

## **BAB II**

### **KABEL DAN PERPINDAHAN PANAS**

#### **II.1 Umum**

Kemampuan hantar arus kabel dipengaruhi oleh perpindahan panas yang terjadi dari kabel ke lingkungan sekitar. Secara umum sumber panas dalam kabel dapat dibagi menjadi dua yaitu panas yang dihasilkan oleh konduktor yang dialiri arus dan panas yang dihasilkan oleh isolasi akibat terpaan medan listrik. Panas yang dihasilkan oleh kabel ini harus dipindahkan ke luar dari kabel agar tidak terjadi kenaikan suhu baik pada konduktor maupun isolasinya.

Perpindahan panas pada kabel sangat ditentukan oleh konstruksi kabel dan keadaan lingkungan sekitarnya. Bahan penyusun kabel harus mampu menghantarkan panas ke luar dari kabel sebesar mungkin agar kenaikan suhu yang terjadi relatif kecil, sehingga arus yang mengalir dapat maksimal. Dalam bab ini akan dibahas mengenai konstruksi kabel tegangan menengah dan mekanisme perpindahan panas pada kabel.

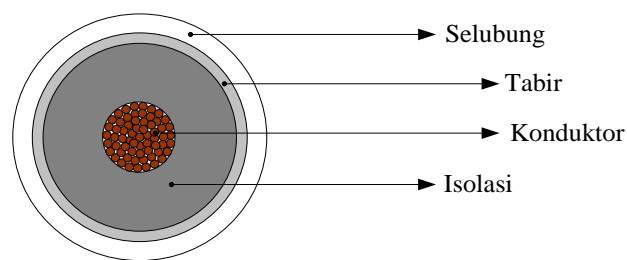
#### **II.2 Konstruksi Kabel Tegangan Menengah**

Umumnya kabel tegangan menengah memiliki konstruksi yang sama dengan kabel tegangan tinggi. Dalam penggunaannya kabel dirancang dengan konstruksi yang berbeda-beda sesuai dengan kebutuhannya. Sebagai konduktor berisolasi, konstruksi kabel dibagi menjadi bagian utama dan bagian pelengkap.

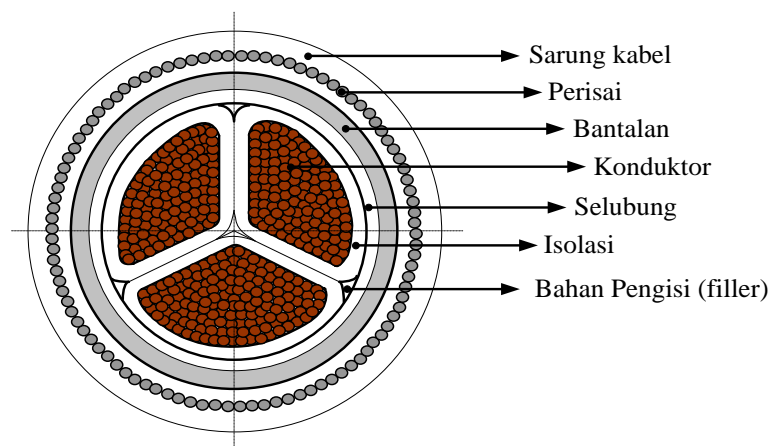
Bagian utama kabel adalah bagian yang harus dimiliki oleh kabel tenaga, yaitu konduktor (*conductor*), isolasi (*insulation*), tabir (*screen*) dan selubung (*sheath*). Sedangkan bagian pelengkap kabel adalah bagian yang hanya melengkapi

kabel digunakan untuk memperbaiki sifat-sifat kabel atau untuk melindungi kabel, bagian-bagian tersebut adalah bantalan (*bedding*), perisai (*armor*), bahan pengisi (*filler*) dan sarung kabel (*serving*).

Gambar 2.1 dan 2.2 menunjukkan bagian utama kabel berinti tunggal dan bagian-bagian kabel berinti tiga.



Gambar 2.1 Bagian utama kabel berinti tunggal



Gambar 2.2 Bagian-bagian kabel berinti tiga

### II.2.1 Konduktor

Kabel tegangan menengah umumnya dibedakan menjadi kabel berinti tunggal, berinti dua, dan berinti tiga. Setiap inti kabel merupakan konduktor dan bentuknya dapat dirancang sesuai dengan kebutuhan. Bahan konduktor yang banyak dipakai untuk kabel tenaga listrik adalah pilinan serat tembaga atau aluminium.

Adapun bentuk penampang konduktor yang digunakan dalam kabel tenaga terdiri dari beberapa bentuk yaitu bulat tanpa rongga, sektoral dan bulat berongga.

### **II.2.2 Isolasi**

Isolasi merupakan faktor penting pada sistem tenaga listrik dan salah satu gangguan penyaluran tenaga listrik dengan menggunakan kabel adalah kerusakan pada isolasinya. Dengan demikian rancangan kabel harus disesuaikan dengan penggunaannya, sehingga bahan isolasi sesuai dengan kemampuan kabel tersebut.

Berdasarkan jenis isolasi padat yang dipakai, kabel dapat digolongkan menjadi kabel berisolasi karet, kertas dan sintetis. Isolasi yang digunakan harus mempunyai sifat-sifat sebagai berikut :

- a. Memiliki kekuatan dielektrik yang tinggi agar diameter luar dapat dikurangi sehingga biaya pembuatan kabel berkurang.
- b. Memiliki tahanan jenis yang tinggi.
- c. Dapat bekerja dalam suhu rendah atau suhu tinggi
- d. Tidak mudah terbakar.
- e. Tidak mengisap air (non higroskopis).
- f. Mudah dibengkok-bengkokkan (fleksibel).
- g. Sanggup menahan tegangan impuls listrik yang tinggi.

Suatu hal yang tidak mungkin dalam suatu jenis isolasi terdapat semua sifat-sifat di atas. Jadi pemilihan jenis isolasi yang akan dipakai didasarkan pada pertimbangan dengan maksud dan tujuan kabel yang akan dipakai.

