> **Лабораторная работа 5. Обыкновенные дифференциальные уравнения 1-го порядка.**
> **Выполнила Криштафович Карина Дмитриевна, гр. 053501**
> **Вариант 1**

> **№1**

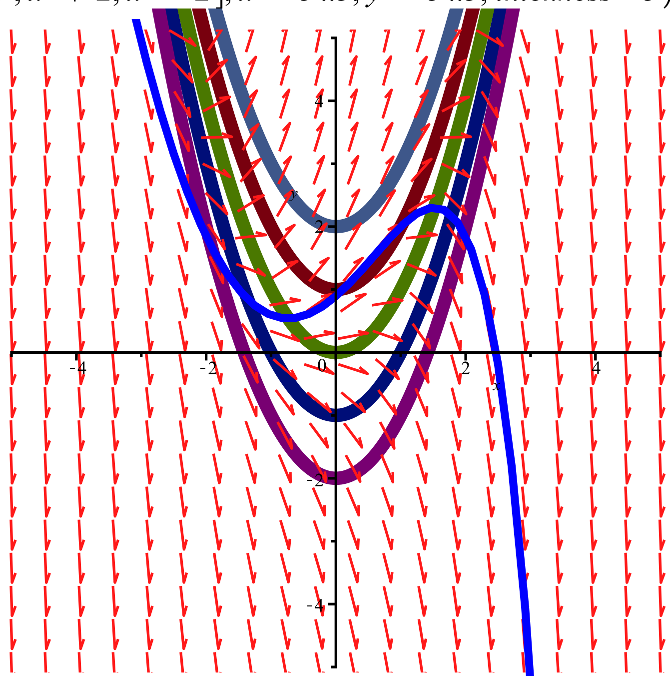
> $\frac{d}{dx}(y(x)) = y(x) - x^2$: *#исходное уравневие*

> *#для заданного дифференциального уравнения методом изоклин построить интегральную кривую, проходящую через точку M (1,2)*

> $with(DETools)$:

> $DEplot\left(\frac{d}{dx}(y(x)) = y(x) - x^2, y(x), x = -5..5, y = -5..5, [y(1) = 2], linecolor = blue\right)$:

> *#проконтролируем построение изоклин при различных значениях производных*
$plot\left([x^2 + 1, x^2 - 1, x^2, x^2 + 2, x^2 - 2], x = -5..5, y = -5..5, thickness = 5\right)$



> **№2.1**

> $restart$

> $M(15, 1)\ a = 25$: *#исходные данные*

> *#найдем линию, удовлетворяющую условию*

> $allvalues\left(dsolve\left(\left\{\frac{x^2}{\left(\frac{d}{dx}(y(x))\right)^2} + x^2 = 625, y(15) = 1\right\}\right)\right)$

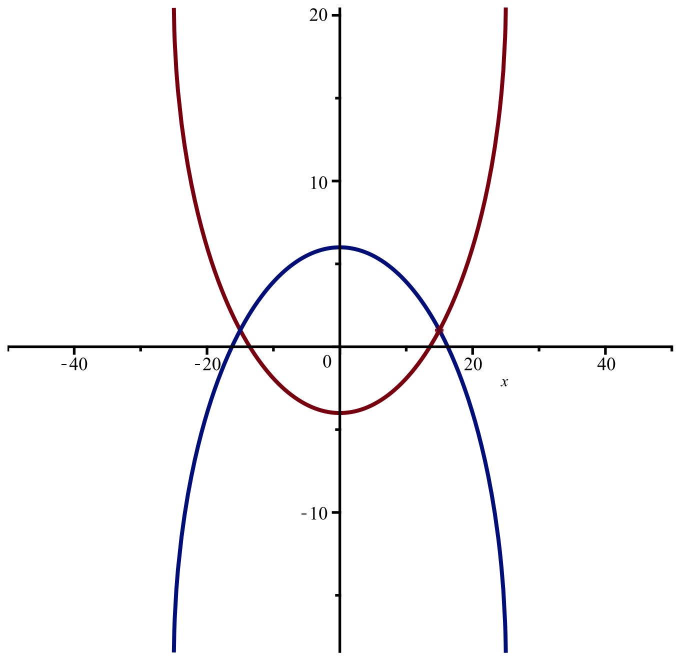
$$y(x) = (x-25)\,(x+25)\sqrt{-\frac{1}{x^2-625}} + 21, y(x) = -(x-25)\,(x+25)\sqrt{-\frac{1}{x^2-625}} + 21, y(x) = (x-25)\,(x+25)\sqrt{-\frac{1}{x^2-625}} - 19, y(x) = -(x-25)\,(x \qquad (1)$$

$$+ 25)\sqrt{-\frac{1}{x^2-625}} - 19$$

> $gr := plot\left(\left[(x-25)\,(x+25)\sqrt{-\frac{1}{x^2-625}} + 21, -(x-25)\,(x+25)\sqrt{-\frac{1}{x^2-625}} - 19,\right], x=-50..50\right):$

