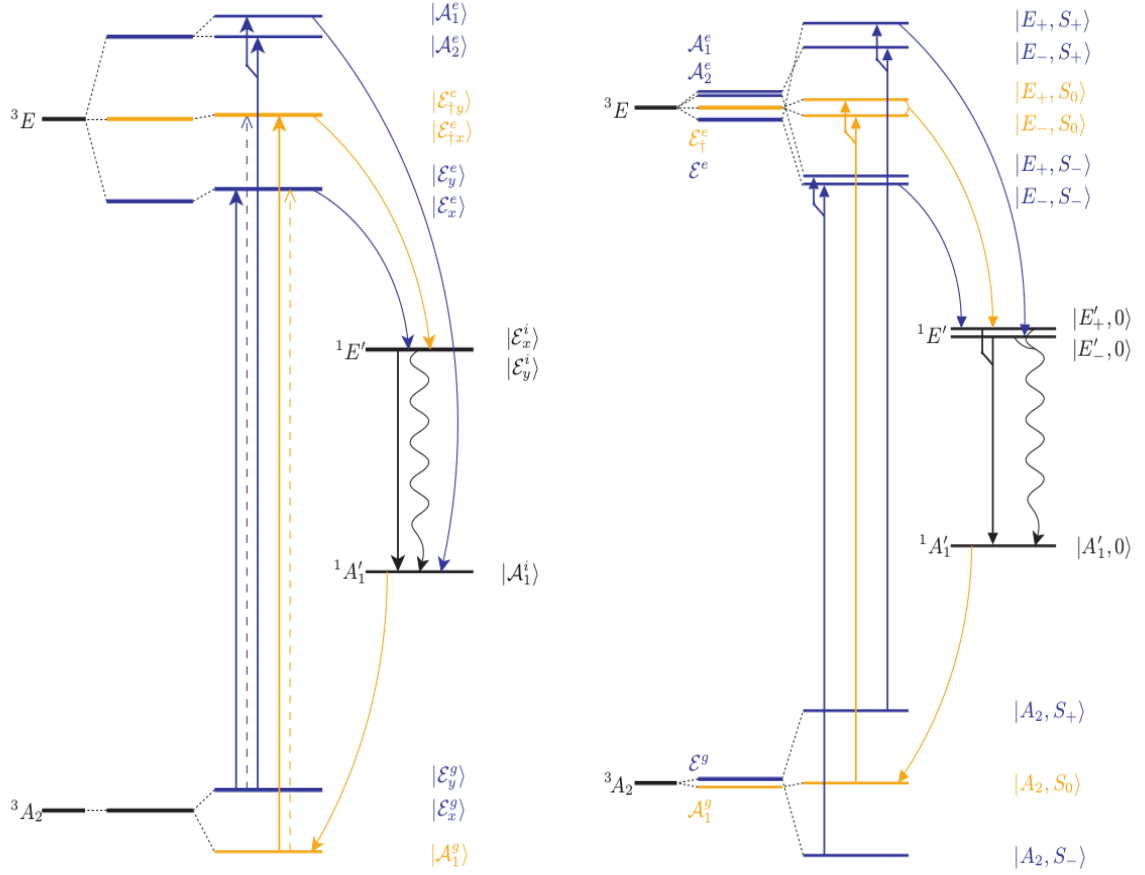


Рисунок 3.1. Спектр NV-центра. Слева в деталях показан спектр, учитывающий спин-орбитальное расщепление уровней. Справа показана детализированная картина спин-спинового расщепления во внешнем магнитном поле. Сплошные линии — оптические переходы, пунктирные — слабо разрешенные переходы, изогнутые и волнистые линии показывают пути безызлучательной релаксации

Основываясь на данных работы [19], которые в сжатом виде показаны на рис. 3.1, можно выделить два источника паразитной заселенности уровней, не участвующих в выбранной схеме. Во-первых, существует слабая связь между уровнями $|E_{\pm}, m_s = 0\rangle$ и $|^3A_2, m_s = \pm 1\rangle$. Во-вторых, существует механизм релаксации состояния NV-центра из состояния $|A_2\rangle$ в состояние $|^3A_2, m_s = 0\rangle$ через вспомогательные уровни

$^1E'$ и $^1A'_1$. Гамильтониан такой системы можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
H = \hbar \{ & E_0 |e_0\rangle\langle e_0| + E_+ |+\rangle\langle +| + E_- |-\rangle\langle -| + E_0 |0\rangle\langle 0| \\
& + \Omega_{e-} (|e\rangle\langle -| + |-\rangle\langle e|) + \Omega_{e+} (|e\rangle\langle +| + |+\rangle\langle e|) \\
& + \Omega_{e_0 0} (|e_0\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle e_0|) + \Omega_{relaxation} |0\rangle\langle e| \\
& + \Omega_{parasite} (|e_0\rangle\langle +| + |+\rangle\langle e_0| + |e_0\rangle\langle -| + |-\rangle\langle e_0|) \}, \quad (3.1)
\end{aligned}$$

где $|e\rangle$ соответствует уровню $|A_2\rangle$, $|e_0\rangle = |E_{\pm}, m_s = 0\rangle$, $4E_0$ — энергетическая щель между $|e\rangle$ и $|e_0\rangle$, E_{\pm} — энергетические щели между $|\pm\rangle$ и $|e\rangle$, $|\Omega_{e-}| \sim |\Omega_{e+}| \sim |\Omega_{e_0 0}| \gg |\Omega_{parasite}| \sim |\Omega_{relaxation}|$ — частоты Раби переходов $|e\rangle \leftrightarrow |-\rangle$, $|e\rangle \leftrightarrow |+\rangle$, $|e_0\rangle \leftrightarrow |0\rangle$, паразитной связи $|e_0\rangle \leftrightarrow |\pm\rangle$ и релаксации из $|e\rangle$ в $|0\rangle$ соответственно. В листинге 3.1 приведен код, моделирующий данную систему. На рис. 3.2 показаны результаты моделирования системы при $|\Omega_{e+}| \sim |10 \Omega_{parasite}|$ и $|\Omega_{e+}| \sim |100 \Omega_{parasite}|$. Легко видно, что паразитная заселенность остается пренебрежимо малой в обоих случаях. Значит, без потери общности можно считать NV-центр, управляемый по заданной схеме, 3-х уровневой системой.

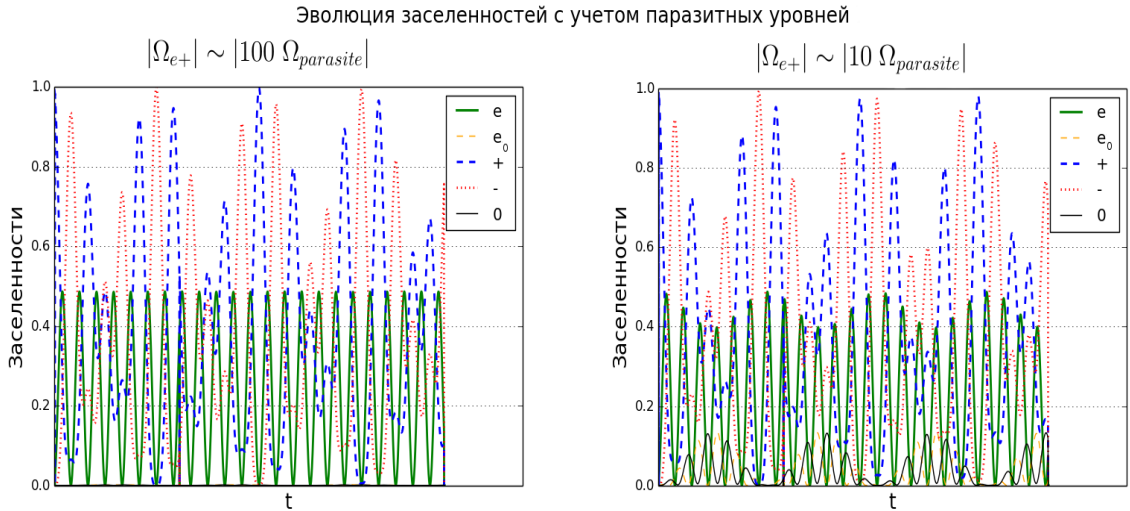


Рисунок 3.2. Эволюция заселенностей уровней NV-центра в приближении 6 уровней

3.2. Гамильтониана системы NV-центр – микрорезонатор – лазер

Гамильтониан NV-центра в 3-х уровневом приближении можно записать в виде:

$$H_{NV} = E_e|e\rangle\langle e| + E_+|+\rangle\langle +| + E_-|-\rangle\langle -|. \quad (3.2)$$

