

Algorytmy i Struktury Danych

Krzysztof Wyszzyński

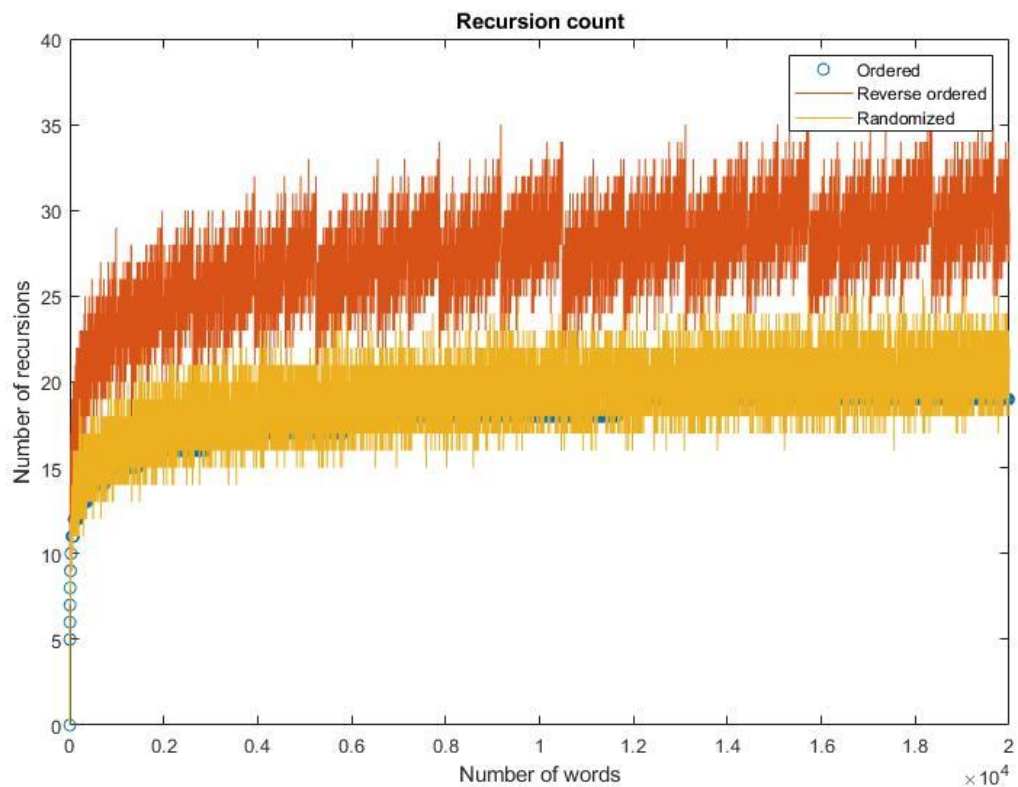
Drzewo czerwono – czarne

Notatka

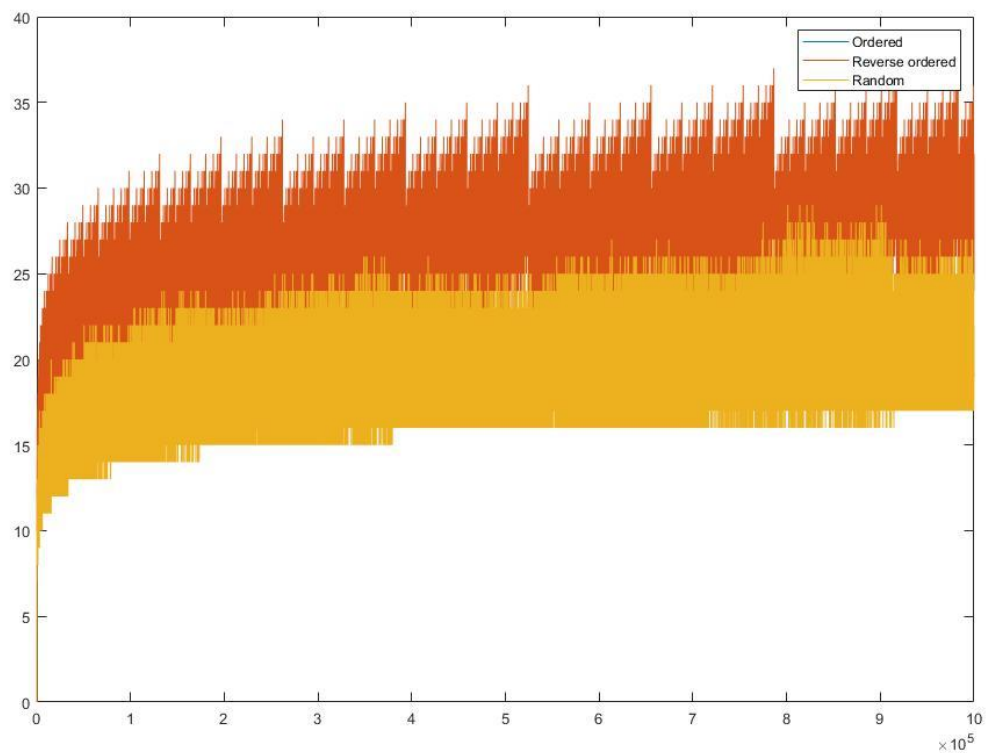
1. Analiza wykresów

Poniżej przedstawiono rezultat wstawiania miliona słów do drzewa czerwono-czarnego w trzech wariantach:

