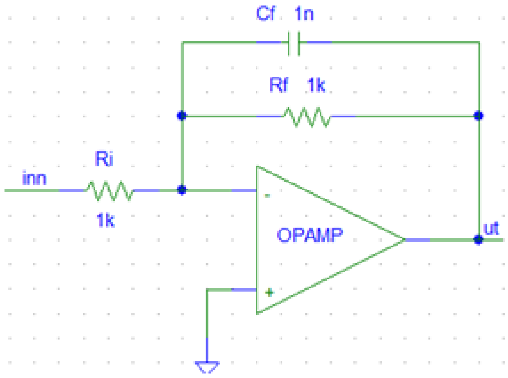
FYS3220 Eksamen H2013, oppgave 2, løsningsforslag.

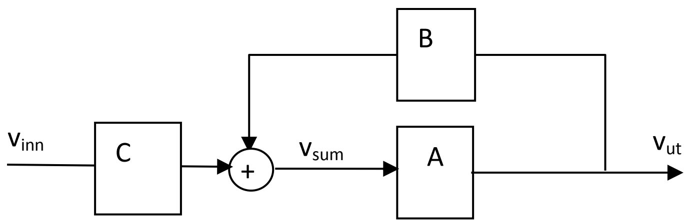
Oppgave2 AC-analyse, Bodeplot, tilbakekoblede systemer og stabilitet.



$$H_1(s) = \frac{-1}{(\tau_1 s + 1)}, \quad \tau_1 = 10^{-6}$$

Figur 1. Krets med tilhørende overføringsfunksjon.

a) Utfør en AC-analyse for overføringsfunksjonen $H_1(s)$ til kretsen i Figur 1 og finn et uttrykk for amplitudefunksjonen dB(M(ω)) og fasefunksjonen ϕ(ω).



$$H(s) = \frac{AC}{1 - AB} = \frac{AC}{1 - F(s)}$$

Figur 2. Blokkskjema for generelt tilbakekoblet system med tilhørende overføringsfunksjon.

b) Vis at ABC skjemaet i Figur 2 kan formuleres med den tilhørende overføringsfunksjonen H(s) til høyre i samme figur.

c) Tegn Amplitude og Fasebodeplot i vedlegg 2 for tilbakekoblingssløyfen for F(s) når blokkene til H(s) er gitt som: som

$$A(s) = G\frac{\tau_1 s}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}, \quad B = -1, \quad C = 1, \qquad G = 10, \ \tau_1 = 10^{-2}, \tau_2 = 10^{-4},$$

d) Tegn Nyquistdiagram vedlegg 3 for F(s) med A og B som i oppgaven over. Vurder om kretsen H(s) er stabil og forklar kort hvordan vi kan se dette av Nyquist diagrammet.

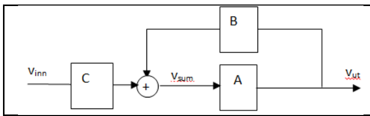
e) Endre fortegnet på B fra -1 til +1. Tegn den nye Nyquist kurven dette gir i vedlegg 4 og forklar kort hvordan endringen påvirker kretsen og dens stabilitet.

Løsningsforslag

a)Utfør en AC-analyse for overføringsfunksjonen H1(s) til kretsen i Figur 1 og finn et uttrykk for amplitudefunksjonen dB(M(ω)) og fasefunksjonen φ(ω).