Или в матричном виде:

$$H_{NV} = \begin{pmatrix} E_e & 0 & 0 \\ 0 & E_+ & 0 \\ 0 & 0 & E_- \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Перепишем его в другой форме:

$$\begin{aligned} H_{NV} &= \left[\frac{1}{3}(E_e + E_+ + E_-) + \frac{1}{3}(E_e - E_+) + \frac{1}{3}(E_e - E_-) \right] \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\ &\left[\frac{1}{3}(E_e + E_+ + E_-) - \frac{1}{3}(E_e - E_+) - \frac{1}{3}(E_- - E_+) \right] \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\ &\left[\frac{1}{3}(E_e + E_+ + E_-) - \frac{1}{3}(E_e - E_-) - \frac{1}{3}(E_+ - E_-) \right] \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &EI + \frac{\hbar}{3}\omega_- \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{\hbar}{3}\omega_+ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \frac{\hbar}{3}\omega_{\pm} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где $E = \frac{1}{3}(E_e + E_+ + E_-)$, I — единичная матрица, ω_+, ω_- — частоты переходов между уровнями $|+\rangle, |-\rangle$ и $|e\rangle$ соответственно, ω_{\pm} — частота

перехода $|+\rangle \leftrightarrow |-\rangle$. Введем операторы

$$\sigma_+ = |+\rangle\langle e| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$\sigma_- = |-\rangle\langle e| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

перехода из возбужденного состояния в состояния $|+\rangle, |-\rangle$ соответственно. Опуская постоянную часть гамильтониана NV-центра, запишем:

$$H_{NV} = \frac{\hbar}{3}(\sigma_+^+ \sigma_+ - \sigma_+ \sigma_+^+) + \frac{\hbar}{3}(\sigma_-^+ \sigma_- - \sigma_- \sigma_-^+) + \frac{\hbar}{3}(\sigma_- \sigma_-^+ - \sigma_+ \sigma_+^+) = \\ \frac{\hbar}{3}\sigma_{z+} + \frac{\hbar}{3}\sigma_{z-} + \frac{\hbar}{3}(\sigma_- \sigma_-^+ - \sigma_+ \sigma_+^+), \quad (3.7)$$

где введены операторы $\sigma_{z+} = \sigma_+^+ \sigma_+ - \sigma_+ \sigma_+^+$, $\sigma_{z-} = \sigma_-^+ \sigma_- - \sigma_- \sigma_-^+$.

Теперь опишем переходы между энергетическими уровнями в дипольном приближении. Матричные элементы оператора дипольного момента $d = er$:

$$\begin{aligned} e \langle e|r|+\rangle &= \lambda_{e+} & e \langle e|r|-\rangle &= \lambda_{e-} & e \langle -|r|+\rangle &= \lambda_{\pm} \\ e \langle +|r|e\rangle &= \lambda_{e+}^* & e \langle -|r|e\rangle &= \lambda_{e-}^* & e \langle +|r|-\rangle &= \lambda_{\pm}^* \end{aligned} \quad (3.8)$$

Тогда

$$d = \lambda_{e-} \sigma_-^+ + \lambda_{e-}^* \sigma_- + \lambda_{e+} \sigma_+^+ + \lambda_{e+}^* \sigma_+ + \lambda_{\pm} |-\rangle\langle +| + \lambda_{\pm}^* |+\rangle\langle -|. \quad (3.9)$$

Гамильтониан резонатора запишем, опуская постоянную составляющую:

$$H_c = \hbar \Omega_c a^+ a, \quad (3.10)$$

где $a(a^+)$ — оператор уничтожения (рождения) фотона в резонаторе.

Теперь получим гамильтониан взаимодействия резонатора и 3-х уровневой системы по аналогии с тем, как получен гамильтониан Джейнса – Каммингса в [32]. Положим резонатор одномодовым, тогда электрическое поле внутри резонатора можно описать так:

$$E(R, t) = \epsilon_0 u(R) i(a - a^+), \quad (3.11)$$

где R — пространственная координата, t — время, ϵ_0 — вакуумное электрическое поле, $u(R)$ — модовая функция. Так как NV-центр неподвижен, мы полагаем, что он находится в пучности моды и далее будем опускать зависимость от R . Кроме того, мы будем считать амплитуду поля в пучности моды постоянной, поэтому также будем опускать зависимость от t . Взаимодействие моды с диполем описывается гамильтонианом:

$$H_{int} = -dE = -\epsilon_0 i(a - a^+)(\lambda_{e-} u \sigma_-^+ + \lambda_{e-}^* u \sigma_- + \lambda_{e+} u \sigma_+^+ + \lambda_{e+}^* u \sigma_+ + \lambda_{\pm} u |- \rangle \langle +| + \lambda_{\pm}^* u |+ \rangle \langle -|). \quad (3.12)$$

Заметим, что $(\lambda, u) = |\lambda \cdot u| e^{i\phi}$. Введем вакуумную частоту Раби: $g = \frac{|\lambda \cdot u| \epsilon_0}{\hbar}$. Тогда 3.12 примет вид:

$$H_{int} = -\hbar i \{g_{e+}(\sigma_+^+ e^{i\phi_{e+}} + \sigma_+ e^{-i\phi_{e+}}) + g_{e-}(\sigma_-^+ e^{i\phi_{e-}} + \sigma_- e^{-i\phi_{e-}}) + g_{\pm}(|- \rangle \langle +| e^{i\phi_{\pm}} + |+ \rangle \langle -| e^{i\phi_{\pm}})\}(a - a^+). \quad (3.13)$$

Выбирая фазы $\phi_{e+} = \phi_{e-} = \phi_{\pm} = \frac{\pi}{2}$, получаем:

$$H_{int} = \hbar \{g_{e+}(\sigma_+^+ - \sigma_+) + g_{e-}(\sigma_-^+ - \sigma_-) + g_{\pm}(|- \rangle \langle +| - |+ \rangle \langle -|)\}(a - a^+). \quad (3.14)$$

Полный гамильтониан: $H = H_0 + H_{int}$, где

$$H_0 = \frac{\hbar}{3} \{\omega_+ \sigma_{z+} + \omega_- \sigma_{z-} + \omega_{\pm}(\sigma_- \sigma_-^+ - \sigma_+ \sigma_+^+)\} + \hbar \Omega_c a^+ a. \quad (3.15)$$

Перейдем к представлению взаимодействия. Соответствие между волновыми функциями в представлении Шрёдингера (S) и представлении взаимодействия (I) описывается следующим выражением:

$$|\Psi^{(S)}(t)\rangle = \exp(-\frac{i}{\hbar} H_0 t) |\Psi^{(I)}(t)\rangle. \quad (3.16)$$

Уравнение Шрёдингера:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi^{(S)}(t)\rangle = (H_0 + H_{int}^{(S)}) |\Psi^{(S)}(t)\rangle \Rightarrow i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi^{(I)}(t)\rangle = H_{int}^{(I)} |\Psi^{(I)}(t)\rangle, \quad (3.17)$$

где $H_{int}^{(I)} = \exp(\frac{i}{\hbar}H_0T)H_{int}^{(S)}\exp(-\frac{i}{\hbar}H_0t)$. Учитывая, что операторы поля и NV-центра коммутируют, можно переписать выражение для гамильтониана взаимодействия:

$$\begin{aligned}
H_{int}^{(I)} = & \hbar g_{e+} \exp(\frac{i}{3}\{\omega_+\sigma_{z+} + \omega_-\sigma_{z-} + \omega_{\pm}(\sigma_-\sigma_-^+ - \sigma_+\sigma_+^+)\}t) \\
& (\sigma_+^+ - \sigma_+) \exp(-\frac{i}{3}\{\omega_+\sigma_{z+} + \omega_-\sigma_{z-} + \omega_{\pm}(\sigma_-\sigma_-^+ - \sigma_+\sigma_+^+)\}t) \\
& e^{i\Omega_c a^+ at} (a - a^+) e^{-i\Omega_c a^+ a} + \\
& \hbar g_{e-} \exp(\frac{i}{3}\{\omega_+\sigma_{z+} + \omega_-\sigma_{z-} + \omega_{\pm}(\sigma_-\sigma_-^+ - \sigma_+\sigma_+^+)\}t) \\
& (\sigma_-^+ - \sigma_-) \exp(-\frac{i}{3}\{\omega_+\sigma_{z+} + \omega_-\sigma_{z-} + \omega_{\pm}(\sigma_-\sigma_-^+ - \sigma_+\sigma_+^+)\}t) \\
& e^{i\Omega_c a^+ at} (a - a^+) e^{-i\Omega_c a^+ a} + \\
& \hbar g_{\pm} \exp(\frac{i}{3}\{\omega_+\sigma_{z+} + \omega_-\sigma_{z-} + \omega_{\pm}(\sigma_-\sigma_-^+ - \sigma_+\sigma_+^+)\}t) (|-><+| - |+><-|) \\
& \exp(-\frac{i}{3}\{\omega_+\sigma_{z+} + \omega_-\sigma_{z-} + \omega_{\pm}(\sigma_-\sigma_-^+ - \sigma_+\sigma_+^+)\}t) \\
& e^{i\Omega_c a^+ at} (a - a^+) e^{-i\Omega_c a^+ a}. \quad (3.18)
\end{aligned}$$

