

Лабораторная работа №2

1. Прочитать лекцию по аппроксимации функций.
2. Для заданной функции на отрезке $[a, b]$ построить интерполяционный многочлен Лагранжа $L_n(x)$ (3, 4, ..., 9) в равноотстоящих узлах. Проверить правильность решения с помощью функции `polyfit` (в Matlab) или `InterpolatingPolynomial` (в Mathematica). Отобразить на графиках построенные многочлены, исходную функцию, узлы интерполяции.
3. Построить интерполяционный многочлен Ньютона (для $n = 3, 4, \dots, 9$) в равноотстоящих узлах. Проверить правильность решения с помощью функции `polyfit` (в Matlab) или `InterpolatingPolynomial` (в Mathematica). Отобразить на графиках построенные многочлены, исходную функцию, узлы интерполяции.
4. Оценить зависимость погрешности от степени многочлена.
5. Отобразить данные из заданной таблицы на графике. По виду полученного графика выбрать подходящую зависимость (см. стр.15-17 в лекции). Используя метод наименьших квадратов (МНК) найти коэффициенты аппроксимирующей функции и отобразить найденную функцию вместе с табличными данными на графике.
6. Найти среднеквадратичную ошибку (RMSE – root-mean-square error) для МНК по формуле

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}, \text{ где } y_i \text{ — это исходные данные из таблицы, } \hat{y}_i \text{ — рассчитанные значения}$$

аппроксимирующей функции в точках x_i , n — количество заданных точек в таблице.

Вариант 1

$$a = 0; b = 2; x \cos(5x)$$

Вариант 2

$$a = -1; b = 2; x e^{-x^2}$$

Вариант 3

$$a = -1; b = 5; \frac{x}{3x^2 + 1}$$

Вариант 4

$$a = 1; b = 10; \frac{\cos(x)}{x}$$

Вариант 5

$$a = 2; b = 5; \sin(2x) \cos^3(x)$$

Вариант 6

$$a = -1; b = 2; \frac{\operatorname{Arctg}(3x)}{9x^2 + 1}$$

Вариант 7

$$a = 2; b = 15; \frac{\sin(x)}{x^2}$$

Вариант 8

$$a = -3; b = 0; \sin(x^2)$$

Вариант 9

$$a = 1; b = 2; \cos(5x^2 - 3x + 10)$$

Вариант 10

$$a = -0.7; b = 0.5; \sin(9x^2 - x)$$

Вариант 11

$$a = 10; b = 20; \frac{\sin(x)}{x^3}$$

Вариант 12

$$a = -1; b = 1; -e^{7-12x^2}$$

Вариант 13

$$a = 1; b = 3; \frac{1}{5 \sin^2(3x) + 2 \cos^2(3x)}$$

Вариант 14

$$a = -1; b = 3; -\sin(4 - x^2)$$

Вариант 15

$$a = 0.7; b = 1.5; \frac{\sin(9 - 15x)}{9 - 15x}$$

Вариант 16

$$a=0; b=1; \frac{\cos(7x+2)}{7x+2}$$

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8
0.10 2.10	−5.00 −75.80	−1.00 0.39	−2.00 1.50	−2.00 0.68	0.10 10.40	0.35 20.50	0.35 0.87
0.50 −13.10	−3.60 −43.90	−0.72 0.64	−1.30 2.40	−1.10 0.43	0.19 5.30	0.55 4.50	0.55 0.69
1.10 −7.00	−1.40 −20.70	−0.31 0.90	−0.13 3.90	−0.74 0.26	0.28 3.70	0.68 2.80	0.75 0.64
1.20 −4.40	−0.31 1.20	0.04 1.00	0.52 5.70	0.59 0.18	0.35 2.90	0.87 2.20	1.00 0.61
2.00 −3.50	1.20 16.00	0.08 0.91	0.79 5.70	1.70 0.18	0.57 2.30	1.00 1.60	0.97 0.57
2.30 −1.30	3.50 22.70	0.66 0.65	1.60 3.80	1.10 0.26	0.67 1.90	1.30 1.90	1.30 0.58
3.00 −0.68	3.10 29.20	1.10 0.37	3.10 2.30	3.60 0.43	0.60 1.80	1.60 1.20	1.20 0.57
3.30 −1.30	8.70 23.40	0.89 0.17	3.60 1.50	3.40 0.69	0.75 1.60	1.40 0.95	1.50 0.56
4.10 −0.41	9.00 15.50	2.00 0.07	5.30 0.98	5.40 1.00	1.00 1.40	2.00 1.50	1.80 0.53
3.30 0.12	9.50 0.66	1.80 0.02	5.10 0.70	4.00 1.50	1.20 1.30	2.20 0.62	1.90 0.55
B9	B10	B11	B12	B13	B14	B15	B16
0.05 10.90	−5.00 76.70	−1.00 55.10	0.01 0.01	−2.00 1.20	−3.00 2.50	0.10 −9.80	0.35 −20.60
0.16 −85.50	−3.20 46.70	−0.67 23.10	1.10 4.70	−1.30 2.10	−2.40 1.70	0.21 −4.90	0.52 −5.10
0.27 −60.00	−1.30 19.70	−0.40 12.20	1.60 5.30	−0.65 3.80	−1.70 1.10	0.30 −3.30	0.71 −3.00
0.37 −44.50	0.87 −0.83	0.18 8.00	2.50 4.10	0.19 5.60	−0.96 0.70	0.42 −2.40	0.93 −2.00
0.41 −29.40	2.00 −7.20	0.36 6.60	4.00 3.20	1.50 4.70	−0.55 0.45	0.51 −2.00	1.00 −1.60
0.59 −27.50	2.20 −15.90	0.46 6.90	5.00 2.60	1.60 2.70	0.65 0.39	0.60 −1.60	1.30 −1.10
0.80 −15.50	6.00 −22.20	1.00 8.20	5.80 2.10	1.80 1.60	1.40 0.50	0.78 −1.40	1.30 −0.99
0.70 −21.50	7.00 −24.00	0.99 12.00	6.10 1.70	3.70 0.95	1.90 0.79	0.93 −1.10	1.60 −1.60
0.95 −8.60	10.70 −5.80	1.20 22.90	7.80 1.60	3.30 0.64	3.10 1.30	1.00 −0.98	2.00 −1.00
1.00 −17.70	10.80 2.80	1.50 55.50	8.30 1.30	4.20 0.45	3.50 1.90	0.94 −0.82	2.30 −1.30