

Matemática Discreta

Leandro Colombi Resendo

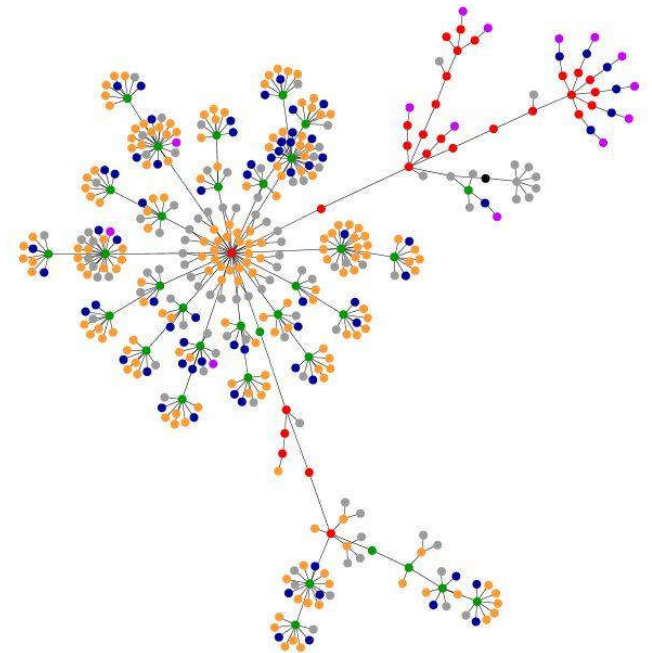
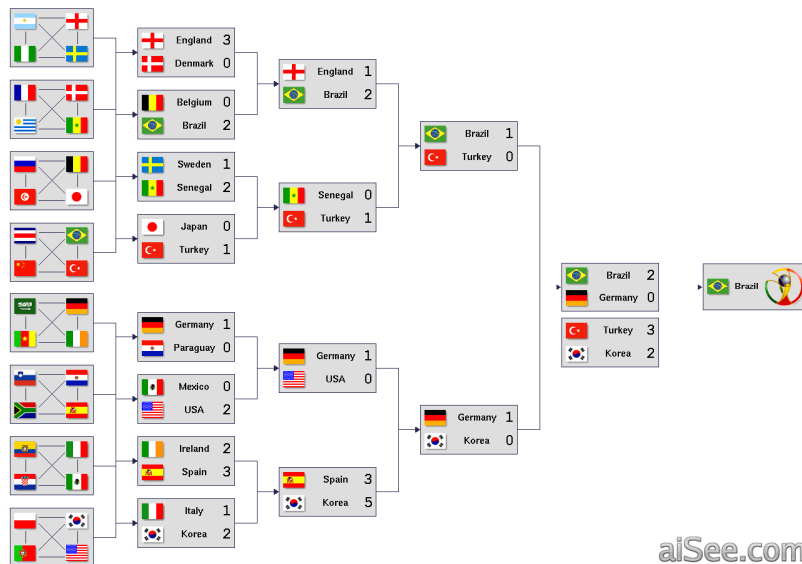
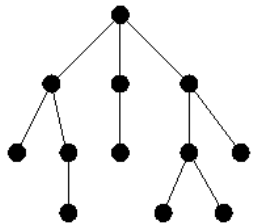
Grafos e Árvores

- Grafos e Suas Representações
- Árvores e suas Representações
- Árvores de Decisão
- Códigos de Huffman

Grafos e Suas Representações

Definição: Uma **árvore** é um grafo conexo acíclico com um nó especial, denominado raiz da árvore.

OBS: caso não haja raiz a árvore é chamada de, **árvore sem raiz** ou **árvore livre**.



Grafos e Suas Representações

Quantos caminhos existem entre quaisquer dois nós de uma árvore?

Dica: a árvore é conexa?

lembre-se que a árvore é acíclica!

Profundidade do nó: comprimento do caminho da raiz ao nó.

A raiz tem profundidade 0.

