FYS1120 Oblig2

Krister Borge

23. oktober 2015

Oppgave 1 test

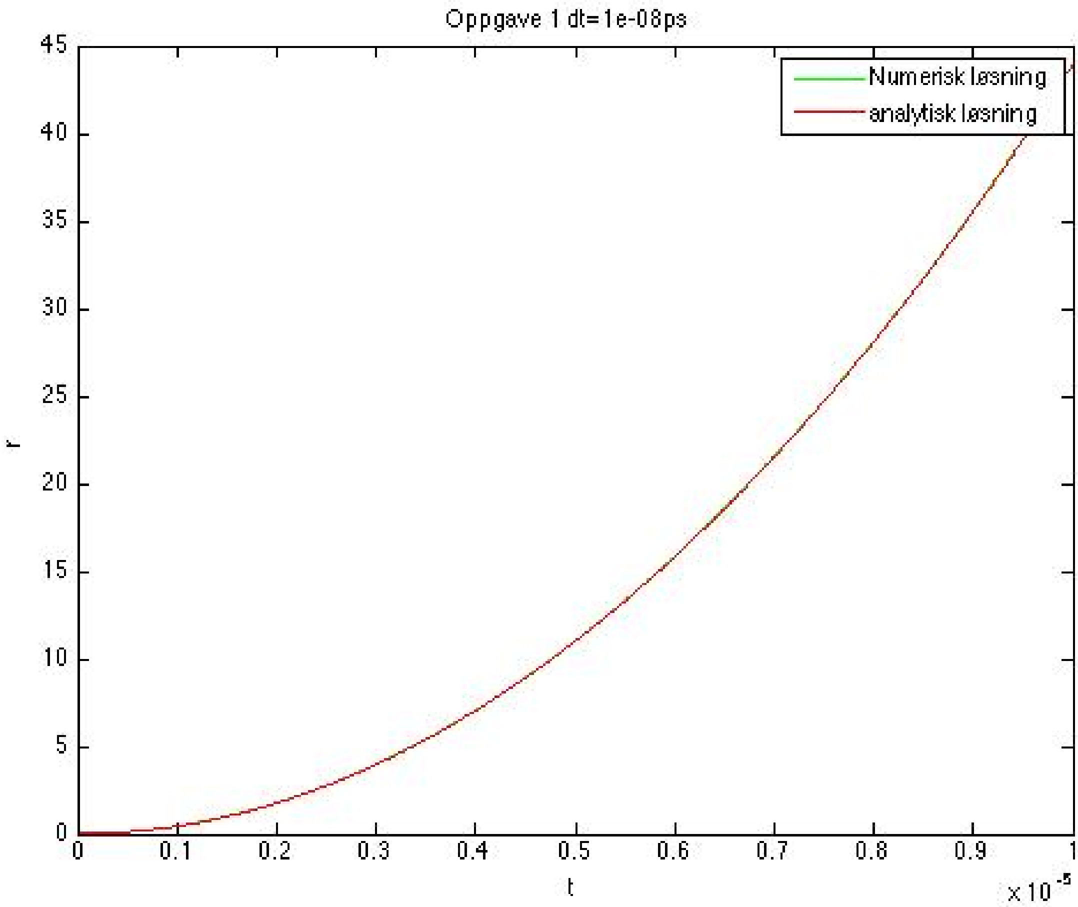
Oppgave 1: Partikkel i elektrisk felt: Programkode og verifisering

I denne oppgaven har jeg brukt matlab til å plotte numerisk ved hjelp av Euler-Cromers metode for å fine hastihet og posisjon til en partikkel i et elektrisk felt. Det elektriske feltet $\mathbf{E}= (-5\mathrm{NC}^{-1}, 0, 0)$ og initialverdiene r(t= 0)= $(0, 0, 0)$ og v(t= 0)= $(0, 0, 0)$. Jeg ser på intervallet $t_0 = 0$ til $t_1 = 1\mu s$
$\Delta t = 1ns$ og $\Delta t = 100ns$

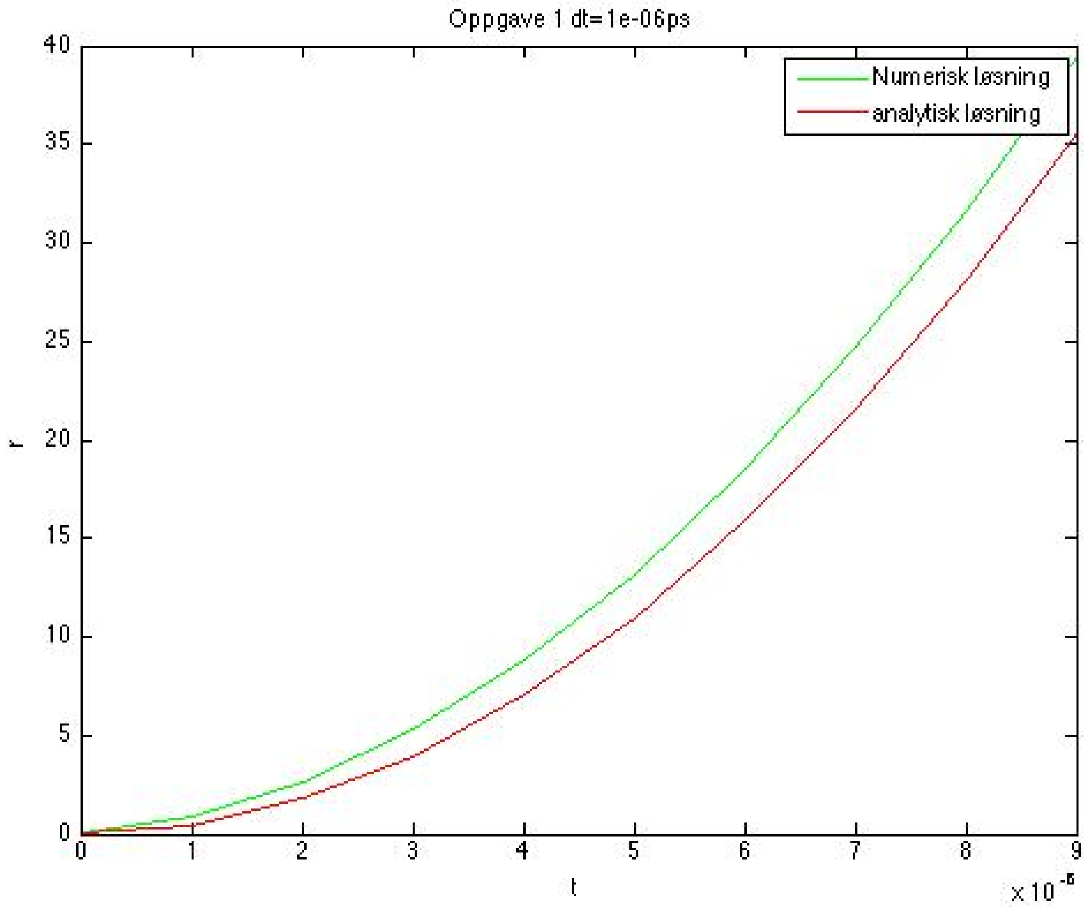
```
function [  ] = oblig2oppgave1( dt )

E = [-5,0,0];
r0 = [0,0,0];
v0 = [0,0,0];
m_e = 9.11e-31;
e = -1.6e-19;

t0 = 0;
t1 = 1*10e-6;
% F og aksellerasjon
F = e.*E;
a = F./m_e;
% initalverdier
r = r0;
v = v0;
%t = linspace(t0,t1,(t1/dt)+1);
ra = r0;
% Euler-Cromer method
n = t1/dt
 t=0;
 c=0;
for i=2:n
    v(i,:) = v(i-1,:) + a.*dt;
    r(i,:) = r(i-1,:) + v(i,:).*dt;
    c=c+dt;
    t(i,:)=c;
    %analytic
    ra(i,:) = 0.5.*(a.*c^2);
end
```

```
%plotene
%%

plot(t(:,1),r(:,1),'g',t(:,1), ra(:,1), 'r')
axis('auto');
legend('Numerisk løsning', 'analytisk løsning'); title(['Oppgave 1 dt=', num2str(dt), 'p
xlabel('t'); ylabel('r')
% hver komponent:
 %%
E=[-1, -2, 5];
F = e.*E;
a = F./m_e;
% initalverdier
r = r0;
v = v0;
%t = linspace(t0,t1,(t1/dt)+1);
ra = r0;
% Euler-Cromer method
n = t1/dt;
t=0;
c=0;
 for i=2:n
    v(i,:) = v(i-1,:) + a.*dt;
    r(i,:) = r(i-1,:) + v(i,:).*dt;
    c=c+dt;
    t(i,:)=c;
 end

%plot
figure()
plot(t(:,1),r(:,1),'g', t(:,1), r(:,2), 'r', t(:,1), r(:,3), 'b')
legend('x_t', 'y_t', 'z_t')
xlabel('t'); ylabel('r')
title('hver komponent tid posisjon')
figure()
plot3(r(:,1), r(:,2),r(:,3))
title('path'); grid();
xlabel('x_t'); ylabel('y_t'); zlabel('z_t')



end
```

