INSTITUTO FEDERAL
ESPÍRITO SANTO
Campus Cariacica

Matemática Discreta

Leandro Colombi Resendo

Algoritmos para Grafos

- Grafos Direcionados e Relações Binárias; o Algoritmo de Warshall
- Caminho de Euler e Circuito Hamiltoniano
- Caminho Mínimo e Árvore Geradora Mínima
- Algoritmos de Percurso

Grafos Direcionados

Definição: Em um grafo direcionado, o nó n_j é **acessível** no nó n_i se existe um caminho de n_i para n_j.

Grafos Direcionados

Teorema sobre Matrizes Booleanas de Adjacência e Acessibilidade: Se *A* é a matriz booleana de adjacência de um grafo direcionado G com *n* nós e sem arcos paralelos, então $A^{(m)}[i,j] = 1$ se, e somente se, existe um caminho de comprimento *m* do nó n_i para o nó n_j.

Grafos Direcionados

Algoritmo de Warshall: Calcula uma sequência de $n + 1$ matrizes M_0, M_1, ... , M_n. Para cada k em {0, .. , n}, $M_k[i,j] = 1$ se, e somente se, existe um caminho em G de n_i para n_j cujos nós interiores do caminho pertencem apenas ao conjunto de nós {n_1, n_2, ... , n_k}.

Grafos Direcionados

Algoritmo de Warshall:

Warshall(matriz booleana M_{nxn})

//***M*** = matriz de adjacência de um grafo sem arcos paralelos

para $k = 0$ **até** $n - 1$ **faça**

    para $i = 1$ **até** n **faça**

        para $j = 1$ **até** n **faça**

$$M[i,j] = M[i,j] \vee (M[i,k+1] \wedge M[k+1,j])$$

        fim do para

    fim do para

fim do para

// ***M*** = matriz de acessibilidade de G

fim de Marshall

Grafos Direcionados

Algoritmo de Warshall:
Outra opção apresentação

1. Considere a coluna $k + 1$ na matriz M_k.
2. Para cada linha com um elemento 0 nessa coluna, copie essa linha em M_{k+1}
3. Para cada linha com um elemento 1 nessa coluna, execute a operação booleana **ou** dessa linha com a linha $k+1$ e escreva a linha resultante em M_{k+1}

Lista Mínima de Exercícios

Seção 6.1: 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 13, 15, 19, 23, 29