> $points := plot([[15, 1]],\ style=point):$

> $plots[display](gr, points)$ *#графики кривых проходящих через точку Мо*



> *#с учетом того,*
> *что вектор образует острый угол с положительным направлением оси Оу,*
> *нам подходит только нижняя кривая*

>

№2.2

>

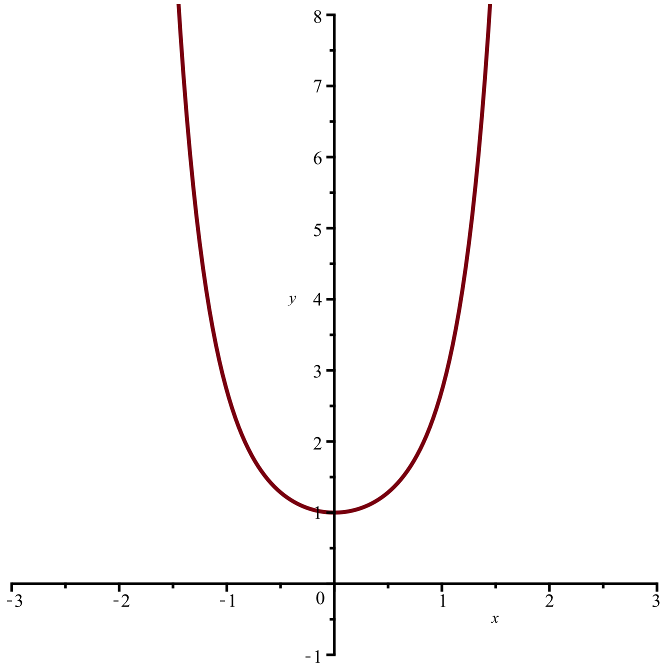
> *restart*

> $M(1, e)\ a = -\frac{1}{2}:$ *#исходные данные*

> $simplify\left(dsolve\left(\left\{\frac{d}{dx}(y(x)) = 2\,x\cdot y(x), y(1) = e\right\}\right)\right)$

$$y(x) = e^{x^2} \qquad \textbf{(2)}$$

> $plot\left(e^{x^2}, x=-3..3, y=-1..8\right)$



>

> **№3**

> *restart*

> $de := \frac{d}{d\,x}(y(x)) = \frac{4\,x + 21\,y(x) - 25}{24\,x + y(x) - 25}$ *#исходное уравнение*

$$de := \frac{d}{dx}\,y(x) = \frac{4\,x + 21\,y(x) - 25}{24\,x + y(x) - 25} \quad (3)$$

> $s := dsolve(de)$ *#решим уравнение*

$$s := -5\,\ln\left(\frac{-y(x) + x}{x - 1}\right) + 4\,\ln\left(-\frac{y(x) - 5 + 4\,x}{x - 1}\right) - \ln(x - 1) - \_C1 = 0 \quad (4)$$

> *#найдем особую точку*

> $solve(\{24\,x + y - 25 = 0, 4\,x + 21\,y - 25 = 0\})$

$$\{x = 1, y = 1\} \quad (5)$$

>

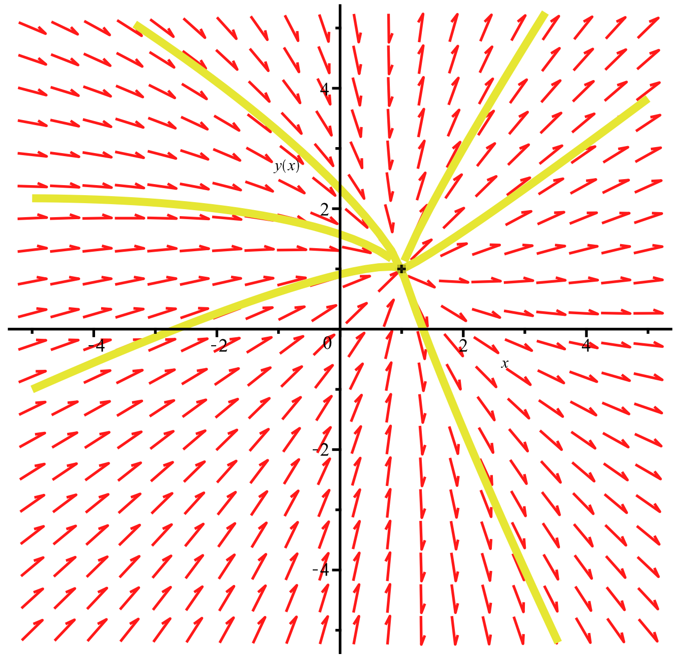
> *#построим поле направлений и какую-либо интегральную кривую*