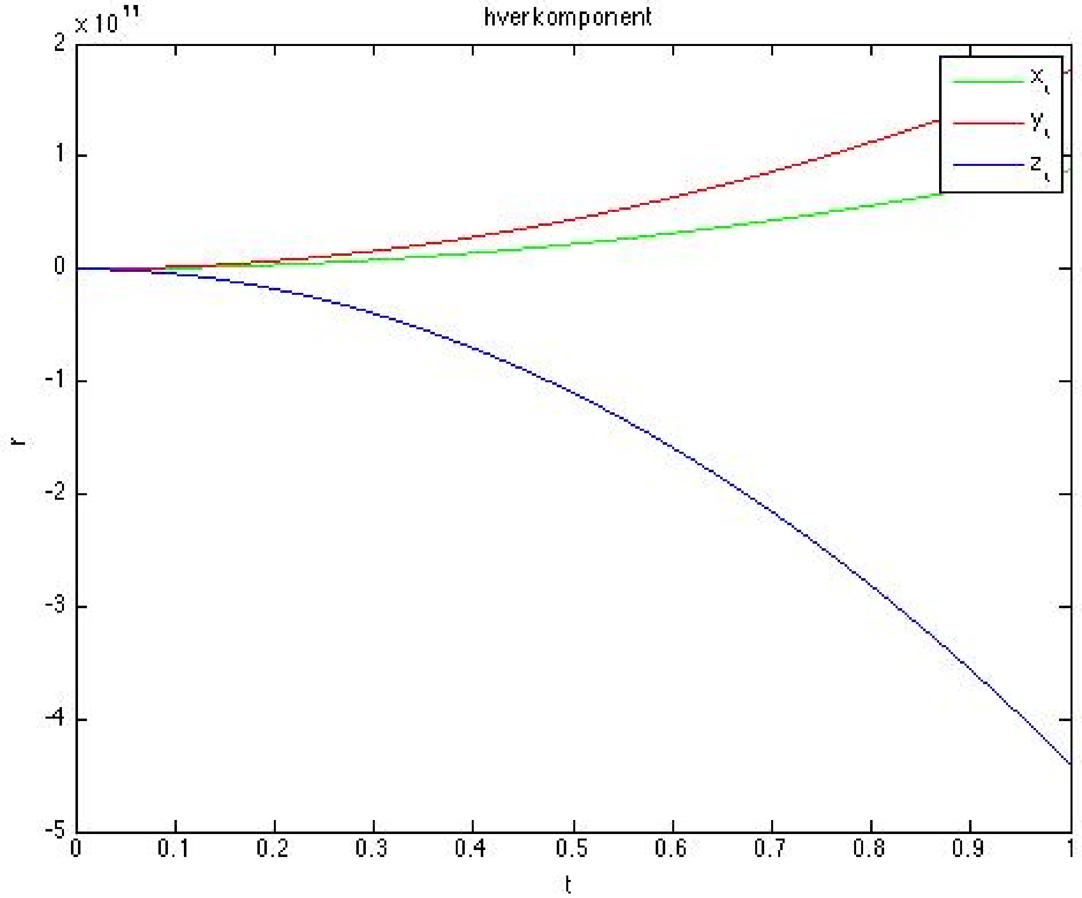
Figur 1: Analytisk og numerisk løsning $\Delta t = 1ns$



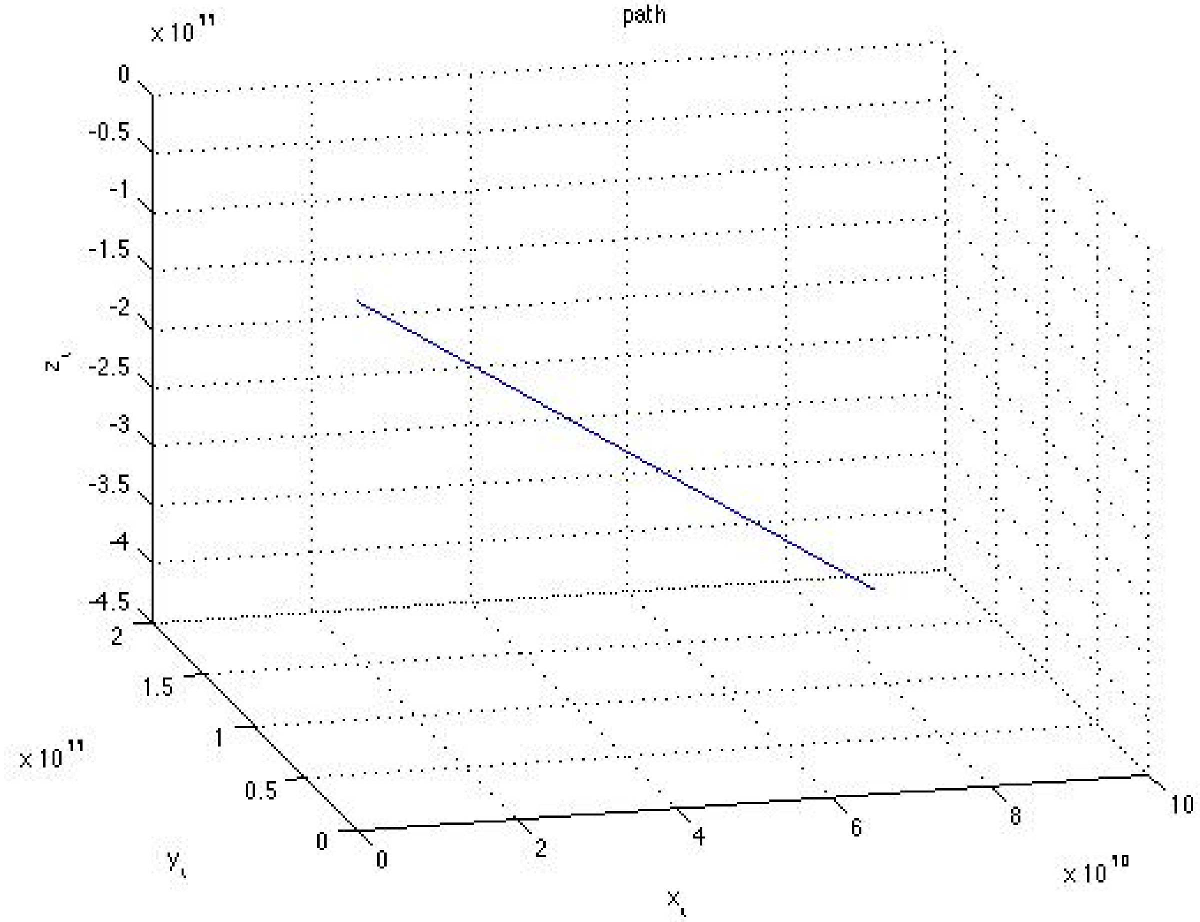
Figur 2: Analytisk og numerisk løsning $\Delta t = 100ns$