Profundidade da árvore: maior profundidade de uma nó

Folha: nó sem filhos

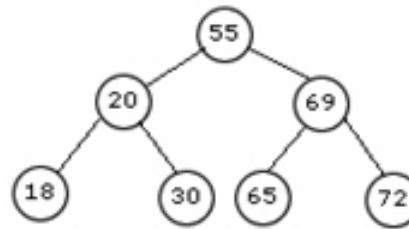
Nós internos: nó que não são folhas

Floresta: conjunto de arvores desconexas

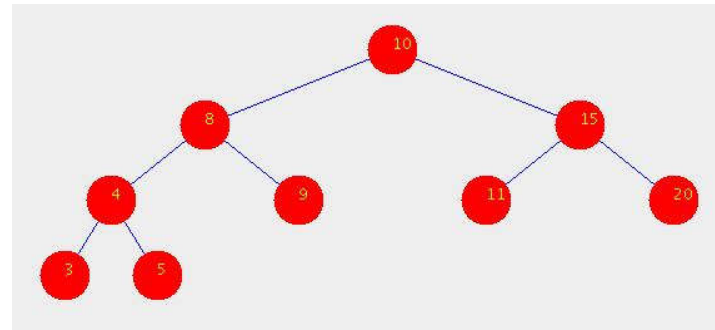
Grafos e Suas Representações

Árvore binária: com no máximo dois filhos cada nós.

