Afleveringsopgave 3

Martin Mikkelsen

Studienummer: 201706771

13. september 2018

Betragt det uendelige brøndpotential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & ,0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{ellers} \end{cases}$$

indeholdende en partikel med massen m. Til tiden $t = 0$ er partiklen beskrevet ved bølgefunktionen

$$\Psi(x,0) = \begin{cases} A & ,0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

1) Bestem normeringskonstanten A

Normeringskonstanten bestemmes udfra normkvadratet. Grænserne for det uendelige brøndpotential indsættes også i integralet.

$$\int_0^a |A|^2 dx = A^2 a = 1$$

$\Downarrow$

$$A = \frac{1}{\sqrt{a}}$$

2) Bestem sandsynligheden for at en måling af partiklens totale energi giver resultatet E_1

For at bestemme sandsynligheden for en bestemt værdi anvendes ligning [2.39]

$$\langle H \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} P(E_n) \cdot E_n$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 \cdot E_n$$

Det ses at

$$\sum_{n=1}^{\infty} P(E_n) = \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2$$

Sandsynligheden for at en måling af partiklens totale energi giver E_1 er den absolutte værdi af kvadratet på c_1. c_1 bestemmes udfra

$$c_1 = \sqrt{\frac{2}{a}} \int \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\Psi(x.0)dx$$

$$= \sqrt{\frac{2}{a}} \int_0^a \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)Adx$$

$$= \sqrt{\frac{2}{a}}A \int_0^a \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)dx$$

$$= \sqrt{\frac{2}{a}}A\left(\frac{-a}{\pi}\cos\left(\frac{a\pi}{a}\right)\right) - \left(\frac{-a}{\pi}\cos(0)\right)$$

$$= \sqrt{\frac{2}{a}}A\left(\frac{-a}{\pi}\cos(\pi)\right) - \left(\frac{-a}{\pi}\cos(0)\right)$$

$$= \sqrt{\frac{2}{a}}A\left(\frac{2a}{\pi}\right)$$

$$= \sqrt{\frac{2}{a}}\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{2a}{\pi}\right)$$

Udfra opgavebeskrivelsen gælder det at $a > 0$ og ovenstående udtryk kan omskrives til følgende

$$c_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$$

Sandsynligheden for at en målings totale energi giver E_1 er altså $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$

3) Bestem sandsynligheden for at en måling af partiklens totale energi giver resultatet E_2

Samme fremgangmåde anvendes til at bestemme E_2

$$c_2 = \sqrt{\frac{2}{a}} \int \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right)\Psi(x.0)dx$$

$$= \sqrt{\frac{2}{a}} \int_0^a \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right)Adx$$

$$= \sqrt{\frac{2}{a}}A \int_0^a \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right)dx$$

$$= \sqrt{\frac{2}{a}}A\left(\left(\frac{-a}{2\pi}\cos(2\pi)\right) - \left(\frac{-a}{2\pi}\cos(0)\right)\right)$$

$$= \sqrt{\frac{2}{a}}A \cdot 0$$

$$= 0$$

Dette betyder at bidraget fra c_2 er lig 0, og den samlede sandsynlighed for at en måling af partiklens totale energi er lig c_1 for $n \leq 2$.