Figur 3: r_x r_y og r_z



Figur 4: Banen i 3d



Oppgave 2

Oppgave 2: Partikkel i magnetisk felt

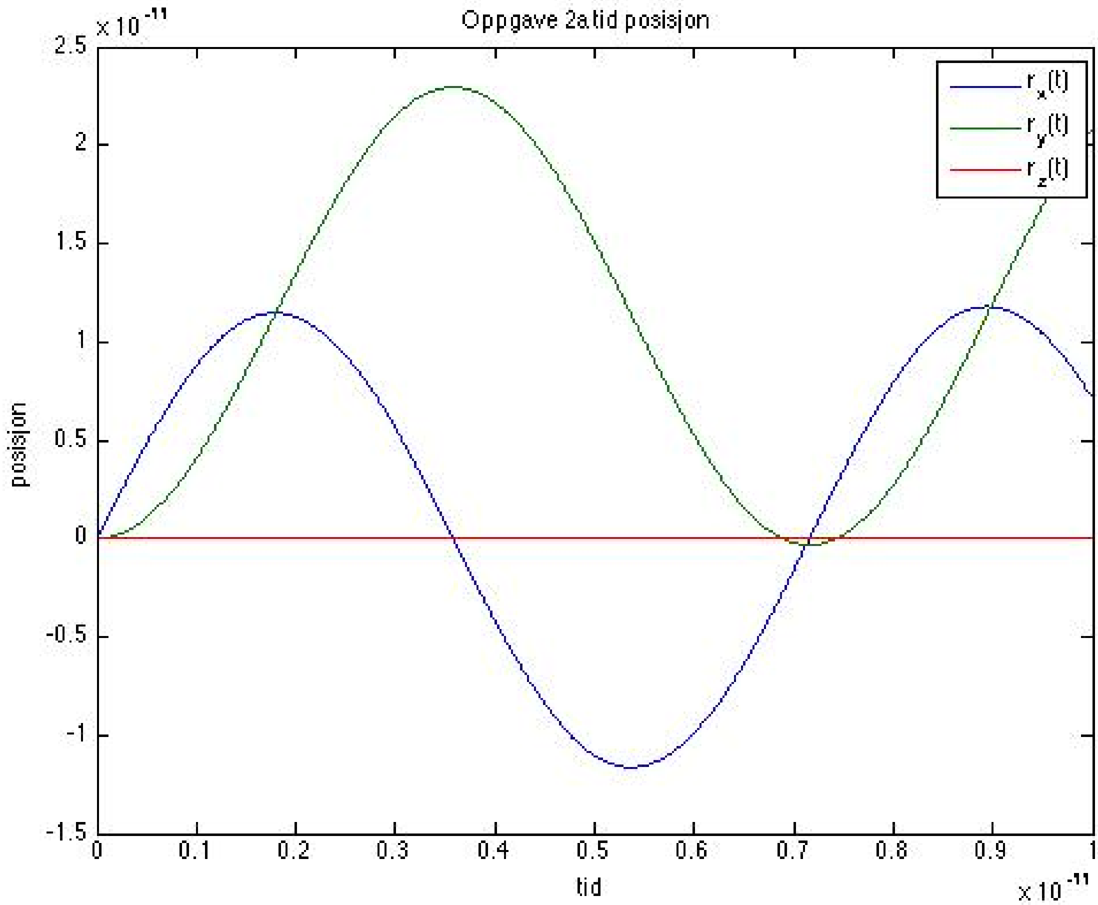
I denne oppgaven bruker jeg de den samme partikkelen som i oppgave 1. Euler-Cromers metode for å finne posisjon og fart.

```
%oppgave 2:
m_e = 9.11e-31;
e = -1.6e-19;
r0=[0 0 0];
v0=[10 0 0];
B=[0 0 5];
t0=0;
t1=1*10e-12;
dt=10e-15; %30fs
r=r0;
v=v0;
n=t1/dt;
t=t0;
c=0;

%F=e*(cross(v,B)

for i=2:n
    F = e*(cross(v(i-1,:),B));
    a = F./m_e;
    v(i,:) = v(i-1,:) + a.*dt;
    r(i,:) = r(i-1,:) + v(i-1,:).*dt;
    c=c+dt;
    t(i,:)=c;
end
oblig2oppgave2b(r,dt);
figure()
plot(t(:,1),r(:,1),t(:,1),r(:,2),t(:,1),r(:,3))
legend('r_x(t)','r_y(t)','r_z(t)'); title('Oppgave 2a tid posisjon')
xlabel('tid'); ylabel('posisjon')

figure()
plot(t(:,1),v(:,1),t(:,1),v(:,2),t(:,1),v(:,3))
legend('v_x(t)','v_y(t)','v_z(t)'); title('Oppgave 2a tid hastighet ')
xlabel('tid'); ylabel('hastighet')
```

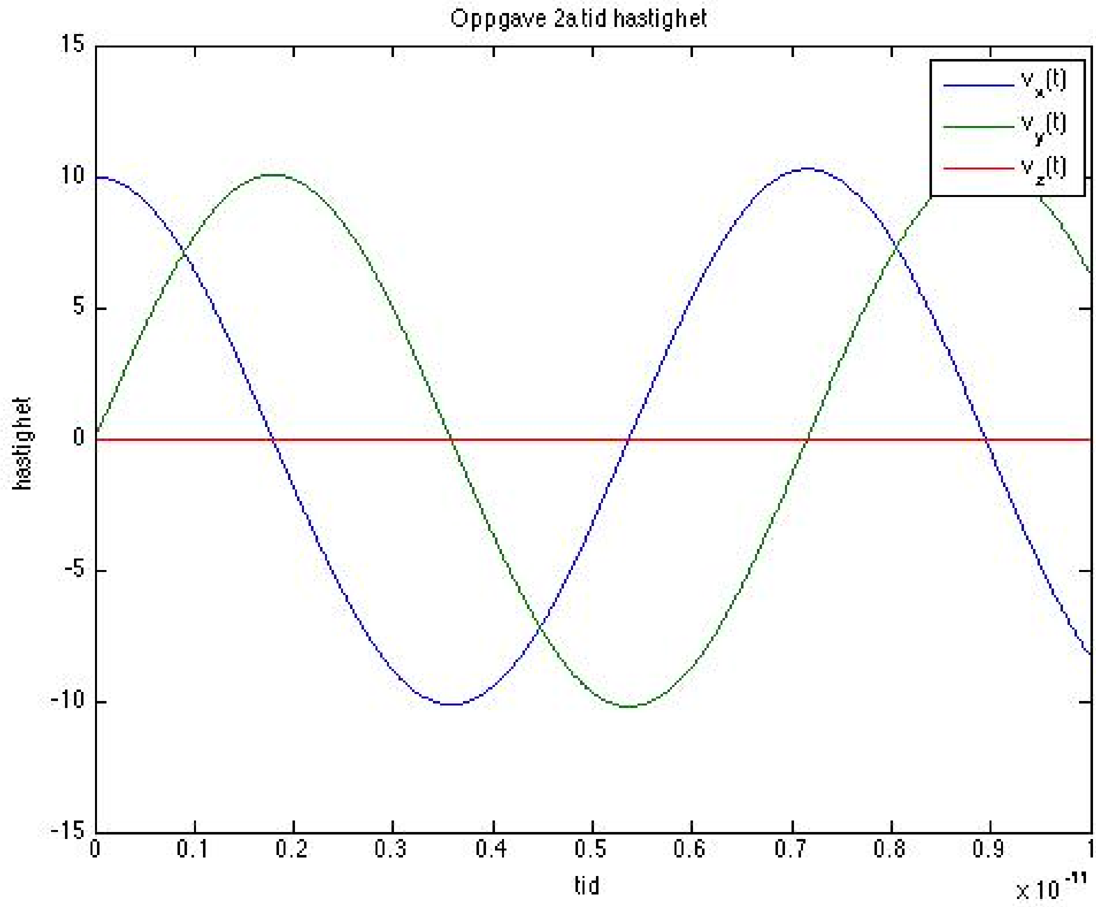
```
figure()
plot3(r(:,1),r(:,2),r(:,3))
legend('path'); title('Oppgave 2a Path i 3d'); grid()
xlabel('r_x'); ylabel('r_y'); zlabel('r_z')

clear all
```

Oppgave 2 a)

