

LISTA PARA ENTREGAR - NOTA: Até 3,5 PONTOS

ENTREGAR ATÉ : TURMA A – Dia da prova em papel.

Professora: Adriana Padua Lovatte

OBSERVAÇÃO : A resolução deve ser discursiva, mostrando os passos para chegar ao resultado final

Exercícios

1) Prove a proposição dada ou prove que ela é falsa.

“Para um inteiro positivo n , $n + \frac{1}{n} \geq 2$ ”

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

2) Prove a proposição dada ou prove que ela é falsa.

“ “Para um inteiro positivo n , $n > 2^n - 1$ não é primo ”

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

3) Prove a proposição dada ou prove que ela é falsa.

“ “Para um inteiro positivo n , $n > 2^n + 1$ é primo ”

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

4) Prove a igualdade a seguir utilizando indução matemática

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1} ; \quad n > 0; \quad x > 1$$

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

5) Prove, utilizando indução matemática, que $2^{5n+1} + 5^{n+2}$, $n > 0$, é divisível por 27.

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

6) Prove a desigualdade a seguir utilizando indução matemática

$$1 + 2 + 3 + \dots + n < n^2, \quad n > 1$$

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

7) Prove , utilizando indução matemática, que

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^n}, \quad n > 0$$

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

8) Dado o programa a seguir:

a) Escreva as triplas de Hoare;

b) Verifique a correção do segmento de programa com as asserções dadas.

```
{z = 3}
x = z + 1
y = x + 2
{y = 6}
se y > 0 então
  z = y + 1
caso contrário
  z = 2 * y
fim do se
{z = 7}
```

9) Prove que o segmento de programa está correto encontrando e demonstrando o invariante do laço apropriado Q e calculando Q depois de o laço terminar.

```
Função que retorna o valor de  $x \cdot y^n$  para  $n \geq 0$ 
Cálculo (inteiro  $x$ ; inteiro  $y$ ; inteiro não negativo  $n$ )
Variáveis locais:
inteiros  $i, j$ 
 $i = 0$ 
 $j = x$ 
enquanto  $i \neq n$  faça
   $j = j * y$ 
   $i = i + 1$ 
fim do enquanto
//j agora tem o valor de  $x * y^n$ 
retorne  $j$ 
fim da função Cálculo
```

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

10) Prove que o segmento de programa está correto encontrando e demonstrando o invariante do laço apropriado Q e calculando Q depois de o laço terminar.

Função que retorna o valor de $(x + 1)^2$ para $x \geq 1$

QuadradoDoIncremento (inteiro positivo x)

Variáveis locais:

inteiros i, j

$i = 1$

$j = 4$

enquanto $i \neq x$ faça

$j = j + 2i + 3$

$i = i + 1$

fim do enquanto

// j agora tem o valor de $(x + 1)^2$

retorne j

fim da função *QuadradoDoIncremento*

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

11) Resolva a relação de recorrência

$$F(1) = 3$$

$$F(n) = F(n - 1) + 5n + 6; n \geq 2$$

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

12) - Resolva a relação de recorrência

$$S(1) = 4$$

$$S(n) = 2 \cdot S\left(\frac{n}{2}\right) + n - 3; n \geq 2$$

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

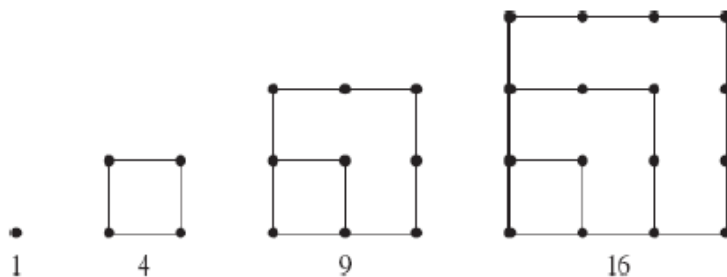
13) Resolva a relação de recorrência sujeita a condição básica usando a abordagem: Expandir, Conjeturar e Verificar

$$F(1) = 1$$

$$F(n) = n \cdot F(n - 1) + n!; n \geq 2$$

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

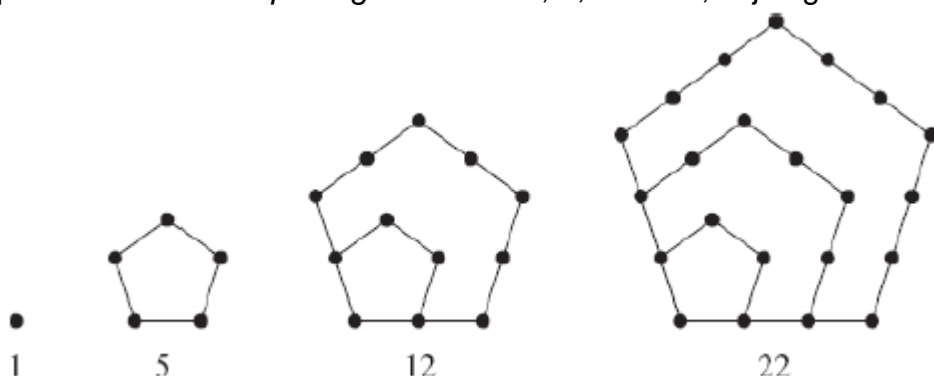
14) Os primeiros *números quadrangulares* são 1, 4, 9 e 16, veja figura a seguir :



Encontre e resolva uma relação de recorrência para o n -ésimo número quadrangular.

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

15) Os primeiros *números pentagonais* são 1, 5, 12 e 22, veja figura a seguir :



Encontre e resolva uma relação de recorrência para o n -ésimo número pentagonal.

OBS: Todos os cálculos para chegar ao resultado, devem estar na questão.

16) Um vírus de computador se prolifera por mensagens de correio eletrônico (e-mail) é colocado em três máquinas no primeiro dia. Diariamente, cada computador infectado no dia anterior infecta 5 novas máquinas. No final do segundo dia, é desenvolvido um programa para atacar o vírus, e se limpa 1 computador. Cada dia a partir daí, são limpas 6 vezes mais máquinas do que foram limpas no dia anterior.

- Escreva uma relação de recorrência para o número total de máquinas infectadas no dia n ;
- Resolva essa relação de recorrência;
- Quantos dias irão se passar até os efeitos do vírus estarem completamente eliminados?