Einführung in Visual Computing

Wiederholung und Übung

Werner Purgathofer



Hinweise zum 1. Test



- Donnerstag 6.4. 18 Uhr
- Hörsaaleinteilung auf Webseite unter "Aktuelles"
- keine Unterlagen erlaubt:
 - kein Skriptum, keine Folienkopien
 - kein Computer, Pad, Handy
 - kein programmierbarer Taschenrechner
 - kein Nachbar!
- *einfache* Taschenrechner und *unkommentierte* Formelsammlungen erlaubt
- Bewertung der wahr/falsch-Fragen:
 - Pluspunkte wenn richtig
 - Minuspunkte wenn falsch
 - aber nie weniger als Null pro Fragenblock



Farben und Farbfehlsichtigkeit

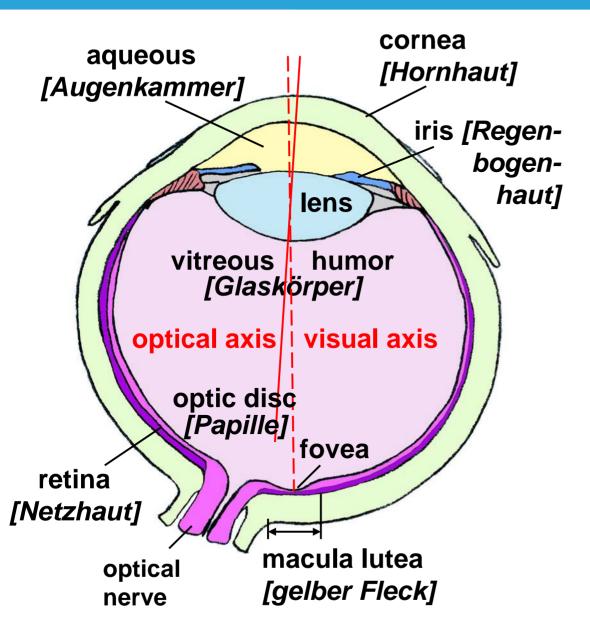


- Die Netzhaut des Auges enthält Stäbchen für das Helligkeits-Sehen und 3 Zapfenarten für das Farbsehen.
 □ wahr □ falsch
- Rot-grün-blinde Personen sehen nur die Farben Rot und Grün.
 - □ wahr □ falsch
- Licht mit höherer Frequenz hat eine kleinere Wellenlänge.
 - □ wahr □ falsch
- Die Purpurlinie des CIE-Chromaticitydiagramms besteht aus spektralreinen Farben.□ wahr □ falsch
- Drucker verwenden das _____--Farbmodell.



The Human Eye

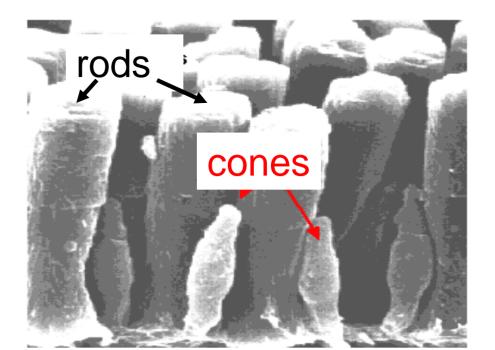




retina contains

rods: b/w

cones: color



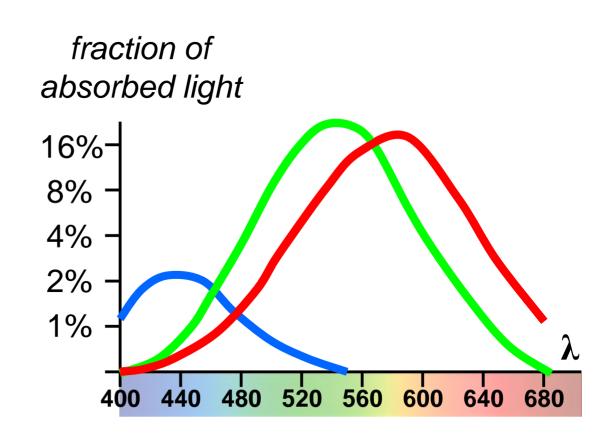


The Human Eye



3 types of cones

- differentwavelengthsensitivities:
 - red
 - green
 - blue





Farben und Farbfehlsichtigkeit



- Die Netzhaut des Auges enthält Stäbchen für das Helligkeits-Sehen und 3 Zapfenarten für das Farbsehen.
 ★wahr □ falsch
- Rot-grün-blinde Personen sehen nur die Farben Rot und Grün.
 - □ wahr □ falsch
- Licht mit höherer Frequenz hat eine kleinere Wellenlänge.
 - □ wahr □ falsch
- Die Purpurlinie des CIE-Chromaticitydiagramms besteht aus spektralreinen Farben.□ wahr □ falsch
- Drucker verwenden das _____-Farbmodell.