### II.2.3 Tabir

Untuk tegangan kerja yang tinggi setiap inti kabel dilengkapi dengan suatu lapisan yang disebut tabir (*screen*). Lapisan tabir dipasang diantara selubung (*sheath*) dan isolasi, tapi untuk kabel sintetis dipasang juga antara isolasi dan konduktor. Tabir ini berfungsi :

- a. Untuk meratakan distribusi tegangan, sehingga tabir harus dibuat dari bahan semikonduktor, misalnya kertas berlapis logam dan kompon grafit.
- b. Untuk mendapatkan distribusi medan listrik yang radial dan seragam sehingga tidak terjadi penumpukan tegangan.
- c. Untuk melindungi dan mengamankan manusia terhadap bahaya listrik.
- d. Mencegah interferensi gelombang elektromagnetik dengan kabel telekomunikasi yang berada di dekatnya.

### II.2.4 Selubung

Selubung berfungsi untuk melindungi inti kabel dari pengaruh luar yaitu sebagai pelindung terhadap korosi, penahan gaya mekanis, dan pelindung terhadap gaya listrik. Di samping itu selubung juga mencegah keluarnya minyak pada kabel kertas yang diresapi minyak (*impregnated paper*) dan mencegah masuknya uap air ke dalam kabel. Bahan selubung dapat dibagi menjadi tiga golongan, yaitu :

1. Selubung logam, misalnya tembaga, timbal dan aluminium.
2. Selubung karet sintetis, misalnya karet silikon (*silicone rubber*) dan polychloroprene.
3. Selubung plastik, misalnya PVC.

### **II.2.5 Bantalan**

Bantalan adalah lapisan yang terbuat dari serat-serat baik yang diresapi minyak ataupun tidak, dipasang bersama-sama kompon kedap air dan ditempatkan di bawah perisai. Fungsi bantalan adalah sebagai tempat kedudukan perisai dan mencegah proses elektrolisa sehingga tidak merusak bagian dalamnya.

Beberapa bahan dari bantalan diantaranya pita kapas (*cotton tape*), pita kertas (*paper tape*) dan jute. Sebelum dipasang bantalan harus dikeringkan dan direndam dalam minyak atau kompon kedap air. Bantalan dipasang lapisan demi lapisan sehingga lapisan atas akan menutupi lapisan yang berada di bawahnya.

### **II.2.6 Perisai**

Bahan isolasi mempunyai sifat mekanis yang kurang sempurna, sehingga diperlukan suatu lapisan yang berfungsi melindungi bahan isolasi dari kerusakan mekanis, lapisan ini dinamakan perisai. Secara umum perisai dapat digolongkan menjadi dua jenis, yaitu perisai pita baja (*steel tape armor*) dan perisai kawat baja (*steel wire armor*).

### **II.2.7 Bahan Pengisi**

Untuk konstruksi kabel berinti tiga, bila setelah pemasangan ketiga intinya maka masih ada ruang (celah) yang tertinggal, maka diperlukan suatu bahan yang dapat mengisi ruangan tersebut agar didapat bentuk kabel yang bulat. Bahan yang mengisi celah ini dinamakan bahan pengisi.

Bahan pengisi yang banyak digunakan pada bahan isolasi kertas adalah jute, sedangkan kabel isolasi sintetis selain jute digunakan juga karet *butyl*.

## II.2.8 Sarung kabel

Sarung kabel adalah suatu lapisan bahan serat yang diresapi dengan komponen kedap air. Pemasangan sarung kabel biasanya dipasang di atas perisai. Fungsi sarung kabel adalah selain bantalan bagi perisai, juga sebagai komponen yang berhubungan langsung dengan tanah, sehingga sarung kabel merupakan bagian yang pertama sekali terkena pengaruh luar. Bahan sarung kabel yang banyak digunakan untuk kabel tegangan menengah adalah *polyethylene* dan *polyvinyl chloride (PVC)* .

## II.3 Mekanisme Perpindahan Panas pada Kabel

Perpindahan panas adalah perpindahan energi yang terjadi karena adanya perbedaan suhu pada benda atau material. Proses perpindahan panas ini berlangsung melalui tiga mekanisme, yaitu konduksi, konveksi dan radiasi. Perpindahan panas pada kabel yang ditanam di dalam tanah berlangsung secara konduksi, sehingga dalam bab ini lebih banyak dijelaskan masalah konduksi.

### II.3.1 Konduksi

Jika pada suatu benda terdapat gradien suhu, maka pada benda tersebut akan terjadi perpindahan panas dari bagian bersuhu tinggi ke bagian bersuhu rendah. Dalam hal ini panas berpindah secara konduksi dan laju perpindahan panas itu berbanding lurus dengan gradien suhu normal :

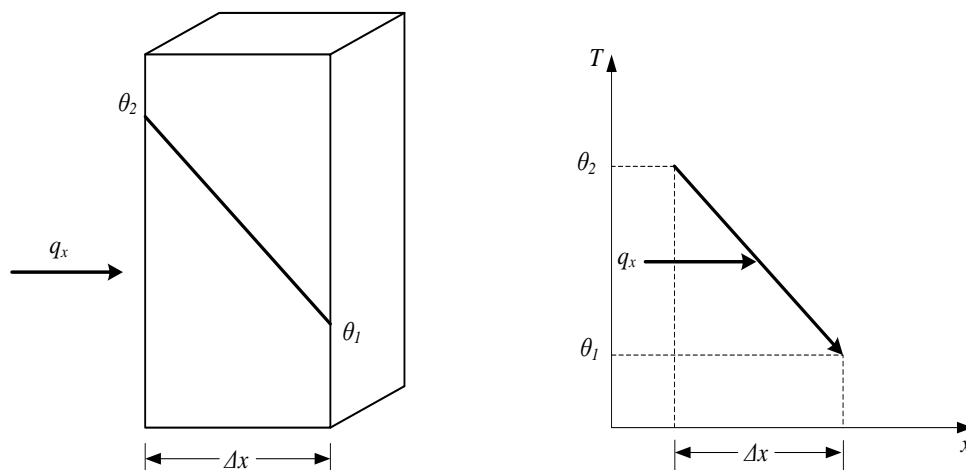
$$\frac{q}{A} \sim \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

Jika dimasukkan konstanta kesebandingan  $k$ , maka diperoleh:

$$q = -kA \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad 2.1$$

di mana  $q$  ialah laju perpindahan panas dan  $\partial\theta/\partial x$  merupakan gradien suhu ke arah perpindahan panas. Konstanta  $k$  disebut konduktivitas termal benda itu, sedangkan tanda minus (-) diberikan agar memenuhi hukum kedua termodinamika, yaitu panas mengalir ke tempat yang lebih rendah dalam skala suhu, sebagaimana ditunjukkan dalam sistem koordinat pada Gambar 2.3.

