1) Vytvořující funkce

= početní metoda vyjadřování posloupností spojitými funkcemi

def. mocninná řada = nekonečná řada ve tvaru

$$a(x) = a_0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + \dots \quad , \quad a_0, a_1, \dots \in \mathbb{R}$$

př. $a_i = 1$: $1 + x + x^2 + \dots$

↪ pro $|x| < 1$ konverguje k $\frac{1}{1-x}$

př. kolika způsoby lze vybrat 7 míčků z 5 červených, 4 zelených a 3 žlutých

→ a_7 = koeficient polynomu u x^7

polynom: $(1 + x + \dots + x^5)(1 + \dots + x^4)(1 + \dots + x^3)$

→ $\underline{\underline{a_7 = 17}}$

def. pro $(a_i)_{i=0}^{\infty}$ posloupnost reálných čísel **vytvořující fce** je mocninná řada $a(x) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i$

základní operace

součet	$(a_0+b_0, a_1+b_1, \dots)$	$(a+b)(x) = a(x) + b(x)$
α násobek	$(\alpha a_0, \alpha a_1, \dots)$	$(\alpha a)(x) = \alpha\, a(x)$
posun doprava	$(\overbrace{0, \dots, 0}^{n}, a_0, a_1, \dots)$	$\sum_{i=0}^{\infty} a_i x^{i+n} = x^n a(x)$
posun doleva	$(a_n, a_{n+1}, \dots)$	$\sum_{i=0}^{\infty} a_{i+n} x^i = \frac{a(x) - \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i}{x^n}$
substituce αx	$(a_0, \alpha a_1, \alpha^2 a_2, \dots)$	$a(\alpha x) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i \alpha^i$
substituce x^n	$(a_0, \overbrace{0, \dots, 0}^{n-1}, a_1, 0 \dots)$	$a(x^n) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^{ni}$
derivace	$(a_1, 2a_2, 3a_3, \dots)$	$a'(x) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \cdot i \cdot x^{i-1}$
integrál	$(0, a_0, \frac{1}{2} a_1, \frac{1}{3} a_2, \dots)$	$\int_0^x a(x) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \cdot \frac{1}{i+1} \cdot x^{i+1}$
součin	$\forall i \in \mathbb{N}_0 : c_i = \sum_{j=0}^{i} a_j b_{j-1}$	$a(x) \cdot b(x) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i x^i$

příklady

$(1,1,\dots)$	$1+x+x^2+\dots$	$\frac{1}{1-x}$
$(1,2,4,8,\dots)$	$1+2x+4x^2+8x^3+\dots$	$\frac{1}{1-2x}$
$(1,0,1,0,\dots)$	$1+x^2+x^4$	$\frac{1}{1-x^2}$
$(0,0,1,2,4,\dots)$	$x^2+2x^3+4x^4+\dots$	$\frac{x^2}{1-2x}$
$(1,2,3,\dots)$	$1+2x+3x^2+\dots$	$\left(\frac{1}{1-x}\right)' = \frac{1}{(1-x)^2}$
$(2,3,4,\dots)$	$2+3x+4x^2+\dots$	$\frac{\frac{1}{(1-x)^2}-1}{x}$
$(2,6,12,20,\dots)$	$2+6x+12x^2+\dots$	$\left(\frac{1}{(1-x)^2}\right)' = \frac{2}{(1-x)^3}$
$(\overbrace{1,\dots,1}^{n+1},0,\dots)$	$1+\dots+x^n$	$\frac{1-x^{n+1}}{1-x}$
$(1,-1,1,-1,\dots)$	$1-x+x^2-x^3+\dots$	$\frac{1}{1+x}$

př. $(2,1,4,3,6,5,8,\dots)$

součet posloupností: $(1,2,3,4,\dots)$
$(1,-1,1,-1,\dots)$

$\hookrightarrow$ $\underline{\underline{\frac{1}{(1-x)^2}+\frac{1}{1+x}}}$ vytvořující funkce

řešení rekurentních rovnic

→ Fibonacciho čísla : $F_0=0$, $F_1=1$, $F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$

