

# Modelagem Matemático-computacional

## Aula 2

Nesta aula o professor Luciano introduziu as áreas do conhecimento que serão tema de estudo do curso, contextualizando o conjunto de fatores históricos que culminaram na ciência tal como hoje a conhecemos.

### I. INTRODUÇÃO

Como o próprio título sugere, o assunto principal desta disciplina é a modelagem computacional, que consiste da construção de um modelo de um sistema natural passível de estudo por ferramentas matemático-computacionais. Assim, a matemática é instínica ao processo de modelarem aqui tratado. É importante pensar no que vem a ser um modelo (1; 2). Podemos, por exemplo, pensar um modelo como uma representação de um sistema em uma estrutura de dados computacional, o que deixaria de fora a respectiva dinâmica do sistema estudado.

A área na qual se insere o curso de modelagem é bastante multi e interdisciplinar: a modelagem é aplicada em muitas áreas, ao mesmo tempo em que pode ser compartilhada por dois ou mais campos. Neste curso, estaremos focando nossa atenção em três principais áreas. A **Matemática** é fundamental, uma vez que é a linguagem utilizada na construção do modelo. Por sua vez, a **Computação** permitiu avanços científicos significativos; particularmente a grande capacidade de memória e processamento de informações. Finalmente, a **Física**, embora seja definida estritamente como o estudo da natureza (o que é bastante genérico), recentemente (década de 60) vem focando aspectos como a matéria básica e a interação entre partículas e campos (3).

#### A. A Física e a Filosofia

Na Grécia Antiga, a Filosofia abrangia todas as áreas do conhecimento, tais como Física, Matemática, Química, História, Biologia, Medicina, Artes e suas subáreas. A Filosofia (do grego «amor à sabedoria») constituía uma busca pelo conhecimento, uma tentativa de explicar a posição do ser humano frente à natureza, tentando responder as grandes questões da humanidade. Pode-se dizer que a ciência deste período era fundamentada na Filosofia, e os filósofos eram pensadores capazes de articular diversas áreas simultaneamente, destacando-se Aritóteles (4) e Platão (5), com visões em grande parte antagônicas entre si.

Platão foi discípulo de Sócrates, sistematizando todo o conhecimento adquirido com ele na forma de diálogos e lançando a base do conhecimento ocidental. Posteriormente, Aristóteles também volta sua atenção para áreas como artes, retórica, literatura, biologia, medicina e matemática.

Já nessa época, assim como outros estudos, a Física

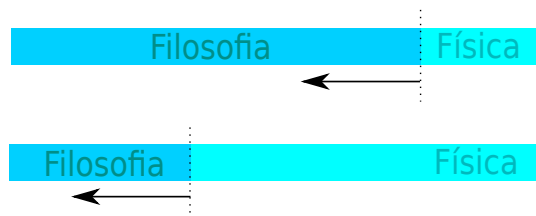


Figura 1: Ilustração do avanço da fronteira entre a Física e a Filosofia.

passou a se diferenciar da Filosofia: a Lógica, incorporando algum rigor matemático na construção de alguns modelos da natureza não era suficiente para descrevê-los, uma vez que era fundamentado em um sistema binário. Por exemplo, para o estudo de um pêndulo, a observação de seu estado de movimento verificado (1=verdadeiro) ou não (0=falso) deveria ser incrementada com informações como posição, velocidade, entre outras características do sistema. Assim, podemos concluir que os estudos físicos foram se distinguindo dos filosóficos através da quantificação de fenômenos por números reais (contínuo) que nada mais são do que medidas extraídas dos mesmos.

#### B. A especialização da Ciência

Ainda na Antiguidade Grega, a grande quantidade de conhecimentos acumulados levou à progressiva fragmentação da ciência da qual originaram-se as áreas que hoje conhecemos. Em grande parte, essa divisão advém do conceito de Reduccionismo (6), cuja base é a idéia romana "Dividir para conquistar", expressa fortemente na divisão e administração de territórios na Roma Antiga.

