

Demonstrações, Recorrências e Análise de Algoritmos

- Técnicas de Demonstração
- Indução
- **Mais Sobre Demonstração de Correção**
- Recursividade e relações de Recorrência
- Análise de Algoritmo



Mais Sobre Demonstração de Correção

(Sessão 2.3 - Exercício 13)

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna x^n !

Cálculo (x,n)

Inteiros i,j

i = 1

j = x

enquanto i \neq n **faça**

 j = j * (i + 1)

 i = i + 1

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

Conjectura sobre a invariante:

$$j = x^i$$



Mais Sobre Demonstração de Correção

(Sessão 2.3 - Exercício 13)

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna x^n .

Cálculo (x,n)

Inteiros i,j

i = 1

j = x

enquanto i \neq n **faça**

 j = j * (i + 1)

 i = i + 1

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

Teste de Mesa para obter uma Conjectura

Seja **K** o índice que marca a iteração

K = 0 (iteração 0 – Antes de entrar no laço)

i₀ = 1

j₀ = x



Mais Sobre Demonstração de Correção

(Sessão 2.3 - Exercício 13)

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna x^n !

Cálculo (x,n)

Inteiros i,j

i = 1

j = x

enquanto i \neq n **faça**

 j = j * (i + 1)

 i = i + 1

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

K = 0 (iteração 0 – Antes de entrar no laço)

$i_0 = 1$

$j_0 = x$

K = 1

$j_1 = j_0 * (i_0 + 1) = x * (1+1) = x^2$

$i_1 = i_0 + 1 = 2$

K = 2

$j_2 = j_1 * (i_1 + 1) = x^2 * (2+1) = x^{2*3}$

$i_2 = i_1 + 1 = 3$



Mais Sobre Demonstração de Correção

(Sessão 2.3 - Exercício 13)

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna x^n !

Cálculo (x,n)

Inteiros i,j

i = 1

j = x

enquanto i \neq n **faça**

 j = j * (i + 1)

 i = i + 1

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

K = 2

$$j_2 = j_1 * (i_1 + 1) = x * 2 * (2+1) = x * 2 * 3$$

$$i_2 = i_1 + 1 = 3$$

K = 3

$$j_3 = j_2 * (i_2 + 1) = x * 2 * 3 * (3+1) = x * 2 * 3 * 4$$

$$i_3 = i_2 + 1 = 4$$

K = 4

$$j_4 = j_3 * (i_3 + 1) = x * 2 * 3 * 4 * (4+1) = x * 2 * 3 * 4 * 5$$

$$i_4 = i_3 + 1 = 5$$

Conjectura:

$$j = x^i!$$



Mais Sobre Demonstração de Correção

(Sessão 2.3 - Exercício 13)

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna x^n !

Cálculo (x,n)

Inteiros i,j

i = 1

j = x

enquanto i \neq n **faça**

 j = j * (i + 1)

 i = i + 1

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

Verificação por indução (Conjectura: $j = x^i$!)

* Caso base

$i_0 = 1$

$j_0 = x^{i_0}$!

$j_0 = x$

$x = x^{1}$!

OK!

* Supor que $j_k = x^{i_k}$!

* Mostrar que $j_{k+1} = x^{i_{k+1}}$!



Mais Sobre Demonstração de Correção

(Sessão 2.3 - Exercício 13)

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna x^n .

Cálculo (x,n)

Inteiros i,j

$i = 1$

$j = x$

enquanto $i \neq n$ **faça**

$j = j * (i + 1)$

$i = i + 1$

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

* Mostrar que $j_{k+1} = x * i_{k+1}!$

$$j_{k+1} = j_k * (i_k + 1) \quad (b)$$

$$= x * i_k! * (i_k + 1) \quad (a)$$

$$= x * (i_k + 1)!$$

$$= x * (i_{k+1})! \quad (c) \quad \text{OK!}$$

“Argumentos”

$$(a) \quad j_k = x * i_k!$$

$$(b) \quad j_{k+1} = j_k * (i_k + 1)$$

$$(c) \quad i_{k+1} = i_k + 1$$

Assim, no término temos:

$$(j = x * i!) \text{ e } (i = n) \rightarrow j = x * n!$$