Binetův vzorec: $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)$

1. vynásobíme x^n
2. sečteme přes všechna nezáporná n
3. vyjádříme $F(x)$
4. rozklad na jednodušší vytvořující fce

F_n :

1. $\sum_{n=0}^{\infty} F_{n+2}\cdot x^n = \sum_{n=0}^{\infty} F_{n+1}\cdot x^n + \sum_{n=0}^{\infty} F_n\cdot x^n$
2. $\frac{F(x)-F_0-F_1}{x^2} = \frac{F(x)-F_0}{x} + F(x)$
3. $F(x) = \frac{x}{1-x-x^2}$

Zobecněná binomická věta

Kombinační číslo : $r \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{N}$ $\binom{r}{k} = \frac{r(r-1)\cdot \ldots \cdot (r-k+1)}{k!}$

ZBV: $r \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{N}$: $\binom{r}{k} = \frac{r\cdot(r-1)\cdot \ldots \cdot (r-k+1)}{k!}$

pak:

$(1+x)^r$ je vytvořující fce $\left(\binom{r}{0}, \binom{r}{1}, \binom{r}{2}, \ldots\right)$

a $\sum_{i=0}^{\infty} \binom{r}{i} x^i$ konverguje pro $x \in (-1, 1)$

Catalanova čísla

$b_n :=$ # binárních zakořeněných stromů na n vrcholech

→ rekurzím na podstromy : $b_n = \sum_{k=0}^{n-1} b_k \cdot b_{n-1-k}$

$b_n = b_0 b_{n-1} + b_1 b_{n-2} + \ldots + b_{n-1} \cdot b_0$

↓

$b(x)$:	$b_0 = 1$	b_1	b_2	...
$b(x)^2$:	$\underbrace{b_0 \cdot b_0}_{b_1}$	$\underbrace{b_0 b_1 + b_1 b_0}_{b_2}$	b_3	...
$x \cdot b(x)^2$:	0	b_1	b_2	...
$x \cdot b(x)^2 + 1$:	1	b_1	b_2	...

↓

$b(x) = x \cdot b(x) \cdot b(x) + 1$ → aby správně vycházel nultý člen

↳ indexování (nejde do n)

↓

$b(x) = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x}}{2x}$

↳ $-$, protože $+$ diverguje

↓

$b(x) = \frac{1 - \sqrt{1-4x}}{2x}$

$\sqrt{1-4x} = (1-4x)^{\frac{1}{2}} = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\frac{1}{2}}{k} \cdot (-4)^k \cdot x^k$

↳ ZBV

$$b(x) = \frac{1-\sum_{k=0}^{\infty}\binom{0{,}5}{k}(-4)^k \cdot x^k}{2x} = \frac{1-1-\sum_{k=1}^{\infty}\binom{0{,}5}{k}(-4)^k \cdot x^k}{2x} =$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\underbrace{\binom{0{,}5}{k}(-4)^k}_{b_{k-1}} x^{k-1}$$

$$\downarrow$$

$$b_n = -\frac{1}{2}\cdot\binom{\frac{1}{2}}{n+1}(-4)^{n+1}\cdot x^n = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n} = C_n$$

kombinatorická interpretace

- b_n
- # triangulací $(n+2)$-gonu
- # korektních uzávorkování s n páry
- # způsobů jak si $2n$ lidí může potřást rukama bez křížení
- # zápisů $n \in \mathbb{N}_0$ jako uspořádaný součet kladných čísel

2) Odhady faktoriálu a kombinačních čísel

Věta: $\forall n \in \mathbb{N}: \; e \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n \leq n! \leq e \cdot n \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n$

Lemma: $\forall x \in \mathbb{R}: \; 1 + x \leq e^x$

Dk. $f(x) = e^x - 1 - x$

chci: $f(x)$ nezáporná pro $\forall x \in \mathbb{R}$

$\rightarrow f'(x) = e^x - 1$

$f'(x) = 0 \iff x = 0$

$f''(x) = e^x$

$f''(0) = 1 > 0$

$\hookrightarrow$ 0 je lok. minimum $f(x) \rightarrow f(x) \geq 0$ $\square$

Dk.

