Kvantemekanik – ugeseddel 3

I sidste uge gennemgik vi §2.3 om den harmoniske oscillator, og §2.4 om den fri partikel via video.

Undervisning i uge 3 (10/9 - 14/9)

Forelæsninger:
Vi gør den harmoniske oscillator færdig med nogle regneeksempler, inden vi starter med §2.6 om den endelige potentialbrønd. Hvis du endnu ikke har fået set videoen om den fri partikel (under uge 2), så prøv at færdiggøre det inden torsdagsforelæsningen, hvor vi vil samle op på quiz-spørgsmålene. Kig herefter selv på §2.5 via video (klik på ”Delta-funktionspotentialet” under uge 3).

Teoretiske øvelser:
Standardopgaver:

- Opgave 5 på næste side samt G1.16† (G1.17 i 2. udgave), G2.2, G2.4*, G2.5 (Hint: ”ze kveek vay” går via ligning [1.33]), G2.8.

  (†) Hint til G1.16: Man kan ofte spare tid ved at indse at et integral giver nul!

  (*) Hint til G2.4: Diskuter med din instruktor hvornår et integral er nul ud fra symmetri. Hvis f.eks. en funktion er ulige omkring $x = \frac{a}{2}$, dvs. hvis $f(\frac{a}{2} + y) = -f(\frac{a}{2} - y)$ for alle y, så er $\int_0^a f(x)dx = 0$. Overvej også hvad der sker med symmetrier, når en funktion differentieres. I kan med fordel slå svære integraler op – det er OK til eksamen, hvis bare I skriver tydeligt, hvad I gør.

- Kig på Matlab-illustrationerne fra ”Diskussion om wavepacket.m”, som findes under ”uge 2” og ”Den fri partikel” på Blackboard (instruktoren medbringer labtop til anden øvelsesgang). Prøv at forstå både fysisk og matematisk, at der er mange impuls-komponenter medtaget i den samlede bølgepakke.

Composer-opgave: C1 (”C” for ”Composer”, findes under uge 3).

Lette opgaver: L5, L6, L7, se næste side.

Afleveringsopgave 3: Se næste side.

Forventet program i uge 4

Forelæsninger: Vi starter på kapitel 3, incl. §3.5 per video.

Regneøvelser:
Standardopgaver: G2.6, G2.7, G2.10, G2.12, G2.13, G2.20 (G2.21 i 2. udgave), samt en diskussion af Matlab-koden deltascatter.m fra læringsstien ”Delta-funktionspotentialet” (uge 3).

Composer-opgave: C2 (findes under uge 4).

Lette opgaver: L8 og L9 på sidste side samt G2.17 (G2.18 i 2. udgave).

Afleveringsopgave 4: Se sidste side.

Mvh Brian Julsgaard.

Opgave 5

Vis, at linearkombinationen [2.15] er en løsning til [2.1], når $\psi_n(x)$'erne er stationære løsninger med tilhørende energi E_n.

Afleveringsopgave 3

Betragt det uendelige brøndpotential $V(x) = \begin{Bmatrix} 0 & \text{for } 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{ellers} \end{Bmatrix}$ indeholdende en partikel med massen m. Til tiden $t = 0$ er partiklen beskrevet ved bølgefunktionen $\Psi(x,0) = \begin{Bmatrix} A & \text{for } 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{ellers} \end{Bmatrix}$.

1) Bestem normeringskonstanten A.
2) Bestem sandsynligheden for at en måling af partiklens totale energi giver resultatet E_1.
3) Bestem sandsynligheden for at en måling af partiklens totale energi giver resultatet E_2.

I spørgsmål (2) og (3) svarer energierne $E_n = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2ma^2}$ til de sædvanlige egen-energier for det uendelige brøndpotential.

Lette opgaver til uge 3:

Vi betragter i det følgende det uendelige brøndpotential den tilhørende notation fra kapitel 2.2.

Opgave L5:

Betragt startbølgefunktionen $\Psi(x,0) = N(\psi_1(x) + 3\psi_2(x))$.

(1) Bestem N, så bølgefunktionen bliver normeret.

(2) Hvilke resultater kan fremkomme ved en måling af partiklens totale energi? Hvad er sandsynligheden for at opnå hvert af disse resultater?

(3) Beregn middelværdien og spredningen af den totale energi. Udtryk svaret i enheder af $E_1 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$.

Opgave L6:

Betragt startbølgefunktionen $\Psi(x,0) = N(\sin(\frac{3\pi x}{a}) + \sin(\frac{4\pi x}{a}))$.

(1) Hvilke egenfunktioner $\psi_n(x)$ består denne bølgefunktion af?

(2) Opskriv vha. disse ψ_n'er et normeret udtryk for $\Psi(x,0)$.

(3) Angiv $\Psi(x,t)$ til alle senere tidspunkter t.

Opgave L7:

Betragt den normerede startbølgefunktion $\Psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{a}}(\sin(\frac{\pi x}{a}) + i\sin(\frac{2\pi x}{a}))$.

(1) Bestem middelværdien $\langle x \rangle$ af partiklens position. Du kan måske "indse" hvad nogle af integralerne giver.

(2) Bestem middelværdien $\langle p \rangle$ af partiklens impuls (svar: $-\frac{8\hbar}{3a}$). Lidt regnetung delopgave, så slå evt. integraler op.

(3) Bestem middelværdien $\langle H \rangle$ af partiklens totale energi. Her kan du måske let "indse" resultatet.

Afleveringsopgave 4

Vi betragter den harmoniske oscillator i en dimension med notationen som beskrevet i kapitel 2.3. En startbølgefunktion er givet ved $\Psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_n(x) + i\psi_{n+2}(x))$.

(1) Bestem middelværdien og spredningen af partiklens totale energi.

(2) Betragt operatoren $A = xp + px$. Udtryk denne operator vha. hæve- og sænkeoperatorerne, a_+ og a_-.

(3) Bestem forventningsværdien $\langle A \rangle$.

Lette opgaver til uge 4:

Opgave L8:

Betragt operatoren $A = xp - px$.

(1) Brug [2.70] ([2.69] i 2. udgave) til udtrykke A som funktion af a_+ og a_-.

(2) Reducer dette udtryk så meget du kan for at opnå et simpelt og kendt resultat.

Opgave L9:

En partikel med massen m bevæger sig som en harmonisk oscillator, og er til tiden $t = 0$ beskrevet ved bølgefunktionen $\Psi(x,0) = N[3\psi_3(x) + 4\Psi_4(x)]$. Her er $\psi_n(x)$ de sædvanlige løsninger til den stationære Schrödingerligning fra kapitel 2.3.

(1) Bestem Nså bølgefunktionen bliver normeret.

(2) Angiv de mulige resultater af en måling af partiklens totale energi. Bestem også sandsynligheden for hvert af disse resultater.

(3) Bestem middelværdien og spredningen af partiklens totale energi. Angiv svaret i enheder af $\hbar\omega$.

(4) Brug [2.70 (2.69)] og [2.67 (2.66)] til at beregne middelværdien $\langle x \rangle$. Du skal kunne "se" hvad alle integraler giver.

(5) Brug [2.70 (2.69)] til at udtrykke operatoren $A = xp + px$ vha. a_+ og a_-. Reducer udtrykket så meget du kan, og argumenter (uden at regne) for, at middelværdien $\langle A \rangle$ er nul.

(6) Angiv $\Psi(x,t)$ til alle tider t.