- a) Kolejność alfabetycznie rosnąca
- b) Kolejność alfabetycznie malejąca
- c) Kolejność losowa

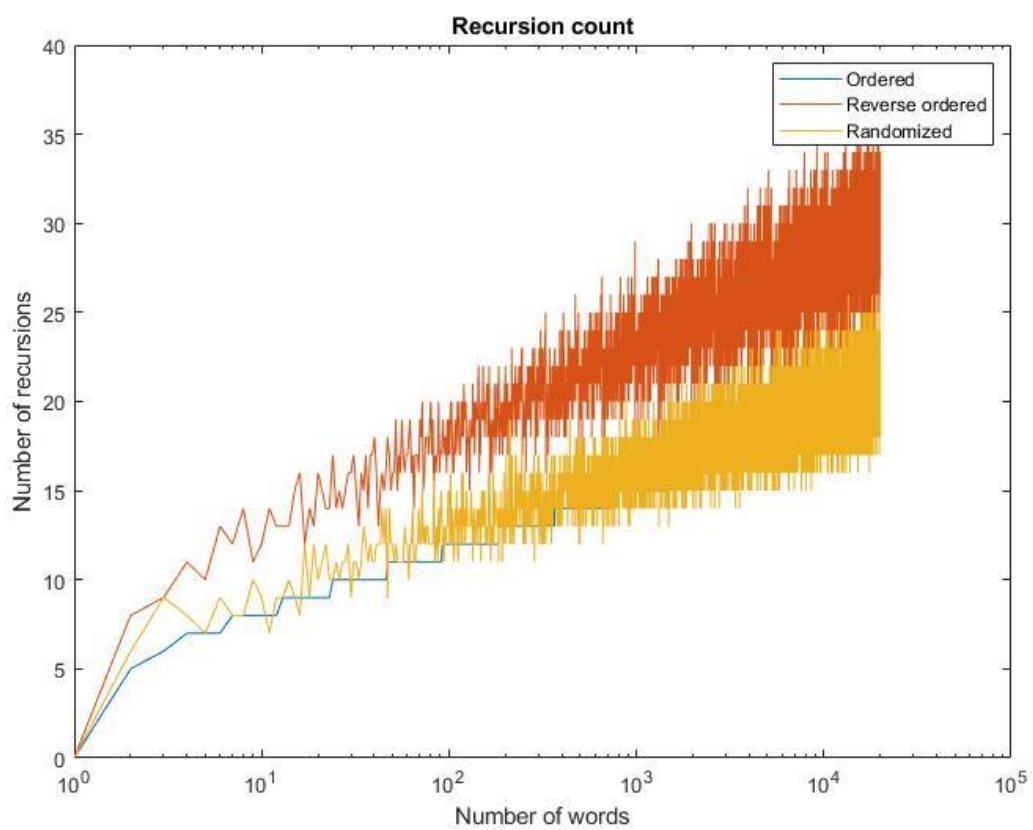


Rys 1. Zestawienie zliczeń wywołań rekurencyjnych wszystkich wariantów – skala liniowa – krok 50