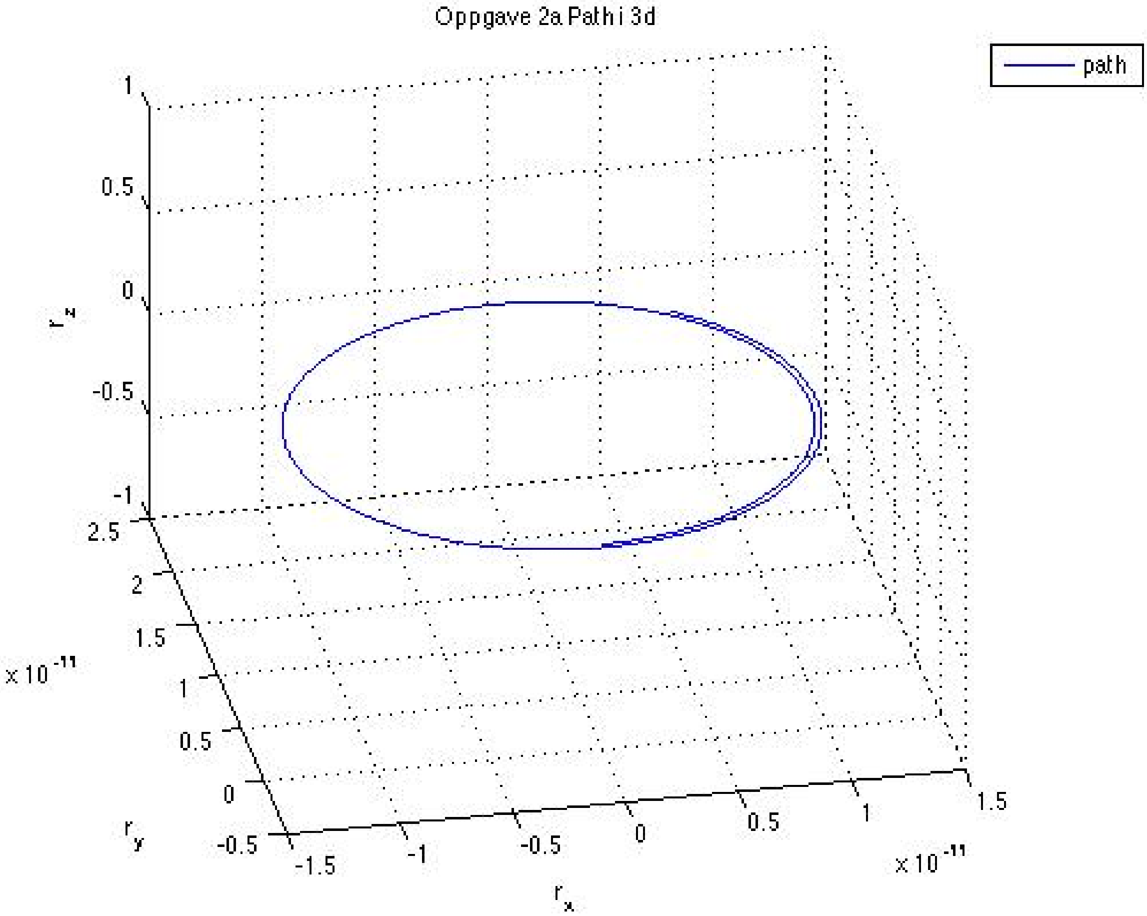
Figur 5: Posisjon



Figur 6: Fart


Oppgave 2a tid hastighet
15
10
5
0
-5
-10
-15
hastighet
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
tid
x 10^-11
v_x(t)
v_y(t)
v_z(t)

Figur 7: 3d



Oppgave 2 b)

Måler omløpstiden T:

```
function [  ] = oblig2oppgave2b( r, dt )
%oblig2oppgave2b
%   oppgave 2b regner ut omløpstiden T:

T=0;
for j=1:n
    if (-dt< r(j,1)> dt)
        r(j);
        T=j;
    end
end
T=T*2*dt;
format=('Omløpstiden %s \n');
fprintf(format,T)
% Omløpstiden 1.790000e-11
end
```

Oppgave 2 c)

Vis analytisk at syklotronfrekvensen til dette systemet er

$$\omega_c = \frac{q\mathsf{B}}{m}$$

der B=|**B**| bruker dette til å vise at

$$T = \frac{2\pi m}{q\mathsf{B}}$$

Jeg vet at F= ma og at v= $\frac{d}{t}$ Skriver F= $m\frac{v^2}{r}$ slik at $qvB = \frac{mv^2}{r}$ og løser for r.

$$qB = \frac{mv}{r}r => \frac{mv}{qB}$$

Jeg ser videre på $v = \frac{d}{t} = \frac{2\pi r}{T}$ som gir $T = \frac{2\pi r}{v}$ Setter inn for $r = \frac{mv}{qB}$ og får:

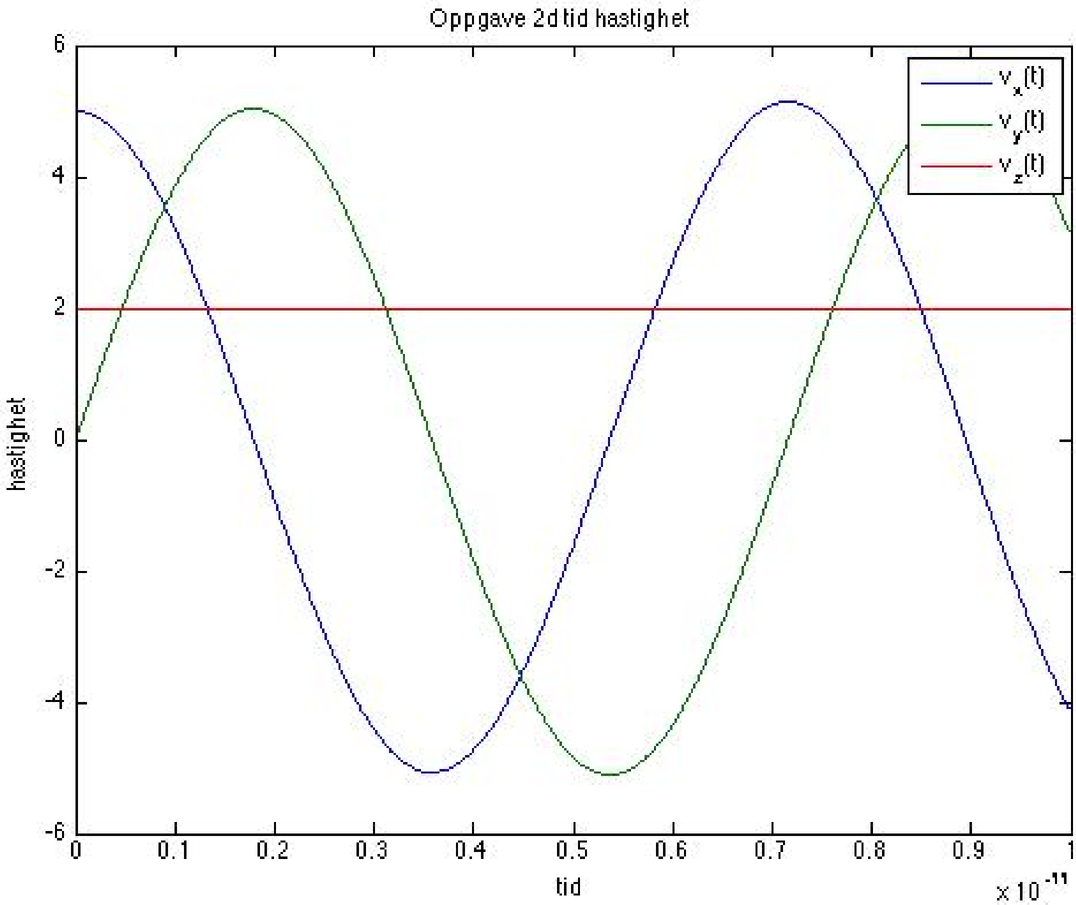
$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

Oppgave 2 d)

