Лабораторная работа №3: NP-полные задачи

# Крицкий Алексей, вариант 6

## 6. Множество вершин, разрезающих контуры. Доказать, что задача является NP-полной.

Доказательство:

Для того чтобы доказать, что задача о «Множестве вершин, разрезающих контуры» является NP-полной, необходимо неким полиномиальным преобразованием свести известную NP-полную задачу.

Задача связана с графами. Соответственно, логично в первую очередь пытаться свести к ней какую-либо из NP-полных задач, связанных с графами. Из списка шести основных NP-полных задач по Гэри и Джонсону, таких задач две: «Клика», «Вершинное покрытие графа» и «Гамильтонов цикл». Рассмотрим задачу о «Вершинном покрытии графа».

Пусть G – ориентированный граф. По определению, множество называется вершинным покрытием графа G, если .

Задача о «Вершинном покрытии графа» требует определить, существует ли вершинное покрытие графа размера k, т.е. .

Для того чтобы доказать NP-полноту рассматриваемой задачи, попробуем свести к ней задачу о вершинном покрытии.

Заметим, что если в рассматриваемой задаче существует искомое множество S размера k, то существует и искомое множество любого большего k размера, плоть до .

Задача о вершинном покрытии, в отличие от рассматриваемой задачи, ставится для неориентированного графа. Сделаем граф G ориентированным, заменив каждое его ребро на два противоположно направленных ребра. Тогда получиться, что каждое прошлое ребро ныне превращается в цикл. Тогда множество S, разрезающее циклы размера k (если оно существует) будет являться вершинным покрытием для первоначального графа.

Таким образом, задача о вершинном покрытии сводится к рассматриваемой задаче, что доказывает NP-полноту последней.