Também denotado por especialização, esse processo seria uma forma de tratar a complexidade dos problemas surgidos com o avanço dos estudos. Pictoricamente, este processo pode ser ilustrado por uma árvore (ver figura 2). As fronteiras entre os diversos campos foram gradativamente estreitando o antigo espaço destinado à Filosofia (figura 1). Na especialização via reduccionismo busca-se isolar um sistema o máximo possível. Por exemplo, um laboratório de Física Atomística busca o controle de todas as variáveis e utiliza equipamentos de alta precisão para isolar um pequeno pedaço da matéria sob estudo.

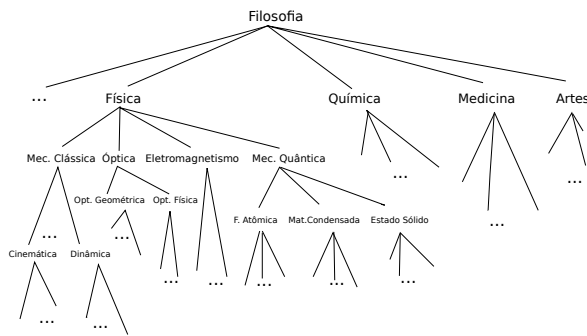


Figura 2: Representação da especialização do conhecimento científico em árvore.

### C. A reintegração do conhecimento

Por volta da década de 40, as áreas do conhecimento voltaram a se interconectar, gerando uma reintegração do conhecimento (8). Em particular, o advento da computação teve uma forte contribuição para esse processo, uma vez que os aumentos na capacidade de memória e processamento permitiram sistematizar informações de forma integrada. Desse modo, a ciência passou a contemplar a multi e interdisciplinaridade para gerar novos avanços. Um fato interessante é que os sistemas complexos, que outrora levaram à especialização, impulsionaram essa retomada. A colaboração entre áreas permitiu entender melhor os sistemas e fenômenos incapazes de serem descritos por apenas um setor do conhecimento.

Nesse contexto de integracionismo, a ciência caminha inexoravelmente para a multidisciplinaridade. Atualmente, cada vez mais centros de pesquisa têm fundado departamentos multidisciplinares, como Cambridge, Princeton, Harvard e Santa Fe.

## II. A CURIOSIDADE E A CIÊNCIA

Ao admirar uma figura do universo visível (figura 3) podemos lembrar uma das questões que intriga ainda a humanidade: existência de vida fora da Terra. Em nosso planeta, embora a vida seja expressa de diversas formas em vários ambientes os humanos destacam-se não apenas pela razão, como também pela sua intensa curiosidade.

É fato que quanto mais novo, mais curioso é o indivíduo. Estando estritamente relacionada à dúvida, a curiosidade vai se perdendo com a idade por fatores diversos. À medida que se vai crescendo, grande parte das perguntas feitas é respondida e, por outro lado, a questão pode não ter solução ou ainda ser muito complicada. A curiosidade está associada ao desejo de se descobrir algo, e dá prazer. Muitos avanços foram conseguidos graças aos esforços de pensadores que buscaram solucionar problemas motivados por sua curiosidade.

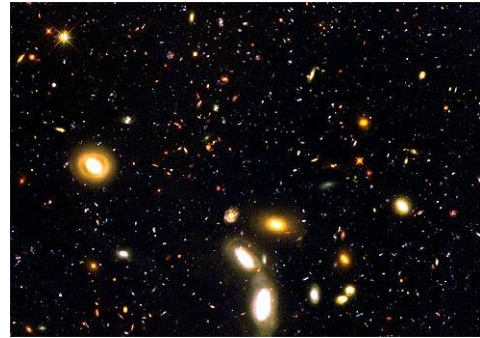


Figura 3: Imagem do telescópio Hubble com a mais distante imagem do universo. Podem ser observadas 7500 galáxias. Fonte: <http://www.apolo11.com>.