Упростим выражения для операторов NV-центра:

$$\begin{aligned}
e^{\frac{i}{\hbar}H_0t}(\sigma_-^+ - \sigma_-)e^{-\frac{i}{\hbar}H_0t} &= \sigma_-^+ e^{i\omega_-t} - \sigma_- e^{-i\omega_-t} \\
e^{\frac{i}{\hbar}H_0t}(\sigma_+^+ - \sigma_+)e^{-\frac{i}{\hbar}H_0t} &= \sigma_+^+ e^{i\omega_+t} - \sigma_+ e^{-i\omega_+t} \\
e^{\frac{i}{\hbar}H_0t}(|-><+| - |+><-|)e^{-\frac{i}{\hbar}H_0t} &= |-><+| e^{i\omega_{\pm}t} - |+><-| e^{-i\omega_{\pm}t}. \quad (3.19)
\end{aligned}$$

Воспользуемся представлением Гейзенберга, чтобы переписать операторы рождения (уничтожения) фотонов в резонаторе в виде:

$$a(t) = e^{ia^+a\Omega_c t} a(0) e^{-ia^+a\Omega_c t} = a(0) e^{-i\Omega_c t}, \quad (3.20)$$

откуда следует

$$e^{ia^+a\Omega_c t} (a - a^+) e^{-ia^+a\Omega_c t} = a e^{-i\Omega_c t} - a^+ e^{i\Omega_c t}. \quad (3.21)$$

Значит,

$$\begin{aligned}
H_{int}^{(I)} = & \hbar g_{e+} \{ \sigma_+^+ a e^{it(\omega_+ - \Omega_c)} + \sigma_+ a^+ e^{-it(\omega_+ - \Omega_c)} - \\
& \sigma_+^+ a^+ e^{it(\omega_+ + \Omega_c)} - \sigma_+ a e^{-it(\omega_+ + \Omega_c)} \} + \\
& \hbar g_{e-} \{ \sigma_-^+ a e^{it(\omega_- - \Omega_c)} + \sigma_- a^+ e^{-it(\omega_- - \Omega_c)} - \\
& \sigma_-^+ a^+ e^{it(\omega_- + \Omega_c)} - \sigma_- a e^{-it(\omega_- + \Omega_c)} \} + \\
& \hbar g_{\pm} \{ | - \rangle \langle + | a e^{it(\omega_{\pm} - \Omega_c)} + | + \rangle \langle - | a^+ e^{-it(\omega_{\pm} - \Omega_c)} - \\
& | - \rangle \langle + | a^+ e^{it(\omega_{\pm} + \Omega_c)} - | + \rangle \langle - | a e^{-it(\omega_{\pm} + \Omega_c)} \}. \quad (3.22)
\end{aligned}$$

В приближении вращающейся волны всеми членами, умноженными на экспоненту в степени суммы частот, можно пренебречь (т.к. в решении эта сумма попадет в знаменатель). Кроме того, так как частота перехода $| + \rangle \leftrightarrow | - \rangle$ мала по сравнению с частотой резонатора, то всеми членами, отвечающими за этот переход, также можно пренебречь в приближении вращающейся волны. Итак:

$$\begin{aligned}
H_{int}^{(I)} = & \hbar g_{e+} (\sigma_+^+ a e^{it(\omega_+ - \Omega_c)} + \sigma_+ a^+ e^{-it(\omega_+ - \Omega_c)}) + \\
& \hbar g_{e-} (\sigma_-^+ a e^{it(\omega_- - \Omega_c)} + \sigma_- a^+ e^{-it(\omega_- - \Omega_c)}). \quad (3.23)
\end{aligned}$$

Считая лазер одномодовым с частотой Ω_L , можно провести аналогичные вычисления. Таким образом гамильтониан системы NV-центр-микрорезонатор-лазер имеет вид:

$$\begin{aligned}
H_{int}^{(I)} = & \hbar g_{e+} (\sigma_+^+ a e^{it(\omega_+ - \Omega_c)} + \sigma_+ a^+ e^{-it(\omega_+ - \Omega_c)}) + \\
& \hbar g_{e-} (\sigma_-^+ a e^{it(\omega_- - \Omega_c)} + \sigma_- a^+ e^{-it(\omega_- - \Omega_c)}) + \\
& \hbar g_{e+}^L (\sigma_+^+ a e^{it(\omega_+ - \Omega_L)} + \sigma_+ a^+ e^{-it(\omega_+ - \Omega_L)}) + \\
& \hbar g_{e-}^L (\sigma_-^+ a e^{it(\omega_- - \Omega_L)} + \sigma_- a^+ e^{-it(\omega_- - \Omega_L)}). \quad (3.24)
\end{aligned}$$

3.3. Моделирование однокубитного вентиля *NOT*

Рассмотрим резонансный случай, когда $\omega_+ = \omega_- = \Omega_c = \Omega_L$. При таком условии можно записать гамильтониан 3.24 в представлении Шрё-

дингера так:

$$H = H_0 + \hbar\{g_{e+}(\sigma_+^+a + \sigma_+a^+) + g_{e-}(\sigma_-^+a + \sigma_-a^+) + g_{e+}^L(\sigma_+^+ + \sigma_+) + g_{e-}^L(\sigma_-^+ + \sigma_-)\}. \quad (3.25)$$

Будем моделировать получившуюся систему с помощью программы, аналогичной приведенной в листинге 3.2. В первую очередь рассмотрим ситуацию, когда лазер не действует на систему ($g_{e\pm}^L = 0$), а частота Раби взаимодействия моды резонатора с NV-центром $g_{e\pm} = 10$ ГГц [14]. В такой конфигурации, как видно из рисунка 3.3, операция *NOT* выполняется примерно за $\tau \approx \frac{\pi}{g} \approx 0,22$ нс.

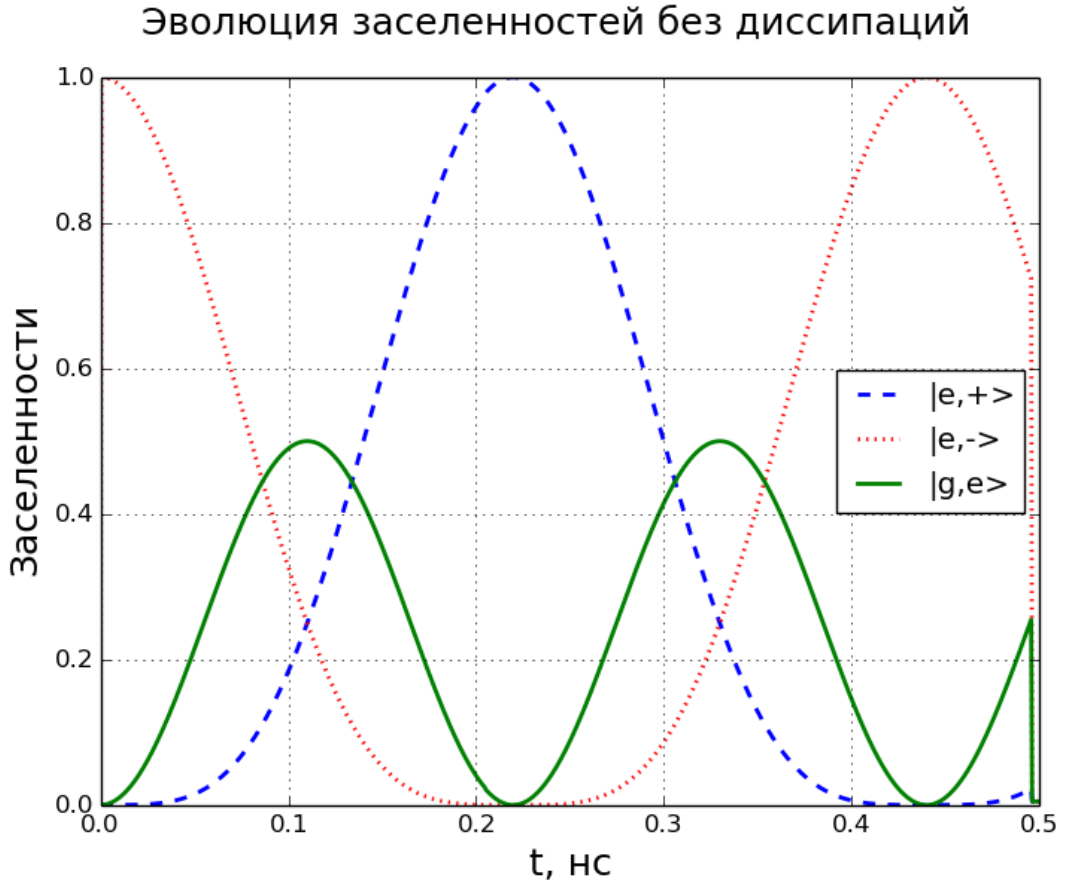


Рисунок 3.3. Эволюция заселенностей уровней $|\pm\rangle$ NV-центра, помещенного в микрорезонатор, без диссипаций. $g_{e\pm}^L = 0$, $g_{e\pm} = 10$

Добавление лазерного излучения позволит ускорить операцию *NOT*. Так как поля и лазера, и резонатора воздействуют на оба перехода, то частота Раби осцилляции заселенностей уровней NV-центра линейно зависит от суммы частот Раби взаимодействия NV-центра с резонатором и

лазером. В предположении, что $g_{e\pm}^L = g_{e\pm} = 10$, получен график 3.4, из которого видно, что длительность π -импульса сократилась до $\approx 0,13$ нс. Однако введение лазера серьезно понижает качество вентиля. Вероятность успешного выполнения операции *NOT* через $0,13$ нс всего около 70%. Нам удалось показать, что введение в систему NV-центр – микрорезонатор лазера может улучшить скоростные характеристики кубита за счет снижения качества вентиля.

