

## 5. DOMAĆA ZADAĆA – AK. GOD. 2015/16

### Domaća zadaća

U okviru ove zadaće potrebno je ostvariti metode numeričke integracije po **Runge-Kutta** postupku 4. reda (*u skripti: str. 7-35*) te **trapeznom** postupku. Sustav je općenitog oblika  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{B}$ . Program treba (iz datoteka) učitavati matrice linearnog sustava diferencijalnih jednadžbi ( $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$ ) te početno stanje  $\mathbf{x}(t=0)$ . Za uporabu trapeznog postupka potrebno je zadani linearni sustav prethodno transformirati u eksplicitni oblik (*skripta 7-24, 25*).

Za izvedbu trapeznog postupka potrebno je razredu *Matrica* iz prve vježbe dodati metodu koja računa **inverziju kvadratne matrice uz pomoć LUP dekompozicije**. Inverzna matrica se računa stupac po stupac, s jednom LUP dekompozicijom i  $n$  supstitucija unaprijed i unatrag, kako je pokazano na predavanjima (*u skripti: str. 3-30*). Metoda se može definirati kao unarni operator nad matricom. Posebnu pažnju obratiti na slučaj kada je matrica singularna (pojava nule za stožerni element).

Potrebno je bez prevođenja programa omogućiti zadavanje **željenog koraka integracije** ( $T$ ) i **vremenskog intervala** za koji se provodi postupak  $[0, t_{MAX}]$ . Program treba rješavati sustav po odabranom ili oba zadana postupka te prilikom rada ispisivati varijable stanja na ekran, no ne u svakoj iteraciji nego svakih nekoliko iteracija (omogućiti da taj broj zadaje korisnik). Osim na ekran, ispis je uputno preusmjeriti i u datoteku. Nakon završetka postupka potrebno je **grafički prikazati kretanje varijabli stanja** za oba postupka izračunavanja (vodoravna os je vrijeme, uspravna su vrijednosti varijabli stanja). Crtanje se može izvesti bilo kakvim alatom, npr. čitanjem izračunatih vrijednosti iz datoteke.

### Laboratorijska vježba

1. Izračunajte ponašanje sljedećeg sustava za proizvoljne početne vrijednosti:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Sustav predstavlja matematičko njihalo.  $x_1(t=0)$  je početni odmak od ravnotežnog položaja a  $x_2(t=0)$  je početna brzina. Analitičko rješenje sustava je

$$x_1(t) = x_1(t=0)\cos t + x_2(t=0)\sin t$$

$$x_2(t) = x_2(t=0)\cos t - x_1(t=0)\sin t$$

Želimo li npr. dobiti sustav s prigušenjem, element matrice  $\mathbf{A}$  s indeksom (2,2) treba postaviti na negativnu vrijednost.

2. Izračunajte ponašanje sljedećeg sustava:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -200 & -102 \end{bmatrix} \mathbf{x}; \quad \mathbf{x}(t=0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Sustav predstavlja fizikalno njihalo s prigušenjem (zadatak s predavanja). Isprobajte rješavanje s periodom integracije  $T = 0.1$  za oba zadana postupka i obratite pažnju na numeričku stabilnost! (uz zadane početne uvjete) *Uspredbom rezultata odredite prikladni korak integracije za Runge-Kutta postupak.*

## **Demonstracija funkcionalnosti u MATLAB-u**

*Ovaj dio vježbe izvodi se na predavanjima.*

Rezultate je moguće prikazati i pozivom MATLAB-ovih funkcija za numeričku integraciju - dobiveni grafovi bi trebali biti identični vašim rezultatima, osim u slučaju neprikladno odabrane vrijednosti koraka integracije (T), što je i cilj uočiti.

Nekoć davno pokazivali smo i mogućnost povezivanja vlastite implementacije s MATLABom, primjerice za C/C++/C#/Java programe, što je opisano u repozitoriju:

([http://www.fer.hr/\\_download/repository/C\\_MATLAB.html](http://www.fer.hr/_download/repository/C_MATLAB.html)).