### A. Empirismo versus Racionalismo

Uma questão debatida desde os filósofos antigos e modernos diz respeito aos fatores influentes na formação do ser humano, desde o nascimento até a idade adulta. Haveria um dualismo entre fatores aos quais estamos inevitavelmente susceptíveis e aqueles cuja manifestação dependeria do ambiente e do contexto onde o desenvolvimento individual ocorreu (9).

Superada a Idade Média, na qual vigoraram essencialmente as idéias propostas por Aristóteles, o período conhecido por Renascimento destacou alguns filósofos que debatiam-se sobre a idéia de formação do homem enquanto indivíduo. Por um lado, **racionalistas** defendiam a existência de idéias inatas comuns a todas as pessoas, as quais iriam "afiorando" à consciência permitindo o entendimento dos fenômenos particulares apresentados pelos sentidos. Embuídos nesse pensamento destacaram-se René Descartes, Bento de Espinoza, Gottfried Leibniz e, mais tarde, Immanuel Kant. Em outra vertente, os **empiristas** como Locke, Berkeley e Hume, alegavam que o desenvolvimento do homem seria fortemente influenciado pelo meio, sendo a sabedoria adquirida por percepções. Além da idéia de desenvolvimento humano, essas duas escolas filosóficas induziram muitas reflexões políticas, sociais e científicas.

Uma analogia entre estas duas correntes pode ser feita identificando-se o racionalismo com os **genes** - transmitem características comuns entre as espécies - e o empirismo com o **ambiente**, que pode **determinar** grande parte da formação do indivíduo. Um conceito intermediária entre esses opostos considera coexistência de ambos os fatores, com pesos diferentes para diferentes indivíduos, estágios de desenvolvimento, dentre outros aspectos.

## III. A MODELAGEM AO LONGO DA HISTÓRIA

Ao longo da história, o ser humano buscou nos modelos a tentativa de prever acontecimentos futuros. Abaixo, algumas das formas de modelagem estão resumidas crono-

logicamente.

### A. Pré-história: pinturas rupestres

As pinturas rupestres estão entre as mais antigas manifestações artísticas documentadas (40.000 a.C.). Em geral, elas retratam o cotidiano do homem pré-histórico sob uma forte crença ritualística. Acredita-se que o objetivo desse tipo de arte transcende a descrição de uma porção da natureza, de modo que os desenhos constituíam modelos de desejos que deveriam se realizar com esta manifestação - era uma espécie de vodu que deveria antecipar resultados da natureza.



Figura 4: As famosas pinturas rupestres de Lascaux são interpretadas como o pedido de sucesso da caça aos espíritos da caverna. Fonte: <http://www.portaldarte.com.br/>.

Recentemente, estudos apontaram para uma correlação entre os lugares onde foram encontradas as pinturas e propriedades acústicas. Eram escolhidos lugares com eco, pois este era provavelmente interpretado como um tipo espírito intermediário.

### B. Oráculos na Idade Antiga

Os gregos também lançaram mão de artifícios para tentar prever o futuro - os oráculos. Nos grandes templos, sacerdotisas em transe respondiam às perguntas feitas em óstracas (pedaços de cerâmica) com temas como casamento, colheita, invasão, etc. Dado o estado de alucinação deste tipo de vidente, os oráculos eram praticamente incompreensíveis. Assim, existia um mercado de tradutores para esse fim.

Os oráculos eram seguidos à risca pelos gregos, inclusive por vários impérios em decisão de cunho político. Relatos do historiador grego *Heródoto* elucidavam a queda do rei *Creso da Lídia* como resultado da interpretação errônea de um oráculo. Quando Creso consultou o



Figura 5: Na Grécia Antiga o templo de Apolo em Delfos, era procurado pela população para as consultas aos oráculos. Fonte: <http://www.templodeapolo.net>.

oráculo sobre o envio de um exército para combater o avanço dos *persas*, recebeu como resposta que esta decisão implicaria na destruição de um grande império. De fato, a ambiguidade na previsão do oráculo, valeria para a queda de qualquer um dos combatentes. Ainda hoje, videntes e o horóscopo utilizam-se da ambiguidade.

