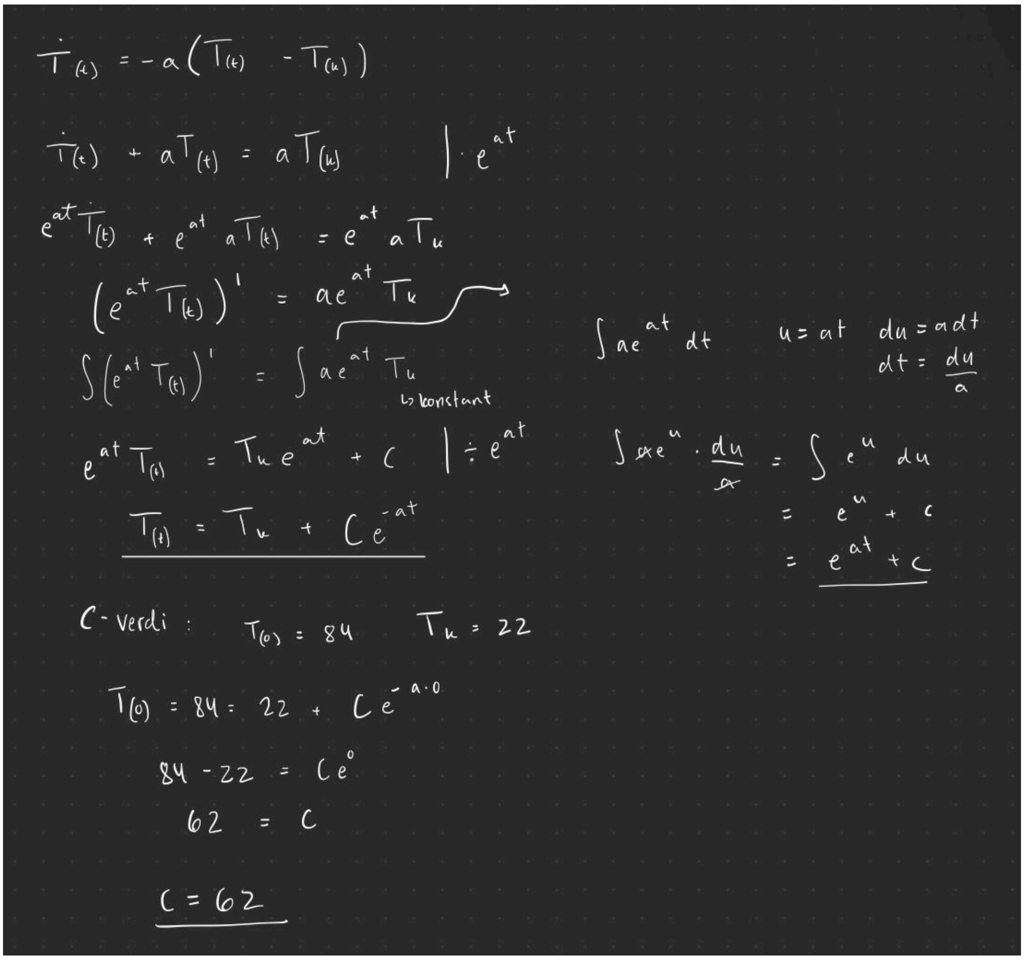
TMA4101 Matematikk 1 - OBLIG

Oppgave; Newton´s avkjølingslov

Aller først ble differensiallikningen for Newtons avkjølingslov regnet ut, som vist nedenfor. Denne ble senere brukt til å regne ut proporsjonalitetskonstanten *a*.



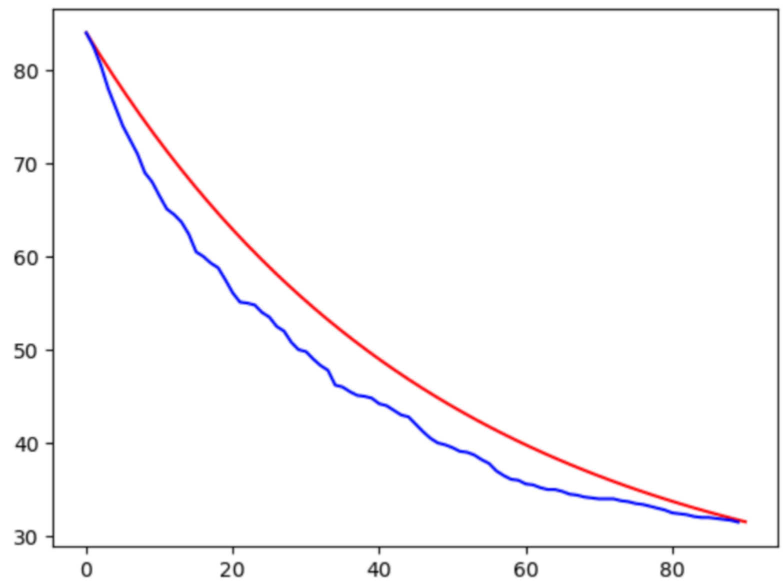
I dette forsøket ble det brukt vann kokt i en vannkoker. Første temperaturmåling, altså T(0), viste at vannet hadde en starttemperatur på 84 grader. Må bare tilføye at jeg trodde vannet i en vannkoker ville være nærmere 100 grader siden det er en vannKOKER, og sist jeg sjekket koker vann ved 100 grader, men man lærer noe nytt hver dag.