Persamaan (2.1) disebut hukum Fourier tentang konduksi panas yang ditemukan oleh seorang ahli matematika fisika bangsa Perancis, Joseph Fourier. Persamaan (2.1) juga merupakan persamaan dasar dari konduktivitas termal dengan satuan Watt per meter per derajat Celsius.



Gambar 2.3 Konduksi pada dinding datar dan arah aliran panas

Nilai konduktivitas termal menunjukkan seberapa cepat panas mengalir dalam bahan tertentu. Jika suatu bahan memiliki nilai konduktivitas termal yang besar, maka bahan tersebut merupakan penghantar panas yang baik, sedangkan jika nilai konduktivitas termalnya kecil, maka bahan itu merupakan penghantar yang buruk atau isolator. Nilai konduktivitas termal beberapa bahan diberikan dalam Tabel 2.1.

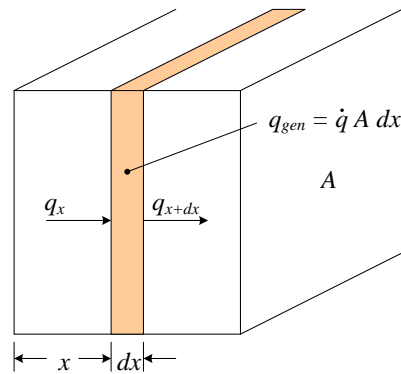
Tabel 2.1 Konduktivitas termal beberapa bahan

<i>Bahan</i>	<i>K (W/m.°C)</i>	<i>Bahan</i>	<i>K (W/m.°C)</i>
<i>Logam</i>		<i>Bukan Logam</i>	
Perak	410	Kuarsa	41,6
Tembaga	401	Magnesit	4,15
Aluminium	202	Marmar	2,08 – 2.94
Nikel	93	Batu Pasir	1,83
Besi	73	Kaca, jendela	0,78
Baja karbon	43	Kayu maple atau ek	0,17
Timbal	35	Serbuk gergaji	0,059
Baja krom-nikel	16,3	Wol kaca	0,038
<i>Zat Cair</i>		<i>Gas</i>	
Air-raksa	8,21	Hidrogen	0,175
Air	0,556	Helium	0,141
Amonia	0,540	Udara	0,024
Minyak lumas, SAE 50	0,147	Uap air (jenuh)	0,0206
Freon 12, CCl <sub>2</sub> F <sub>2</sub>	0,073	Karbondioksida	0,0146

### II.3.1.1 Konduksi Satu Dimensi dan Tiga Dimensi

Konduksi satu dimensi dapat dianalisis dengan mengacu pada Gambar 2.4. Jika sistem berada pada keadaan tunak (*steady state*), yaitu jika suhu tidak berubah terhadap waktu, maka penyelesaiannya hanya dengan mengintegrasikan Persamaan (2.1) dan mensubstitusi nilai-nilai yang sesuai untuk memecahkan soal itu. Tetapi, jika suhu zat padat itu berubah terhadap waktu, atau jika ada sumber panas dalam zat padat itu, maka keadaannya akan menjadi lebih rumit.





Gambar 2.4 Volume unsur untuk konduksi panas satu dimensi

Apabila suhu berubah terhadap waktu dan terdapat pula sumber panas dalam zat padat itu, maka dapat dibuat neraca energi untuk bagian yang tebalnya  $dx$  sebagai berikut :

Energi yang dihantarkan di muka kiri + energi yang dibangkitkan dalam unsur itu = perubahan energi dalam atau dakhil + energi yang dihantarkan ke luar unsur itu melalui muka kanan.

Kuantitas energi itu adalah sebagai berikut :

$$\text{Energi di muka kiri} = q_x = -kA \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

$$\text{Energi yang dibangkitkan di dalam unsur} = \dot{q} A dx$$

$$\text{Perubahan energi dalam} = \rho c A \frac{\partial \theta}{\partial \tau} dx$$

$$\begin{aligned} \text{Energi yang keluar dari muka kanan} &= q_{x+dx} = -kA \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ &= -A \left[ k \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) dx \right] \end{aligned}$$

di mana  $\dot{q}$  = energi yang dibangkitkan per satuan volume ( $\text{W/m}^3$ )

$c$  = panas spesifik bahan ( $\text{J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ )

$\rho$  = kerapatan (densitas) ( $\text{kg/m}^3$ )

Jika hubungan-hubungan ini digabungkan, maka kita dapatkan :

$$-k \frac{\partial \theta}{\partial x} + \dot{q} A dx = \rho c A \frac{\partial \theta}{\partial \tau} dx - A \left[ k \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) dx \right]$$

atau

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) berlaku untuk konduksi panas satu dimensi. Untuk mendapatkan persamaan konduksi panas tiga dimensi, maka perlu diperhatikan panas yang dihantarkan ke dalam dan ke luar satuan volume itu dalam ketiga arah koordinat, seperti ditunjukkan pada Gambar 2.5. Neraca energi di sini menghasilkan:

$$q_x + q_y + q_z + q_{gen} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz} + \frac{dE}{d\tau}$$

Sedangkan kuantitas energi diberikan oleh persamaan :

$$\begin{aligned} q_x &= -k dy dz \frac{\partial \theta}{\partial x} & q_{x+dx} &= - \left[ k \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) dx \right] dy dz \\ q_y &= -k dx dz \frac{\partial \theta}{\partial y} & q_{y+dy} &= - \left[ k \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) dy \right] dx dz \\ q_z &= -k dx dy \frac{\partial \theta}{\partial z} & q_{z+dz} &= - \left[ k \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) dz \right] dx dy \\ q_{gen} &= \dot{q} dx dy dz & \frac{dE}{d\tau} &= \rho c dx dy dz \frac{d\theta}{d\tau} \end{aligned}$$

sehingga persamaan umum untuk konduksi panas tiga dimensi adalah :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (2.3)$$

Untuk konduktivitas termal yang konstan, Persamaan (2.3) dapat dituliskan sebagai :