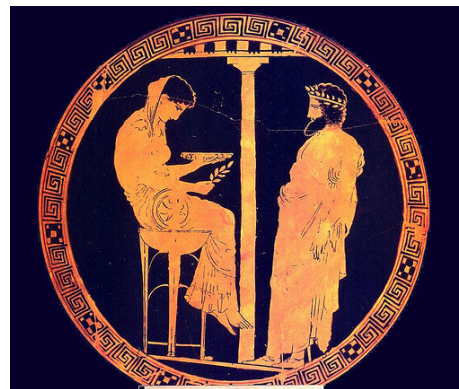


Figura 6: Pitia (do grego víbora) era a sacerdotiza do templo de Apolo em Delfos. Mascando folha de louro e respirando os vapores do monte Parnaso, a sacerdotiza entrava em transe e, assim, respondia aos oráculos.

Fonte: <http://www.infoescola.com>.

### C. Euclides e a geometria na Grécia Antiga

Nos primórdios da fragmentação da ciência na Grécia Antiga, houve grande desenvolvimento da matemática, sobretudo com os trabalhos de Euclides. Em seu tratado, "Os Elementos" ele formaliza os conceitos mais fundamentais de geometria, lançando vários teoremas e postulados. A geometria euclidiana, caracterizada no seu respectivo espaço euclidiano, imutável e simétrico, foi a ferramenta utilizada nos períodos medievais e renascentista (apenas na Idade Moderna desenvolveu-se modelos



de geometria não-euclidianos).

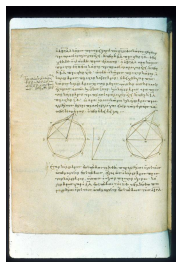


Figura 7: Página de "Os Elementos", o tratado de geometria de Euclides. Fonte: <http://greciantiga.org/img/index.asp?num=0446>.



Figura 8: Catedral de Saint Albans, onde Francis Bacon recebeu o título de visconde. Fonte: [http://en.wikipedia.org/wiki/St\\_Albans\\_Cathedral](http://en.wikipedia.org/wiki/St_Albans_Cathedral).

#### D. Renascimento: o método científico

O Renascimento é por vezes considerado um período de superação das "trevas" medievais devido à série de avanços oriundos deste movimento (13).

Data desta época o conceito de método científico cunhado pelo empirista, místico, jurista, político e visconde de Saint Albans, Francis Bacon (14). Sua obra, *Novum Organum* (15), foi pioneira na idéia de sistematização da pesquisa científica baseada em uma sequência de passos que conduziriam a um modelo de um sistema. Bacon argumenta que a conquista da verdade poderia ser atingida somente confrontando hipóteses com o mundo real: feito um modelo sobre um dado fenômeno ou sistema, faz-se uma previsão que deverá ser testada experimentalmente e, no caso de sucesso, o modelo pode ser formalizado. Embora a noção de validação nos pareça óbvia, naquele período - ainda contaminado pelos dogmas religiosos da Idade Média - essa não era a forma de se conceber a ciência.

O visconde lança ainda a idéia de *falsificação*, segundo a qual uma afirmação científica pode ter sua validade questionada. A possibilidade de auto-correção constituiu também uma ruptura com o pensamento dogmático inquestionável, permitindo avanços graças ao confronto entre os modelos antigos e novas idéias.

##### 1. As etapas do método científico

Segundo a idéia de método científico, o estudo de um sistema começa com a observação de um fenômeno de interesse e aquisição de informação sobre o mesmo na forma de medidas. Em seguida, faz-se a representação das medidas, por exemplos através de números. Em seguida, é preciso fazer a caracterização e a análise das medidas. Então, busca-se uma conexão entre os parâmetros do problema que possam relacioná-las por meio de equações e regras, o que constitui o modelo, que necessita ser repetidamente validado frente à natureza, através de experimentos.