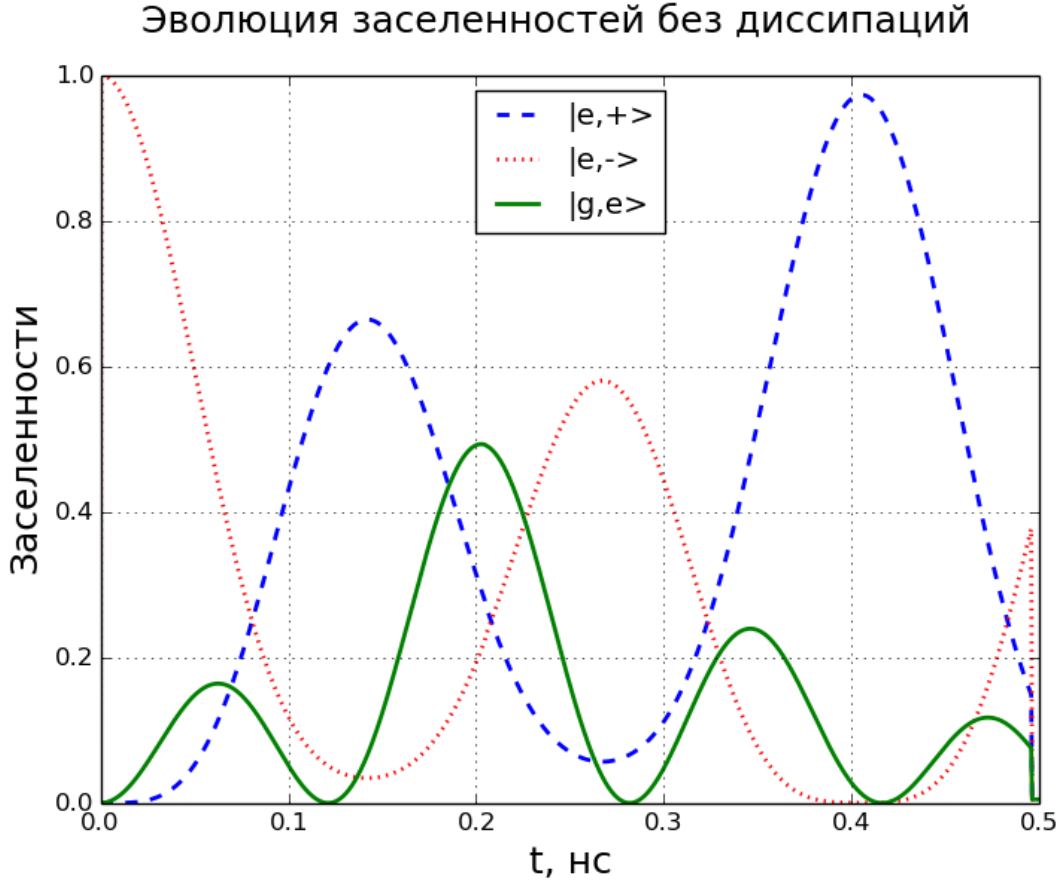


Рисунок 3.4. Эволюция заселенностей уровней $|\pm\rangle$ NV-центра, помещенного в микрорезонатор, без диссипаций. $g_{e\pm}^L = 0$, $g_{e\pm} = 10$

Чтобы учесть потери, связанные с уходом фотона из резонатора (характеризующиеся параметром $\kappa = \frac{\Omega_c}{Q} \approx 19,6$ МГц) и спонтанным излучением с возбужденного уровня NV-центра (характеризующиеся параметром $\gamma = 91$ МГц), воспользуемся уравнением Линдблада:

$$\frac{d}{dt}\rho = \frac{1}{i\hbar}[H, \rho] + \frac{\kappa}{2\hbar}([a\rho, a^+] + [a, \rho a^+]) + \frac{\gamma}{2\hbar}([\sigma_+\rho, \sigma_+^+] + [\sigma_+, \rho\sigma_+^+]). \quad (3.26)$$

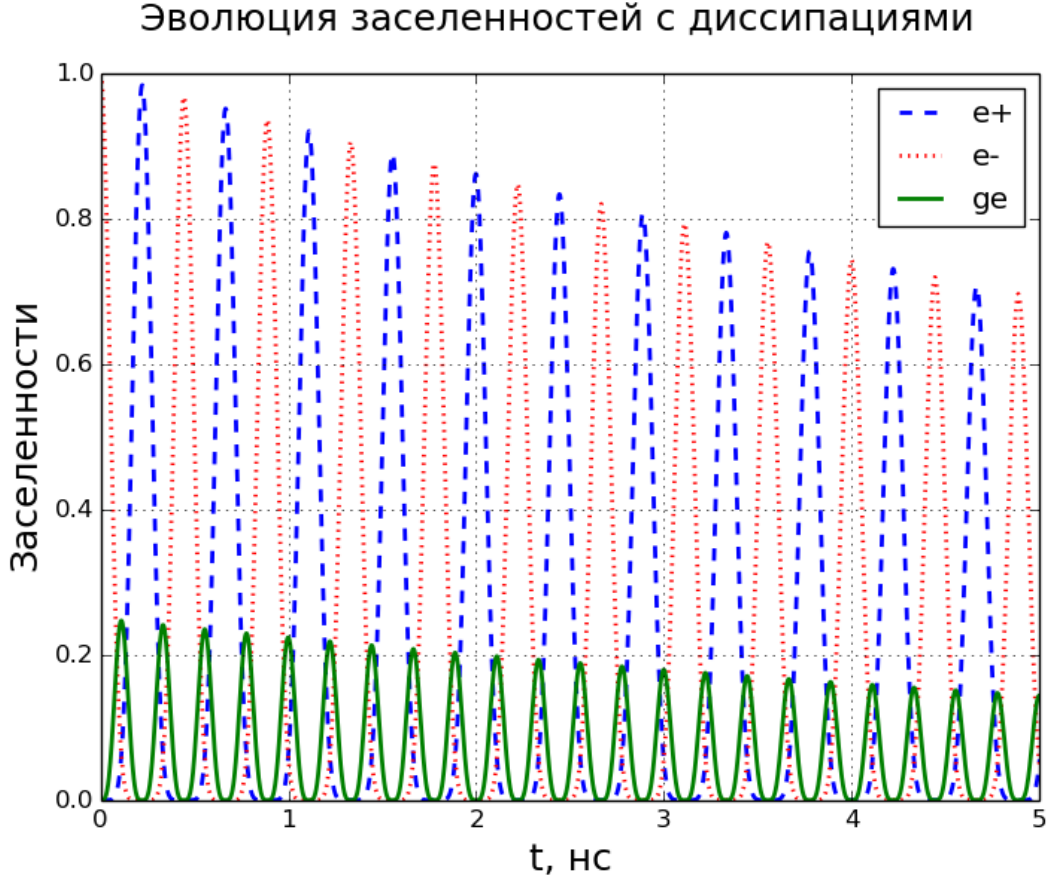


Рисунок 3.5. Эволюция заселенностей уровней $|\pm\rangle$ NV-центра, помещенного в микрорезонатор, с учетом диссипаций резонатора и NV-центра. $g_{e\pm}^L = 0$, $g_{e\pm} = 10$, $Q = 2,4 * 10^7$

Моделирование системы с диссипациями производилось с помощью программы из листинга 3.2. На графике 3.5 показана эволюция заселенностей уровней системы без воздействия лазера с учетом диссипаций из резонатора и NV-центра. Видно, что за время диссипации системы можно произвести операцию *NOT*. Однако, несмотря на высокую добротность резонатора, скорость диссипации все еще достаточно велика по сравнению со скоростью операции *NOT*, чтобы иметь возможность построить полноценный квантовый регистр. Кроме того, чаще всего резонаторы имеют добротность на 2 – 3 порядка ниже ($Q \sim 10^5$). На графике 3.6 показан случай использования такого низкодобротного резонатора.