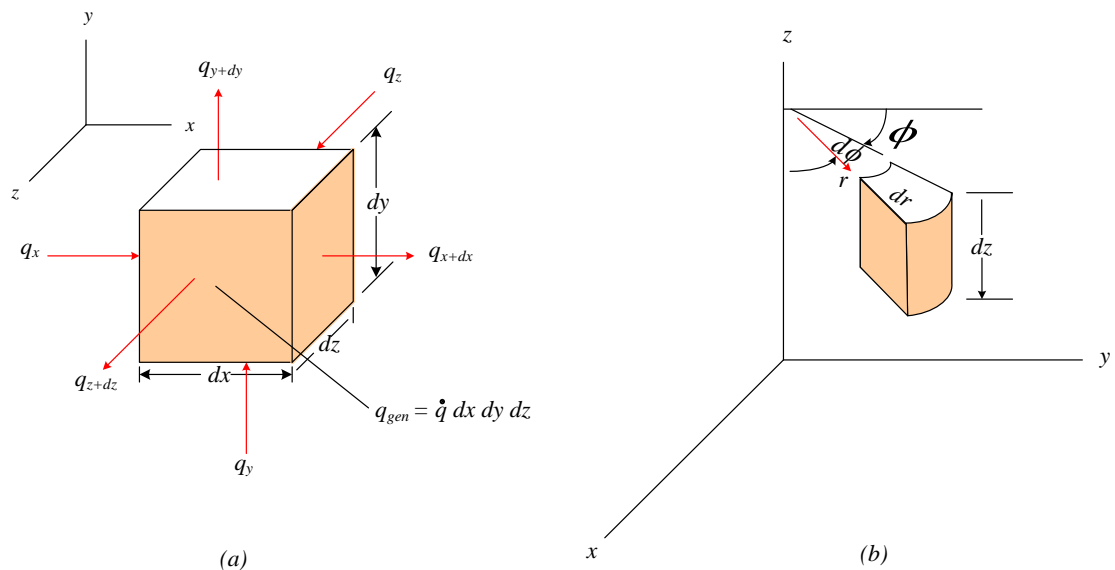
$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\delta} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (2.3a)$$

di mana simbol  $\delta = k/\rho c$  disebut difusitas termal atau kebauran termal bahan dengan satuan meter persegi per detik. Makin besar nilai  $\delta$  makin besar panas yang membaaur

dalam bahan itu. Persamaan (2.3a) dapat juga dialihragamkan ke dalam koordinat silindris, dan hasilnya adalah sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\delta} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (2.3b)$$

Sistem koordinat yang digunakan dengan Persamaan (2.3b) ditunjukkan dalam Gambar 2.5b.



Gambar 2.5 Volume unsur tiga dimensi untuk konduksi : (a) koordinat kartesius, (b) koordinat silinder

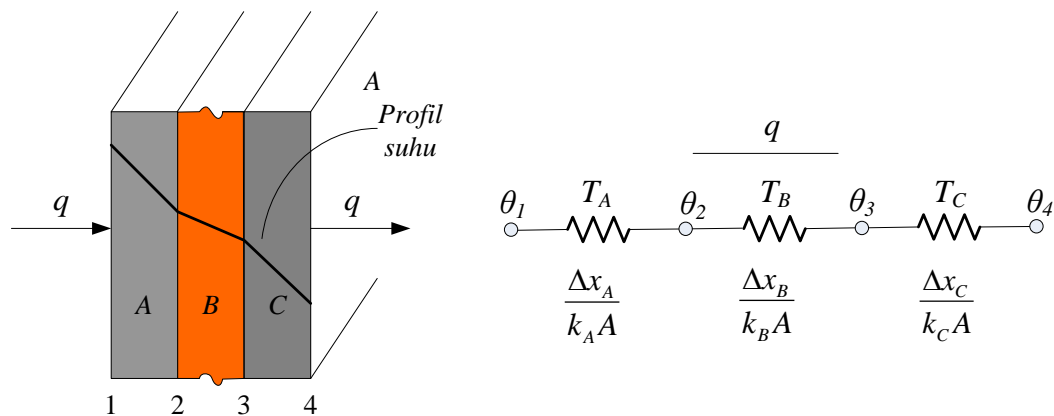
### II.3.1.2 Konduksi pada Dinding Datar

Perpindahan panas pada dinding datar yang ditunjukkan pada Gambar 2.6, menerapkan hukum Fourier pada Persamaan 2.1. Jika persamaan tersebut diintegrasikan, maka akan didapatkan :

$$q = -\frac{kA}{\Delta x}(\theta_2 - \theta_1) \quad 2.4$$

Jika konduktivitas termal dianggap tetap, tebal dinding adalah  $\Delta x$ , sedang  $\theta_1$  dan  $\theta_2$  adalah suhu muka dinding. Jika konduktivitas termal berubah menurut hubungan linier dengan suhu, seperti  $k = k_o (1 + \beta\theta)$ , maka persamaan aliran panas menjadi :

$$q = -\frac{kA}{\Delta x} \left[ (\theta_2 - \theta_1) + \frac{\beta}{2} (\theta_2^2 - \theta_1^2) \right] \quad 2.5$$



Gambar 2.6 Perpindahan panas melalui dinding berlapis dan analogi listriknya

Jika dalam sistem itu terdapat lebih dari satu macam bahan, seperti dinding berlapis pada Gambar 2.6, dan gradien suhu pada ketiga bahan adalah seperti tergambar, maka aliran panas dapat dituliskan sebagai :

$$q = -k_A A \frac{\theta_2 - \theta_1}{\Delta x_A} = -k_B A \frac{\theta_3 - \theta_2}{\Delta x_B} = -k_C A \frac{\theta_4 - \theta_3}{\Delta x_C}$$

Jika ketiga persamaan ini dipecahkan serentak, maka aliran panas itu dapat dituliskan sebagai :

$$q = \frac{\theta_1 - \theta_4}{\Delta x_A / k_A A + \Delta x_B / k_B A + \Delta x_C / k_C A} \quad 2.6$$

Laju perpindahan panas dapat dipandang sebagai aliran, sedangkan gabungan dari konduktivitas termal, tebal bahan, dan luas merupakan tahanan terhadap aliran itu.

