

# 基礎実験 光回折 レポート

物理学科 3 年 1SC12294K 佐藤俊之

平成 26 年 5 月 19 日

## 1 目的

スリットによるレーザー光の回折強度を測定し、回折・干渉現象を理解することが目的である。

## 2 原理

回折とは進行する波に対し、スリットや障害物が存在するとき、その波がその背後に回りこみ波が伝わる現象のことである。今回の実験では単スリット、複スリットによる回折の実験を行う。ホイヘンス・フレネルの原理によると、ある点で観測される波の振幅は、波がスリットを通過する際、スリットの開口部の各点から生じる素元波を観測点で重ねあわせた時の振幅となる。ここで図??のようなスリットを考える。開口部の点を  $Q$ 、スクリーン上の観測点を  $P$ 、 $QP$  間の距離を  $r$  とし、 $x$  軸をスリット上にとると、点  $Q$  から生じる素元波が寄与する振幅は

$$A \exp(ikr)$$

となる。 $A$  は入射光の振幅、 $k$  は波数で  $k = 2\pi/\lambda$  と定義される。 $P$  で観測される光の振幅  $U(P)$  は開口部から生じる素元波の足しあわせなので、

$$U(P) = \int_{\text{開口部}} A \exp(ikr) dx \quad (1)$$

となる。さらに、スリット幅に比べてスリットとスクリーンの距離が十分大きいとすると、図??のように光の回折角はスリット上で一定であるとみなせる。よって式 (1) は

$$U(P) = \int_{\text{開口部}} A \exp(-ikpx) dx \quad (2)$$
$$p \equiv \sin\theta$$

となる。観測点での光の強度は

$$I(P) = |U(P)|^2$$

で与えられる。

### 3 課題

単スリットと複スリットで 1 次元回折強度分布を測定した。スリットはプレパラートにカッターの歯を 2 つ乗せ作成した。複スリットはカッターの歯の間に 5[mm] のシャープペンシルの芯を入れることで 2 つのスリットを作成した。図??は単スリット，図??は複スリットの図である。光源は波長 632.8[nm] の He-Ne ガスレーザーを用いた。光の強度の検出には図?? の回路を用いて電圧によって測定を行った。

#### 3.1 強度分布の解析解

単スリットの幅を  $2d$ ，回折角の正弦を  $p$  とすると，観測点  $P$  での光の振幅は

$$\begin{aligned} U(P) &= \int_{\text{開口部分}} A \exp(-ikpx) dx \\ &= A \int_{-d}^d \exp(-ikpx) dx \end{aligned}$$

となり，強度は

$$\begin{aligned} I(P) &= |U(P)|^2 \\ &= I_0 \left( \frac{\sin(kpd)}{kpd} \right)^2 \end{aligned} \quad (3)$$

となる。

複スリットの場合，スリット幅を  $2d$ ，回折角の正弦を  $p$ ，スリットの間隔を  $2a$  とすると，

$$\begin{aligned} U(P) &= \int_{\text{開口部分}} A \exp(-ikpx) dx \\ &= A \int_{a-d}^{a+d} \exp(-ikpx) dx + A \int_{-(a+d)}^{-(a-d)} \exp(-ikpx) dx \\ &= A \left[ \frac{\exp(-ikpx)}{-ikp} \right]_{a-d}^{a+d} + A \left[ \frac{\exp(-ikpx)}{-ikp} \right]_{-(a+d)}^{-(a-d)} \\ &= \frac{4A}{kp} \cos(kpa) \sin(kpd) \end{aligned}$$

となり，強度は

$$\begin{aligned} I(P) &= |U(P)|^2 \\ &= 16A^2 d^2 \left[ \frac{\cos(kpa) \sin(kpd)}{kpd} \right]^2 \\ &= I_0 \left( \frac{\cos(kpa) \sin(kpd)}{kpd} \right)^2 \end{aligned} \quad (4)$$

となる。

#### 3.2 課題 1

単スリットを自作し，回折強度の 1 次元分布を測定する。測定した回折パターンから単スリットの幅を推測する。

### 3.2.1 結果

表 1 の測定結果が得られた．図??は表 1 をプロットしたものである．式 (3) より，強度分布は  $kdp = n\pi$  で極値を取ることがわかる．したがってスリット幅  $d$  は

$$\begin{aligned} d &= \frac{n\pi}{kp} \\ &= \frac{n\lambda L}{2y} \end{aligned} \quad (5)$$

となる． $k = 2\pi/\lambda, p = y/L$  とした． $y$  はスクリーン上の座標， $L$  はスリットとスクリーン間の距離である． $L$  の測定結果は  $92.5[\text{cm}]$  であった．表 1 と図??から極値間の距離  $y = 11.7 - 9.7 = 2.0[\text{mm}]$  とし，式 (5) を用いて計算した結果， $d = 0.14[\text{mm}]$  となった．実際に顕微鏡で測定したスリット幅は  $d = 0.115[\text{mm}]$  であった．相対誤差は  $22\%$  となった．

y [mm]	Intensity [mV]	y [mm]	Intensity [mV]
8.5	12.2	11.9	0.14
8.7	18.2	12.1	0.63
8.9	24.5	12.3	1.2
9.1	30.7	12.5	1.6
9.3	35.7	12.7	1.8
9.5	38.9	12.9	1.65
9.7	39.8	13.1	1.26
9.9	38.2	13.3	0.788
10.1	34.6	13.5	0.369
10.3	29.2	13.7	0.098
10.5	23.0	13.9	0.0133
10.7	16.6	14.1	0.0862
10.9	10.7	14.3	0.258
11.1	6.0	14.5	0.445
11.3	2.7	14.7	0.575
11.5	0.84		
11.7	0.092		