Árvore binária cheia



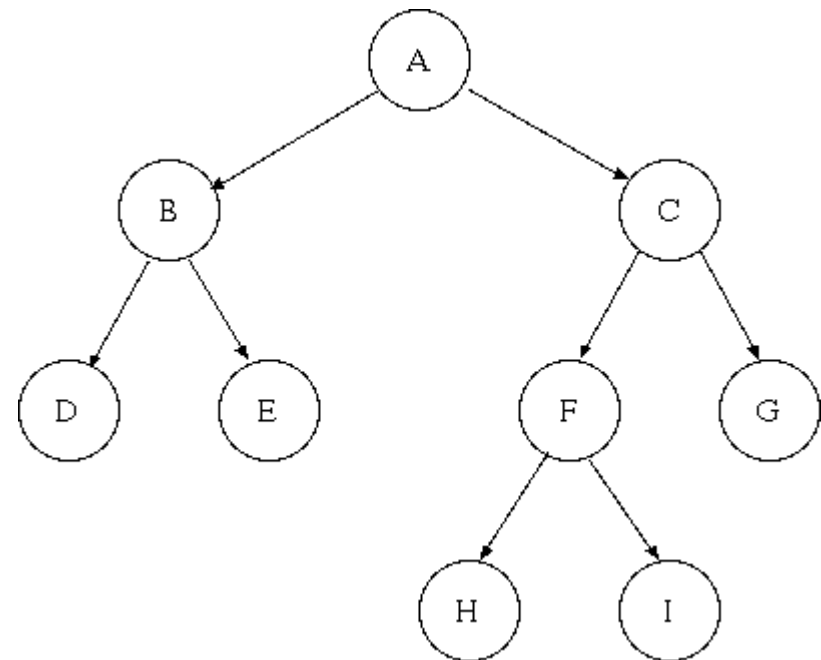
Árvore binária completa



Grafos e Suas Representações

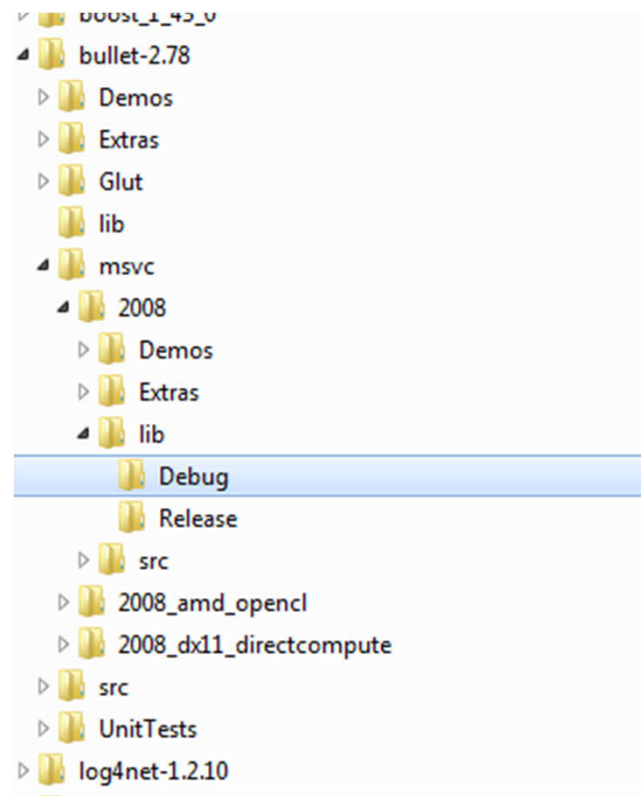
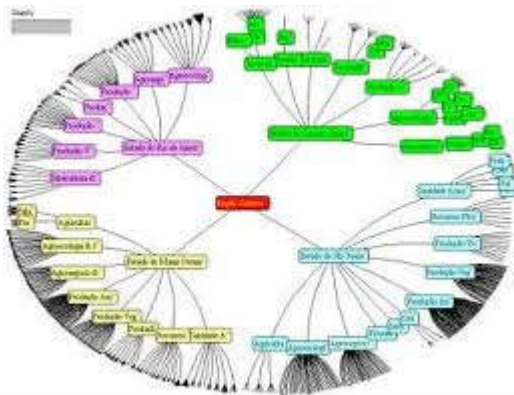
Ex:

- Altura da árvore?
- Profundidade do nó D?
- Filhos de B?
- Filho a esquerda de C?
- Comprimento do caminho de D à I?



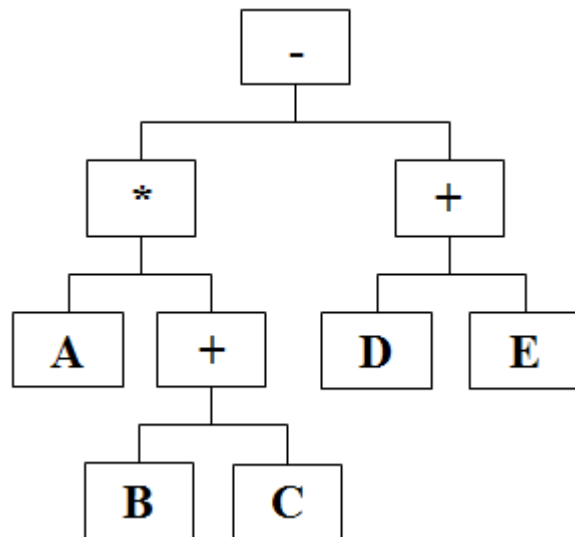
Grafos e Suas Representações

Aplicações:



Grafos e Suas Representações

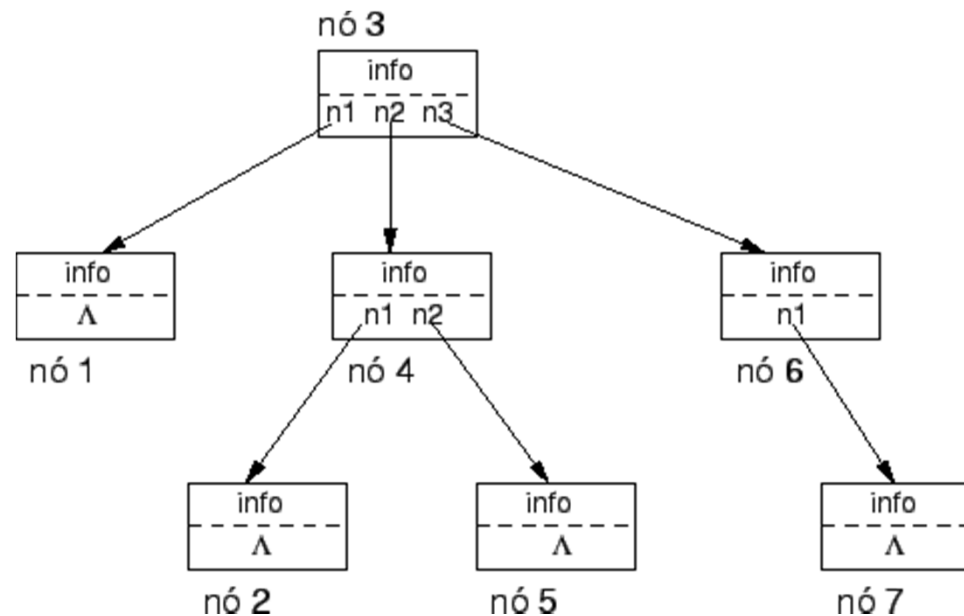
Operações:



Ex: Monte a árvore para $(2 + 3) * 5$.