Suhu merupakan fungsi potensial atau pendorong aliran itu, sehingga persamaan Fourier dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\text{Aliran panas} = \frac{\text{beda potensial termal}}{\text{tahanan termal}} \quad 2.7$$

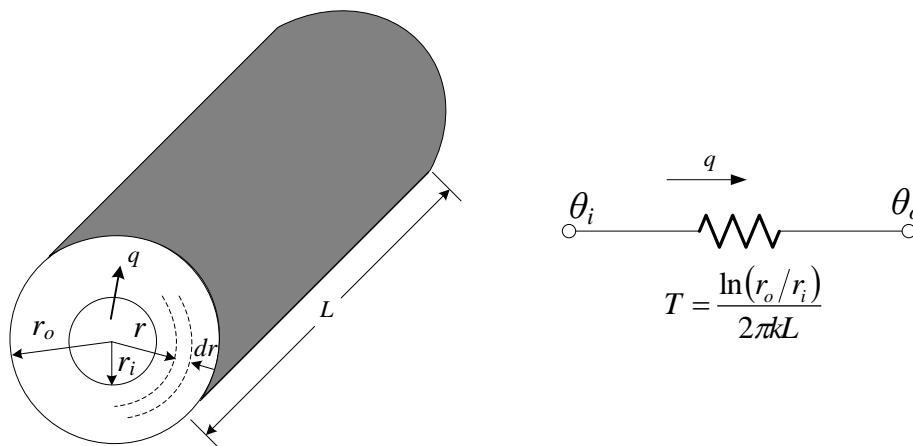
Hubungan di atas analogi dengan hukum Ohm dalam rangkaian listrik. Dalam Persamaan (2.4), tahanan termal  $T$  adalah  $\Delta x/kA$ , dan dalam Persamaan (2.6) tahanannya adalah jumlah ketiga suku dalam pembagi. Persamaan aliran panas satu dimensi dengan tahanan termal yang mempunyai susunan seri dan paralel adalah :

$$q = \frac{\Delta\theta}{\sum T} \quad 2.8$$

di mana  $\sum T$  merupakan penjumlahan tahanan termal yang tersusun seri atau paralel.

### II.3.1.3 Konduksi pada Silinder

Suatu silinder dengan jari-jari dalam  $r_i$ , jari-jari luar  $r_o$ , dan panjang  $L$ , seperti pada Gambar 2.7. Silinder ini mengalami perbedaan suhu  $\theta_i - \theta_o$ , dan arah aliran panas berlangsung menurut arah radial, sehingga koordinat ruang yang diperlukan untuk menentukan sistem itu hanyalah  $r$ .



Gambar 2.7 Aliran panas satu dimensi melalui silinder dan analogi listriknya

Berdasarkan hukum Fourier perpindahan panas yang terjadi pada komponen  $dr$  yang jaraknya  $r$  dari pusat adalah :

$$q_r = -kA_r \frac{d\theta}{dr} \quad 2.9$$

Luas bidang aliran kalor dalam sistem silinder adalah :

$$A = 2\pi rL \quad 2.10$$

sehingga hukum Fourier menjadi :

$$q_r = -2\pi krL \frac{d\theta}{dr} \quad 2.11$$

Jika Persamaan (2.11) diintegrasikan dengan batas suhu  $\theta_o$  sampai  $\theta_i$ , dan batas jari-jari  $r_i$  sampai  $r_o$ , maka penyelesaian persamaan tersebut adalah :

$$q = \frac{2\pi rL(\theta_i - \theta_o)}{\ln(r_o/r_i)} \quad 2.12$$

Dan tahanan termal dalam hal ini adalah :

$$T = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi kL} \quad 2.13$$

### II.3.2 Konveksi

Pada kabel yang dipasang di udara akan terjadi perpindahan panas konveksi dan radiasi dari permukaan kabel ke udara sekitar. Konveksi dapat diklasifikasikan menurut sifat aliran menjadi konveksi paksa dan konveksi alami. Konveksi paksa terjadi ketika aliran panas yang berpindah disebabkan oleh suatu alat penggerak seperti angin, pompa atau kipas. Berbeda dengan konveksi alami yang timbul akibat adanya perbedaan kerapatan udara disebabkan oleh perbedaan suhu udara. Dalam perhitungan rating kabel dianggap hanya konveksi alami saja yang terjadi di permukaan kabel.

Dengan mengabaikan proses konveksi alami sebagian, maka persamaan perpindahan panas konveksi dapat ditulis :

$$q = h (\theta_s - \theta_{amb}) \quad (2.14)$$

di mana  $q$  aliran panas konveksi ( $\text{W/m}^2$ ) yang sebanding dengan perbedaan suhu permukaan kabel ( $\theta_s$ ) dengan suhu lingkungan ( $\theta_{amb}$ ). Pernyataan ini dikenal dengan hukum Newton tentang pendinginan, dengan konstanta kesebandingan  $h$  ( $\text{W/m}^2.\text{K}$ ) menunjukkan koefisien perpindahan panas konveksi. Nilai koefisien ini bervariasi antara  $2 - 25 \text{ W/m}^2.\text{K}$  untuk konveksi alami dan antara  $25 - 250 \text{ W/m}^2.\text{K}$  untuk konveksi paksa.

### II.3.3 Radiasi

Radiasi termal yang terjadi pada kabel dapat berupa energi yang dipancarkan oleh kabel atau permukaan saluran. Panas yang dipancarkan oleh permukaan kabel diberikan oleh hukum Stefan-Boltzmann :

$$q = \varepsilon \sigma_B \theta_s^{*4} \quad (2.15)$$

di mana  $\theta_s^{*4}$  adalah suhu mutlak dari permukaan kabel (K),  $\sigma_B$  disebut konstanta Stefan-Boltzmann dengan nilai  $5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2.\text{K}^4$ , dan  $\varepsilon$  adalah emisivitas bahan. Nilai emisivitas bahan berada pada range  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ , menunjukkan efisiensi suatu permukaan memancarkan panas. Jika radiasi terjadi pada permukaan suatu benda, maka sebagian energi akan diserap dan laju energi yang diserap persatuan luas permukaan  $q_{abs}$  dapat dievaluasi dari sifat radiasi permukaan yang dikenal sebagai absorptivitas  $\alpha$ , sehingga :

$$q_{abs} = \alpha q_{inc} \quad (2.16)$$

di mana  $q_{inc}$  adalah radiasi pada permukaan, dengan nilai  $\alpha$  berada pada  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