> $with(DETools):$

> $dfield := DEplot(de, y(x), x = -5..5, y = -5..5, [y(2) = 3, y(1) = 10, y(3) = -4, y(-2) = 2, y(-5) = -1]):$

> $dpoint := plot([[1, 1]], style = point, color = black):$

> $plots[display](dfield, dpoint)$



> #особая точка и ее характер

> $A := \begin{bmatrix} 24-x & 1 \\ 4 & 21-x \end{bmatrix}$

$$A := \begin{bmatrix} 24-x & 1 \\ 4 & 21-x \end{bmatrix} \quad (6)$$

> $solve((24-x)\cdot(21-x)-4=0)$

$$25, 20 \quad (7)$$

> #оба корня действительны и >0, значит неустойчивый узел

>

> **№4**

> #restart

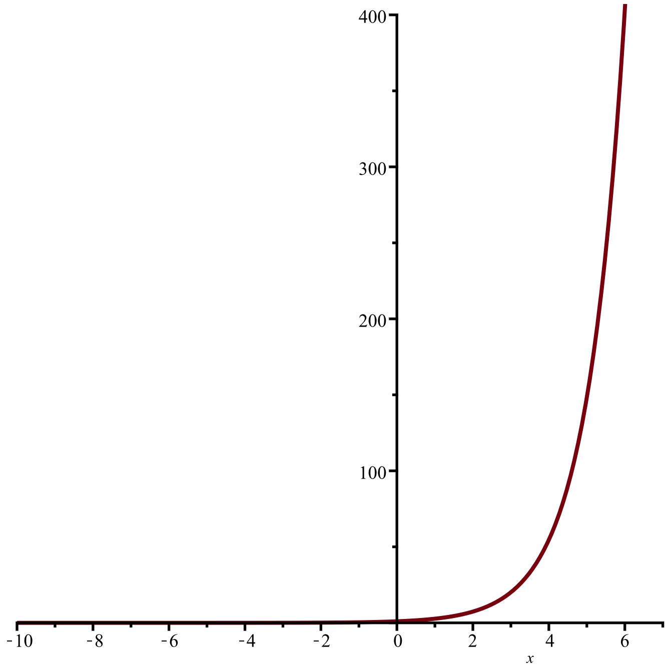
> #исходное уравнение

> $\frac{d}{dx}(y(x)) + x\cdot y(x) = (1+x)\cdot e^{-x}\cdot y(x)^2$:

> $dsolve\left(\left\{\frac{d}{dx}(y(x)) + x\cdot y(x) = (1+x)\cdot e^{-x}\cdot y(x)^2, y(0)=1\right\}\right)$

$$y(x) = \frac{1}{e^{-x}} \quad (8)$$

> $plot\left(\frac{1}{e^{-x}}\right)$ #график задачи Коши



>

> **№5.1**

> #restart

> $x=\frac{d}{dx}(y(x))\cdot \arcsin\left(\frac{d}{dx}(y(x))\right)+\sqrt{1-\frac{d}{dx}(y(x))^2}$:#исходное уравнение

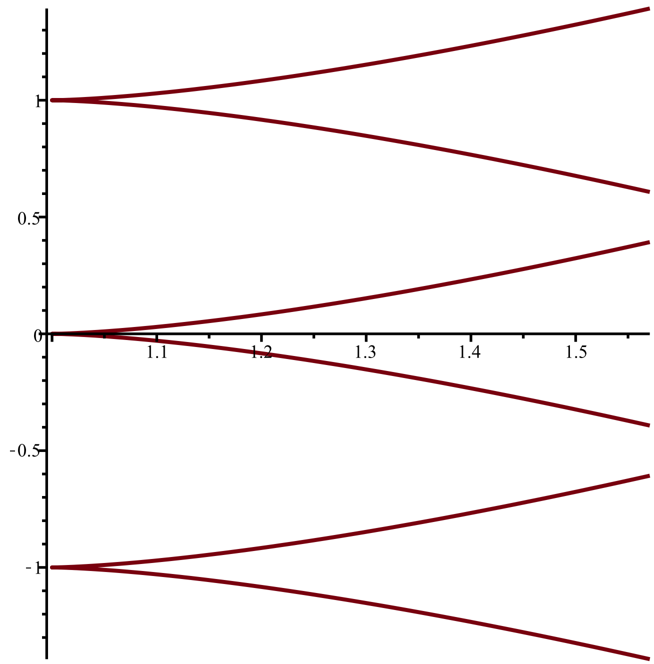
> $dsolve\left(\frac{d}{dt}(y(t))=t\cdot \arcsin(t)\right)$