1) horní odhad $\quad n! \leq e \cdot n \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n$

indukcí podle n:

i) $n = 1$: $L = 1$

$P = e \cdot \left(\frac{1}{e}\right)^1 = 1$

ii) $n \geq 2$:

$$n! = n \cdot (n-1)! \leq n \cdot e \cdot (n-1) \cdot \left(\frac{n-1}{e}\right)^{n-1}$$

$$n \cdot e \cdot (n-1) \cdot \left(\frac{n-1}{e}\right)^{n-1} = \underbrace{e \cdot n \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n}_{\checkmark} \cdot \underbrace{\left(\frac{n-1}{n}\right)^n \cdot e}_{\text{chci } \leq 1}$$

$$e \cdot \left(\frac{n-1}{n}\right)^n = e \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \leq e \cdot \left(e^{-\frac{1}{n}}\right)^n = e \cdot e^{-1} = 1 \quad \square$$

2) spodní odhad $\quad n! \geq e \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n$

i) $n = 1$ $\checkmark$

ii) $n! = n \cdot (n-1)! \leq n \cdot e \cdot \left(\frac{n-1}{e}\right)^{n-1} = \underbrace{e \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n}_{\checkmark} \cdot \underbrace{e \cdot \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n-1}}_{\geq 1}$

$\rightarrow \frac{1}{e}\left(\frac{n}{n-1}\right)^{n-1} \leq 1$

$$\frac{1}{e}\left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^{n-1} \leq \frac{1}{e}\left(e^{\frac{1}{n-1}}\right)^{n-1} = \frac{1}{e} \cdot e^1 = 1 \quad \square$$

Věta: $\forall n,k \in \mathbb{N},\ n \geq k:\ \left(\frac{n}{k}\right)^k \leq \binom{n}{k} \leq \left(\frac{e\cdot n}{k}\right)^k$

Dk.

1) spodní odhad $\binom{n}{k} \geq \left(\frac{n}{k}\right)^k$

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} \qquad \frac{n \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{k \cdot \ldots \cdot 1}$$

$$\binom{n}{k} = \prod_{i=0}^{k-1} \frac{\overset{\leq n}{n-i}}{\underset{\leq k}{k-i}}$$

$$n \geq k \longrightarrow \frac{n-i}{k-i} \geq \frac{n}{k}$$

$$\geq \prod_{i=0}^{k-1} \frac{n}{k} = \left(\frac{n}{k}\right)^k$$

2) horní odhad $\binom{n}{k} \leq \left(\frac{e\cdot n}{k}\right)^k$

silnější tvrzení:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \ldots + \binom{n}{k} \leq \left(\frac{en}{k}\right)^k$$

binomická věta: $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1}x + \ldots + \binom{n}{n}x^n = (1+x)^n$$

pro $0 < x < 1$:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1}x + \ldots + \binom{n}{k}x^k \leq (1+x)^n \quad / \cdot \frac{1}{x^k}$$

$$\frac{1}{x^k}\binom{n}{0} + \frac{1}{x^{k-1}}\binom{n}{1} + \ldots + \binom{n}{k} \leq \frac{(1+x)^n}{x^k}$$

koeficienty vlevo jsou všechny ≥ 1 $(x<1)$

$\hookrightarrow$ můžu je odebrat bez porušení $\leq$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \ldots + \binom{n}{k} \leq \frac{(1+x)^n}{x^k}$$

do $\frac{(1+x)^n}{x^k}$ lze dosadit libovolné $x \in (0;1) \rightarrow x = \frac{k}{n}$

$$\hookrightarrow \frac{\left(1+\frac{k}{n}\right)^n}{\left(\frac{k}{n}\right)^k} = \left(1+\frac{k}{n}\right)^n \cdot \underbrace{\left(\frac{n}{k}\right)^k}_{\checkmark}$$

$$\left(1+\frac{k}{n}\right)^n \leq \left(e^{\frac{k}{n}}\right)^n = e^k \quad \checkmark$$