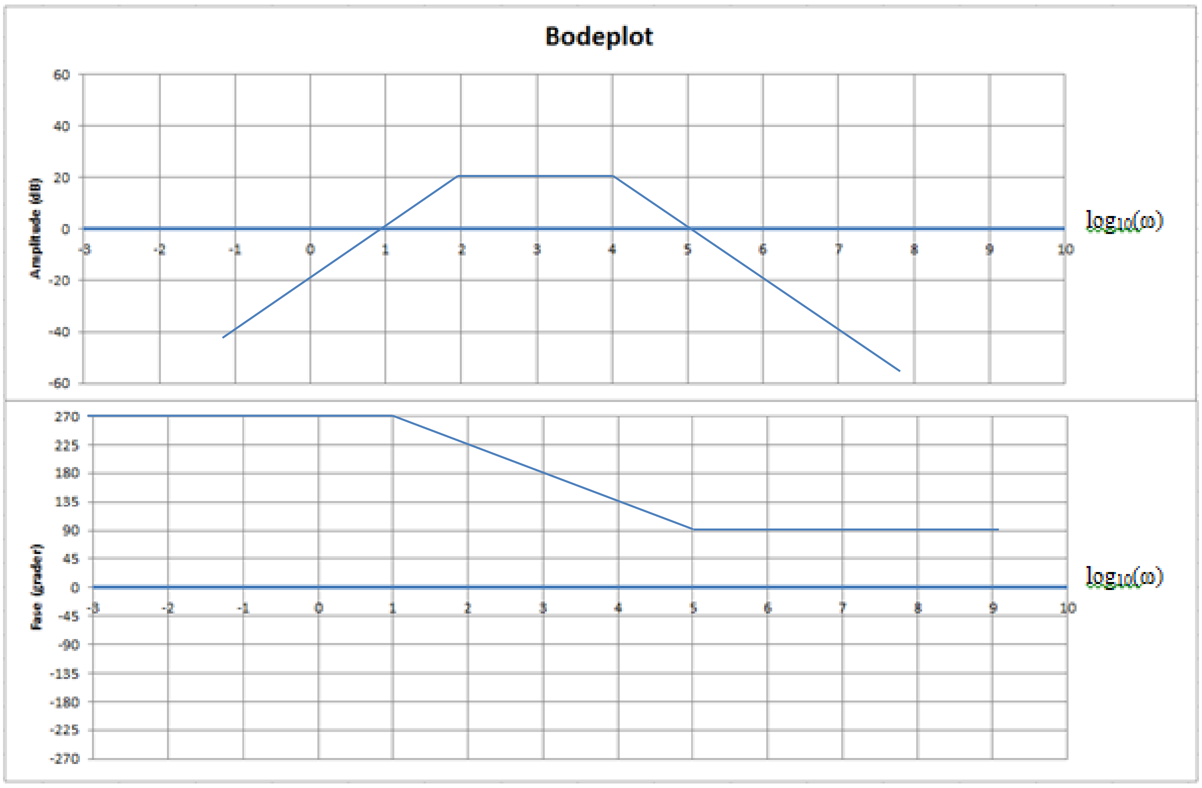
Amplituden finner vi ved hjelp av den kompleksskonjugerte.	$H(s)=\frac{-1}{\tau s+1}\rightarrow H(j\omega)=\frac{-1}{\tau j\omega+1}=M(\omega)e^{j\theta(\omega)}$ $M(\omega)=\sqrt{H(j\omega)H^*(j\omega)}=\frac{-1}{\sqrt{(\tau j\omega+1)(-\tau j\omega+1)}}$ $=\frac{1}{\sqrt{(\tau\omega)^2+1}}$
Som så kan omregnes til desibel	$\underline{\underline{dBM(\omega)=20\log\left(\frac{1}{\sqrt{(\tau\omega)^2+1}}\right)=-10\log\left((\tau\omega)^2+1\right)}}$
Fasen finner vi ved først å skille real og imaginærdel Vi finner to ledd som bidrar til fasen, (-1) og et ledd vi må bruke atan på.	$H(j\omega)=\frac{-1}{\tau j\omega+1}=-1\frac{1}{(\tau j\omega+1)}\cdot\frac{(-\tau j\omega+1)}{(-\tau j\omega+1)}$ $=-1\cdot\frac{(-\tau j\omega+1)}{(\tau\omega)^2+1}=-1\cdot\left(\frac{-\tau j\omega}{fn}+\frac{1}{fn}\right)$
Vi ser at fasen vil starte på 180 grader og falle mot 90 grader når frekvensen går fra 0 til uendelig.	$(-1)=e^{j\pi}\rightarrow\phi_1(\omega)=180°$ $\frac{-\tau j\omega}{fn}+\frac{1}{fn}\rightarrow\phi_2(\omega)=a\tan\left(\frac{\frac{-\tau\omega}{fn}}{\frac{1}{fn}}\right)=-a\tan(\tau\omega)$ $\underline{\underline{\phi(\omega)=180°-a\tan(\tau\omega)}}$

b) Vis at ABC skjemaet i Figur 2 kan formuleres med den tilhørende overføringsfunksjonen H(s) til høyre i samme figur.