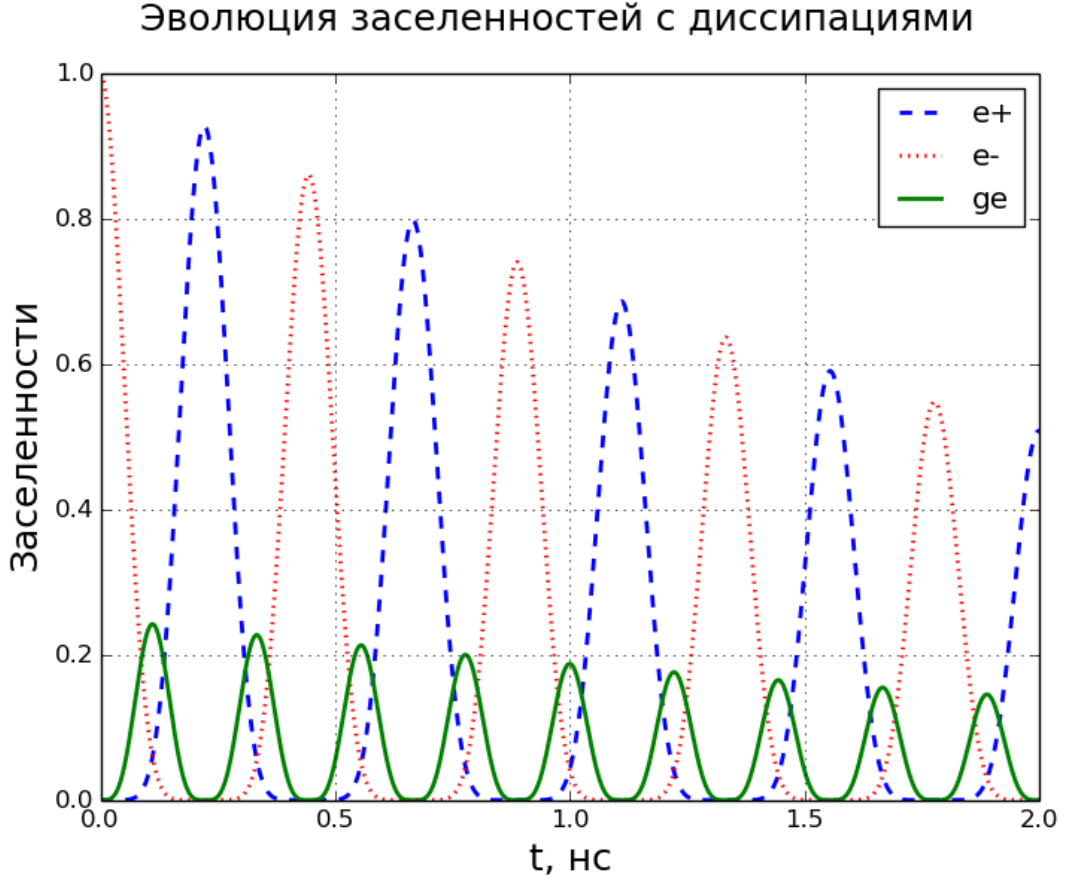


Рисунок 3.6. Эволюция заселенностей уровней $|\pm\rangle$ NV-центра, помещенного в микрорезонатор, с учетом диссипаций резонатора и NV-центра. $g_{e\pm}^L = 0$, $g_{e\pm} = 10$, $Q = 2,4 \cdot 10^5$

3.4. Измерение состояния NV-центра

Для измерения спинового состояния NV-центра некоторые исследователи пользуются детектированием излучения, возникающего при релаксации центра из возбужденного состояния в состояние $|^3A_2, m_s = 0\rangle$ [18]. Однако в данной работе этот уровень не является базисным. Поэтому мы предлагаем другой способ.

Так как разные “ноги” Λ -схемы взаимодействуют со светом разной поляризации ($|-\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ с левополяризованным, $|+\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ — с правополяризованным), можно заменить два оператора NV-центра (σ_+ и σ_-) на один — σ , который будет возбуждать первый переход, когда на NV-центр действуют левополяризованным светом, или второй, когда на NV-центр действуют правополяризованным светом. Воспользовавшись

нововведенным оператором, выбрав для удобства фазы $\phi_i = \pi$, перепишем гамильтониан 3.13:

$$H'_{int} = i\hbar g(\sigma^+ + \sigma)(a - a^+). \quad (3.27)$$

Или, в приближении вращающейся волны:

$$H'_{int} = i\hbar g(\sigma^+ a - \sigma a^+). \quad (3.28)$$

Полный гамильтониан тогда имеет вид:

$$H' = \frac{\hbar}{3}\omega_{NV}\sigma_z + \hbar\Omega_c a^+ a + i\hbar g(\sigma^+ a - \sigma a^+), \quad (3.29)$$

где $\omega_{NV} = \omega_+ = \omega_-$. Измерения будем производить без использования лазера. Будем накачивать резонатор поляризованным светом с частотой $\omega \neq \Omega_c$.

Рассчитаем коэффициент прохождения системы. Для этого решим систему уравнений Ланжевена:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}a(t) = -\frac{i}{\hbar}[a(t), H'] - \frac{\kappa}{2}a(t) + \sqrt{\kappa}a_{OUT}(t) \\ \frac{d}{dt}\sigma(t) = -\frac{i}{\hbar}[\sigma(t), H'] + \frac{\gamma}{2}\sigma(t) - \sqrt{\gamma}b_{IN}(t) \\ a_{OUT} = a_{IN} + \sqrt{\kappa}a \end{cases}, \quad (3.30)$$

где a_{IN} — оператор поля, входящего в резонатор, a_{OUT} — оператор выходящего поля, b_{IN} описывает вакуумное входящее поле, взаимодействующее с NV-центром. Для этих операторов выполняются соотношения:

$$[a_{IN}(t), a_{IN}^+(t')] = \delta(t - t'), \quad [b_{IN}(t), b_{IN}^+(t')] = \delta(t - t'). \quad (3.31)$$

Приняв во внимание коммутационные соотношения:

$$[a, a^+] = 1, \quad [\sigma, \sigma^+] = -\sigma_z, \quad [\sigma, \sigma_z] = 3\sigma,$$

$$[a, H'] = \hbar\Omega_c a - i\hbar g\sigma,$$

$$[\sigma, H'] = \hbar\omega_{NV}\sigma - i\hbar g\sigma_z a,$$

перепишем уравнения Ланжевена:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}a(t) = -i\Omega_c a(t) - g\sigma(t) - \frac{\kappa}{2}a(t) + \sqrt{\kappa}a_{OUT}(t) \\ \frac{d}{dt}\sigma(t) = -i\omega_{NV}\sigma(t) - g\sigma_z(t)a(t) + \frac{\gamma}{2}\sigma(t) - \sqrt{\gamma}b_{IN}(t) \\ a_{OUT} = a_{IN} + \sqrt{\kappa}a \end{cases}. \quad (3.32)$$

Предположим теперь, что входящее поле настолько мало, что не возбуждает переходы NV-центра, т.е. $\langle \sigma_z \rangle = -1$. Кроме того, заметим, что b_{IN} дает пренебрежимо малый вклад в выходное поле, поэтому полагаем его равным 0. Тогда система примет вид:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}a(t) = -i\Omega_c a(t) - g\sigma(t) - \frac{\kappa}{2}a(t) + \sqrt{\kappa}a_{OUT}(t) \\ \frac{d}{dt}\sigma(t) = -i\sigma(t)\omega_{NV} + ga(t) + \frac{\gamma}{2}\sigma(t) \\ a_{OUT} = a_{IN} + \sqrt{\kappa}a \end{cases}. \quad (3.33)$$

Для решения системы воспользуемся методом, предложенным в [33]. Перейдем в пространство Фурье (частотное). Для поля внутри резонатора выполняется соотношение:

$$a(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega(t-t_0)} a(\omega) d\omega, t_0 < t. \quad (3.34)$$

Аналогичное соотношение выполняется для σ :

$$\sigma(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega(t-t_0)} \sigma(\omega) d\omega, t_0 < t. \quad (3.35)$$

Переводя систему 3.33 в пространство Фурье, получаем:

$$\begin{cases} 0 = -[i(\Omega_c - \omega) + \frac{\kappa}{2}]a(\omega) - g\sigma(\omega) + \sqrt{\kappa}a_{OUT}(\omega) \\ 0 = -[i(\omega_{NV} - \omega) - \frac{\gamma}{2}]\sigma(\omega) + ga(\omega) \\ a = \frac{a_{OUT} - a_{IN}}{\sqrt{\kappa}} \end{cases}. \quad (3.36)$$

Откуда:

$$\sqrt{\kappa}a_{OUT}(\omega) = \left[i(\Omega_c - \omega) + \frac{\kappa}{2} + \frac{g^2}{i(\omega_{NV} - \omega) - \frac{\gamma}{2}} \right] a(\omega). \quad (3.37)$$

И можно получить функцию прохождения для системы:

$$T(\omega) = \frac{a_{OUT}(\omega)}{a_{IN}(\omega)} = 1 - \frac{\kappa}{i(\Omega_c - \omega) + \frac{\kappa}{2} + \frac{g^2}{i(\omega_{NV} - \omega) - \frac{\gamma}{2}}}. \quad (3.38)$$

Легко заметить, что при отсутствии взаимодействия фотонов с NV-центром (т.е. $g = 0$), уравнение 3.38 переходит в уравнение для пустого резонатора, полученного в [33]:

$$T'(\omega) = \frac{\frac{\kappa}{2} - i(\Omega_c - \omega)}{\frac{\kappa}{2} + i(\Omega_c - \omega)}. \quad (3.39)$$

График функции отражения системы ($1/T(\omega)$) в зависимости от отстройки частоты входного поля от частоты резонатора изображен на рис. 3.7.

