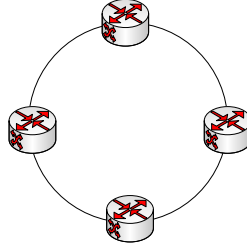


Prova antigas
P2

1) A topologia de rede em anel é muito usada em telecomunicações por apresentar várias vantagens. A figura abaixo ilustra essa topologia para 4 nós.



- Escreva a matriz de adjacências para um grafo que representa uma rede com 4 nós em anel
- Escreva um algoritmo (pseud-código) para construir uma matriz de adjacências de um grafo representando uma rede com n nós em anel.
- Construa o complementar do anel de 4 nós e escreva sua matriz de adjacências.
- Apresente um algoritmo para escrever a matriz de adjacências de G' . Sendo G' o complementar de um grafo em anel com n nós.

2)

- Desenhe uma árvore binária cujo percurso em **ordem simétrica** é

$f, a, g, b, h, d, i, c, j, e$

e cujo percurso em **pós-ordem** é

$f, g, a, h, i, d, j, e, c, b.$

- Dê o percurso dessa árvore usando o algoritmo de **pré-ordem**.

3) O diagrama de Venn para os conjuntos A , B e C decompõe o plano em oito regiões. Numere-as e expresse cada um dos conjuntos abaixo como reunião de algumas dessas regiões.

a) $(A^c \cup B)^c$

b) $(A^c \cup B) \cup C^c$

4) Sobre árvore de decisão...

- Construa uma árvore de decisão para o algoritmo de busca sequencial agindo em uma lista com 8 elementos.
- Construa uma árvore de decisão para o algoritmo de busca binária agindo em uma lista ordenada com 8 elementos.
- Qual o número máximo de comparações dos dois casos? (busca sequencial e busca binária)

5) Sejam $f: S \rightarrow T$ e $g: T \rightarrow U$ funções.

- Prove que, se $g \circ f$ é injetora, então f também o é.
- Encontre um exemplo com $g \circ f$ injetora mas g não.
- Encontre um exemplo com $g \circ f$ sobrejetora mas f não.

Dica: Você pode usar diagramas para representar as funções e construir os exemplos.

6) A partir dos dados: 5, 8, 2, 12, 10, 14, 9.

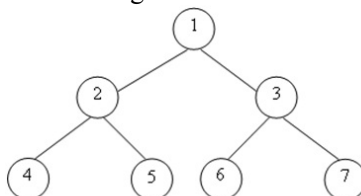
- Construa a árvore binária de busca.
- Qual a altura dessa árvore?
- Apresente a sequência de impressão para os algoritmos de Ordem Simétrica, Pós-Ordem e Pré-Ordem.

7) Desenhe um grafo e faça a matriz de adjacências com cada uma das características a seguir, ou explique por que não existe um tal grafo.

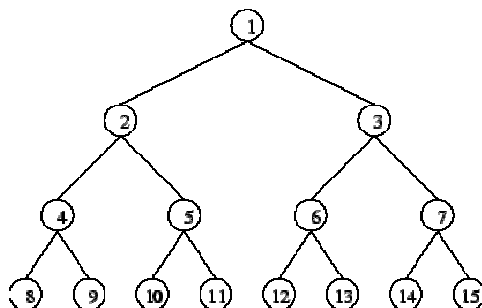
- quatro nós de grau 2, 3, 3 e 4.
- quatro nós de grau 2, 3, 3 e 3.

8) Sobre árvore binárias:

- Apresente a matriz de adjacências da seguinte árvore binária.



- Apresente um algoritmo em pseudo-código para a construção da matriz de adjacências de uma árvore binária de cheia com os nós numerado de 1 à n , como nos exemplos do item a e no exemplo abaixo.



9) Prove que se um grafo tem 100 vértices e mais de 4950 arestas então ele não é simples.

10) Prove que todo grafo conexo com n vértices e pelo menos n arestas tem um ciclo.