$$\Bigg\} \leq \left(\frac{en}{k}\right)^k \quad \square$$

dk. binomické věty:

i) $n=1$: $(1+x)^1 = 1+x$, $\binom{1}{0} + \binom{1}{1}x = 1+x$ ✓

ii) $(1+x)^{n+1} = (1+x)\cdot(1+x)^n = (1+x)\left[\binom{n}{0} + \binom{n}{1}\cdot x + \ldots + \binom{n}{n}x^n\right] =$

$$\binom{n}{0} + \left[\binom{n}{0} + \binom{n}{1}\right]x + \ldots + \left[\binom{n}{n-1} + \binom{n}{n}\right]x^n + \binom{n}{n}x^{n+1} =$$

$$\rightarrow \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}, \quad \binom{n}{0} = \binom{n+1}{0} = 1 = \binom{n}{n} = \binom{n+1}{n+1} \quad \checkmark$$

Věta: $\forall m \in \mathbb{N}: \frac{2^{2m}}{2\sqrt{m}} \leq \binom{2m}{m} \leq \frac{2^{2m}}{\sqrt{2m}}$

Dk.

buď $P = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2m-1)}{2 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 2m}$

$$P \cdot \frac{2 \cdot 4 \ldots \cdot 2m}{2 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 2m} = \frac{2m!}{m! \cdot m! \cdot 2^{2m}} = \binom{2m}{m} \cdot \frac{1}{2^{2m}}$$

$\downarrow$ chceme

$$\frac{1}{2\sqrt{m}} \leq P \leq \frac{1}{\sqrt{2m}}$$

1) horní odhad $\quad P \leq \frac{1}{\sqrt{2m}}$ $\quad \rightarrow \forall$ člen ≤ 1

$$1 > \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{(2m)^2}\right) =$$

$$= \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} \cdot \ldots \cdot \frac{(2m-1)(2m+1)}{2m \cdot 2m} =$$

$$= P^2 \cdot (2m+1)$$

$$\rightarrow \quad 1 > P^2 (2m+1)$$

$$1 > P^2 \cdot 2m$$

$$1 > P \cdot \sqrt{2m} \quad \rightarrow \quad P < \frac{1}{\sqrt{2m}} \quad \square$$

2) spodní odhad $\quad P \geq \frac{1}{2\sqrt{m}}$

$$1 > \left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{(2m-1)^2}\right) =$$

$$= \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3} \cdot \frac{4 \cdot 6}{5 \cdot 5} \cdot \ldots \cdot \frac{(2m-2)\,2m}{(2m-1)^2} = \frac{1}{P^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot 2m}$$

$$1 > \frac{1}{P^2\, 4m}$$

$$P > \frac{1}{2\sqrt{m}} \quad \square$$

3) Ramseyovy věty

def. **Ramseyovo číslo**

$R_p(n_1, \dots, n_r) = \min n \in \mathbb{N}$ t.ž.

$\forall X, |X| \geq n$ a $\forall$ r-obarvení $\mathcal{X}$ mn. $\binom{X}{p}$

$\exists i \in \{1, \dots, r\}$ $\exists Y \subseteq X$ t.ž.

$|Y| = n_i$ a $\forall$ p-tice $\binom{Y}{p}$ má barvu i v $\mathcal{X}$

p = velikost barvených struktur (p=2 obarvení hran)

r = # barev

$n_1, \dots, n_r$ = velikosti jednobarevných podstruktur

Ramseyova věta pro p-tice

$\forall p, r, n_1, \dots, n_r \in \mathbb{N}$: $R_p(n_1, \dots, n_r)$ je konečné

tzn. $\exists N \in \mathbb{N}$ t.ž. pro $\forall$ fci $c: \binom{[n]}{p} \to [r]$, $n \geq N$

$\forall$ barvu k $\exists$ množina $A \in \binom{[n]}{n_k}$ pro níž je fce c

na $\binom{A}{p}$ konstantní

Nekonečná Ramseyova věta

$\forall p, r \in \mathbb{N}$ $\forall$ r obarvení $\binom{\mathbb{N}}{p}$ existuje nekonečná $A \subseteq \mathbb{N}$ t.ž.