$$y(t)=\frac{t^2\arcsin(t)}{2}+\frac{t\sqrt{-t^2+1}}{4}-\frac{\arcsin(t)}{4}+\_C1 \quad \textbf{(9)}$$

>

> $S := seq\left(plot\left(\left[t\cdot \arcsin(t)+\sqrt{-t^2+1}, \frac{t^2\arcsin(t)}{2}+\frac{t\sqrt{-t^2+1}}{4}-\frac{\arcsin(t)}{4}+C, t=-1..1\right]\right), C=-1..1\right)$:

> $plots[display](S)$



> **№5.2**

> #restart

> $y(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\frac{d}{dx}(y(x))}{1-\frac{d}{dx}(y(x))}\right) - \frac{d}{dx}(y(x))$:#исходное уравнение

> $simplify\left(\frac{d}{dp}\left(\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+p}{1-p}\right)-p\right)\right)$#найдем производную правой части

$$-\frac{p^2}{p^2-1} \qquad \textbf{(10)}$$

> $dsolve\left(\frac{d}{dp}(y(p)) = -\frac{p^2}{p^2-1}\right)$

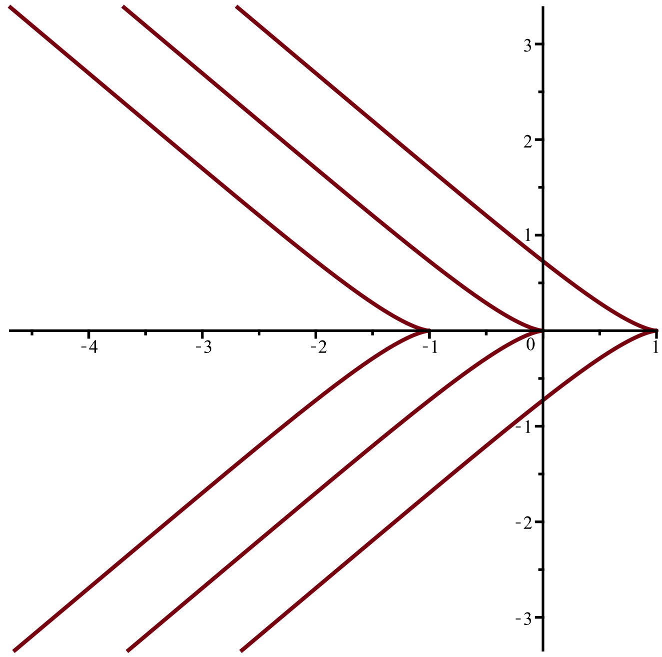
$$y(p) = -p - \frac{\ln(p-1)}{2} + \frac{\ln(p+1)}{2} + \_C1 \qquad \textbf{(11)}$$

> $dsolve\left(p\cdot\frac{d}{dp}(x(p)) = -\frac{p^2}{p^2-1}\right)$

$$x(p) = -\frac{\ln(p-1)}{2} - \frac{\ln(p+1)}{2} + \_C1 \qquad \textbf{(12)}$$

> $S := seq\left(plot\left(\left[\frac{\ln(\mathrm{abs}(1-p^2))}{2} + C, -p + \frac{\ln\left(\mathrm{abs}\left(\frac{1+p}{1-p}\right)\right)}{2}, p=-1..1\right]\right), C=-1..1\right)$:

> $plots[display](S)$



>

> **№6**

> *#restart*

> $y(x) = x \cdot \frac{d}{dx}(y(x)) + 2\frac{d}{dx}(y(x))^2 - 1$:*#исходное условие*

> $resh := dsolve\left(y(x) = x \cdot \frac{d}{dx}(y(x)) + 2\left(\frac{d}{dx}(y(x))\right)^2 - 1\right)$

$$resh := y(x) = -\frac{x^2}{8} - 1, y(x) = 2\_C1^2 + x\_C1 - 1 \tag{13}$$

> $tp1 := seq(subs(\_C1 = j, rhs(resh[2])), j = -3..3)$:

> $plot([rhs(resh[1]), tp1], x = -10..10, y = -5..50)$