Persamaan (2.15) dan (2.16) menentukan laju energi yang dipancarkan dan diserap oleh permukaan. Dengan menganggap permukaan ini memiliki  $\alpha = \varepsilon$  (permukaan abu-abu), sehingga laju netto perubahan radiasi antara kabel dengan lingkungannya yang dinyatakan dalam per unit luas permukaan kabel adalah :

$$q = \varepsilon \sigma_B (\theta_s^{*4} - \theta_{amb}^{*4}) \quad (2.17)$$

Sehingga rugi-rugi panas pada perpindahan panas radiasi  $W_{rad}$  dapat diperoleh dengan mengalikan laju perpindahan panas dengan luas daerah radiasi, dan hasilnya adalah :

$$W_{rad} = \varepsilon \sigma_B A_{sr} (\theta_s^{*4} - \theta_{amb}^{*4}) \quad (2.18)$$

di mana  $A_{sr}$  ( $m^2$ ) adalah luas radiasi efektif per meter panjang. Pada kabel yang dipasang di udara, panas pada permukaan kabel berpindah secara konveksi dan radiasi. Total laju panas yang berpindah dari permukaan kabel merupakan penjumlahan dari laju panas yang disebabkan oleh perpindahan panas konveksi dan radiasi dan diperoleh :

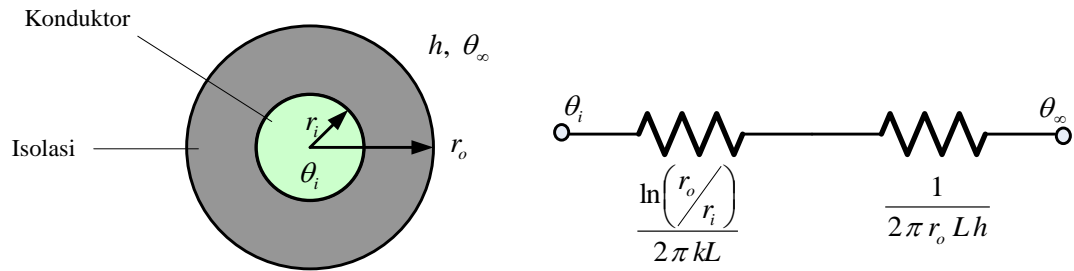
$$W = h A_s (\theta_s - \theta_{amb}) + \varepsilon \sigma_B A_{sr} (\theta_s^{*4} - \theta_{amb}^{*4}) \quad (2.19)$$

di mana  $A_s$  ( $m^2$ ) adalah luas kovektif per meter panjang.

### II.3.4 Perpindahan Panas pada Kabel

Perpindahan panas pada kabel yang ditempatkan di udara berlangsung secara konduksi dan konveksi. Gambar 2.8 menunjukkan suatu kabel dengan jari-jari  $r_o$ , jari-jari konduktor  $r_i$ , suhu permukaan konduktor  $\theta_i$  dan suhu lingkungan  $\theta_\infty$ .





Gambar 2.8 Kabel dan analogi listriknya

Konduksi terjadi pada permukaan luar konduktor hingga ke permukaan luar isolasi dengan tahanan termal yang dilalui adalah  $R_{cond}$ . Sedangkan secara konveksi terjadi pada permukaan isolasi ke udara dengan tahanan termal yang dilalui  $R_{conv}$ . Secara sistematis perpindahan panas pada kabel dapat ditulis sebagai :

$$\begin{aligned}
 q &= \frac{\theta_i - \theta_\infty}{R_{cond} + R_{conv}} \\
 &= \frac{\theta_i - \theta_\infty}{\frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi Lk} + \frac{1}{2\pi r_o Lh}} \\
 q &= \frac{2\pi L(\theta_i - \theta_\infty)}{\frac{\ln(r_o/r_i)}{k} + \frac{1}{r_o h}} \quad (2.20)
 \end{aligned}$$

di mana :  $q$  = laju perpindahan panas (W)

$L$  = panjang kabel (m)

$\theta_i$  = suhu permukaan konduktor ( $^{\circ}\text{C}$ )

$\theta_\infty$  = suhu udara ( $^{\circ}\text{C}$ )

$r_o$  = jari-jari luar isolasi (m)

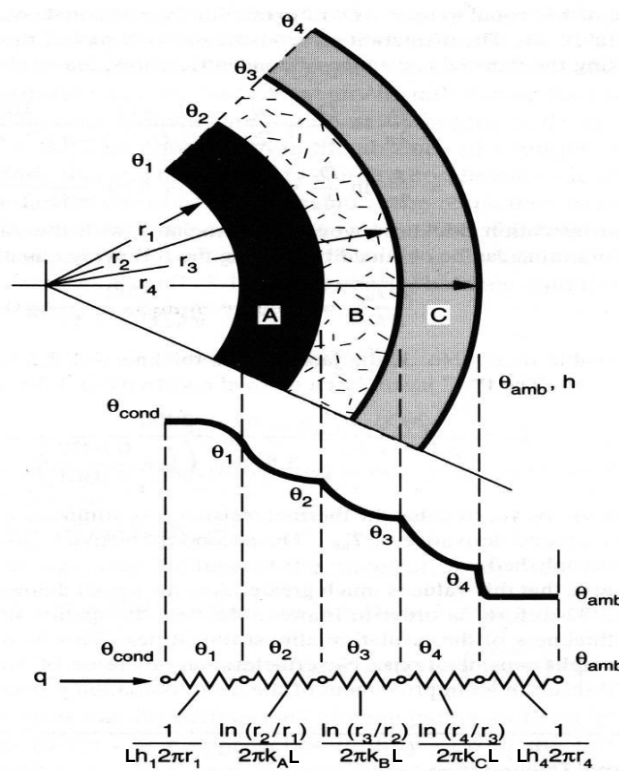
$r_i$  = jari-jari konduktor (m)

$k$  = konduktivitas termal isolasi ( $\text{W/m}^{\circ}\text{C}$ )

$h$  = koefisien perpindahan panas konveksi ( $\text{W/m}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$ )

Sedangkan untuk kabel dengan isolasi yang berlapis seperti pada Gambar 2.9, maka laju perpindahan panas yang terjadi dapat ditulis sebagai :

$$q = \frac{2\pi L(\theta_1 - \theta_{amb})}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{k_A} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{k_B} + \frac{\ln(r_4/r_3)}{k_C} + \frac{1}{hr_4}} \quad (2.21)$$