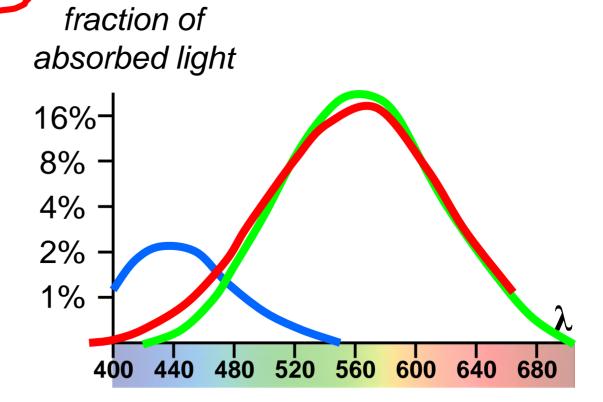
Color Blindness



- red/green blindness
 - red & green cones too similar

- blue blindness
 - no blue cones

- monochromatism
 - all cones missing





Farben und Farbfehlsichtigkeit



- Die Netzhaut des Auges enthält Stäbchen für das Helligkeits-Sehen und 3 Zapfenarten für das Farbsehen.
 ★wahr □ falsch
- Rot-grün-blinde Personen sehen nur die Farben Rot und Grün.
 - □ wahr ★ falsch
- Licht mit höherer Frequenz hat eine kleinere Wellenlänge.
 - □ wahr □ falsch
- Die Purpurlinie des CIE-Chromaticitydiagramms besteht aus spektralreinen Farben.□ wahr □ falsch
- Drucker verwenden das _____--Farbmodell.

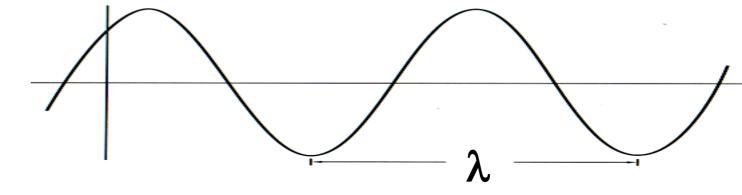


Light - An Electromagnetic Wave

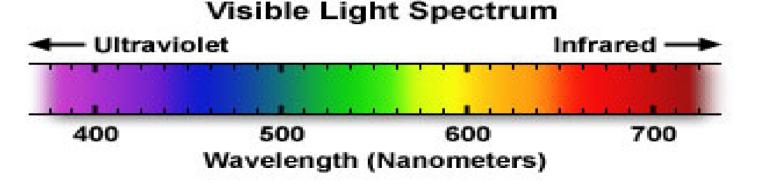


- light is electromagnetic energy
- \blacksquare monochrome light can be described either by frequency f or wavelength λ
- $c = \lambda \cdot f$ (c = speed of light)

shorter wavelength equals higher frequency



- red ≈ 700 nm
- violet ≈ 400 nm





Farben und Farbfehlsichtigkeit

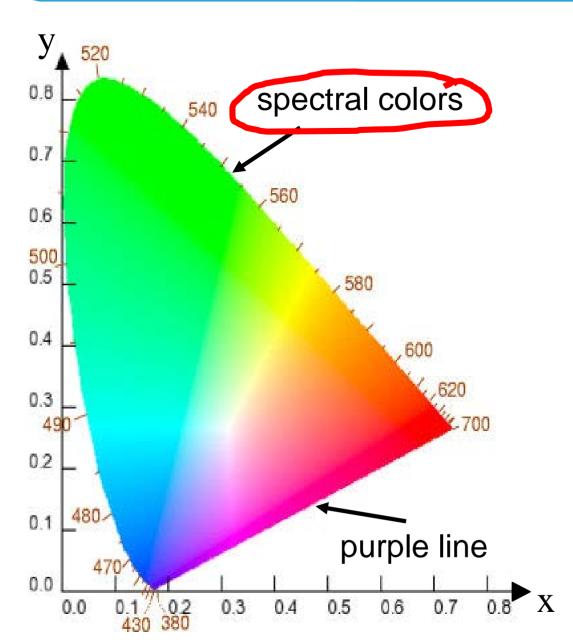


- Die Netzhaut des Auges enthält Stäbchen für das Helligkeits-Sehen und 3 Zapfenarten für das Farbsehen.
 ★wahr □ falsch
- Rot-grün-blinde Personen sehen nur die Farben Rot und Grün.
 - □ wahr ★ falsch
- Licht mit höherer Frequenz hat eine kürzere Wellenlänge.
 - **X**wahr □ falsch
- Die Purpurlinie des CIE-Chromaticitydiagramms besteht aus spektralreinen Farben.□ wahr □ falsch
- Drucker verwenden das -Farbmodell.