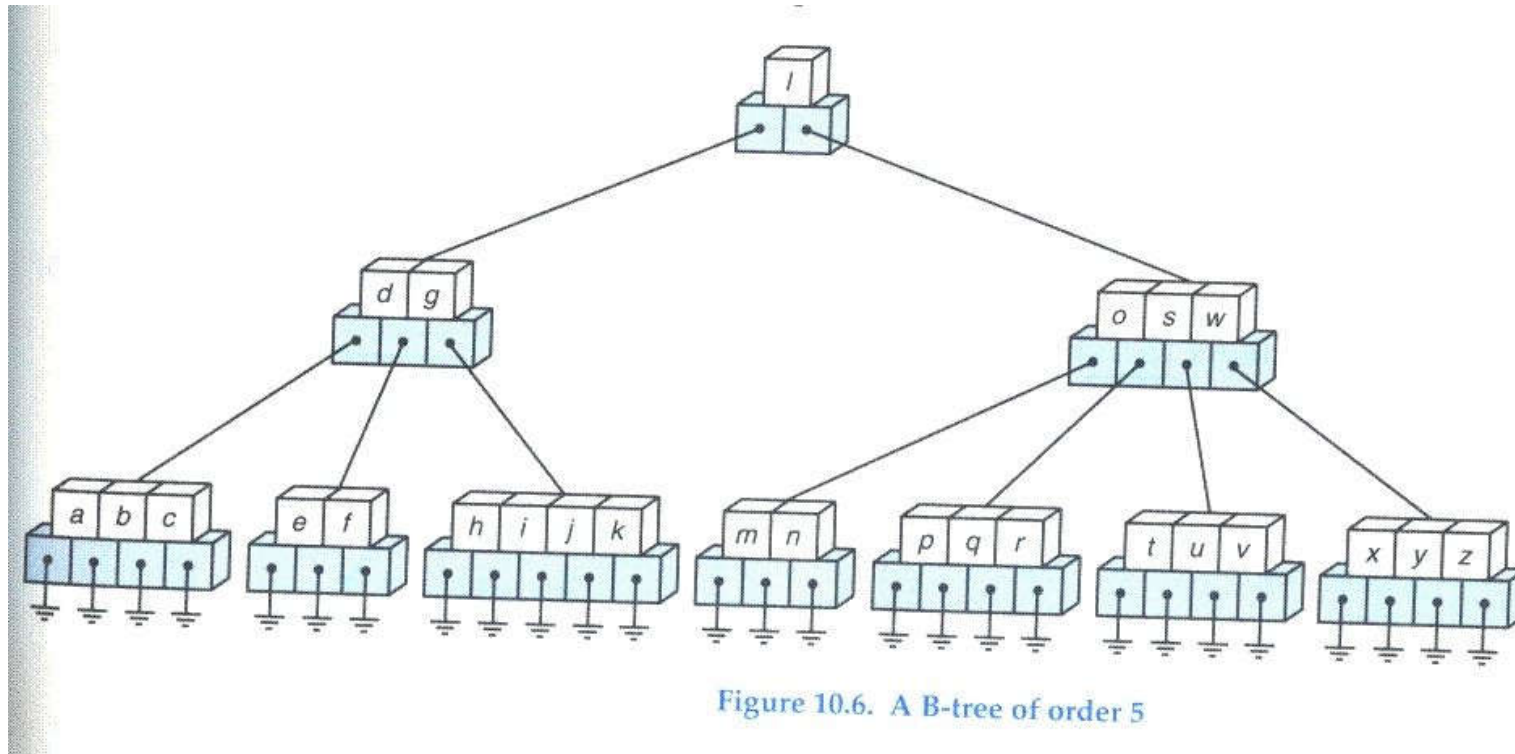
Grafos e Suas Representações

Representação de árvores:



Grafos e Suas Representações

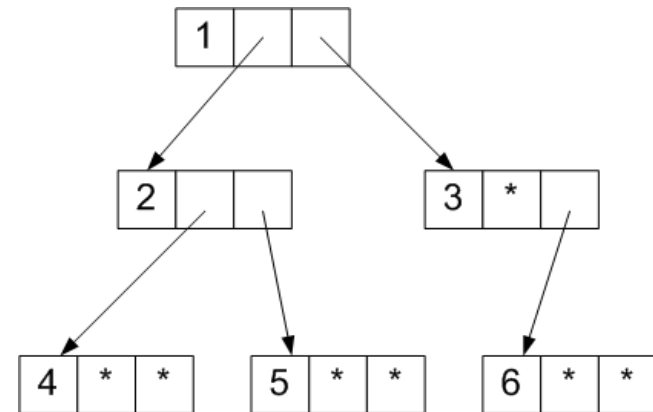
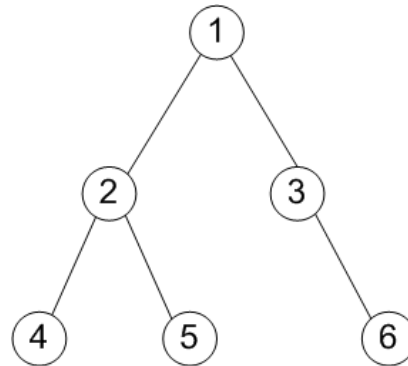
Representação de árvores:



Grafos e Suas Representações

Representação de árvores binárias:

	Filho esquerdo	Filho direito
1	2	3
2	4	5
3	0	6
4	0	0
5	0	0
6	0	0



Grafos e Suas Representações

Algoritmo de Percurso em Árvore:

- **Pré-ordem**
- **Ordem Simétrica**
- **Pós-ordem**

Para análise, note que a própria definição de árvore é recursiva.

Grafos e Suas Representações

Pré-ordem (árvore T)

Escreva (r)

Para $i = 1$ até t faça

 Pré-ordem (T_i)

Fim do para

Fim Pré-ordem

Note que o primeiro nó a ser visitado é a raiz

Grafos e Suas Representações

Ordem-Simétrica(árvore T)

Ordem-Simétrica(árvore T_1)

Escreva (r)

Para $i = 2$ até t faça

Ordem-Simétrica(árvore T_i)

Fim do para

Fim Ordem-Simétrica

Primeiro é percorrido a sub-árvore da esquerda, depois a raiz e depois a sub-árvore da direita.