všechny p-tice $\binom{A}{p}$ mají stejnou barvu

Dirichletův princip

$\forall r, n_1, \dots, n_r \in \mathbb{N}$:

obarvíme-li X r barvami a jestliže $|X| \geq 1 + \sum(n_i - 1)$,

pak $\exists i \in \{1, \dots, n\}$ t.ž. v X je n_i prvků stejné barvy

Ramseyova věta pro grafy

$\forall k, l : R_2(k,l) \leq \binom{k+l-2}{k-1} = \binom{k+l-2}{l-1}$

$R(k,l) =$ min $n \in \mathbb{N}$ t.ž. $\forall$ červeno-modré obarvení $E(K_n)$ obsahuje červené K_k nebo modré K_l

dk. indukcí podle k a l

i) $k=1 \vee l=1$, pak $R(k,l)=1$

ii) $k \geq 2 \wedge l \geq 2$

ukážu $R(k,l) \leq R(k-1,l) + R(k,l-1)$

uvažme $v \in V(K_N)$, $N = R(k-1,l) + R(k,l-1)$

pak $N = 1 + 1 + \underbrace{(R(k-1,l)-1)}_{n_1-1} + \underbrace{(R(k,l-1)-1)}_{n_2}$

$\downarrow$

z Dirichletova principu:

$\exists$ červené sousedství v velikosti n_1

nebo

$\exists$ modré sousedství v velikosti n_2

BÚNO červené sousedství velikosti $\geq n_1$

$\downarrow$

na sousedství $\exists$ buď červené K_{k-1} nebo modré K_l

K_k spolu s v hotovo

$\downarrow$

$R(k,l) \leq N = R(k-1,l) + R(k,l-1)$

z IP: $= \binom{k+l-3}{k-2} + \binom{k+l-3}{k-1} = \binom{k+l-2}{k-1}$

$\downarrow$

$R(k,k) \leq \binom{2k-2}{k-1} \leq 4^k = 2^{2k}$

dolní odhad:

$\forall k \geq 3: R(k,k) \geq \sqrt{2}^k = 2^{\frac{k}{2}}$

→ důkaz: pravděpodobnostní konstrukcí

4) Extremální kombinatorika

obecně:

minimální / maximální velikosti grafů splňujících nějaké podmínky

def. pro $n \in \mathbb{N}$ a graf F definujeme extremální funkci
$$ex(n, F) := \max\{|E| : G(V,E), |V| = n, F \nsubseteq G\}$$

př. $ex(n, K_2) = 0$

$ex(n, K_3) \geq$ # hran $K_{\frac{n}{2},\frac{n}{2}} = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor \cdot \lceil \frac{n}{2} \rceil \approx \frac{n^2}{4}$

↳ # stěna $\cong C_4$

def. Turánův graf $T(n,r)$ je úplný r-partitní graf na n vrcholech, jehož $\forall$ partita má velikost $\lfloor \frac{n}{r} \rfloor$ nebo $\lceil \frac{n}{r} \rceil$

↓

$t(n,r) :=$ # hran $T(n,r)$

Turánova věta

$\forall n, r \in \mathbb{N} : \quad t(n,r) = ex(n, K_{r+1})$

def. hypergraf je dvojice (V, E), kde E je množina hyperhran $\rightarrow$ $e \in E : e \subseteq V$

def. hypergraf je k-uniformní pokud $\forall e \in E : |e| = k$

$f(n,k) :=$ maximální # hyperhran v k-uniformním grafu t.ž. $\forall e, f \in E : e \cap f \neq \emptyset$

