

Demonstrações, Recorrências e Análise de Algoritmos

- Indução
- Mais Sobre Demonstração de Correção
- Recursividade e relações de Recorrência
- Análise de Algoritmo



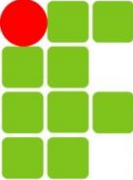
Mais Sobre Demonstração de Correção

Demonstração de Correção Algoritmo

$$\{Q\}s_i\{R\},$$

onde **Q** e **R** são estados antes de depois, respectivamente, a um conjunto de operações **s_i**.





Mais Sobre Demonstração de Correção

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna $x*y$.

Produto (x, y)

Inteiros i, j

$i = 0$

$j = 0$

enquanto $i \neq x$ **faça**

$j = j + y$

$i = i + 1$

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

A propriedade que descreve o algoritmo (nesse caso, a relação entre as variáveis ' j ' e ' i '), **após provada**, é chamada de

Invariante do laço



Mais Sobre Demonstração de Correção

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna $x*y$.

Produto (x,y)

Inteiros i,j

$i = 0$

$j = 0$

enquanto $i \neq x$ **faça**

$j = j + y$

$i = i + 1$

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

Teste de Mesa para obter uma Conjectura

Seja K o índice que marca a iteração

(**NOTE: que K não existe. É apenas um recurso para Facilitar a Explicação**)

$K = 0$ (iteração 0 – Antes de entrar no laço)

$i_0 = 0$

$j_0 = 0$



Mais Sobre Demonstração de Correção

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna $x*y$.

Produto (x, y)

Inteiros i, j

$i = 0$

$j = 0$

enquanto $i \neq x$ **faça**

$j = j + y$

$i = i + 1$

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

$K = 0$ (iteração 0 – Antes de entrar no laço)

$i_0 = 0$

$j_0 = 0$

$K = 1$

$j_1 = j_0 + y = y$

$i_1 = i_0 + 1 = 1$

$K = 2$

$j_2 = j_1 + y = 2y$

$i_2 = i_1 + 1 = 2$



Mais Sobre Demonstração de Correção

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna $x*y$.

Produto (x, y)

Inteiros i, j

$i = 0$

$j = 0$

enquanto $i \neq x$ **faça**

$j = j + y$

$i = i + 1$

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

$$K = 2$$

$$j_2 = j_1 + y = 2y$$

$$i_2 = i_1 + 1 = 2$$

$$K = 3$$

$$j_3 = j_2 + y = 3y$$

$$i_3 = i_2 + 1 = 3$$

$$K = 4$$

$$j_4 = j_3 + y = 4y$$

$$i_4 = i_3 + 1 = 4$$

Conjectura:
 $j = i*y$



Mais Sobre Demonstração de Correção

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna $x*y$.

Produto (x,y)

Inteiros i,j

$i = 0$

$j = 0$

enquanto $i \neq x$ **faça**

$j = j + y$

$i = i + 1$

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

Verificação por indução (Conjectura: $j = i*y$)

* Caso base

$i_0 = 0$

$j_0 = i_0 * y$

$J_0 = 0$

$0 = 0 * y$

OK!

* Supor que $j_k = i_k * y$

* Mostrar que $j_{k+1} = i_{k+1} * y$



Mais Sobre Demonstração de Correção

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna $x * y$.

Produto (x, y)

Inteiros i, j

$i = 0$

$j = 0$

enquanto $i \neq x$ **faça**

$j = j + y$

$i = i + 1$

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

* Mostrar que $j_{k+1} = i_{k+1} * y$

$$j_{k+1} = j_k + y \quad (b)$$

$$= i_k * y + y \quad (a)$$

$$= (i_k + 1)y$$

$$= i_{k+1} * y \quad (c)$$

OK!

“Argumentos”

$$(a) j_k = i_k * y$$

$$(b) j_{k+1} = j_k + y$$

$$(c) i_{k+1} = i_k + 1$$

Assim, no término temos:

$$(j = i * y) \text{ e } (i = x) \Rightarrow j = x * y$$



Mais Sobre Demonstração de Correção

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna $x*y$.

Produto (x,y)

Inteiros i,j

$i = 0$

$j = 0$

enquanto $i \neq x$ **faça**

$j = j + y$

$i = i + 1$

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

Para lembrar:

Como é o processo para prova de correção do algoritmo?

1) Encontrar uma conjectura (propriedade) para o funcionamento do algoritmo.

- O Teste de Mesa é uma boa estratégia para isso.

2) Fazer a verificação da conjectura

- Usar a indução matemática

→ Depois de verificada a conjectura é chamada de invariante.

3) Analisar o término do algoritmo

- (invariante) e (negação do laço)



Mais Sobre Demonstração de Correção

Ex: Mostre que o pseudocódigo abaixo retorna $x+y$.

Soma (x,y)

Inteiros i,j

$i = 0$

$j = x$

enquanto $i \neq y$ **faça**

$j = j + 1$

$i = i + 1$

fim do enquanto

retorne j

fim da função Produto

Mostre que a invariante do laço é $j = x + i$ e que o programa termina retornando $x + y$