	$H(s) = \frac{AC}{1-AB} = \frac{AC}{1-F(s)}$
Vi kan sette opp to likninger	$Vut = A \cdot Vsum \Leftrightarrow Vsum = Vut / A$ $Vi \cdot C + Vut \cdot B = Vsum$
Setter vi likningen for Vsum inn i likningen for Vut kan vi finne et utrykk som inneholder Vut og Vinn uten andre hjelpespenninger.	$Vi \cdot C + Vut \cdot B = \frac{Vut}{A}$ $Vut \cdot B - \frac{Vut}{A} = -Vi \cdot C$ $Vut \cdot \left(B - \frac{1}{A}\right) = -Vi \cdot C$
VI finner tilslutt utrykket for H(s)	$\underline{\underline{H(s)}} = \frac{Vut}{Vi} = -\frac{C}{\left(B - \frac{1}{A}\right)} = -\frac{AC}{(AB-1)} = \frac{AC}{1-AB} = \underline{\underline{\frac{AC}{1-F(s)}}}$

c)Tegn Amplitude og Fasebodeplot i vedlegg 2 for tilbakekoblingssløyfen for F(s) når blokkene til H(s) er gitt som: som

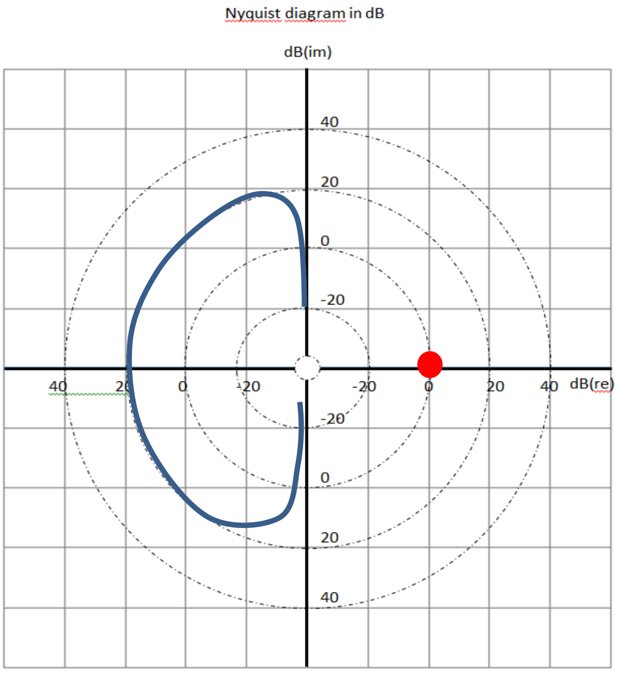
$$A(s) = G\frac{\tau_1 s}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)},\quad B=-1,\quad C=1,\qquad G=10,\ \tau_1=10^{-2}, \tau_2=10^{-4},$$



,

log(ω)	dB	vinkel
0	-20	90
1	0	90
2	20	45
3	20	0
4	20	-45
5	0	-90

d)Tegn Nyquistdiagram vedlegg 3 for F(s) med A og B som i oppgaven over. Vurder om kretsen H(s) er stabil og forklar kort hvordan vi kan se dette av Nyquist diagrammet.