$\rightarrow$ E je pronikající systém množin

↳ jistě $f(n,k) = 0$ pro $n < k$

$k \le n < 2k$: $f(n,k) = \binom{n}{k}$

→ $\forall$ 2 k-prvkové množiny se budou protínat

$n \ge 2k$: $f(n,k) \ge \binom{n-1}{k-1}$

→ slunečnicová konstrukce

= 1 vrchol v $\forall$ hyperhraně

Erdös-Ko-Radoova věta

$\forall k \in \mathbb{N}$, $n \ge 2k$: $f(n,k) = \binom{n-1}{k-1}$

5) Samoopravné kódy

abeceda Σ = konečná množina symbolů
slovo délky n = posloupnost délky n symbolů z Σ
Σ^n = množina všech slov délky n nad Σ

Hammingova vzdálenost
$x, y \in \Sigma^n$: $d(x,y)$ = # pozic, na kterých se x a y liší
(je metrika)

blokový kód = podmnožina slov $\quad C \subseteq \Sigma^n$ → stejná délka
kódové slovo = $x \in C$

↓

pomocí C umíme opravit $\leq t$ chyb, pokud
$\forall y \in \Sigma^n \ \exists$ nanejvýš 1 $x \in C$ t.ž. $d(x,y) \leq t$

parametry kódu:
n = délka (délka slov v kódu)
$q = |\Sigma|$ = velikost abecedy
$k = \log_q |C|$ = dimenze
$d = \min\limits_{x \neq x' \in C} d(x,x')$ = vzdálenost

↓

v kódu s parametry $(n,k,d)_q$ dokážu opravit $\leq \lfloor \frac{d-1}{2} \rfloor$ chyb
a detekovat $\leq \lceil \frac{d-1}{2} \rceil$ chyb

→ detekuji, ale neopravím

detekuji a opravím 1

Hammingův odhad

! liché

∀ kód C s parametry $(n,k,2t+1)_q$: $|C| \le \frac{q^n}{V(t)}$

$V(t) = |B(x,t)|$ = objem kombinatorické koule = # slov v $B(x,t)$

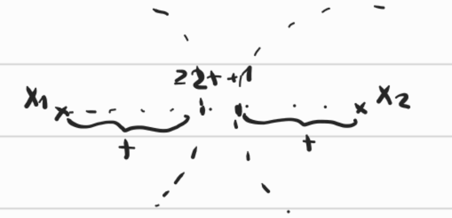
$B(x,t) = \{y \in \Sigma^n : d(x,y) \le t\}$

dk.

$d = 2t+1 \to$ koule $B(x,t)$ jsou disjunktní

$\Rightarrow |C| \cdot V(t) \le |\Sigma|^n$

$$|C| \le \frac{|\Sigma|^n}{V(t)} = \frac{q^n}{V(t)}$$



def. perfektní kód = kód s parametry $(n,k,2t+1)_q$ a s $|C| = \frac{q^n}{V(t)}$

→ platí pro něj Hammingův odhad s rovností

příklady:

1. totální kód $(n,n,1)$-kód
   - $C = \Sigma^n$ (nic se nekóduje)
   - velikost 2^n
2. opakovací kód $(n,1,n)$-kód (liché délky)
   - n-krát opakuji 0 nebo 1 (popř. ∀ odeslaný symbol)
   - velikost 2
3. jednoprvkový kód (koule zaplňuje celý prostor)
4. Hammingův kód $(7,4,3)$-kód
   - obecně $(2^r-1, 2^r-r-1, 3)_2$
   - pro $r \ge 3$

Hammingův kód

→ vycházím z Fanovy roviny

přímka ~ prvek $\mathbb{Z}_2^7$

$C = \{$ charakteristické vektory přímek $\} \cup$ $\quad P_1 = \{1,2,4\} = (1101000)$

$\cup \{$ char. vektory doplňků přímek $\} \cup$ $\quad P_1 + (1 \ldots 1) = (0010111)$

$\cup \{(0 \ldots 0), (1 \ldots 1)\}$

↓

∀2 slova se liší v alespoň 3 souřadnicích (vychází z KPR)

$|C| = 7 + 7 + 2 = 16$

$3 = 2t + 1$

$V(n,t) = V(7,1) = 8$

↳ # vektorů lišících se o 1 + střed koule

$\frac{q^n}{V(n,t)} = \frac{2^7}{8} = 2^4 = 16 = |C|$ ✓