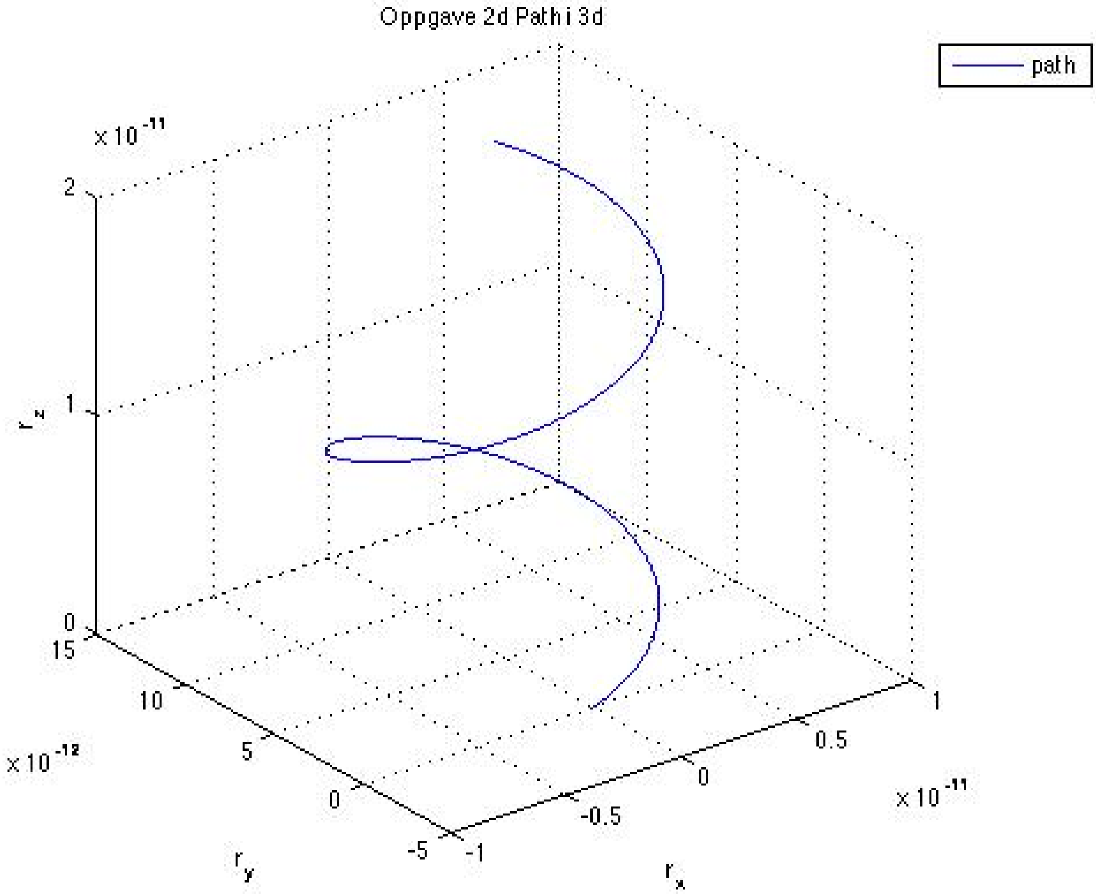
```
%oppgave 2d


m_e = 9.11e-31;
e = -1.6e-19;
r0=[0 0 0];

v0=[5 0 2];

B=[0 0 5];
t0=0;
t1=1*10e-12;
dt=10e-15; %30fs
r=r0;
v=v0;
n=t1/dt;
t=t0;
c=0;
for i=2:n
    F = e*(cross(v(i-1,:),B));
    a = F./m_e;
    v(i,:) = v(i-1,:) + a.*dt;
    r(i,:) = r(i-1,:) + v(i-1,:).*dt;
    c=c+dt;
    t(i,:)=c;
end
figure()
plot(t(:,1),v(:,1),t(:,1),v(:,2),t(:,1),v(:,3))
legend('v_x(t)','v_y(t)','v_z(t)'); title('Oppgave 2d tid hastighet ')
xlabel('tid'); ylabel('hastighet')
```

```
figure()
plot3(r(:,1),r(:,2),r(:,3))
legend('path'); title('Oppgave 2d Path i 3d'); grid()
xlabel('r_x'); ylabel('r_y'); zlabel('r_z')
```

Figur 8: Oppgave 2d - Fart



Figur 9: Oppgave 2 d - 3d



Oppgave 3 - Partikkel i syklotron

Oppgave 3 a

I denne oppgaven ser vi på en partikkels bane i magnetfelt og elektrisk felt.

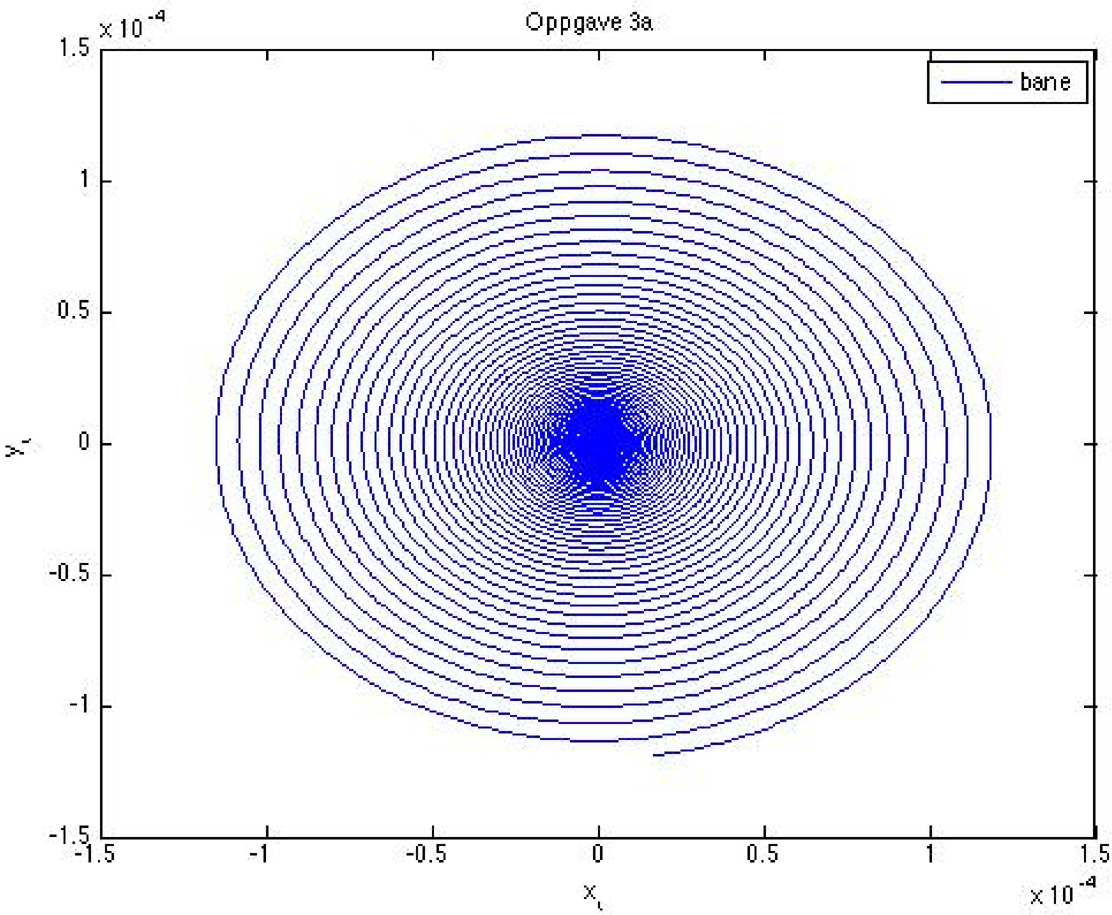
$$E = \begin{cases} E_0 cos(\omega t)\hat{\mathbf{e}}_x, & \text{hvis } x \in (d/2, -d/2) \\ (0,0,0) & \text{ellers} \end{cases}$$

Systemet ser på banen partikllen i feltet.

```
% variabler
m_p = 1.67*10e-27;
e = 1.6*10e-19;
v0 = [0,0,0];
r0 = [0,0,0];
B = [0,0,2]; %B=(0,0,2T)
dt = 1e-10;
t0 = 0;
t1 = 3e-6;
t=t0:dt:t1;
r = r0;
v = v0;
E0 = [90/25 0 0 ];
E=E0;
Bs=sqrt(B(:,1)^2 + B(:,2)^2 +B(:,3)^2) ;
omega = (e*Bs)/m_p;
for i=2:length(t)

    F_B = e.*(cross(v(i-1,:),B));
    F_E = E.*e;
    F = F_E+F_B;
    a = F./m_p;
    v(i,:) = v(i-1,:) + a.*dt;
    r(i,:) = r(i-1,:) + v(i-1,:).*dt;
    if (r(i-1,1) <= 0.1 && r(i-1,1) >= -0.1)
        E = E0.*cos(omega*t(i).*[1 0 0]);

    else
        E = [0,0,0];
    end
end
figure()
plot(r(:,1), r(:,2))
```

```
legend('bane'); title('Oppgave 3a')
xlabel('x_t'); ylabel('y_t')
```

