

Roll No. _____

23/3099**B.C.A. Examination, 2023****(First Semester)****Fifth Paper****Mathematics - I**

समय : 3:00 घण्टे

पूर्णांक : 75

Time : Three Hours /

[Maximum Marks : 75

नोट : सभी खण्डों को निर्देशानुसार हल कीजिए।

Note : Attempt **all** sections as per instructions.**खण्ड-अ / Section-A**

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

(Very Short Answer Type Questions)

नोट : सभी (05) पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न (02) दो अंकों का है तथा प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम शब्द सीमा 50 शब्द है। $5 \times 2 = 10$

Note : Attempt all the **05 (five)** questions. Each question carries **02 (two)** marks and answer of each question should not exceed 50 words.

P.T.O.**23/3099**

1. (a) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ आइगेन मान को ज्ञात कीजिये।

Find the eigen value of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$$

(b) सिद्ध करो कि $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$

Prove that $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$

(c) $x^2 e^x$ का द्वितीय अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

Find the second derivative of $x^2 e^x$.

(d) कलन के मौलिक प्रमेय का कथन लिखिये।

Write the statement of Fundamental theorem of Calculus.

(e) यदि \hat{a} और \hat{b} इकाई सदिश हो तो सिद्ध करो कि $\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos \theta$.

If \hat{a} and \hat{b} are unit vectors then prove that $\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos \theta$.

खण्ड-ब / Section-B

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

(Short Answer Type Questions)

नोट : निम्न 08 (आठ) प्रश्नों में से किन्हीं 05 (पाँच) प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 05 (पाँच) अंकों का है तथा प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम शब्द सीमा 100 शब्द है। $5 \times 5 = 25$

Note : Attempt any **05 (five)** out of total **08 (eight)** questions. Each question carries **05 (five)** marks and answer of each question should not exceed 100 words.

2. (a) यदि $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -6 & 9 & -4 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

तो सिद्ध कीजिए कि $AB = BA = I_3$

If $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -6 & 9 & -4 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

then prove that $AB = BA = I_3$.

(b) माना कि f एक वास्तविक संख्याओं पर परिभाषित फलन हो तो -

Let f be the function defined on \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}, & x \neq 0 \\ -1, & x = 0 \end{cases}$$

सिद्ध करो कि फलन f बायें तरफ से $x = 0$ पर सतत है जबकि प्रथम प्रकार का दाये तरफ से असतत फलन है।

prove that f is continuous from the left at $x = 0$ and has a discontinuity of first kind from right.

(c) एक उदाहरण देकर यह सिद्ध करें कि रोल्स का प्रमेय सत्य नहीं है, यदि $f(a) \neq f(b)$.

Give an example to prove that Rolle's theorem may not hold if $f(a) \neq f(b)$.

(d) Lagrange's के मध्यमान प्रमेय का सत्यापन कीजिये जबकि फलन

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}, \quad \forall x \in [2, 4]$$

Verify Lagrange's mean value theorem

for the function

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4} \quad \forall x \in [2, 4]$$

- (e) यदि m और n पूर्णांक हो तो, सिद्ध करो कि

If m and n are integers then prove that

$$\int_0^\pi \sin mx \sin nx \, dx = \begin{cases} 0 & \text{if } m \neq n \\ \frac{\pi}{2} & \text{if } m = n \end{cases}$$

- (f) यदि $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n x \, dx$ तो सिद्ध करो कि

$$I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1} \text{ तथा } I_5 \text{ का मान भी ज्ञात करें।}$$

If $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n x \, dx$, then prove that

$$I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1} \text{ and deduce that the value of } I_5.$$

- (g) सदिशों के बीच का कोण ज्ञात करो-

Find the angle between the vectors-

$$\vec{a} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}, \vec{b} = 3\hat{i} - 6\hat{j} - 2\hat{k}.$$

- (h) यदि \vec{p}, \vec{q} और \vec{r} कोई तीन सदिश इस प्रकार से परिभाषित हैं :

If \vec{p}, \vec{q} and \vec{r} are three vectors defined by-

$$\vec{p} = \frac{\vec{b} \times \vec{c}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]}, \vec{q} = \frac{\vec{c} \times \vec{a}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]} \text{ और and}$$

$$\vec{r} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]}, [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] \neq 0$$

Prove that (सिद्ध कीजिए)

$$\vec{a} \cdot \vec{p} + \vec{b} \cdot \vec{q} + \vec{c} \cdot \vec{r} = 3$$

खण्ड-स / Section-C

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

(Long Answer Type Questions)

नोट : निम्न 08 (आठ) प्रश्नों में से किन्हीं 04 (चार) प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 (दस) अंकों का है तथा प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम शब्द सीमा 400 शब्द है। 10×4=40

Note : Attempt any **04 (four)** out of total 08 (eight) questions. Each question carries **10 (ten)** marks and answer of each question should not exceed 400 words.

3. (a) आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

के लिए कैले - हैमिल्टन प्रमेय का सत्यापन कीजिए और A^{-1} भी ज्ञात करो।

Verify Cayley - Hamilton theorem for the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ and hence find A^{-1}

(b) फलन $f(x) = (x - [x])^2$, $\forall x \in [0, 4]$, जहाँ $[x]$ अधिकतम पूर्णांक x से छोटा या बराबर की सतता $x=1$ पर चर्चा कीजिये।

Discuss the continuity of the function $f(x) = (x - [x])^2$, $\forall x \in [0, 4]$

where $[x]$ being the greatest integer less than or equal to x at $x=1$.

(c) वक्र का अनुरेखण कीजिए : $y^2x = a^2(a-x)$

Trace the curve : $y^2x = a^2(a-x)$.

(d) सिद्ध करो कि (Prove that)

$$\sin x = 1 - \frac{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2}{2} + \frac{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^4}{4} - \dots$$

(e) सिद्ध करो कि (Prove that)

$$\int_0^a \frac{dx}{x + \sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{\pi}{4}$$

(f) $\int_0^\infty \log\left(x + \frac{1}{x}\right) \frac{dx}{1+x^2}$ का मान ज्ञात करें।

Find the value of $\int_0^\infty \log\left(x + \frac{1}{x}\right) \frac{dx}{1+x^2}$.

(g) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ तो निम्न का सत्यापन कीजिये

$$A (\text{Adj } A) = (\text{Adj } A) A = |A| I$$

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, then verify that.

$$A (\text{Adj } A) = (\text{Adj } A) A = |A| I$$

(h) Prove that /सिद्ध करो कि

$$2\bar{a} = \hat{i} \times (\bar{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\bar{a} \times \hat{j}) + \hat{k} \times (\bar{a} \times \hat{k})$$

जहाँ \hat{i} , \hat{j} और \hat{k} लम्बकोणीय इकाई सदिश हैं।
Where \hat{i} , \hat{j} and \hat{k} are orthonormal

vectors.

<https://www.mgkvponline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से