

Вступительный тест.

1. Что больше: 343^{33} или 49^{50} ?
2. Какие остатки дают точные квадраты при делении на 13?
3. А какие остатки дают точные 6-е степени при делении на 13?
4. Найдите количество слов (*словом считается любая последовательность букв*), которые можно составить из букв В, О, Д, О, Р, О, Д.
5. Дан граф на 4 вершинах и 5 ребрах. Найдите количество его остовных деревьев.
6. В одной столичной школе дети интересуются математикой, балетом и киберспортом. Директор этой школы заметил, что среди тех, кто любит математику, $\frac{1}{30}$ нравится балет и $\frac{5}{6}$ неравнодушны к компьютерным играм. Те, кто занимается балетом, в 40% случаев любят математику и на 25% геймеры. Какая наибольшая доля киберспортсменов может увлекаться балетом?
7. Пусть x , y и z - различные корни уравнения $x^3 + 8 = 5x^2$. Найдите $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$.
8. Найдите $\frac{1}{\{\frac{1}{3\sqrt{2}-4}\}}$. ($\{x\}$ - дробная часть числа x .)
9. Что больше: $e^{\frac{1}{e}}$ или $\pi^{\frac{1}{\pi}}$?
10. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки Z и Y соответственно так, что $AZ : ZB = 1 : 2$ и $AY : YC = 2 : 1$. Отрезки BY и CZ пересекаются в точке O . Прямая AO пересекает BC в точке X . Найдите отношение $XO : OA$.
11. Даны окружности ω_1 и ω_2 , которые пересекают третью окружность Γ по точкам A, B, C и D . KM и LN - общие внешние касательные к ω_1 и ω_2 . ($A, B, K, L \in \omega_1$, $C, D, M, N \in \omega_2$.) Докажите, что середина KM , середина LN и точка пересечения AB и CD лежат на одной прямой.