Afleveringsopgave 2

Martin Mikkelsen

Studienummer: 201706771

6. september 2018

Opgave 1

En partikel bevæger sig på x-aksen i et potential, $V(x)$. Grundtilstandens bølgefunktion er

$$\psi(x) = e^{-\frac{1}{2}(\frac{x}{a})^4}$$

hvor a er konstant af dimensionslængde. Endvidere vides det, at $V(a) = 0$

1. Bestem $V(x)$ samt grundtilstandsenergien

Den stationære Schrödingerligning opskrives.

$$-\frac{\hbar}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi = E\psi$$

Den dobbeltafledede af bølgefunktionen med hensyn til x bestemmes

$$\frac{d\psi}{dx} = -\frac{4}{2}\frac{x^3}{a^4}e^{-\frac{x^4}{2a^4}} = -2\frac{x^3}{a^4}e^{-\frac{x^4}{2a^4}}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -6\frac{x^2}{a^4}e^{-\frac{x^4}{2a^4}} - 2\frac{x^3}{a^4}\cdot(-2)\frac{x^3}{a^4}e^{-\frac{x^4}{2a^4}} = \left(\frac{4x^6}{a^8} - \frac{6x^2}{a^4}\right)e^{-\frac{x^4}{2a^4}}$$

Dette indsættes

$$-\frac{\hbar}{2m}\left(\frac{4x^6}{a^8} - \frac{6x^2}{a^4}\right)e^{-\frac{x^4}{2a^4}} + V(x)e^{-\frac{x^4}{2a^4}} = Ee^{-\frac{x^4}{2a^4}}$$

$$-\frac{\hbar}{2m}\left(\frac{4x^6}{a^8} - \frac{6x^2}{a^4}\right) + V(x) = E$$

$$V(x) = \frac{\hbar}{2m}\left(\frac{4x^6}{a^8} - \frac{6x^2}{a^4}\right) + E$$

Det er oplyst i opgavebeskrivelsen af $V(a) = 0$

$$V(a) = \frac{\hbar}{2m}\left(\frac{4a^6}{a^8} - \frac{6a^2}{a^4}\right) + E = 0$$

$\Downarrow$

$$E = -\frac{\hbar}{2m}\left(\frac{4a^6}{a^8} - \frac{6a^2}{a^4}\right)$$

$$E = -\frac{\hbar}{2m}\left(\frac{-2}{a^2}\right)$$

Grundtilstandsenergien er givet ved ovenstående udtryk. Potentialet som funktion af x bestemmes ved at indsætte udtrykket for grundtilstandsenergien og isolere potentialet, $V(x)$

$$V(x) = \frac{\hbar}{2m}\left(\frac{4x^6}{a^8} - \frac{6x^2}{a^4}\right) + \frac{-\hbar}{2m}\left(\frac{-2}{a^2}\right)$$

$$= \frac{\hbar(2x^6 - 3a^4x^2 + a^6)}{ma^8}$$