Gambar 2.9 Sebagian penampang kabel dan analogi listriknya

#### II.4 Persamaan Kesetaraan Energi pada Kabel

Dalam analisis perpindahan panas pada sistem kabel, hukum kekekalan energi memegang peranan penting. Hukum kekekalan energi yang berlaku di dalam kabel dinyatakan sebagai :

$$W_{ent} + W_{int} = W_{out} + \Delta W_{st} \quad (2.22)$$

di mana  $W_{ent}$  adalah laju energi yang masuk ke dalam kabel, energi ini dihasilkan oleh kabel yang lain yang berada di sekitarnya atau oleh radiasi matahari.  $W_{int}$  adalah laju energi yang dihasilkan dari rugi-rugi inti dan rugi-rugi dielektrik, dan  $\Delta W_{st}$  adalah perubahan laju energi yang tersimpan dalam kabel. Sedangkan  $W_{out}$  berhubungan dengan energi yang berpindah secara konduksi, konveksi dan radiasi. Untuk kabel yang ditanam dalam tanah dipengaruhi juga oleh suhu tanah di sekitar.

#### II.4.1 Persamaan Perpindahan Panas

Perpindahan panas pada kabel yang ditanam di dalam tanah yang homogen berlangsung secara konduksi melalui komponen-komponen kabel dan tanah. Karena panjang dari kabel jauh lebih besar daripada diameternya, maka efeknya dapat diabaikan sehingga masalah perpindahan panas dapat diformulasikan ke dalam dua dimensi. Persamaan diferensial yang menjelaskan konduksi panas di dalam tanah memiliki bentuk sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + W_{int} \rho = \frac{1}{\delta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (2.23)$$

di mana :  $\theta$  = suhu yang tidak diketahui ( $^{\circ}\text{C}$ )

$\delta$  = difusitas termal medium ( $\text{m}^2/\text{s}$ )

$W_{int}$  = energi panas yang berasal dari dalam kabel ( $\text{W/m}$ )

$\rho$  = resistivitas termal bahan ( $\text{K.m/W}$ )

Persamaan (2.23) dapat diselesaikan dengan kondisi batas yang biasanya ditentukan dari permukaan tanah. Kondisi batas ini dapat dinyatakan dalam dua bentuk, yang pertama jika suhu merupakan bagian dari batas, sehingga :

$$\theta = \theta_B(s) \quad (2.24)$$

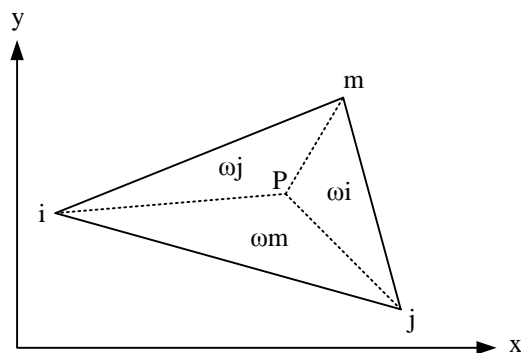
di mana  $\theta_B$  merupakan suhu batas yang merupakan fungsi dari panjang permukaan  $s$ . Dan yang kedua jika panas bertambah atau hilang pada batas disebabkan oleh konveksi atau fluks panas  $q$ , maka :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial n} + q + h(\theta - \theta_{amb}) = 0 \quad (2.25)$$

di mana  $n$  adalah arah normal permukaan batas,  $h$  adalah koefisien konveksi, dan  $\theta$  adalah suhu batas yang tidak diketahui.

#### II.4.2 Pendekatan Polinomial

Persamaan (2.23) hingga Persamaan (2.25) dapat diselesaikan menggunakan metode elemen hingga. Bentuk elemen dua dimensi yang paling sederhana dan umum digunakan adalah elemen segitiga seperti ditunjukkan pada Gambar 2.10.



Gambar 2.10 Koordinat luas

Suhu pada beberapa titik di dalam segitiga dapat dihitung dengan persamaan aljabar sebagai berikut :

$$\theta = A\omega_i + B\omega_j + C\omega_m \quad (2.26)$$

di mana  $\omega_i$ ,  $\omega_j$  dan  $\omega_m$  adalah koordinat luas seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.10. Untuk menentukan konstanta A, suhu pada node i ditulis sebagai :

$$\theta_i = 1 \times A + 0 \times B + 0 \times C \quad (2.27)$$

maka  $A = \theta_i$ , dengan cara yang sama untuk node j dan m diperoleh  $B = \theta_j$  dan  $C = \theta_m$ , sehingga persamaan (2.27) menjadi :

$$\theta = \omega_i \theta_i + \omega_j \theta_j + \omega_m \theta_m = [\omega_i \ \omega_j \ \omega_m] \cdot \begin{bmatrix} \theta_i \\ \theta_j \\ \theta_m \end{bmatrix} = N^e \cdot \theta^e \quad (2.28)$$

Dan hubungan antara koordinat luas dan koordinat kartesius adalah :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i & x_j & x_m \\ y_i & y_j & y_m \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_i \\ \omega_j \\ \omega_m \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Hasil invers dari koefisien vektor  $N^e$  :

$$\begin{bmatrix} \omega_i \\ \omega_j \\ \omega_m \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} (y_j - y_m) & (x_m - x_j) & (x_j y_m - x_m y_j) \\ (y_m - y_i) & (x_i - x_m) & (x_m y_i - x_i y_m) \\ (y_i - y_j) & (x_j - x_i) & (x_i y_j - x_j y_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

di mana  $A$  adalah luas segitiga. Jika dilihat Persamaan (2.28) dan (2.30) menyatakan bahwa suhu merupakan fungsi linier dalam  $x$  dan  $y$ . Hal ini berarti gradien baik dalam  $x$  maupun  $y$  adalah konstan.

