Вариант 1

$(\overline{a}\,\overline{c}d + bc)(\overline{c}\overline{b} + ab)\overline{(ac + ab + d)}$ = (избавляемся от инверсии по теореме Де Моргана)

$= (\overline{a}\,\overline{c}d + bc)(\overline{c}\overline{b} + ab)\overline{ac}\;\overline{ab}\;\overline{d} =$

$= (\overline{a}\,\overline{c}d + bc)(\overline{c}\overline{b} + ab)(\overline{a} + \overline{c})(\overline{a} + \overline{b})\,\overline{d} =$

Так как

$a + bc = (a + b)(a + c)$

тогда

$= (\overline{c} + bc)(d + bc)(\overline{a} + bc)(\overline{b} + ab)(\overline{c} + ab)(\overline{a} + \overline{c})(\overline{a} + \overline{b})\,\overline{d} =$

$= (\overline{c} + b)(\overline{c} + c)(d + b)(d + c)(\overline{a} + c)(\overline{a} + b)(\overline{b} + b)(\overline{b} + a)(\overline{c} + a)(\overline{c} + b)(\overline{a} + \overline{c})(\overline{a} + \overline{b})\,\overline{d} =$

Так как

$\overline{c} + c = 1 \qquad \overline{b} + b = 1$

Тогда

$= (\overline{c} + b)(d + b)(d + c)(\overline{a} + c)(\overline{a} + b)(\overline{b} + a)(\overline{c} + a)(\overline{c} + b)(\overline{a} + \overline{c})(\overline{a} + \overline{b})\,\overline{d} =$

Так как $d\overline{d} = 0$, то $(d + b)\overline{d} = d\overline{d} + b\overline{d} = b\overline{d}$

тогда

$= (\overline{c} + b)(\overline{a} + c)(\overline{a} + b)(\overline{b} + a)(\overline{c} + a)(\overline{c} + b)(\overline{a} + \overline{c})(\overline{a} + \overline{b})\,bc\overline{d} =$

Как было выше можно с помощью b упростить выражение

$= (\overline{c} + b)(\overline{a} + c)(\overline{a} + b)(\overline{c} + a)(\overline{c} + b)(\overline{a} + \overline{c})a\overline{a}\;bc\overline{d}$ =0

Если идти по пути получения ДНФ, то выражение тоже обращается в 0

$= (\overline{a}\,\overline{c}d + bc)(\overline{c}\overline{b} + ab)(\overline{a} + \overline{c})(\overline{a} + \overline{b})\,\overline{d} =$

$\overline{d}bc(\overline{c}\overline{b} + ab)(\overline{a} + \overline{c})(\overline{a} + \overline{b}) =$

$= \overline{d}bca\overline{a}(\overline{a} + \overline{b})$ =0

Данное выражение имеет 16 импликант СКНД и ни одной у СДНФ

Вариант 2

$(\overline{a}\,\overline{c}d + bc)(\overline{c}\overline{b} + ab)\overline{(ac + ab + \overline{d})}$= (избавляемся от инверсии по теореме Де Моргана)

$= (\overline{a}\,\overline{c}d + bc)(\overline{c}\overline{b} + ab)\overline{ac}\;\overline{ab}\;d =$

$= (\overline{a}\,\overline{c}d + bc)(\overline{c}\overline{b} + ab)(\overline{a} + \overline{c})(\overline{a} + \overline{b})d =$

Так как

$a + bc = (a + b)(a + c)$

тогда

$= (\overline{c} + bc)(d + bc)(\overline{a} + bc)(\overline{b} + ab)(\overline{c} + ab)(\overline{a} + \overline{c})(\overline{a} + \overline{b})d =$

$= (\overline{c} + b)(\overline{c} + c)(d + b)(d + c)(\overline{a} + c)(\overline{a} + b)(\overline{b} + b)(\overline{b} + a)(\overline{c} + a)(\overline{a} + \overline{c})(\overline{a} + \overline{b})\,d =$

Так как

$\overline{c} + c = 1 \qquad \overline{b} + b = 1$

Тогда

$= (\overline{c} + b)(d + b)(d + c)(\overline{a} + c)(\overline{a} + b)(\overline{b} + a)(\overline{c} + a)(\overline{a} + \overline{c})(\overline{a} + \overline{b})\,d =$

$(\overline{c} + a)(\overline{a} + \overline{c}) = c + \overline{a}a = c$

$= (\overline{c} + b)(d + b)(d + c)(\overline{a} + c)(\overline{a} + b)(\overline{b} + a)(\overline{a} + \overline{b})\,cd =$

$(\bar b + a)(\bar a + \bar b) = \bar b + \bar a a = \bar b$

$= (\bar c + b)(d + b)(d + c)(\bar a + c)(\bar a + b)\bar b\; cd =$

$= (\bar b \bar c + \bar b b)(d + b)(d + c)(\bar a + c)(\bar a + b)\; cd =$

$= (d + b)(d + c)(\bar a + c)(\bar a + b)\bar b \bar c\; cd = 0$

Вариант 3

$(\bar a \bar c d + bc)(\bar c \bar b + ab)\overline{(a\bar c + \bar a b + \bar d)}$ = (избавляемся от инверсии по теореме Де Моргана)

$= (\bar a \bar c d + bc)(\bar c \bar b + ab)\overline{a\bar c}\;\overline{\bar a b}\; d =$