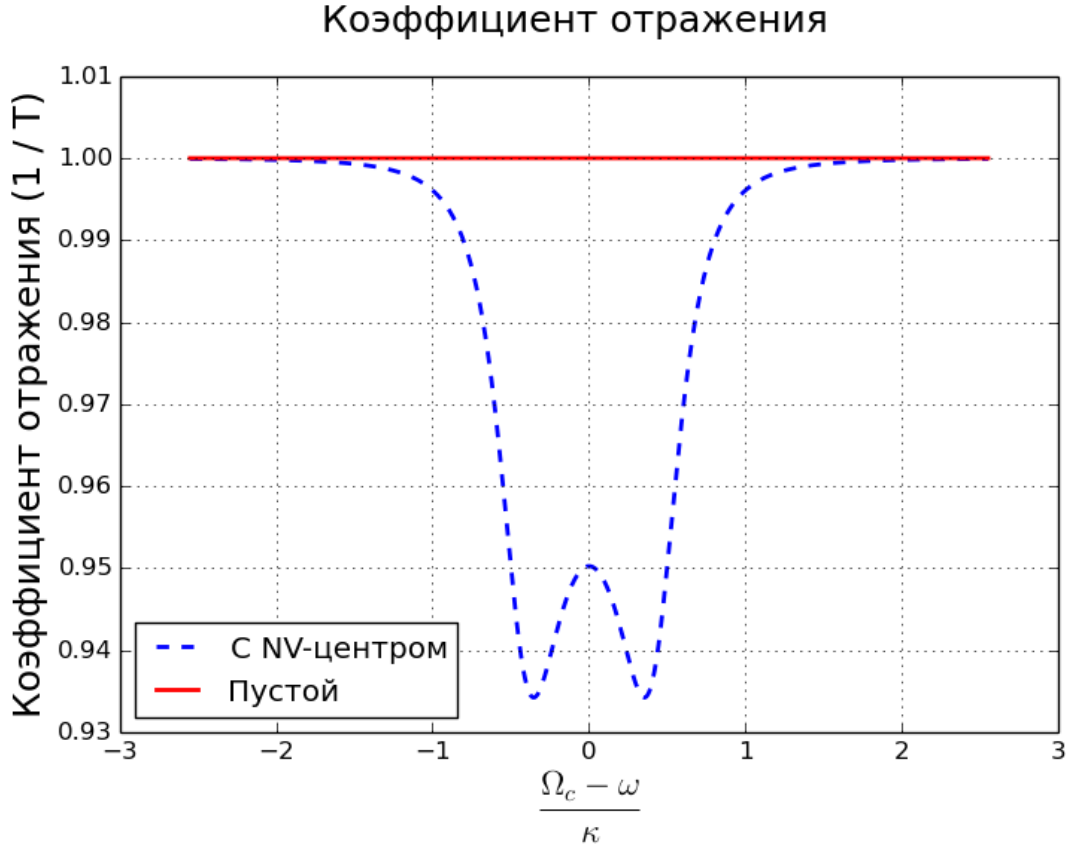


Рисунок 3.7. Зависимость коэффициента отражения системы NV-центр – микрорезонатор от отстройки частоты внешнего поля от частоты резонатора

Пусть NV-центр находится в состоянии $|-\rangle$. Тогда заметим, что выполняются соотношения:

$$\begin{aligned} |L_{OUT}\rangle &= T(\omega)|L_{IN}\rangle = e^{i\phi(\omega)}|L_{IN}\rangle \\ |R_{OUT}\rangle &= T'(\omega)|R_{IN}\rangle = e^{i\phi'(\omega)}|R_{IN}\rangle, \end{aligned} \quad (3.40)$$

т.е. свет правой круговой поляризации не чувствует NV-центр и испытывает такой же фазовый сдвиг, как если бы резонатор был пуст, в то время как свет левой круговой поляризации испытывает другой фазовый сдвиг:

$$\begin{aligned} \phi(\omega) &= -i \cdot \ln(T(\omega)) \\ \phi'(\omega) &= -i \cdot \ln(T'(\omega)). \end{aligned} \quad (3.41)$$

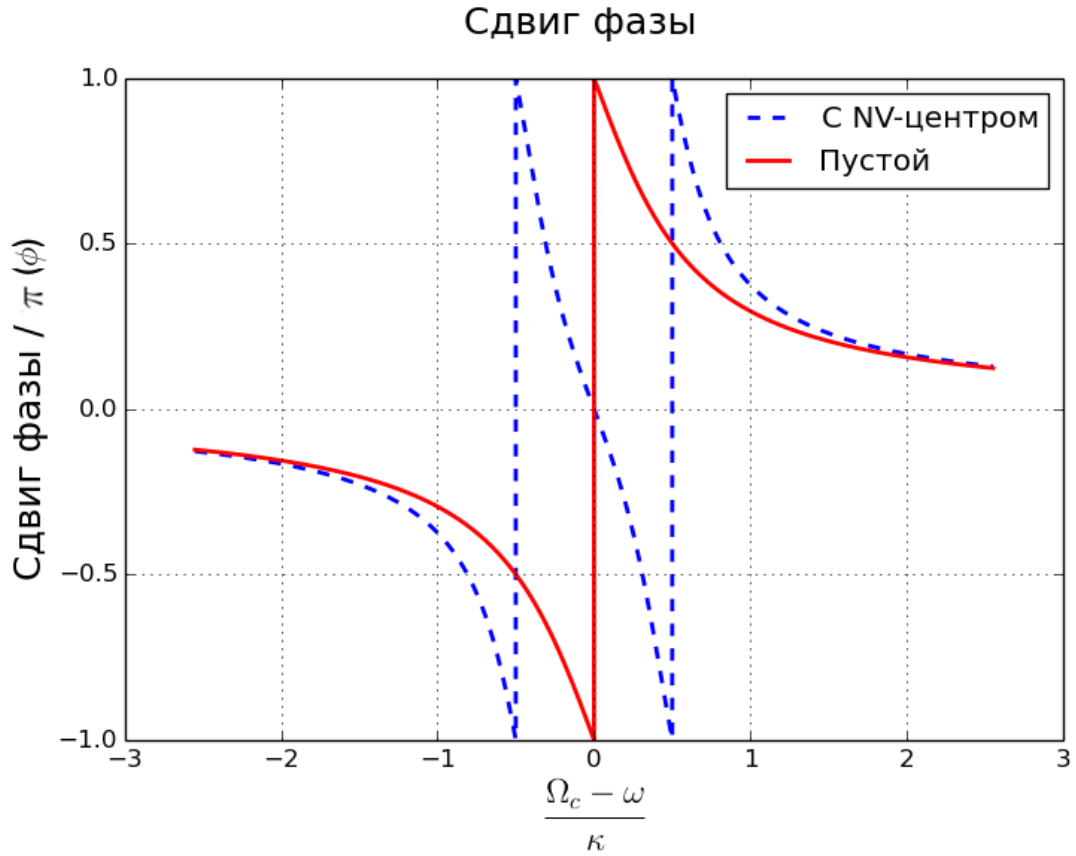


Рисунок 3.8. Зависимость сдвига фазы света, прошедшего через систему, от отстройки частоты внешнего поля от частоты резонатора

Графики зависимости сдвига фазы от отстройки частоты внешнего поля от частоты резонатора показаны на рис. 3.8. Таким образом, выбирая частоту ω , можно измерять состояние центра, основываясь на фазовых сдвигах лево- и правополяризованных импульсов.

Данный эффект также можно использовать для проведения операции *Controlled – Z*, как это описано в работе [21].

Заключение

Сложная структура энергетических уровней NV-центра и переходов между ними не позволяет с уверенностью говорить о применимости приближений, не учитывающих большинство уровней. Такое приближение выбрано в данной работе для Λ -схемы. Кроме используемых в схеме переходов существуют также слабые паразитные переходы. Мы показали, что в данном случае можно смело применять 3-х уровневое приближение, по крайней мере до тех пор, пока паразитная сила осциллятора меньше “полезной” хотя бы на порядок (рис. 3.2). В реальном NV-центре эта разница значительно больше, поэтому в дальнейшей части работы предполагается отсутствие паразитных заселенностей.

Λ -схема для NV-центра уже использовалась, например в [24]. Однако чаще всего для управления состоянием центра авторы использовали свет, поляризованный по кругу. В этой работе используется линейно поляризованный свет, что позволяет воздействовать на оба перехода в схеме одновременно и использовать для управления центром только поле резонатора. Гамильтониан системы NV-центр (неподвижный 3-х уровневый атом) – резонатор (одномодовый), аналогичный гамильтониану Джейнса-Каммингса, выведен в работе в дипольном приближении с использованием приближения вращающейся волны. Для моделирования квантового вентиля *NOT* в такой системе было использовано уравнение Линдблада. Скорость π -импульса получилась равной приблизительно 0,22 нс (рис. 3.3). Такая скорость однокубитных вращений является очень высокой и значительно превышает скорость декогеренции и дефазировки одиночного NV-центра даже при комнатных температурах.

Для увеличения скорости однокубитного вентиля *NOT* в систему введен лазер. Линейно поляризованный свет лазера действует на NV-центр

одновременно с полем резонатора. Лазер учитывается в гамильтониане системы NV-центр – микрорезонатор – лазер полуклассически, как одно-модовое поле с частотой, резонансной частоте перехода NV-центра. Приняв частоту Раби взаимодействия лазера с центром равной частоте Раби для резонатора, мы получили длительность π -импульса приблизительно равную 0,13 нс (3.4). Однако качество вентиля резко ухудшилось.