Figur 10: Oppgave 3a -x_t mot y_t



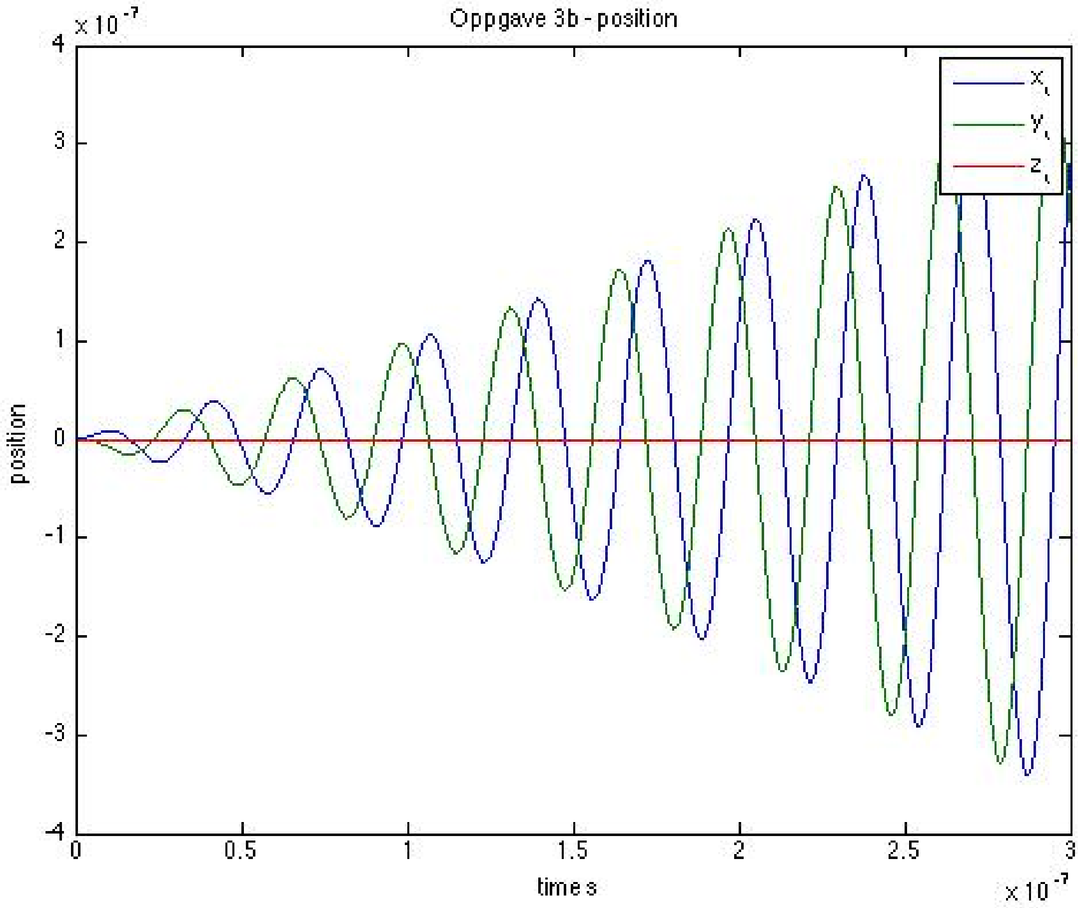
Avstanden øker med hver runde. (FINN UT HVORFOR OG SKRIV HER!!)

Oppgave 3 b

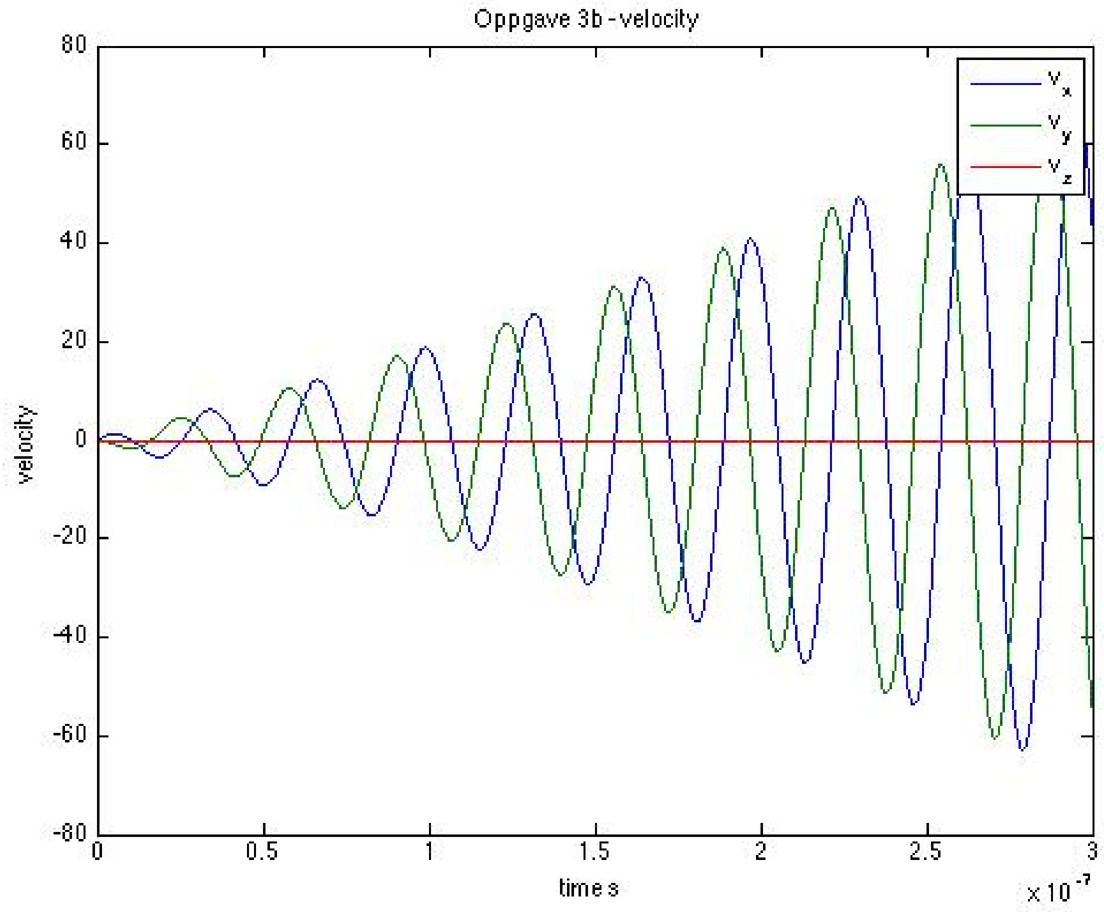
```
m_p = 1.67*10e-27;
e = 1.6*10e-19;
v0 = [0,0,0];
r0 = [0,0,0];
B = [0,0,2]; %B=(0,0,2T)
dt = 100e-12;
t0 = 0;
t1 = 300e-9;
t=t0:dt:t1;
r = r0;
v = v0;
E0 = [90/25 0 0 ];
E=E0;
```

```
Bs=sqrt(B(:,1)^2 + B(:,2)^2 +B(:,3)^2);
omega = (e*Bs)/m_p;
r_d = 5e-2;
for i=2:length(t)

    F_B = e.*(cross(v(i-1,:),B));
    F_E = E.*e;
    F = F_E+F_B;
    a = F./m_p;
    v(i,:) = v(i-1,:) + a.*dt;
    r(i,:) = r(i-1,:) + v(i-1,:).*dt;
    if (r(i-1,1) <= r_d && r(i-1,1) >= -r_d)
        E = E0.*cos(omega*t(i).*[1 0 0]);
    else
        E = [0,0,0];
    end
end
figure()
plot(t,r(:,1), t,r(:,2), t, r(:, 3))
legend('x_t','y_t','z_t')
title('Oppgave 3b - position')
xlabel('time s'); ylabel('position')
figure()
plot(t,v(:,1), t,v(:,2), t, v(:, 3))
legend('v_x','v_y','v_z' )
title('Oppgave 3b - velocity')
xlabel('time s'); ylabel('velocity')
```

Figur 11: Posisjon



Figur 12: fart



Oppgave 3 c)

utvider programmet med

```
fart=sqrt(v(length(v)-1,1)^2+ v(length(v)-1,2)^2+v(length(v)-1,3)^2)
```

Farten er da: 69.4221

Oppgave 3 d)

Jeg kan vise at den kinetiske enerigen er

$$E_k = \frac{1}{2}\frac{q^2B^2r^2}{m}$$

Jeg har at $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ jeg vet videre at $v = \frac{qBr}{m}$ og at $r = \frac{mv}{qB}$
Setter inn :

$$E_k = \frac{1}{2}m(\frac{qBr}{m})^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2B^2r^2}{m}$$