#### II.4.3 Persamaan Elemen Hingga

Pada bagian sebelumnya diberikan cara menghitung suhu pada titik di dalam sebuah elemen jika nilai suhu pada node diketahui. Untuk menghitung suhu node dapat digunakan sifat penyederhanaan kalkulus variasi berikut :

$$\chi = \int_s \frac{1}{2\rho} \left[ (\nabla \theta)^t \nabla \theta + \left( W_{int} - c \frac{d\theta}{dt} \right) \theta \right] dS + \int_c \left[ q\theta + \frac{1}{2} h(\theta - \theta_{amb})^2 \right] dC \quad (2.31)$$

di mana :  $\rho$  = resistivitas termal bahan (K.m/W)

$q$  = fluks panas (W/m<sup>2</sup>)

$$\nabla\theta = \text{matriks perubahan suhu} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\theta}{\partial x} \\ \frac{\partial\theta}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$(\nabla\theta)^t = \text{matriks transpos dari } \nabla\theta$$

$$h = \text{koefisien perpindahan panas konveksi (W/m}^2\text{ }^\circ\text{C)}$$

Persamaan (2.31) merupakan titik awal untuk menentukan suhu pada setiap node. Dengan memperkecil Persamaan (2.31) menggunakan fungsi elemen yang masing-masing digambarkan sebagai elemen tunggal dan ditulis dengan istilah nilai node. Nilai node  $\theta_n$  adalah nilai-nilai yang tidak diketahui di dalam formula yang diperoleh dengan mengambil turunan  $\chi$ , kemudian menyamakannya dengan nol. Fungsi  $\theta$  didefinisikan atas setiap elemen secara sendiri, dan integral dalam Persamaan (2.31) harus dipisahkan menjadi integral pada masing-masing elemen secara sendiri dan turunan dihitung untuk setiap elemen sehingga :

$$\chi = \sum_{e=1}^E \chi^e \quad (2.32)$$

di mana  $\chi^e$  adalah fungsi untuk elemen  $e$ , dan  $E$  adalah jumlah total elemen. Untuk mempermudah menganalisisnya diambil sebuah elemen tunggal triangular. Karena elemen tersebut berkontribusi hanya tiga diferensial yang berhubungan dengan nodenya, sehingga dapat ditulis :

$$\left(\frac{\partial\chi}{\partial\theta_n}\right)^e = \begin{bmatrix} \frac{\partial\chi^e}{\partial\theta_i} \\ \frac{\partial\chi^e}{\partial\theta_j} \\ \frac{\partial\chi^e}{\partial\theta_m} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Turunan dalam Persamaan (2.33) tidak dapat dievaluasi hingga integral dalam Persamaan (2.31) ditulis dalam bentuk nilai node  $\theta^e$ . Hal ini dapat dilakukan dengan menurunkan  $\theta$  terhadap  $x$  dan  $y$ . Hasilnya hanya ada dua koordinat luas yang terpisah dan dianggap itu adalah  $\omega_i$  dan  $\omega_j$ , sehingga :

$$\nabla\theta = \begin{bmatrix} \frac{\partial\theta}{\partial x} \\ \frac{\partial\theta}{\partial y} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \frac{\partial\theta}{\partial\omega_i} \\ \frac{\partial\theta}{\partial\omega_j} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} (y_j - y_m) & (y_m - y_i) \\ (x_m - x_j) & (x_i - x_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial\theta}{\partial\omega_i} \\ \frac{\partial\theta}{\partial\omega_j} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_i & b_j \\ a_i & a_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial\theta}{\partial\omega_i} \\ \frac{\partial\theta}{\partial\omega_j} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

di mana Jacobian  $J$  diperoleh dengan mendiferensiasikan Persamaan (2.30). Dari Persamaan (2.28) nilai  $\omega_i + \omega_j + \omega_m = 1$ , sehingga dapat diperoleh :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial\theta}{\partial\omega_i} \\ \frac{\partial\theta}{\partial\omega_j} \\ \frac{\partial\theta}{\partial\omega_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_i \\ \theta_j \\ \theta_m \end{bmatrix} = V\theta^e \quad (2.35)$$

sehingga untuk elemen tunggal diperoleh :

$$\nabla\theta = J \times V \times \theta^e \quad (2.36)$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (2.36) ke Persamaan (2.31) dengan  $S$  dan  $C$  yang sesuai untuk elemen tunggal dan mendiferensiasikan  $\theta^e$ , setelah perhitungan rutin Persamaan (2.33) dapat ditulis :

$$\left( \frac{\partial\chi}{\partial\theta_n} \right)^e = h^e \theta^e + q^e \frac{\partial\theta^e}{\partial t} - k^e \quad (2.37)$$

Konduktivitas matriks elemen  $h^e$  dapat diperoleh dengan rumus :

$$h^e = \frac{1}{4A\rho} \left\{ \begin{bmatrix} a_i^2 & a_i a_j & a_i a_m \\ a_i a_j & a_j^2 & a_j a_m \\ a_i a_m & a_j a_m & a_m^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_m \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_m \\ b_i b_m & b_j b_m & b_m^2 \end{bmatrix} \right\} + \frac{hd_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ + \frac{hd_{jm}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{hd_{im}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

di mana :  $a_i = x_m - x_j, a_j = x_i - x_m, a_m = x_j - x_i$

$$b_i = y_j - y_m, b_j = y_m - y_i, b_m = y_i - y_j$$

Sedangkan matriks elemen kapasitas diberikan oleh :

$$q^e = \frac{cA}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

dan elemen vektor panas yang dihasilkan sama dengan :

$$k^e = \frac{W_{int}A}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{(h\theta_{amb} + q)d_{ij}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{(h\theta_{amb} + q)d_{jm}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{(h\theta_{amb} + q)d_{mi}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Tiga Persamaan (2.38), (2.39) dan (2.40) dapat diterapkan hanya jika ada batas sepanjang sisi elemen. Faktor  $W_{int}A$  menunjukkan panas total yang dihasilkan dalam elemen (W/m). Dari Persamaan (2.37) sampai (2.40) untuk setiap elemen, akhirnya dapat diperoleh persamaan aljabar linier untuk seluruh region :

$$\frac{\partial \chi}{\partial \theta} = \sum_{e=1}^E \left( \frac{\partial \chi}{\partial \theta_n} \right)^e = H\theta + Q \frac{\partial \theta}{\partial t} - K = 0 \quad (2.41)$$

Dalam analisis *steady state* Persamaan (2.41) dapat disederhanakan menjadi :

$$H\theta - K = 0 \quad (2.42)$$

di mana :  $H$  = matriks konduktivitas panas

$Q$  = matriks kapasitas panas

$\theta$  = vektor suhu node

$\frac{\partial \theta}{\partial t}$  = turunan suhu node

$K$  = vektor yang menyatakan distribusi suhu dari sumber panas.