$= (\bar a \bar c d + bc)(\bar c \bar b + ab)(\bar a + c)(a + \bar b)d =$

Так как

$a + bc = (a + b)(a + c)$

тогда

$= (\bar c + bc)(d + bc)(\bar a + bc)(\bar b + ab)(\bar c + ab)(\bar a + c)(a + \bar b)d =$

$= (\bar c + b)(\bar c + c)(d + b)(d + c)(\bar a + c)(\bar a + b)(\bar b + b)(\bar b + a)(\bar c + a)(\bar a + c)(a + \bar b)\; d =$

Так как

$\bar c + c = 1 \qquad \bar b + b = 1$

Тогда

$= (\bar c + b)(d + b)(d + c)(\bar a + c)(\bar a + b)(\bar b + a)(\bar c + a)(\bar a + c)(a + \bar b)\; d =$

Удалим одинаковые

$= (\bar c + b)(d + b)(d + c)(\bar a + c)(\bar a + b)(\bar b + a)(\bar c + a)\; d$

Так как $(d + b)d = d$, выражение сокращается

$= (\bar c + b)(\bar a + c)(\bar a + b)(\bar b + a)(\bar c + a)\; d$

и получим КНФ

Дальше или надо добавлять недостающие буквы.

Первая импликанта даст следующее выражение

$\bar c + b = (\bar c + b + a + d)(\bar c + b + a + \bar d)(\bar c + b + \bar a + d)(\bar c + b + \bar a + \bar d)$

Так следует поступить с каждым членом, а потом исключить одинаковые.

Или воспользоваться таблице1 истинности. Если какой из членов дает ноль, то общее выражение становится тоже нуль. Свободный элемент d позволяет заполнить следующие клеточки

$(\bar c + b)(\bar a + c)(\bar a + b)(\bar b + a)(\bar c + a)\; d$

Out	0		0		0		0		0		0		0		0	
a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

импликанта $(\bar c + b)$ позволяет добавить два нуля

Out	0		0	0	0		0	0	0		0		0		0	
a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

импликанта $(\bar a + c)$ позволяет добавить два нуля

Out	0		0	0	0		0	0	0	0	0		0	0	0	

a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

импликанта $\left(\overline{a}+b\right)$ позволяет добавить еще один нуля

Out	0		0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

импликанта $\left(\overline{b}+a\right)$ позволяет добавить еще один нуля

Out	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

импликанта $\left(\overline{c}+a\right)$ позволяет добавить ни одного нового нуля. Остальные клетки 1

Out	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

СКНФ

$$\left(a+b+c+d\right)\left(a+b+\overline{c}+d\right)\left(a+b+\overline{c}+\overline{d}\right)\left(a+\overline{b}+c+d\right)\left(a+\overline{b}+c+\overline{d}\right)\left(a+\overline{b}+\overline{c}+d\right)$$
$$\left(a+\overline{b}+\overline{c}+\overline{d}\right)\left(\overline{a}+b+c+d\right)\left(\overline{a}+b+c+\overline{d}\right)\left(\overline{a}+b+\overline{c}+d\right)\left(\overline{a}+b+\overline{c}+\overline{d}\right)\left(\overline{a}+b+c+d\right)$$
$$\left(\overline{a}+b+c+\overline{d}\right)\left(\overline{a}+b+\overline{c}+d\right)$$

Получение СДНФ

$\left(\overline{a}\,\overline{c}d+bc\right)\left(\overline{c}\overline{b}+ab\right)\left(\overline{a\overline{c}+\overline{a}b+\overline{d}}\right)=$ (избавляемся от инверсии по теореме Де Моргана)

$$=\left(\overline{a}\,\overline{c}d+bc\right)\left(\overline{c}\overline{b}+ab\right)\overline{a\overline{c}}\;\overline{\overline{a}b}\;d=$$
$$=\left(\overline{a}\,\overline{c}d+bc\right)\left(\overline{c}\overline{b}+ab\right)\left(\overline{a}+c\right)\left(a+\overline{b}\right)d=$$
$$=\left(\overline{a}\,\overline{c}d\overline{c}\overline{b}+bc\overline{c}\overline{b}+\overline{a}\,\overline{c}dab+bcab\right)\left(\overline{a}a+ca+\overline{a}\overline{b}+c\overline{b}\right)d=$$

Так как $d\overline{d}=0$

$$=\left(\overline{a}\,\overline{c}d\overline{b}+cab\right)\left(ca+\overline{a}\overline{b}+c\overline{b}\right)d=$$
$$=\left(\overline{a}\,\overline{c}d\overline{b}+cab\right)\left(c\left(a+\overline{b}\right)+\overline{a}\overline{b}\right)d=$$
$$=\left(\overline{a}\,\overline{c}d\overline{b}c\left(a+\overline{b}\right)+cabc\left(a+\overline{b}\right)+\overline{a}\,\overline{c}d\overline{b}\overline{a}\overline{b}+cab\overline{a}\overline{b}\right)d=$$
$$=\left(abc\left(a+\overline{b}\right)+\overline{a}\,\overline{c}d\overline{b}\right)d=$$
$$=\left(abca+abc\overline{b}+\overline{a}\,\overline{c}d\overline{b}\right)d=$$
$$=abcd+\overline{a}\,\overline{c}d\overline{b}$$

В данном случае никаких больше преобразований не требуется. Мы сразу получили СДНФ. Но так бывает редко.