

**Учебный план программы "Олимпиадная Математика",**  
сегмента курсов "Вершина Экономики" при МГУУ Правительства Москвы.

1. Вступительный тест. *Большое количество заданий, проверяющие владение конкретной техникой или знание конкретного факта.*
2. Алгебра. Системы уравнений. Симметризация. Advanced: Графическая интерпретация уравнения  $f(f(f(x))) = x$ .
3. Теория чисел. Сравнения по модулю, возведение остатков в степень. Advanced: МТФ (*несколько доказательств и задачи на неё*).
4. Комбинаторика. Графы. Чётность. Остовные деревья. Базовое представление о двудольных графах. Advanced: Лемма Холла и её применения.
5. Теория чисел (Продолжение). Операции с модулями (*практика решения ТЧ-шных задач*). Advanced: Дроби как остатки по модулю. Теорема Вильсона.
6. Алгебра. Теорема Виета. Advanced: Интерполяция по Лагранжу ( $P(i) = 2^i$  при  $i = 0, \dots, k$ , найдите  $P(k+1)$ ).
7. Комбинаторика. Теория вероятности. Биномиальные коэффициенты. (*Количество способов собрать покерные комбинации.*) Круги Эйлера, формула включений и исключений. Advanced: Задача об ожерельях.
8. Геометрия. Аффинная геометрия. Теоремы Чевы и Менелая. (*В т.ч. и задачи высшего уровня сложности.*)
9. Алгебра + комбинаторика. Бином Ньютона, альтернативная трактовка биномиальных коэффициентов. Комбинаторные доказательства алгебраических фактов. Advanced: Числа Каталана.
10. Комбинаторика на плоскости. Куча задач прикольных. Advanced: Планарные графы. Формула Эйлера.
11. Теория чисел. Простые числа, степени вхождения. НОДы и НОКи. Часто встречаемые сюжеты с разложением на множители и решением через простые числа.
12. Экстремальные текстовые задачи. Вершинка параболы, экономические задачи. Advanced: Неравенства о средних.
13. Математический анализ. Ликбез по производным. Олимпиадные задачи с элементами функционального анализа.
14. Многочлены над  $\mathbb{Z}$ . Задачи, использующие утверждение  $(x-y) | P(x) - P(y)$ . Advanced: Критерий Эйзенштейна.
15. Основы рекуррентных соотношений. Идея, которая появляется при решении рекурренты  $\{a_{i+1} = 2a_i - 1\}$ : линейный сдвиг последовательности может упростить рекуррентное соотношение.
16. Иррациональные числа. Домножение на сопряженное.  $\{x\} = x - [x]$ .
17. Нетривиальные задачи на движение. Минимизация суммы расстояний до точек на прямой. Advanced: Задачи на линейное движение по плоскости.
18. Тригонометрия. Системы уравнений, в которых надо ввести тригонометрические функции.
19. Телескопические суммы. Задачи на суммирование прогрессии и часто используемые трюки.
20. Клетчатые задачи. Раскраски (*В т.ч. полный перечень типовых раскрасок*), нетривиальные рассуждения с их использованием.
21. Стереометрия. Нахождение кратчайшего пути (*на поверхностях многогранников и конусов*) путём "распрямления" поверхности.

## **Домашние задания, цель которых - устранить пробелы и помочь "набить руку" на базовых вещах.**

- 1.** Доказательство формул методом математической индукции.
- 2.** Построение графиков функций. Функции с модулем. Графическая интерпретация в задачах с параметром.
- 3.** Упражнения, помогающие освоиться в мире сравнений по модулю.
- 4.** Аффинная геометрия, выражение одних отношений отрезков на картинке через другие.
- 5.** Тренировка использования теоремы Виета. Умение выражать всё через симметрические многочлены.
- 6.** Базовые задачи на круги Эйлера.
- 7.** Базовые задачи на степени вхождения простых.
- 8.** Тождественные преобразования, тренировка аккуратности (как не терять и не находить лишние корни).
- 9.** Упражнения на операции с иррациональными числами.
- 10.** Дифференцирование функций. Нахождение максимума и минимума функции.
- 11.** Тригонометрические формулы, как запомнить их без "зубрёжки".
- 12.** Преобразования со степенями и логарифмами. Как не запутаться в том, когда складывать, а когда перемножать.
- 13.** Применение формулы суммы геометрической прогрессии на практике.