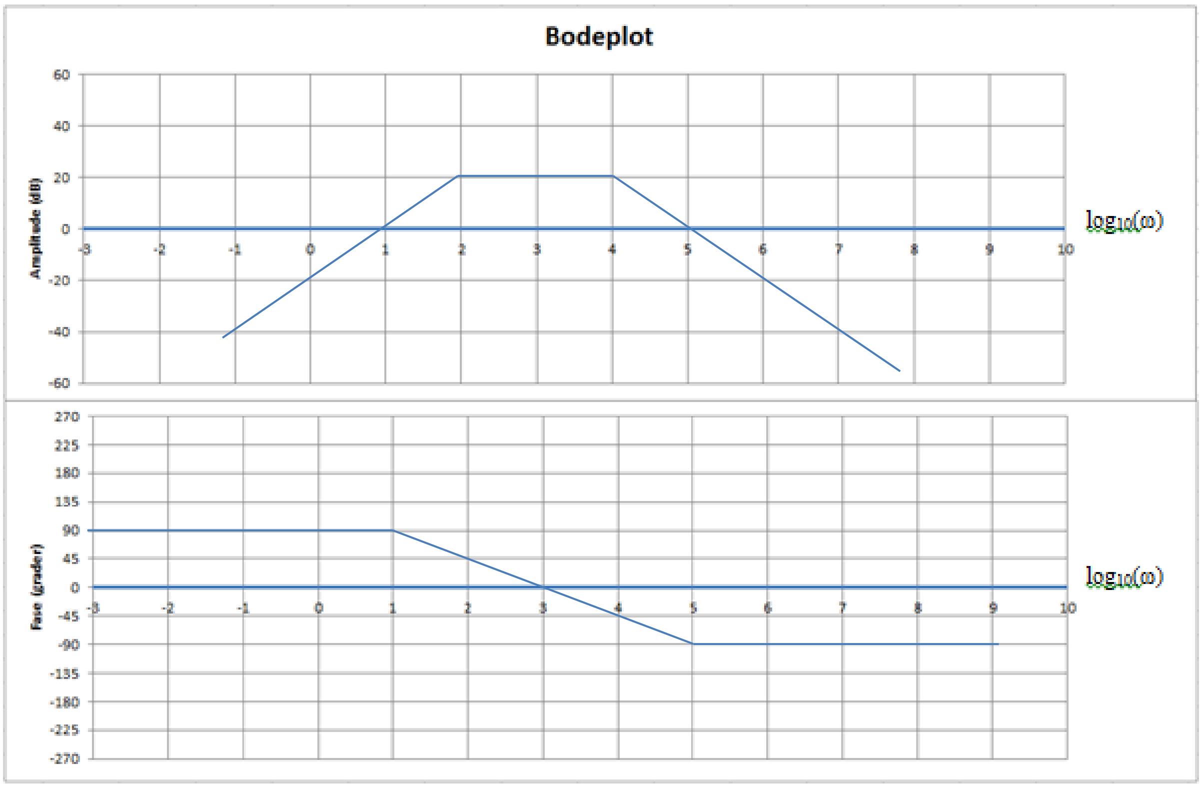


Nyquist diagrammet viser at kretsen H(s) er meget stabil.

H(s) er ustabil hvis den har poler i s-planets 1-kvadrant. Nyquistkurven er utledet på bakgrunn av teorien om konform avbildning og beviser at systemet H(s) har poler i 1-kvadrant av s-planet hvis og bare hvis Nyquist kurven omslutter punktet der F(jω)=(1,j0) eller (0dB, 0 grader) I dette tilfellet skjer ikke dette og vi viser dermed at vi har en stabil krets.

e)Endre fortegnet på B fra -1 til +1. Tegn den nye Nyquist kurven dette gir i vedlegg 4

Når vi endrer fortegnet fra – til + forandrer vi kretsen fra å være en negativt tilbakekoblet til å bli en positivt tilbakekoblet krets. Faseplottet senkes med 180 grader uten at vi påvirker amplitudeplottet. Dette fører til at vi omfavner punktet (0dB,0 grader) eller (1, j0) og vi ser derved at vi har fått en meget ustabil krets.



log(ω)	dB	vinkel
0	-20	270
1	0	270
2	20	225
3	20	180
4	20	135
5	0	90

Nyquist diagram in dB