finner løsningen for E_k i MeV med et bittelite matlabskript

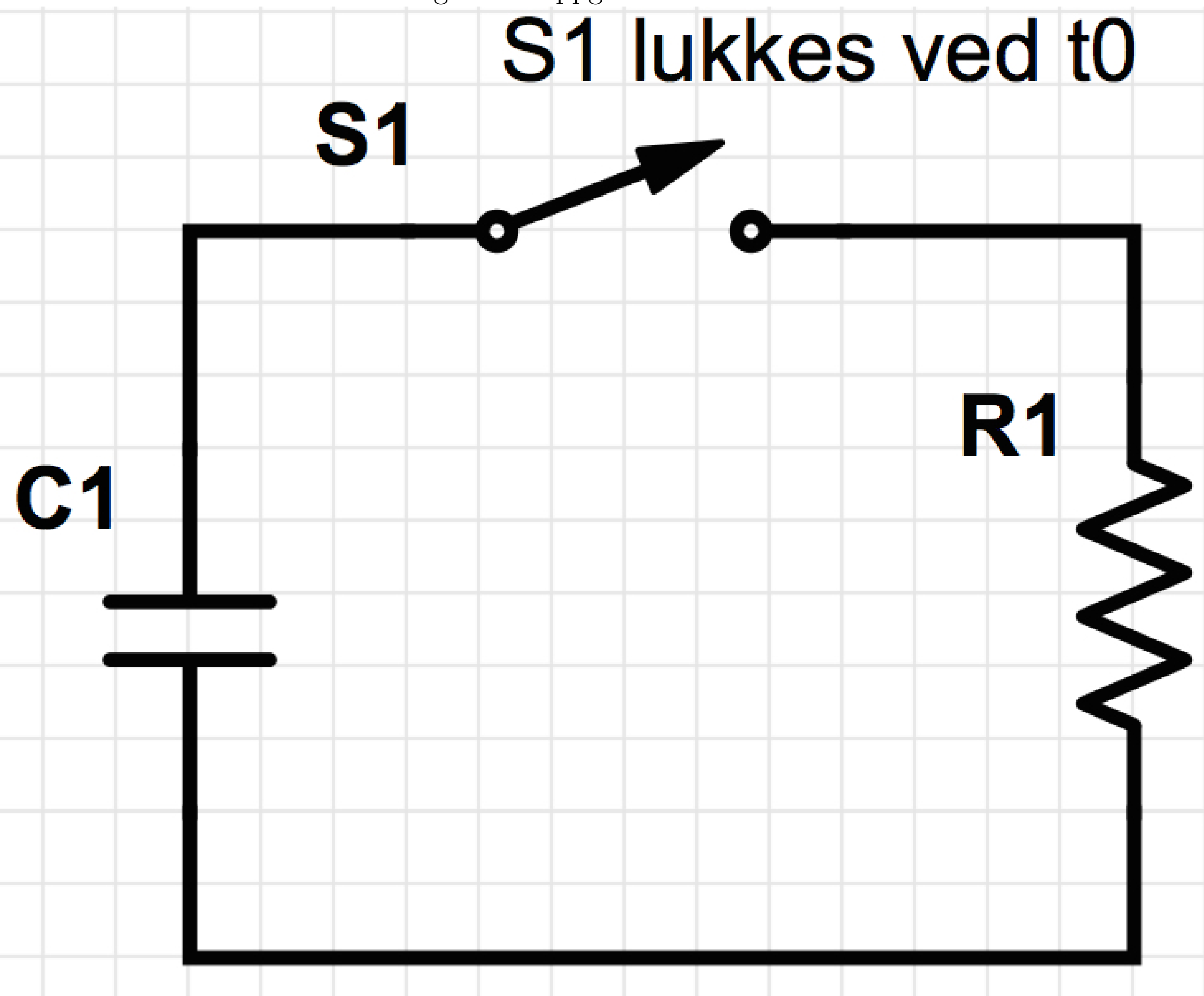
```
m_p = 1.67*10e-27;
q = 1.6*10e-19;
r = 0.5;
B=2;
E_k=0.5*((q^2*B^2*r^2)/(m_p))
E_kmev=E_k*6241509341896.7
%E_k = 7.6647e-11 joule
%E_kmev = 478.3911 MeV
```

Den kinetiske energien er $E_k = 7.6647 * 10^{-11}$ Joule $= 478.3911$ MeV.

Oppgave 4 - RC-krets

Oppgave 4a)

Figur 13: Oppgave aRC-Krets



Oppgave 4b)

Her er en krets med en bryter S1, en resistor R og en kondensator C. Ladningen på platene i C er $\pm Q$.
jeg kan finne strømmen i denne kretsen ved å bruke $C = \frac{Q}{V}$, Ohms lov $V = IR$ og definisjonen av strøm $I = \frac{dQ}{dt}$

$$0 = \frac{Q(t)}{C} + I(t)R$$

$$I(t)R = -\frac{Q(t)}{C}$$

Deler på R og får strømmen I

$$I(t) = \frac{Q(t)}{RC} = \frac{Q(t)}{\tau}$$

Definisjonen av strøm gir oss da:

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{Q(t)}{\tau}$$

Ladningen på C faller derfor eksponensielt med tiden:

$$Q(t) = Q_{max}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Oppgave 4c

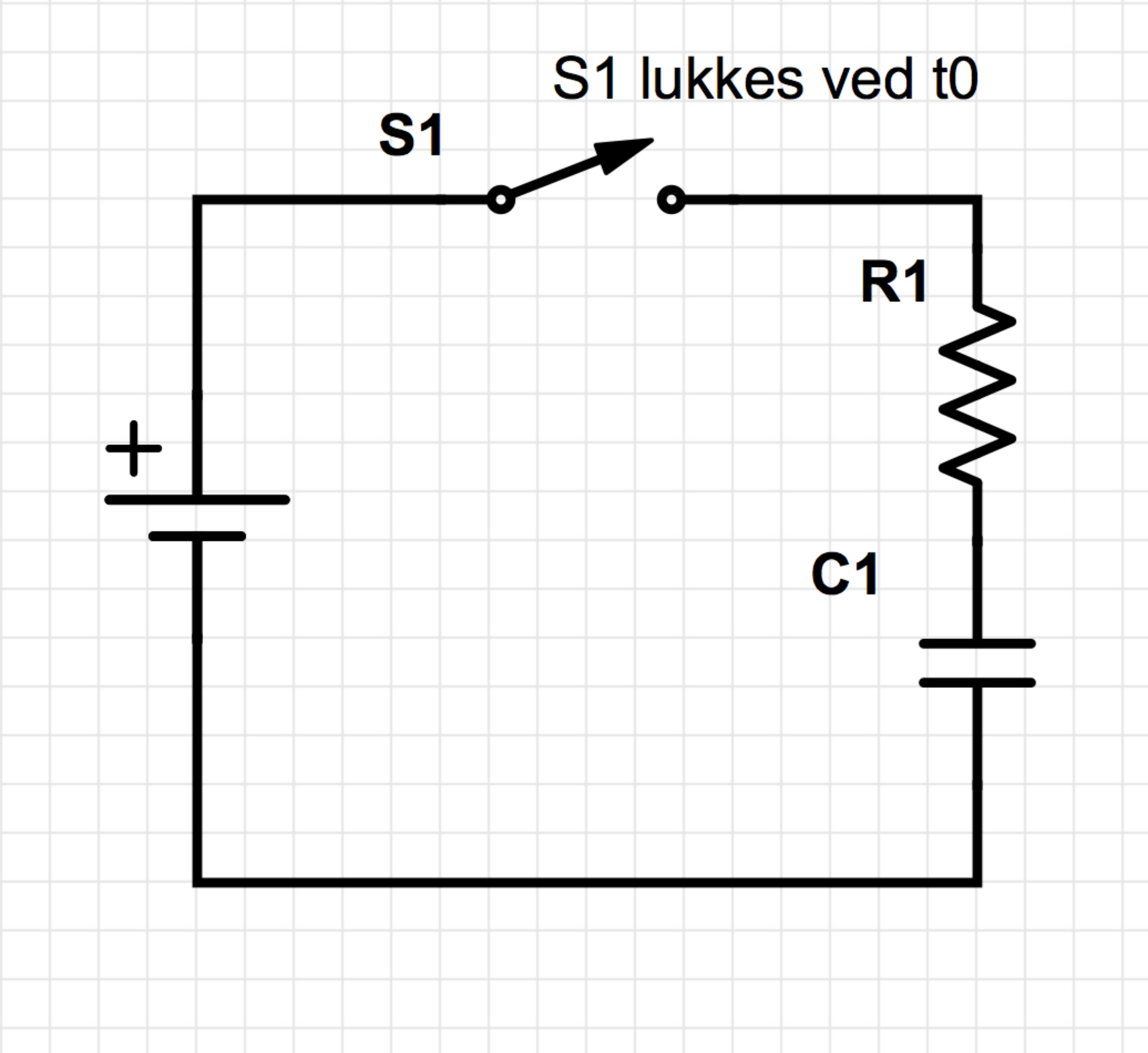
Strømmen i kretsen er nådd halv parten av I_max ved 0.69τ siden $e^-0.69 \approx 0.5$

Oppgave 4c)

Strømmen vil ha falt til halvparten av Q_{max} etter

Oppgave 4d)