Det ble da tatt målinger av det kokende vannet på 84 grader, hvert minutt, i 90 minutter. Ingen grunn til bekymring. Det ble gjort andre produktive ting mens målingene ble tatt. Vannet ble ikke stirret på i stillhet i 1,5 time. (men målingene ble fortsatt nøye gjort:))

Disse målingene ble brukt til å lage en vakker graf i Python, som kunne sammenlignes med slik den egentlig skulle ha sett ut, altså den teoretiske grafen.

Her er koden i Python og grafene for sammenlikning:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

#newton´s avkjølingslov

T_0 = 84
T_k = 22
a = 0.0208 #kalkulert fra målinger
tid = 90

t = np.linspace(0, 90)

T = T_k + (T_0 - T_k)*np.exp(-a*t)

plt.plot(t, T, "r-")

#målte verdier

x_verdier = np.arange(0, 90)
y_verdier = (84, 82.5, 80.5, 78, 76, 74, 72.5, 71, 69, 68, 66.5, 65.1,
             64.5, 63.7, 62.4, 60.5, 60, 59.3, 58.8, 57.5, 56.1, 55.1, 55, 54.8, 54, 53.5, 52.5,
             52, 50.8, 50, 49.8, 49, 48.3, 47.8, 46.2, 46, 45.5, 45.1, 45, 44.8, 44.2, 44, 43.5,
             43, 42.8, 42, 41.2, 40.5, 40, 39.8, 39.5, 39.1, 39, 38.7, 38.2, 37.8, 37, 36.5, 36.1,
             36, 35.6, 35.5, 35.2, 35, 35, 34.8, 34.5, 34.4, 34.2, 34.1, 34, 34, 34, 33.8, 33.7,
             33.5, 33.4, 33.2, 33, 32.8, 32.5, 32.4, 32.3, 32.1, 32, 32, 31.9, 31.8, 31.7, 31.5)

plt.plot(x_verdier, y_verdier, "b-")
plt.show()
```



Den blå grafen er de målte resultatene, og den røde linjen er teoretisk. Det er tydelig at målingene og teorien ikke stemmer helt. Det kan være flere grunner til dette. Alt fra utstyr brukt under målingene, avlesning av temperatur, fordamping, koppens evne til å holde på varmen, romtemperaturen, osv. Det kokende vannet på 84 grader ble helt i en kaffekopp, og temperaturmåleren som ble tatt i bruk var en handy-dandy kjøtt-temperaturmåler, med den perfekte temperaturen til all slags type kjøtt reklamert på seg. Kanskje ikke den beste temperaturmåleren for nøye måling av vanntemperatur. Personlig som vegetarianer vil den nok ikke bli brukt til så mye annet, så det var jo greit å få brukt den til noe fornuftig.

Nedenfor er det gjort tre utregninger av proporsjonalitetskonstanten *a*. Den første etter 30 minutter, så 60 minutter og til slutt, som slutt-temperatur, etter 90 minutter. For plotting av grafene i python ble *a* regnet ut av slutt-temperaturen brukt. Alle verdiene regnet for *a* ligger ganske nært hverandre. Varmekapasiteten til vannet ligger derfor rundt 0.020 - 0.026 per minutt.

Etter 30 min:

$$T_{(30)} = 49.8 = 22 + 62e^{-30a}$$

$$27.8 = 62e^{-30a} \quad \Big| \div 62$$

$$0.448 = e^{-30a}$$

$$\ln 0.448 = -30a$$

$$a = \frac{\ln 0.448}{-30} = \underline{0.0267}$$

Etter 60 min:

$$T_{(60)} = 36 = 22 + 62e^{-60a}$$

$$14 = 62e^{-60a} \quad \Big| \div 62$$

$$0.2258 = e^{-60a}$$

$$\ln 0.2258 = -60a$$

$$a = \frac{\ln 0.2258}{-60} = \underline{0.0248}$$

Etter 90 min (siste måling)

$$T_{(90)} = 31.5 = 22 + 62e^{-90a}$$

$$9{,}5 = 62e^{-90a} \quad \Big| \div 62$$

$$0.153 = e^{-90a}$$

$$\ln 0.153 = -90a$$

$$a = \frac{\ln 0.153}{-90} = \underline{0.0208}$$

Dette var en veldig god oppgave som fikk vist hvordan differensiallikninger er relevante for ting i hverdagen. Håper med dette at denne besvarelsen fikk vist dette på en grei måte.