Kvantemekanik
Aflevering 3

Marc Breiner Sørensen
201708238 - FYS1

30. september 2018

Betragt det uendelige brøndpotential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{ellers} \end{cases} \tag{1}$$

indeholdende en partikel med massen. Til tiden $t = 0$ er partiklen beskrevet ved bølgefunktionen

$$\Psi(x,0) = \begin{cases} A & 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \tag{2}$$

1 Bestem normeringskonstanten

. For at bestemme A normeres bølgefunktionen

$$\begin{aligned} 1 &= \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x,t)|^2 dx \\ &= \int_0^a |\Psi(x,0)|^2 dx \\ &= \int_0^a \overline{A} A dx \end{aligned}$$

Da værdierne vi arbejder med for det uendelige brøndpotentiale alle er reelle fås

$$\begin{aligned} &= \int_0^a A^2 dx \\ &= A^2 a \end{aligned}$$

Hvilket medfører at

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2 Bestem sandsynligheden for at en måling af partiklens totale energi giver resultatet E_1

. For det uendelige brøndpotentiale har vi vist at de tilladte energier er givet ved følgende formel

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ma^2} \tag{3}$$

og tilsvarende at de tilhørende bølgefunktioner er givet som

$$\Psi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \psi_n e^{-} i E_n \frac{t}{\hbar} \tag{4}$$

da er $|c_n|^2$ sandsynligheden for at få en måling med tilhørende energi E_n. For det uendelige brønpotentiale findes disse koefficienter som

$$c_n = \sqrt{\frac{2}{a}} \int_0^a \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \psi(x,0) dx \tag{5}$$

Vi skal bestemme E_1 så

$$\begin{aligned} c_1 &= \sqrt{\frac{2}{a}} \int_0^a \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \frac{1}{\sqrt{a}} dx \\ &= \frac{\sqrt{2}}{a} \int_0^a \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) dx \\ &= \left[\frac{-a}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right)\right]_0^a \frac{\sqrt{2}}{a} \\ &= 2\frac{\sqrt{2}}{\pi} \end{aligned}$$

Hvorved at vi opnår sandsynligheden for at få en måling med energien E_1 som

$$|c_1|^2 = \frac{8}{\pi^2}$$

3 Bestem sandsynligheden for at en måling af partiklens totale energi giver resultatet E_2

Her benyttes en fuldstændigt identisk metode som i den foregående opgave.

$$\begin{aligned} c_2 &= \sqrt{\frac{2}{a}} \int_0^a \sin\left(\frac{2\pi}{a} x\right) dx \\ &= \frac{\sqrt{2}}{a} \left[\frac{-a}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{a} x\right)\right]_0^a \\ &= 0 \end{aligned}$$

Hvilket medfører at sandsynligheden for at opnå en måling med energien E_2 naturligvis er

$$|c_2|^2 = 0$$