Grafos e Suas Representações

Pós-ordem (árvore T)

Para $i = 1$ até t faça

 Pós-ordem (T_i)

Fim do para

Escreva (r)

Fim Pós-ordem

Note que o último nó a ser visitado é a raiz

Grafos e Suas Representações

Pré-ordem (árvore T)

Escreva (r)

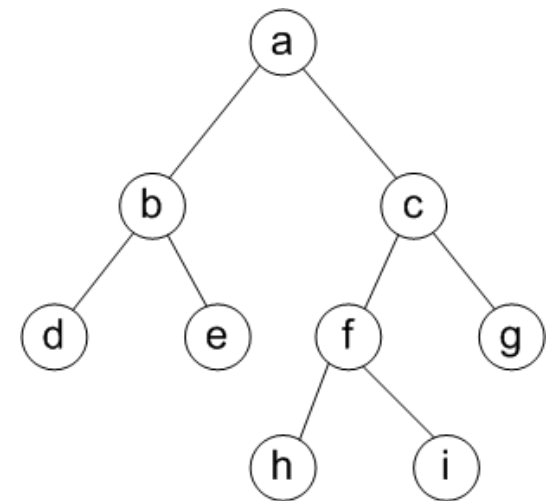
Para $i = 1$ até t faça

 Pré-ordem (T_i)

Fim do para

Fim Pré-ordem

Diga a sequência impressa pelo algoritmo de pré-ordem para a seguinte árvore.



Grafos e Suas Representações

Pré-ordem (árvore T)

Escreva (r)

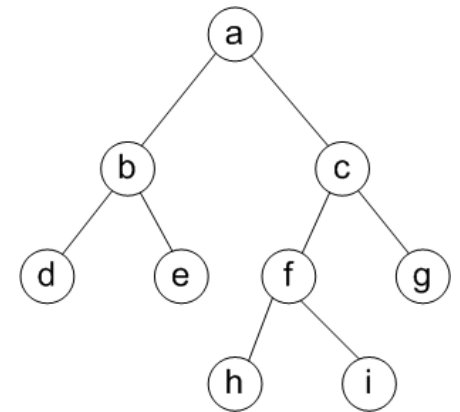
Para $i = 1$ até t faça

 Pré-ordem (T_i)

Fim do para

Fim Pré-ordem

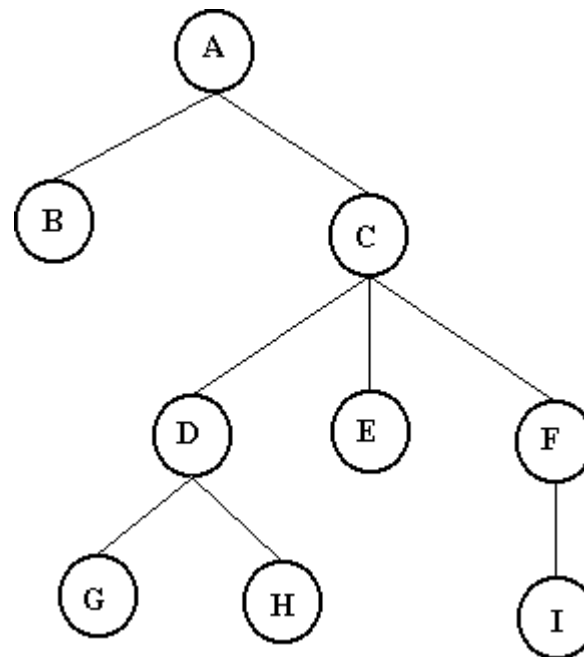
Diga a sequência impressa pelo algoritmo de pré-ordem para a seguinte árvore.



Com a árvore desenhada escreva como ficaria a saída dos algoritmos de **Ordem-simétrica** e **Pós-Ordem**?

Grafos e Suas Representações

Ex: Escreva as saídas dos algoritmos de **Pré-Ordem**, **Ordem-simétrica** e **Pós-Ordem** para a seguinte árvore.



Grafos e Suas Representações

Resultados sobre Árvores:

- Prove que o número de arcos é sempre um a menos que o número de nós.
- Prove que, em qualquer árvore com n nós, o número total de extremidades de arcos é $2n - 2$.

Lista Mínima de Exercícios

Seção 5.2: 4, 7, 9, 12, 14, 16, 33, 34, 39, 40, 42, 43, 48