

1. Доведіть, що МНР-програма  $T(1,0)J(2,3,0)S(0)S(3)J(0,0,2)$  обчислює суму чисел, що зберігаються у першому і другому регістрах.

- Початкова конфігурація:

0 - 0

1 - x

2 - y

3 - 0

4 - 0

-  $T(1, 0)$ :

0 - x

1 - x

2 - y

3 - 0

4 - 0

-  $J(2, 3, 0)$  - команда порівнює значення другого регістру з третім. Нехай, вони різні  $\rightarrow$  виконується команда  $S(0)$ :

0 -  $x + 1$

1 - x

2 - y

3 - 0

4 - 0

-  $S(3)$ :

0 -  $x + 1$

1 - x

2 - y

3 - 1

4 - 0

-  $J(0, 0, 2)$  - порівнює значення нульового регістру з нульовим  $\rightarrow$  виконується команда  $J(2, 3, 0)$  - порівнює значення другого регістру зі значенням третього. Якщо вони співпадають, то сума обчислена. Інакше  $\rightarrow$  команда  $S(0)$ :

0 -  $x + 2$

1 - x

2 - y

3 - 1

4 - 0

- S(3):
  - 0 - x + 2
  - 1 - x
  - 2 - y
  - 3 - 2
  - 4 - 0

- J(0, 0, 2) - порівнює значення нульового регістру з нульовим -> виконується команда J(2, 3, 0) - порівнює значення другого регістру зі значенням третього. Якщо вони співпадають, то сума обчислена. Інакше -> команда S(0). Так продовжується, поки значення другого та третього регістрів не співпадають. Та, оскільки другому регістру належить натуральне число, а значення третього регістру збільшується кожного разу на одиницю, то рано чи пізно ці значення співпадуть. Оскільки перед кожною інкрементацією значення числа в третьому регістрі в нульовому регістрі значення збільшувалося, то в кінці нульовому регістру належатиме сума x та y.

## 2. Яку функцію від трьох аргументів обчислює ця МНР-програма?

Програма обчислює суму чисел, які належать першому, другому та третьому регістрам. Під час виконання програми значення значення третього регістру інкрементується до тих пір, поки це значення не співпаде зі значенням другого регістру.

- Якщо значення третього регістру спочатку більше, ніж значення другого - безкінечний цикл, програма не завершиться ніколи.
- Інакше, за кінечну кількість кроків значення співпадуть. Причому, кількість кроків дорівнює різниці цих чисел.  
Функція:  $f(x, y, z) = x + (y - x), y \geq z$ .

## 3. Напишіть МНР-програму, що обчислює добуток двох чисел.

Доведіть її коректність.

$f(x, y) = x * y$ . Оскільки в математиці множення двох чисел дорівнює сумі числа x у разів, напишемо необхідну програму спираючись на суму чисел. Для початку змістимо всі значення регістрів вліво, щоб почати з нульового регістру: T(1, 2), T(0, 1), Z(0).

Сумуємо числа: J(2, 4, 0), J(1, 3, 9), S(3), S(0), J(0, 0, 5), S(4), Z(3), J(0, 0, 4).

Коректність:

- початкова конфігурація:

0 - x

1 - y

2 - 0

3 - 0

4 - 0

5 - 0

- T(1, 2):

0 - x

1 - y

2 - y

3 - 0

4 - 0

5 - 0

- T(0, 1):

0 - x

1 - x

2 - y

3 - 0

4 - 0

5 - 0

- Z(0):

0 - 0

1 - x

2 - y

3 - 0

4 - 0

5 - 0

- J(2, 4, 0) - перевіряє кількість сумувань. Якщо значення

другого та четвертого регістрів рівні - кінець програми. Інакше -> J(1, 3, 9)

- перевіряє кінець інкрементації. Якщо значення першого та третього

регістрів рівні -> S(4) - збільшує кількість кроків в четвертому регістрі.

Далі - значення третього регістру перетворюється на 0 та J(2, 4, 0). Якщо

значення першого та третього регістрів не рівні -> S(3):

0 - 0

1 - x

2 - y

3 - 1  
 4 - 0  
 5 - 0  
 - S(0):  
 0 - 1  
 1 - x  
 2 - y  
 3 - 1  
 4 - 0  
 5 - 0

Оскільки множаться цілі числа, то рано чи пізно значення другого та четвертого регістрів стануть рівними.

4. Напишіть МНР-програму, що визначає максимальне з двох чисел.

Доведіть її коректність.

$f(x, y) = \max(x, y)$ .

Знайдемо мінімальне число, тоді інше буде максимальним.

J(0, 2, 5), J(1, 2, 0), S(2), J(0, 0, 1), T(1, 0).

Коректність:

- початкова конфігурація:

0 - x  
 1 - y  
 2 - 0  
 3 - 0

- J(0, 2, 5) - порівняння значень нульового та другого регістрів. Нехай, початково вони не співпадають -> J(1, 2, 0) - порівняння значень першого та другого регістрів. Нехай, вони також не рівні -> S(2):

0 - x  
 1 - y  
 2 - 1  
 3 - 0

- J(0, 0, 1) - порівняння значень нульового регістру з собою -> J(0, 2, 5) - порівняння значень нульового та другого регістрів.

Якщо вони співпадають, то знайдено мінімальне число (x), тоді інше число буде максимальним (y) -> T(1, 0) - перезапис значення першого регістру в нульовий -> кінець програми. Інакше -> J(1, 2, 0)

- порівнює значення першого та другого регістрів. Якщо вони співпали - у мінімальне, тоді  $x$  - максимальне  $\rightarrow$  кінець програми.