11) A tabela abaixo representa uma árvore:

	Filho esquerdo	Filho direito
1	2	0
2	5	3
3	0	4
4	8	0
5	0	6
6	0	7
7	0	0
8	0	0

- a) Desenhe a árvore:
- b) Apresente a ordem de impressão dessa árvore usando algoritmo de Pré-Ordem:
- c) Apresente a ordem de impressão dessa árvore usando algoritmo de Ordem-Simétrica:
- d) Apresente a ordem de impressão dessa árvore usando algoritmo de Pós-Ordem:

12) Considere um grafo, G , em anel com n nós:

- a) Apresente um algoritmo para escrever a matriz de adjacências de G .
- b) Apresente um algoritmo para escrever a matriz de adjacências de G' . Sendo G' o complementar de G .

13)

- a) Desenhe uma árvore cujo percurso em ordem **simétrica** é

f, a, g, b, h, d, i, c, j, e

e cujo percurso em **pós-ordem** é

f, g, a, h, i, d, j, e, c, b.

- b) Dê o percurso dessa árvore usando o algoritmo de **pré-ordem**.

14)

- a) Construa uma árvore de decisão para o algoritmo de busca sequencial agindo em uma lista com 8 elementos.
- b) Construa uma árvore de decisão para o algoritmo de busca binária agindo em uma lista ordenada com 8 elementos.
- c) Qual o número máximo de comparações dos dois casos? (busca sequencial e busca binária)

15) Se todos os nós de um grafo planar simples e conexo têm grau 4 e se o número de arcos é 12, em quantas regiões ele divide o plano?

16) Considere o seguinte algoritmo para a criação da árvore binária de busca

Passos do algoritmo de inserção:

- Procure um “local” para inserir o novo nó, começando a procura a partir do nó-raiz;
- Para cada nó-raiz de uma sub-árvore, compare; se o novo nó possui um valor menor do que o valor nó raiz (vai para sub-árvore esquerda), ou se o valor é maior que o valor no nó-raiz (vai para sub-árvore direita);
- Se uma referência (filho esquerdo/direito de um nó raiz) nula é atingida, coloque o novo nó como sendo filho do nó-raiz.

A partir dos dados: 5, 8, 2, 12, 10, 14, 9, 17, 1, 6.

- a) Construa a árvore binária de busca.
- b) Qual a altura dessa árvore?
- c) Apresente a sequência de impressão para os algoritmos de Ordem Simétrica, Pós-Ordem e Pré-Ordem.

17) Mostre que o número de folhas em qualquer árvore binária é o número de nós com dois filhos mais 1.

18) Apresente um algoritmo para construir a matrix de adjacências de um grafo com nós rotulados de 0 à $(n-1)$, com topologia em estrela e sendo '0' o nó central.

19)

a) Prove que em qualquer grafo simples G com pelo menos dois nós, se G for conexo, então G' é conexo.

Dica: Note que se G é não conexo, podemos considerá-lo como uma coleção de subgrafos disjuntos.

b) Mostre ainda e que recíproca é falsa. Ou seja, existem grafos onde G e G' são conexos.

20)

Considere um Grafo Bipartido.

a) Desenhe e faça a matriz de adjacências de um grafo $K_{2,2}$.

b) Desenhe e faça a matriz de adjacências de um grafo $K_{3,3}$.

c) Quantos nós e quantas aretas existem em uma grafo $K_{n,n}$.

d) Faça um algoritmo para construir a matriz de adjacências de um grafo $K_{n,n}$.

Considere G' o grafo complementar de $K_{n,n}$.

e) Desenhe e faça a matriz de adjacências de G' para um grafo $K_{3,3}$.

f) O que podemos afirmar de G' ?

21)

Em uma árvore binária (a raiz está no nível 0);

a) (3,0 pontos) Quantos nós existem em uma árvore cheia de nível d ?

b) (3,0 pontos) Qual o número mínimo de níveis em uma árvore de n nós?

c) (3,0 pontos) Prove que um grafo simples é uma árvore sem raiz se, e somente se, existe um único caminho entre dois nós quaisquer.

22) Usando um procedimento de pós-ordem para exibir a árvore foi obtido, d, e, b, h, i, f, g, c, a, e com ordem simétrica foi obtido, d, b, e, a, h, f, i, c, g. Construa tal árvore.