

Нехай $F(n)$ - функція обчислення числа Фібоначчі n -го порядку.

Розглянемо функції:

$$K[a,b] = \frac{(a+b)(a+b+1)}{2} + b \text{ - функція Кантора}$$

$$f(K[a,b]) = a, s(K[a,b]) = b \text{ - обернені до функції Кантора}$$

Нехай $T[n] = K[F(n), F(n+1)]$, тоді $F(n) = f(K[F(n), F(n+1)]) = f(T[n])$ і $F(n+1) = s(T[n])$ відповідно.

Чи є функція $T[n]$ примітивно-рекурсивною?

$$T[0] = K[0, 1]$$

$$\begin{aligned} T[n] &= K[F(n), F(n+1)] = K[F(n), F(n-1) + F(n)] = K[F((n-1)+1), F(n-1) + \\ &F((n-1)+1)] = K[s(T[n-1]), f(T[n-1]) + s(T[n-1])], \text{ тобто } T[n] = g(n-1, T[n-1]), \\ &\text{де } g(x, y) = p_2^{(2)}(K[s(y), f(y) + s(y)]). \end{aligned}$$

Оскільки $+(x, y) = \text{sum}(x, y)$, $K[a, b]$, $f(K)$, $s(K)$ - примітивно-рекурсивні функції, то $T[n]$ - примітивно-рекурсивна. Оскільки $F(n) = f(T[n]) \Rightarrow F(n)$ - примітивно-рекурсивна.