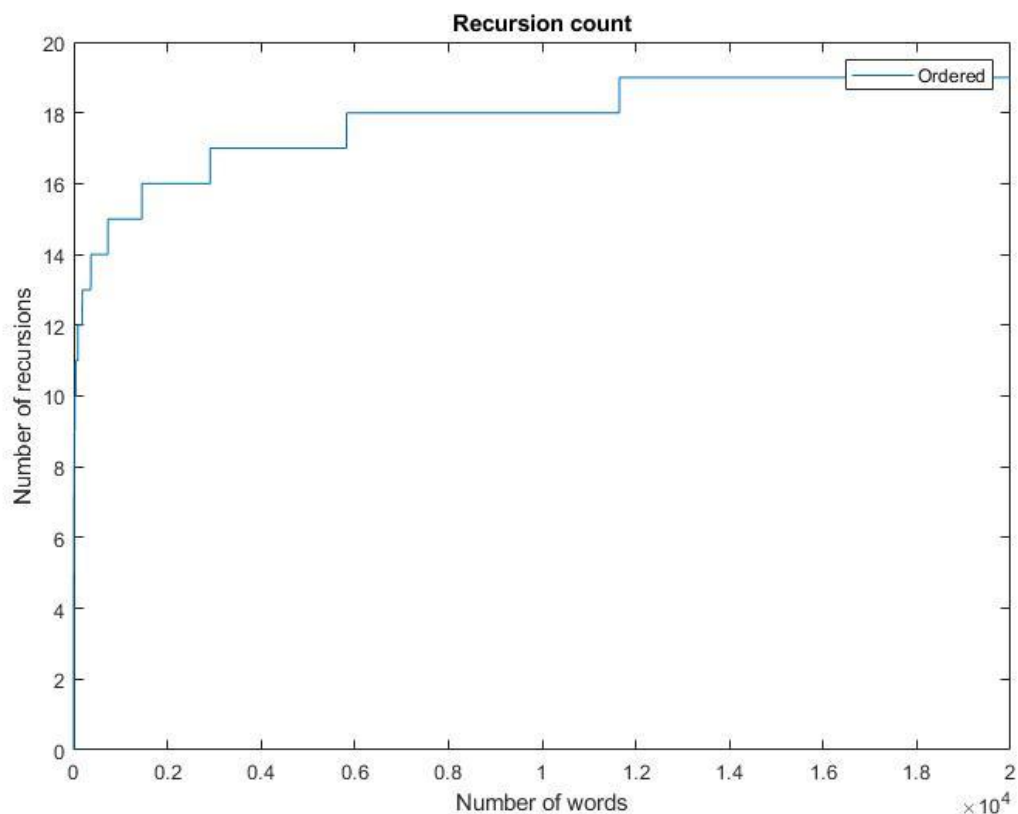


Rys 2. Zestawienie zliczeń wywołań rekurencyjnych wszystkich wariantów – skala liniowa – brak kroku

Jak można zauważyć na rys 1., wykres dla kolejności alfabetycznie rosnącej został zasłonięty przez pozostałe wyniki. Z tego powodu dodatkowo wykreślono rezultaty w skali logarytmicznej oraz przedstawiono wyniki dla pierwszego wariantu na osobnym wykresie.



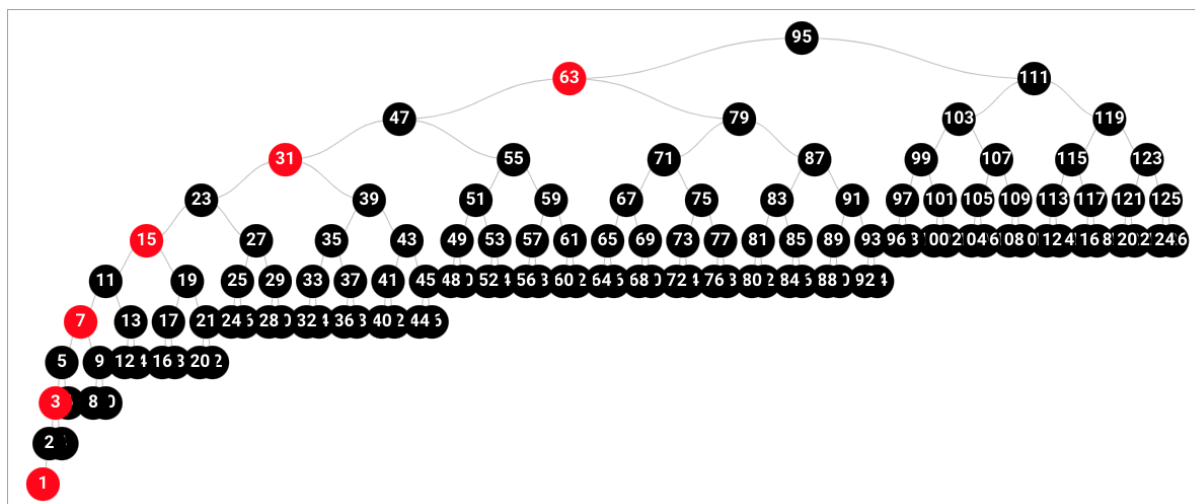
Rys 3. Zestawienie zliczeń wywołań rekurencyjnych wszystkich wariantów – skala logarytmiczna