#### E. Galileu e a revolução científica

À época da Inquisição, viveu um dos mais influentes físicos. Em Pisa, Galileu Galilei (16) definiu toda a base da cinemática (estudo do movimento dos corpos sem ação de forças) e enunciou o princípio da inércia. Em seus estudos sobre gravitação, Galileu passou a defender a idéia de heliocentrismo - totalmente contrária ao conceito geocêntrico em vigor na época pregado pela Igreja, pelo que foi perseguido.

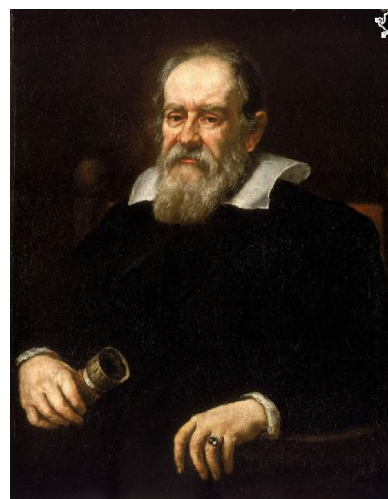


Figura 9: Quadro de Galileu. Embora a história do lançamento de objetos da Torre de Pisa seja contada frequentemente, não se tem registros históricos que a comprovem. Fonte: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Galileu\\_Galilei](http://pt.wikipedia.org/wiki/Galileu_Galilei)

#### F. A Física e Newton

No Trinity College consagrou-se Isaac Newton (17). Embora seus trabalhos em Física encontram-se dentre as contribuições mais significativas para esta área, Newton dedicou-se principalmente à Teologia, onde estudava a

Trindade, e à Alquimia. Newton deu contribuições para a Óptica e fundamentou a Lei da Gravitação Universal e suas três leis que descrevem a dinâmica de corpos sob a ação de forças. Sua principal obra foi *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* publicada inicialmente em 1687. Além disso, foi, juntamente com Leibnitz, criador do cálculo diferencial-integral.

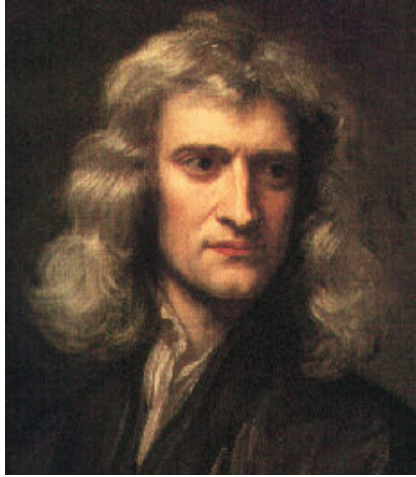


Figura 10: Sir Isaac Newton. Fonte: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Isaac\\_Newton](http://pt.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton).

### G. Física Moderna e Contemporânea: Relatividade e Mecânica Quântica

A Era Moderna assistiu a uma verdadeira revolução no conhecimento físico. O alemão Albert Einstein foi o maior exemplo de que nenhum conhecimento é eterno, mostrando que a segunda lei de Newton deixa de ser verificada quando o movimento se dá em valores próximos à velocidade da luz, dando origem à Relatividade.

Na primeira metade do século XX, alguns nomes contribuíram para o lançamento de uma mecânica voltada à sistemas físicos de dimensões da escala atômica, que hoje conhecemos como Mecânica Quântica (19). Dentre os cientistas mais importantes, destacamos Albert Einstein, Werner Heisenberg, Max Planck, Louis de Broglie, Niels Bohr, Erwin Schrödinger, Max Born, John von Neumann, Paul Dirac, Wolfgang Pauli, Richard Feynman. A equação de Schrödinger é a principal ferramenta da Mecânica Quântica. Basicamente, ela descreve a evolução de um campo de probabilidades de um sistema, isto é, uma função de onda de um dado sistema sujeito às energias cinética e potencial. A função de onda dá a densidade de probabilidade do estado do sistema num ponto do espaço e do tempo e permite estimar valores esperados de grandezas observáveis (20).