Учет диссипаций в уравнении Линдблада показал, что, несмотря на высокую добротность ($\sim 10^{10}$), выбранную для резонатора, скорости вентиля *NOT*, по сравнению со скоростью потерь, все еще не достаточно для полноценного функционирования элемента квантового регистра (рис. 3.6).

Состояния NV-центра, выбранные нами в работе, не являются общепринятыми в задаче измерения. Поэтому мы предложили свой способ, основанный на том, что свет прошедший (отраженный) сквозь систему NV-центр – микрорезонатор испытывает различные фазовые сдвиги в зависимости от состояния центра и поляризации входного импульса. Чтобы вычислить значения сдвигов фаз (3.41, рис. 3.8), была решена система уравнений Ланжевена и получена функция прохождения (отражения) системы (рис. 3.7). Таким образом, измеряя сдвиг фазы поляризованного света, можно получить состояние центра.

Хотелось бы поблагодарить преподавателей Московского физико – технического института за полученные знания, без которых невозможно было бы провести данное исследование, а также сотрудников Физико – технологического института академии наук и, в особенности, Александра Викторовича Цуканова и Игоря Юльевича Катеева за помощь в подборе материала и проведении расчетов.

Приложение

Моделирование эволюции уровней свободного NV-центра и NV-центра в резонаторе производилось с помощью языка программирования Python и пакетов `numpy`, `scipy`, `matplotlib`, `odeintw`. Код приведенных здесь программ, а также код программ, моделирующих систему без диссипаций с помощью уравнения Шрёдингера и строящих графики коэффициента отражения и сдвига фаз, могут быть найдены по ссылке: https://github.com/krems/nv_center_modelling.

Листинг 3.1. Моделирование эволюции заселенностей уровней NV-центра в 6-ти уровневом приближении

```
# -*- coding: utf-8 -*-
__author__ = 'valerii ovchinnikov'

from numpy import *
from scipy.integrate import ode
import matplotlib.pyplot as plt

# constants
h = 1. # Plank
E = 7.7 * (10 ** -3) # ground m_s=-1 <-> m_s=1 splitting
D = 2877.0 * (10 ** -3) # ground m_s=0 <-> m_s=+-1 splitting
D_e = 1420.0 * (10 ** -3) # excited state m_s=0 <-> m_s=+-1
# splitting
delta = 0
mu = 2.0028 * 13.99624 * (10 ** 0) # electron ~ nv
B_z = 0.0 # magnetic field to split |1> |-1> spin states

w_p = 4.706 * (10 ** 5) - mu * B_z # e<->u transition
# frequency 10**14
w_m = 4.706 * (10 ** 5) + E + mu * B_z # e<->g transition
```

```

# frequency
w_z = 4.706 * (10 ** 5) + D

omega_m = 100.0 * (10 ** 4) # Rabi frequency
omega_p = 100.0 * (10 ** 4) # Rabi frequency
omega_z = 100.0 * (10 ** 4) # Rabi frequency
omega_parasite = omega_m / 10.0 # Rabi frequency
omega_relaxation = omega_m / 10.0 # Rabi frequency

# basis vectors
e = mat(array([1., 0., 0., 0., 0.], dtype=complex128))
ez = mat(array([0., 1., 0., 0., 0.], dtype=complex128))
p = mat(array([0., 0., 1., 0., 0.], dtype=complex128))
m = mat(array([0., 0., 0., 1., 0.], dtype=complex128))
z = mat(array([0., 0., 0., 0., 1.], dtype=complex128))

def plot_populations(e, ez, p, m, z, t0, t1, dt):
    fig = plt.figure()
    x = linspace(t0, t1, (t1 - t0) / dt + 10)
    plt.plot(x, e, "green", label="e", linewidth=2)
    plt.plot(x, ez, "orange", label="ez", linestyle='--')
    plt.plot(x, p, "blue", label="+", linewidth=2,
             linestyle='--')
    plt.plot(x, m, "red", label="-", linewidth=2,
             linestyle=':')
    plt.plot(x, z, "black", label="0", linestyle='-')
    fig.suptitle(
        u'Level population evolution with parasite levels',
        fontsize=18)
    plt.xticks([])
    plt.xlabel(u't', fontsize=18)
    plt.ylabel(u'Populations', fontsize=18)
    plt.grid(True)
    plt.legend(loc='best')
    plt.show()

def integrate(integrator, t0, t1, dt):
    e = linspace(t0, t1, (t1 - t0) / dt + 10)

```

```

ez = linspace(t0, t1, (t1 - t0) / dt + 10)
p = linspace(t0, t1, (t1 - t0) / dt + 10)
m = linspace(t0, t1, (t1 - t0) / dt + 10)
z = linspace(t0, t1, (t1 - t0) / dt + 10)
while integrator.successful() and integrator.t < t1:
    integrator.integrate(integrator.t + dt)
    e[integrator.t / dt] = abs(integrator.y[0]) ** 2
    ez[integrator.t / dt] = abs(integrator.y[1]) ** 2
    p[integrator.t / dt] = abs(integrator.y[2]) ** 2
    m[integrator.t / dt] = abs(integrator.y[3]) ** 2
    z[integrator.t / dt] = abs(integrator.y[4]) ** 2
return e, ez, p, m, z

# Schrodinger equation's
def right_part(t, y):
    hamiltonian = -delta * e.T.dot(e) -
                  D_e * ez.T.dot(ez) -
                  w_p * p.T.dot(p) -
                  w_m * m.T.dot(m) - w_z * z.T.dot(z)
    hamiltonian += omega_m * (e.T.dot(m) + m.T.dot(e)) +
                  omega_p * (e.T.dot(p) + p.T.dot(e)) +
                  omega_z * (ez.T.dot(z) + z.T.dot(ez)) +
                  omega_parasite * (ez.T.dot(p) +
                                     ez.T.dot(m) + p.T.dot(ez) + m.T.dot(ez)) +
                  omega_relaxation * (z.T.dot(e))
    hamiltonian *= -1j
    return dot(hamiltonian, y)

def create_integrator():
    integrator = ode(right_part).set_integrator('zvode',
                                                method='bdf', with_jacobian=False)
    psi_init = array([0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0],
                     dtype=complex128)

    t0 = 0
    integrator.set_initial_value(psi_init, t0)
    return integrator, t0

```



```

def main():
    integrator, t0 = create_integrator()
    t1 = 5 * 10 ** -5
    dt = 10 ** -8
    e, ez, p, m, z = integrate(integrator, t0, t1, dt)
    plot_populations(e, ez, p, m, z, t0, t1, dt)

main()

```

Листинг 3.2. Моделирование эволюции заселенностей уровней NV-центра в системе NV-центр – микрорезонатор – лазер с помощью уравнения Линдблада

```

# -*- coding: utf-8 -*-
__author__ = 'valerii ovchinnikov'

from numpy import *
from odeintw import odeintw
from bisect import bisect
import matplotlib.pyplot as plt

# constants
E = 7.7 * (10 ** -3) # |-1> |1> distance
h = 1. # Plank
mu = 2.0028 * 13.99624 * (10 ** 0) # electron ~ nv
B_z = 0.0 # magnetic field to split |1> |-1> spin states

w_p = 4.706 * (10 ** 3) - mu * B_z # e<->u transition
# frequency 10**14
w_m = w_p + E + mu * B_z # e<->g transition frequency
w_c = (w_m + w_p) / 2. # cavity frequency
w_l = w_c # cavity frequency

gamma = 9.1 * (10 ** 0) # dissipation from NV
# gamma = 0
kappa = w_c / (2.4 * 10 ** 2) # dissipation from cavity
# kappa = 0

cav_g = mat(array([0.0, 1.0]), dtype=complex128)

```

```

cav_e = mat(array([1.0, 0.0]), dtype=complex128)

nv_e = mat(array([1.0, 0.0, 0.0]), dtype=complex128)
nv_p = mat(array([0.0, 1.0, 0.0]), dtype=complex128)
nv_m = mat(array([0.0, 0.0, 1.0]), dtype=complex128)

ee = mat(kron(cav_e, nv_e))
ep = mat(kron(cav_e, nv_p))
em = mat(kron(cav_e, nv_m))
ge = mat(kron(cav_g, nv_e))
gp = mat(kron(cav_g, nv_p))
gm = mat(kron(cav_g, nv_m))

E_two = matrix([[1.0, 0.0],
                 [0.0, 1.0]], dtype=complex128)
E_three = matrix([[1.0, 0.0, 0.0],
                  [0.0, 1.0, 0.0],
                  [0.0, 0.0, 1.0]], dtype=complex128)

b = kron(E_two, nv_m.T.dot(nv_e))
d = kron(E_two, nv_p.T.dot(nv_e))
a = kron(cav_g.T.dot(cav_e), E_three)

def omega_l_m(t):
    return 0

def omega_l_p(t):
    return 0

def omega_c_m(t):
    return 10 ** 3

def omega_c_p(t):
    return 10 ** 3