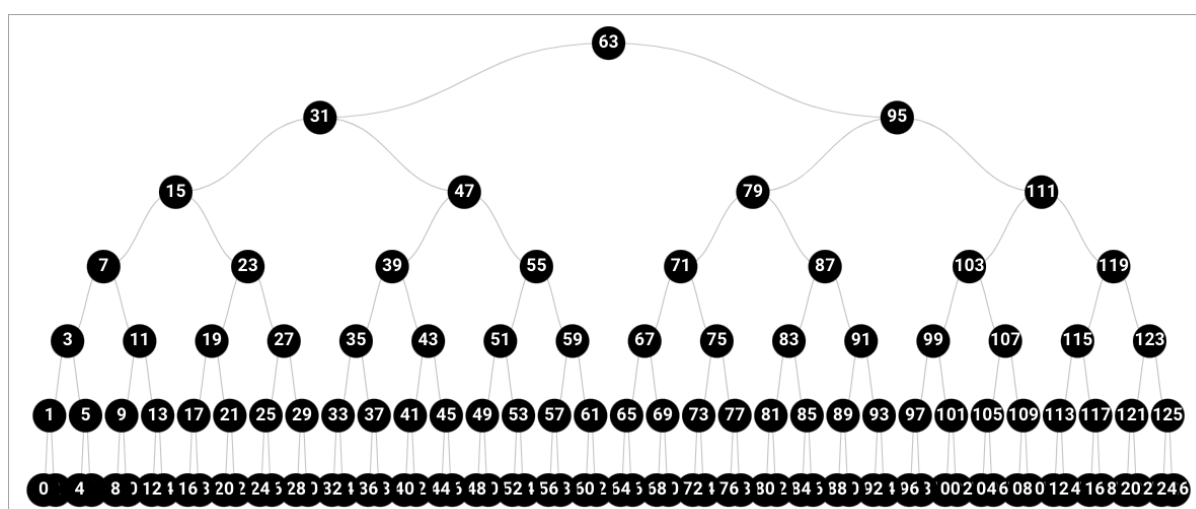
Rys 4. Zestawienie zliczeń wywołań rekurencyjnych dla porządku alfabetycznego – skala liniowa

Wnioski:

1. W przypadku wkładania do drzewa elementów uporządkowanych alfabetycznie rosnąco, liczba wywołań rekurencyjnych jest zawsze równa wysokości drzewa – wynosi $\log(n)$. Wynika to z faktu, że każdy nowy element wędruje od korzenia w prawo w dół, aż dojdzie do liścia, który nie ma prawego potomka.
2. W przypadku umieszczania w drzewie elementów uporządkowanych alfabetycznie malejąco liczba wywołań rekurencyjnych jest zróżnicowana – dobrze obrazuje to poniższy przykład:



Rys 5. Struktura drzewa, do którego włożono liczby z przedziału [126,...1]



Rys 6. Struktura drzewa, do którego włożono liczby z przedziału [127,...0]

Jak można zauważyć na rys.5, dodawanie kolejnych elementów w tym przypadku skutkowało zwiększoną liczbą wywołań rekurencyjnych – wynika to z faktu, że wartości w węzłach nie są już uporządkowane tak, jak w punkcie 1. Liczba wywołań rekurencyjnych narasta do momentu wyrównania struktury drzewa – następuje to w momencie, gdy liczba elementów wyniesie $2^k - 1$, gdzie k jest liczbą naturalną (rys 6). Stąd można zauważyć cykliczne wzrosty i nagłe spadki zliczeń wywołań rekurencyjnych w przypadku kluczy uporządkowanych alfabetycznie malejąco.

3. Losowe rozmieszczenie kluczy jest sytuacją pośrednią między dwoma poprzednio opisanymi przypadkami, co widać na rys. 1.