表 1: 単スリットの測定結果

### 3.2.2 考察

結果より  $22\%$  の誤差が生じた．誤差の生じた結果として，以下が考えられる．

1. 強度の測定時の目盛りの読み取りにおける誤差

2. 作成したスリットによる誤差
3. スリットとスクリーンの距離  $L$  の誤差
4. グラフから読み取った極値間の距離  $y$  による誤差

測定結果のグラフと  $d=0.14$  として式 (3) を計算した結果のグラフを図??に示す．図??を見ると，測定値と解析解の形がほぼ一致している．このことから作成したスリットによる回折強度分布の歪みはほとんどなく，強度の読み取りにも問題がないと考えられる．したがって 1 の目盛りの読み取り時の誤差と 2 の作成したスリットによる誤差である可能性は低いと考えられる．次にスリットとスクリーンの距離  $L$  のズレによる計算結果の変化を調べる．表 2 は  $L$  とそれによる式 (5) の計算結果の表である． $y$  は  $y=2.0[\text{mm}]$  として計算を行った．表 2 を見ると， $L$  の変化に対して  $d$  の変化は小さく， $L$  を測定値から約  $20[\text{cm}]$  短くすることでスリット幅  $d=0.115[\text{mm}]$  に近づいた．したがって  $d$  の誤差は  $L$  の誤差によるものではないことがわかる．次に極値間の距離  $y$  と計算結果を比較する．グラフから一つ目の極小値と次の極小値の間は  $y=14.0-11.7=2.3[\text{mm}]$  となる．この値から  $d$  を計算すると  $d=0.13[\text{mm}]$  となり，グラフの読み取りの違いが誤差に大きく寄与していることがわかる．これらから，生じた誤差は測定の間隔，スリット幅の測定によるものだと考えられる．

表 2:  $L$  と式 (5) の計算結果 ( $y=2.0[\text{mm}]$ )

$L[\text{cm}]$	$d[\text{mm}]$
72.5	0.11469
74.5	0.11785
76.5	0.12102
78.5	0.12418
80.5	0.12735
82.5	0.13051
84.5	0.13367
86.5	0.13684
88.5	0.14000
90.5	0.14317
92.5	0.14633

### 3.3 課題 2

複スリットを自作し，回折強度の 1 次元分布を測定する．測定した回折パターンから 2 つのスリットの間隔  $a$  とスリットの幅  $d$  を推測する．

### 3.3.1 結果

表3の測定結果が得られた．図??は表3をプロットしたものである．式(4)より，強度分布は  $kdp = n\pi$ ,  $kap = \frac{2n+1}{2}\pi$  で極値を取ることがわかる．したがってスリット幅  $d$  とスリットの間隔  $a$  は

$$\begin{aligned} d &= \frac{n\pi}{kp} \\ &= \frac{n\lambda L}{2y} \end{aligned} \quad (6)$$

$$a = (n + 1/2) \frac{\lambda L}{2y} \quad (7)$$

となる． $k = 2\pi/\lambda$ ,  $p = y/L$  とした． $y$  はスクリーン上の座標， $L$  はスリットとスクリーン間の距離である． $L$  の測定結果は  $88.8[\text{cm}]$  であった．表3と図??から原点から最初の  $\cos$  の極値との距離  $y = 24.0 - 23.4 = 0.6[\text{mm}]$ ，原点から最初の  $\sin$  の極値との距離  $y = 27.0 - 23.4 = 3.6[\text{mm}]$  とし，式(6)，(7)を用いて計算した結果， $a = 0.23$ ,  $d = 0.078[\text{mm}]$  となった．実際に顕微鏡で測定したスリット幅は  $d = 0.08[\text{mm}]$ ，スリットの間隔は  $a = 0.18[\text{mm}]$  であった． $d$  の相対誤差は  $2.5\%$ ， $a$  の相対誤差は  $21\%$  となった．

### 3.3.2 考察

結果よりスリット幅  $d$  では  $2.5\%$ ，スリット間隔  $a$  では  $21\%$  の誤差が生じた．図??は表3のグラフと  $a = 0.23$ ,  $d = 0.078$  と  $a = 0.08$ ,  $a = 0.18$  の式(4)のグラフを重ねてプロットしたグラフである．図??を見ると，グラフの形が解析解と大きく異なっていることがわかる．このことから測定結果の歪みは作成したスリットが原因であると考えられる．スリット間隔の誤差が大きく， $\cos$  の振動部分の歪みが大きいことからスリットの間隔が均一でないためにこのような結果となったと考えられる．

y [mm]	Intensity [mV]
23.0	39.8
23.1	65.0
23.2	88.1
23.3	115
23.4	132
23.5	131
23.6	119
23.7	91
23.8	67
23.9	52
24.0	50
24.1	62
24.2	80
24.3	98
24.4	108
24.5	105
24.6	91
24.7	73
24.8	55
24.9	43
25.0	46.8
25.1	36.5
25.2	39.5
25.3	41.8
25.4	42
25.5	38.5
25.6	33.2
25.7	27.3
25.8	21.7
25.9	16.5

y [mm]	Intensity [mV]
26.0	12.9
26.1	10.1
26.2	8.0
26.3	5.8
26.4	4.3
26.5	3.1
26.6	2.250
26.7	1.790
26.8	1.690
26.9	1.500
27.0	1.350
27.1	1.820
27.2	1.550
27.3	2.000
27.4	2.280
27.5	2.900
27.6	2.900
27.7	2.420
27.8	1.880
27.9	1.550
28.0	1.700
28.1	2.450
28.2	3.710
28.3	4.790
28.4	5.7
28.5	5.9
28.6	5.5
28.7	4.7
28.8	3.6
28.9	2.800
29.0	2.210

表 3: 複スリットの測定結果