Muitas subáreas progrediram graças à Mecânica Quântica, incluindo incluindo a física da matéria condensada, física do estado sólido, física atômica, física molecular, química computacional, química quântica, física de

partículas, e física nuclear.



Figura 11: Foto com os físicos mais ilustres na Solvay Conference em Brussels em Outubro de 1927. Muitos deles eram teóricos de Mecânica Quântica nessa época. Fonte:

[http://en.wikipedia.org/wiki/Solvay\\_Conference](http://en.wikipedia.org/wiki/Solvay_Conference).

### Referências

- [1] [http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical\\_model](http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_model)
- [2] <http://www.journals.elsevier.com/applied-mathematical-modelling/>
- [3] The Feynman Lectures on Physics Volume I. Feynman, Leighton and Sands. ISBN 0-201-02115-3. Chapter 3: "The Relation of Physics to Other Sciences".
- [4] GUTHRIE, W. K. C., A History of Greek Philosophy: Volume 6, Aristotle: An Encounter. Cambridge University Press, 1990.
- [5] GUTHRIE, W. K. C., A History of Greek Philosophy: Volume 4, Plato: The Man and his Dialogues: Earlier Period (Plato - The Man His Dialogues - Earlier Period). Cambridge University Press, 1986.
- [6] HARTMANN, S. Effective Field Theories, Reductionism and Scientific Explanation. **Studies In History and Philosophy of Science Part B: Studies In History and Philosophy of Modern Physics**, v. 32, n. 2, June 2001, p. 267-304, 2001.
- [7] AFRICA, T. W. The immense majesty: a history of Rome and the Roman Empire. Harlan Davidson, 1991. <http://www.questia.com/read/117982860/the-immense-majesty-a-history-of-rome-and-the-roman>
- [8] BRAUN, T.; SCHUBERT, A. The growth of research on inter-and multidisciplinary in science and social science papers, 1975-2006. **Scientometrics**, v.73, n. 3, p. 345-351, 2007.
- [9] SANTILLANA, G.; ZILSEL, E. The Development of Rationalism and Empiricism. International encyclopedia of unified science Volume 2, Edição 8 de Foundations of the unity of science. University of Chicago Press, 1941.
- [10] [http://en.wikipedia.org/wiki/Cave\\_painting](http://en.wikipedia.org/wiki/Cave_painting)
- [11] <http://en.wikipedia.org/wiki/Oracle>
- [12] <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/194880/Euclid>
- [13] BURKE, P. The European Renaissance: Centre and Peripheries. Oxford: Blackwell, 1998

- [14] SOLOMON, J. R.; MARTIN, C. G. Francis Bacon and the Refiguring of Early Modern Thought: Essays to Commemorate The Advancement of Learning (1605-2005). Ashgate Publishing, 2005.
- [15] BACON, F. Novum Organum. Editora BiblioBazaar, 2010. ISBN 1146661916, 9781146661911.
- [16] MACLACHLAN, J. Galileo Galilei: First Physicist. Oxford University Press, USA, 1999. ISBN 0195131703, 9780195131703. <http://books.google.com.br/books?id=xoJVf0iyTb4C>
- [17] STOKES, M. Isaac Newton. Christian Encounters Series. Thomas Nelson Inc, 2010. ISBN 1595553037, 9781595553034.
- [18] MISNER, C.W.; THORNE, K.S.; WHEELER, J.A. Gravitation, Parte 3. W. H. Freeman, 1973. ISBN 0716703440, 9780716703440.
- [19] B. L. van der Waerden. Sources of Quantum Mechanics. Volume 5 de Classics of science. Courier Dover Publications, 1968. ISBN 0486618811, 9780486618814.
- [20] Cohen-Tannoudji, C. and Diu, B. and Laloë, F. Quantum mechanics. Wiley, 1977. ISBN 0471164348, 9780471164340.