```

```

def plot_rho_t(t, sol):
    t_printed = []
    for i in t:
        t_printed.append(i * 100)
    fig = plt.figure()
    plt.plot(t_printed, abs(sol[:, 2, 2]) ** 2, "blue",
             label="e+", linewidth=2, linestyle='--')
    plt.plot(t_printed, abs(sol[:, 1, 1]) ** 2, "red",
             label="e-", linewidth=2, linestyle=':')
    plt.plot(t_printed, abs(sol[:, 3, 3]) ** 2, "green",
             label="ge", linewidth=2, linestyle='-')
    fig.suptitle(u'Populations evolution with dissipations',
                 fontsize=18)
    plt.xlabel(u't, ns', fontsize=18)
    plt.ylabel(u'Populations', fontsize=18)
    plt.grid(True)
    plt.legend(loc='best')
    plt.show()

def commutator(a, b):
    return a.dot(b) - b.dot(a)

# Schrodinger equation's
def right_part(y, t):
    hamiltonian = h * (omega_c_m(t) * (
        exp(1j * t * (w_m - w_c)) *
        b.T.dot(a) + exp(-1j * t * (w_m - w_c)) *
        b.dot(a.T)) +
        omega_c_p(t) * (
        exp(1j * t * (w_p - w_c)) *
        d.T.dot(a) + exp(-1j * t * (w_p - w_c)) *
        a.T.dot(d)) +
        omega_l_m(t) * (
        exp(1j * t * (w_m - w_l)) * b.T +
        exp(-1j * t * (w_m - w_l)) * b) +
        omega_l_p(t) * (
        exp(1j * t * (w_p - w_l)) * d.T +
        exp(-1j * t * (w_p - w_l)) * d))

```

```

lindblad = - 1j / h * commutator(hamiltonian, y)
lindblad += gamma / (h * 2.) * (commutator(b.dot(y), b.T)
                                + commutator(b, y.dot(b.T)))
lindblad += kappa / (h * 2.) * (commutator(a.dot(y), a.T)
                                + commutator(a, y.dot(a.T)))
return lindblad

def integrate():
    rho_init = array([[0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0],
                      [0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0],
                      [0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0],
                      [0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0],
                      [0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0],
                      [0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]],
                      dtype=complex128)
    t = linspace(0, 2 * 10 ** -2, 2000)
    sol = odeintw(right_part, rho_init, t)
    return t, sol

def main():
    t, sol = integrate()
    plot_rho_t(t, sol)
    # plot_rho(0.22, sol, t)

main()

```

Литература:

1. *Nielsen M.A., Chuang I.L.* Quantum Computation and Quantum Information // Cambridge: Cambridge University Press – 2000.
2. *Валиев К.А., Кожин А.А.* Квантовые компьютеры: надежды и реальность // 2-е изд. М. – Ижевск: НИЦ РХД – 2002. – 360 с.
3. *Валиев К.А.* Квантовые компьютеры и квантовые вычисления // УФН – 2005. – Т. 175. – С. 3-39.
4. *Цуканов А.В.* Сверхпроводящие резонаторы и зарядовые кубиты: спектроскопия и квантовые операции. Часть I // Микроэлектроника – 2010. – Т. 39. – С. 404.
5. *Цуканов А.В.* Сверхпроводящие резонаторы и зарядовые кубиты: спектроскопия и квантовые операции. Часть II // Микроэлектроника – 2011. – Т. 40. – С. 11.
6. *Yamamoto Y., Ladd T.D., Press D., Clark S., Sanaka K., Santori C., Fattal D., Fu K.M., Hofling S., Reitzenstein S., Forchel A.* Optically controlled semiconductor spin qubits for quantum information processing // Phys. Scripta – 2009. – V. T139. – P. 014010.
7. *Kane B.E.* A silicon-based nuclear spin quantum computer // Nature – 1998. – V. 393. – P. 133.
8. *Monz, Thomas* 14-Qubit Entanglement: Creation and Coherence // Physical Review Letters (American Physical Society) – 2011. – March 31
9. *Chuang I.L., Gershenfeld N., Kubinec M.G., Leung D.W.* Bulk quantum

- computation with nuclear magnetic resonance: theory and experiment // Proc. Roy. Soc. Lond – 1998. – V. A454. – P.
10. *Collins, A.T., Thomaz, M.F., Jorge, M. I. B.* Luminescence decay time of the 1.945 eV centre in type Ib diamond // Journal of Physics – 1983. – C 16 (11): 2177.
 11. *Hanzawa, H., Nisida, Y., Kato, T.* Measurement of decay time for the NV centre in Ib diamond with a picosecond laser pulse // Diamond and Related Materials – 1997. – 6 (11): 1595.
 12. *G.D. Fuchs, V.V. Dobrovitski, D.M. Toyli, F.J. Heremans, D.D. Awschalom* Gigahertz Dynamics of a Strongly Driven Single Quantum Spin // Science 11 December – 2009. – V. 326. – no. 5959 pp. 1520-1522 DOI: 10.1126/science.11811
 13. *Robledo L., Bernien H., van Weperen I., Hanson R.* Control and coherence of the optical transition of single nitrogen vacancy centers in diamond // Phys. Rev. Lett – 2010. – V. 105. – P. 177403.
 14. *Цуканов А.В., Катеев И.Ю., Орликовский А.А.* Квантовый регистр на основе алмазного волновода с NV-центрами // Труды Физико-технологического института – 2012. – Т. 22. – С. 23.
 15. *Kuhn A., Rempe G.* Optical Cavity QED: Fundamentals and Application as a Single-Photon Light Source // In F. De Martini, C. Monroe (Eds.), Experimental Quantum Computation and Information. Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi" Course CXLVIII (pp. 37-66). Amsterdam: IOS Pres
 16. *Цуканов А.В.* NV-центры в алмазе. Часть I. Общие сведения, технология изготовления, структура спектра // Микроэлектроника – 2012. – Т. 41. – С. 104.
 17. *Цуканов А.В.* NV-центры в алмазе. Часть II: спектроскопия, измерения, квантовые операции // Микроэлектроника – 2012. – Т. 41. – С.163.

18. *Цуканов А.В.* NV-центры в алмазе. Часть III. Квантовые алгоритмы, масштабирование, и гибридные системы // Микроэлектроника – 2013. – Т. 42. – С.3.
19. *Rogers L.J., Armstrong S., Sellars M.J., Manson N.B.* Infrared emission of the NV centre in diamond: Zeeman and uniaxial stress studies // New Journal of Physics 10 (2008)
20. *Ilchenko V.S., Bennett A.M., Santini P., Savchenkov A.A., Matsko A.B., Maleki L.* Whispering gallery mode diamond resonator // Optic Letters – Vol.38, No.21 – 2013.
21. *Chen Q., Feng M.* Quantum-information processing in decoherence-free subspace with low-Q cavities // Phys. Rev. A. 82, 052329 (2010)
22. *Solenov D., Economou S.E., Reinecke T.L.* Two-qubit quantum gates for defect qubits in diamond and similar systems // Phys. Rev. B. 88, 161403(R) (2013)
23. *An Jun-Hong, Feng M., Oh C.H.* Quantum-information processing with a single photon by an input-output process with respect to low-Q cavities // Phys. Rev. A. 79, 032303 (2009)
24. *Wolters J., Kabuss J., Knorr A., Benson O.* Deterministic and robust entanglement of nitrogen-vacancy centers using low-Q photonic-crystal cavities // Phys. Rev. A. 89, 060303(R) (2014)
25. *Li J.H., Yu R., Yang X.X.* Achieving slow and fast light with high transmission by nanodiamond nitrogen-vacancy center coupling to photonic crystal cavity // Journal of Applied Physics 114, 124312 (2013)
26. *Цуканов А.В.* Сверхпроводящие резонаторы и зарядовые кубиты: спектроскопия и квантовые операции. Часть I // Микроэлектроника. 2010. Т. 39, № 6. С. 404–419.
27. *Цуканов А.В.* Квантовая память на ансамблевых состояниях NV центров в алмазе // Микроэлектроника. 2013. Т. 42, № 3. С. 163–185.

28. *Diniz I., Portolan S., Ferreira R., Gerard J.M., Bertet P., Auffeves A.* Strongly coupling a cavity to inhomogeneous ensembles of emitters: Potential for long lived solid state quantum memories // *Phys. Rev. A.* 2011. V. 84. P. 063810.
29. *Zhu X., et al.* Coherent coupling of a superconducting flux qubit to an electron spin ensemble in diamond // *Nature* 478, 221–224
30. *Julsgaard B., Grezes C., Bertet P., Mølmer K.* Quantum Memory for Microwave Photons in an Inhomogeneously Broadened Spin Ensemble // *Phys. Rev. Lett.* 110, 250503
31. *Julsgaard B., Grezes C., Bertet P., Mølmer K.* Quantum Memory for Microwave Photons in an Inhomogeneously Broadened Spin Ensemble // *Phys. Rev. Lett.* 110, 250503 (2013)
32. *Schleich W.P.* Quantum Optics in Phase Space // Berlin: Wiley – 2001. – pp.402-409.
33. *Walls D.F., Milburn G.J.* Quantum Optics 2-nd Edition // Berlin: Springer – 2008. – pp.127-132.