Figur 14: RC-Krets med batteri med emf ϵ



Nå vil Kirchoff ha noe å si:

$$\epsilon - V_C - V_R = 0$$

Skriver om

$$\epsilon - \frac{Q}{C} - Ri = 0$$

$$\epsilon - \frac{Q}{C} - R\frac{dq}{dt} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{RC}(Q - C\epsilon)$$

$$\frac{dq}{Q - C\epsilon} = -\frac{dt}{RC}$$

Integrerer:

$$\int \frac{dq}{Q - C\epsilon} = -\frac{1}{RC}\int dt$$

Ladningen er gitt ved:

$$Q = C\epsilon(1 - e^{-t/\tau})$$

Strømmen blir da:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\epsilon}{R}e^{-t/\tau} = I_0 e^{-t/\tau}$$

MatLab

```
function [  ] = oblig2oppgave1( dt )
E = [-5,0,0];
r0 = [0,0,0];
v0 = [0,0,0];
m_e = 9.11e-31;
e = -1.6e-19;
t0 = 0;
t1 = 1*10e-6;
% F og aksellerasjon
F = e.*E;
a = F./m_e;
% initalverdier
r = r0;
v = v0;
%t = linspace(t0,t1,(t1/dt)+1);
ra = r0;
n = t1/dt
t=0;
c=0;
for i=2:n
    v(i,:) = v(i-1,:) + a.*dt;
    r(i,:) = r(i-1,:) + v(i,:).*dt;
    c=c+dt;
    t(i,:)=c;
    %analytic
    ra(i,:) = 0.5.*(a.*c^2);
end

plot(t(:,1),r(:,1),'g',t(:,1), ra(:,1), 'r')
axis('auto');
legend('Numerisk løsning', 'analytisk løsning'); title(['Oppgave 1 dt=', num2str(d
xlabel('t'); ylabel('r')

% hver komponent:
E=[-1, -2, 5];
F = e.*E;
a = F./m_e;
% initalverdier
r = r0;
v = v0;
ra = r0;
n = t1/dt;
t=0;
c=0;
 for i=2:n
    v(i,:) = v(i-1,:) + a.*dt;
    r(i,:) = r(i-1,:) + v(i,:).*dt;
    c=c+dt;
    t(i,:)=c;
 end
% plot
figure()
```

```
m_e = 9.11e-31;
e = -1.6e-19;
r0=[0 0 0];
v0=[10 0 0];
B=[0 0 5];
t0=0;
t1=1*10e-12;
dt=10e-15; %30fs
r=r0;
v=v0;
n=t1/dt;
t=t0;
c=0;

%F=e*(cross(v,B)

for i=2:n
    F = e*(cross(v(i-1,:),B));
    a = F./m_e;
    v(i,:) = v(i-1,:) + a.*dt;
    r(i,:) = r(i-1,:) + v(i-1,:).*dt;
    c=c+dt;
    t(i,:)=c;
end

oblig2oppgave2b(r,dt,n);

figure()
plot(t(:,1),r(:,1),t(:,1),r(:,2),t(:,1),r(:,3))
legend('r_x(t)','r_y(t)','r_z(t)'); title('Oppgave 2a tid posisjon')
xlabel('tid'); ylabel('posisjon')

figure()
plot(t(:,1),v(:,1),t(:,1),v(:,2),t(:,1),v(:,3))
legend('v_x(t)','v_y(t)','v_z(t)'); title('Oppgave 2a tid hastighet ')
xlabel('tid'); ylabel('hastighet')

figure()
plot3(r(:,1),r(:,2),r(:,3))
legend('path'); title('Oppgave 2a Path i 3d'); grid()
xlabel('r_x'); ylabel('r_y'); zlabel('r_z')

clear all
```

Omløpstiden 1.998000e-11

```
function [  ] = oblig2oppgave2b( r, dt , n )
%oblig2oppgave2b
%   oppgave 2b regner ut omløpstiden T:

T=0;
for j=1:n
    if (-dt< r(j,1)> dt)
        r(j);
        T=j;
    end
end
T=T*2*dt;
format=('Omløpstiden %s \n');
fprintf(format,T)
% Omløpstiden 1.790000e-11
end
```

```
Error using oblig2oppgave2b (line 6)
Not enough input arguments.
```

Published with MATLAB® R2014a

```
m_e = 9.11e-31;
e = -1.6e-19;
r0=[0 0 0];
v0=[5 0 2];
B=[0 0 5];
t0=0;
t1=1*10e-12;
dt=10e-15; %30fs
r=r0;
v=v0;
n=t1/dt;
t=t0;
c=0;

for i=2:n
    F = e*(cross(v(i-1,:),B));
    a = F./m_e;
    v(i,:) = v(i-1,:) + a.*dt;
    r(i,:) = r(i-1,:) + v(i-1,:).*dt;
    c=c+dt;
    t(i,:)=c;
    va(i,:)=0.5.*a;
end

figure()
plot(t(:,1),va(:,1),t(:,1),va(:,2),t(:,1),va(:,3))
legend('v_x(t)','v_y(t)','v_z(t)'); title('Oppgave 2d tid hastighet analytisk ')
xlabel('tid'); ylabel('hastighet')
figure()
plot(t(:,1),v(:,1),t(:,1),v(:,2),t(:,1),v(:,3))
legend('v_x(t)','v_y(t)','v_z(t)'); title('Oppgave 2d tid hastighet numerisk')
xlabel('tid'); ylabel('hastighet')
figure()
plot3(r(:,1),r(:,2),r(:,3))
legend('path'); title('Oppgave 2d Path i 3d'); grid()
xlabel('r_x'); ylabel('r_y'); zlabel('r_z')
```

```
% variabler
m_p = 1.67*10e-27;
e = 1.6*10e-19;
v0 = [0,0,0];
r0 = [0,0,0];
B = [0,0,2]; %B=(0,0,2T)
dt = 1e-10;
t0 = 0;
t1 = 3e-6;
t=t0:dt:t1;
r = r0;
v = v0;
E0 = [90/25 0 0 ];
E=E0;
Bs=sqrt(B(:,1)^2 + B(:,2)^2 +B(:,3)^2) ;
omega = (e*Bs)/m_p;

for i=2:length(t)

    F_B = e.*(cross(v(i-1,:),B));
    F_E = E.*e;
    F = F_E+F_B;
    a = F./m_p;
    v(i,:) = v(i-1,:) + a.*dt;
    r(i,:) = r(i-1,:) + v(i-1,:).*dt;
    if (r(i-1,1) <= 0.1 && r(i-1,1) >= -0.1)
        E = E0.*cos(omega*t(i).*[1 0 0]);

    else
        E = [0,0,0];
    end
end

figure()
plot(r(:,1), r(:,2))
legend('bane'); title('Oppgave 3a')
xlabel('x_t'); ylabel('y_t')
```

```
m_p = 1.67*10e-27;
e = 1.6*10e-19;
v0 = [0,0,0];
r0 = [0,0,0];
B = [0,0,2]; %B=(0,0,2T)
dt = 100e-12;
t0 = 0;
t1 = 300e-9;
t=t0:dt:t1;
r = r0;
v = v0;
E0 = [90/25 0 0 ];
E=E0;
Bs=sqrt(B(:,1)^2 + B(:,2)^2 +B(:,3)^2);
omega = (e*Bs)/m_p;
r_d = 5e-2;

for i=2:length(t)

    F_B = e.*(cross(v(i-1,:),B));
    F_E = E.*e;
    F = F_E+F_B;
    a = F./m_p;
    v(i,:) = v(i-1,:) + a.*dt;
    r(i,:) = r(i-1,:) + v(i-1,:).*dt;
    if (r(i-1,1) <= r_d && r(i-1,1) >= -r_d)
        E = E0.*cos(omega*t(i).*[1 0 0]);
    else
        E = [0,0,0];
    end
end

figure()
plot(t,r(:,1), t,r(:,2), t, r(:, 3))
legend('x_t','y_t','z_t')
title('Oppgave 3b - position')
xlabel('time s'); ylabel('position')
figure()
plot(t,v(:,1), t,v(:,2), t, v(:, 3))
legend('v_x','v_y','v_z' )
title('Oppgave 3b - velocity')
xlabel('time s'); ylabel('velocity')

fart=sqrt(v(length(v)-1,1)^2+ v(length(v)-1,2)^2+v(length(v)-1,3)^2)
```

```
        fart =

           69.4221
```

```
m_p = 1.67*10e-27;
q = 1.6*10e-19;
r = 0.5;
B=2;
E_k=0.5*((q^2*B^2*r^2)/(m_p))
E_kmev=E_k*6241509341896.7
%E_k = 7.6647e-11 joule
%E_kmev = 478.3911 MeV
```

```
E_k =

   7.6647e-11


E_kmev =

  478.3911
```

Published with MATLAB® R2014a