CIE Chromaticity Diagram





- identifying complementary colors
- determining dominant wavelength & purity
- comparing color gamuts

spectral color positions are along the boundary curve



Farben und Farbfehlsichtigkeit

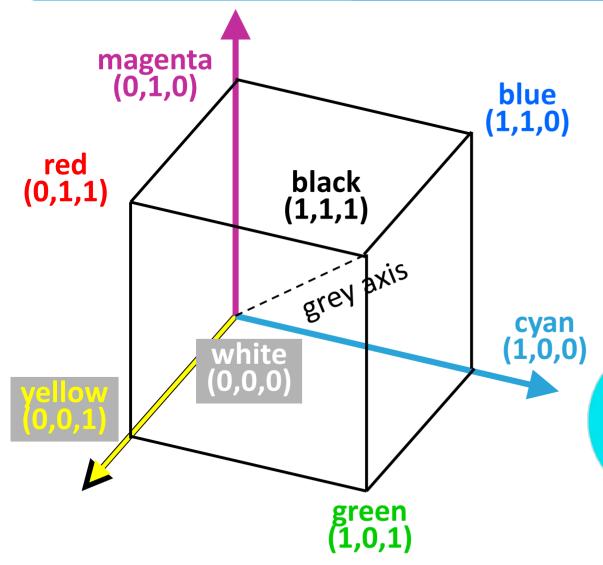


- Die Netzhaut des Auges enthält Stäbchen für das Helligkeits-Sehen und 3 Zapfenarten für das Farbsehen.
 ★wahr □ falsch
- Rot-grün-blinde Personen sehen nur die Farben Rot und Grün.
 - □ wahr ★ falsch
- Licht mit höherer Frequenz hat eine kürzere Wellenlänge.
 - **X**wahr □ falsch
- Die Purpurlinie des CIE-Chromaticitydiagramms besteht aus spektralreinen Farben. □ wahr to falsch
- Drucker verwenden das -Farbmodell.

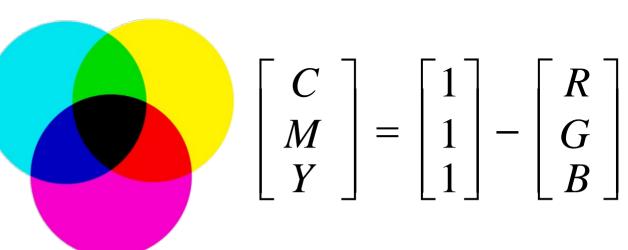


CMY Color Model





- primary colors:cyan, magenta, yellow
- subtractive color model
 (for hardcopy devices)
 - $\mathbf{C} = \mathbf{G} + \mathbf{B}$, using C "subtracts" R





Farben und Farbfehlsichtigkeit



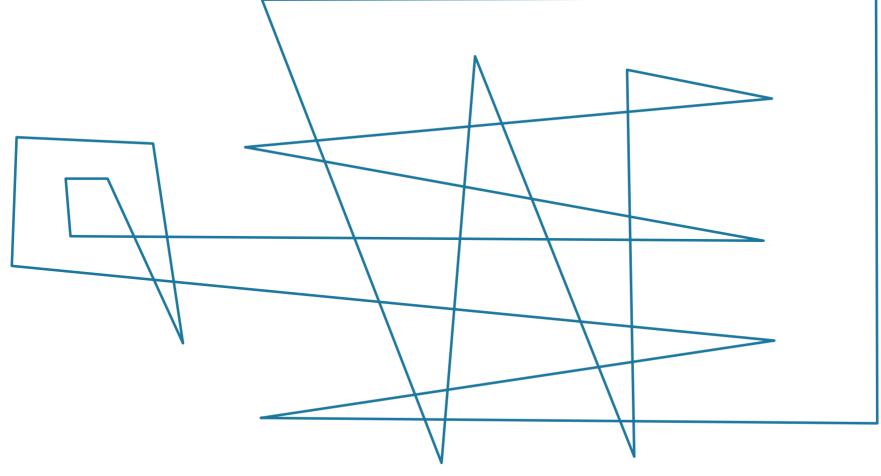
- Die Netzhaut des Auges enthält Stäbchen für das Helligkeits-Sehen und 3 Zapfenarten für das Farbsehen.
 ★wahr □ falsch
- Rot-grün-blinde Personen sehen nur die Farben Rot und Grün.
 - □ wahr ★ falsch
- Licht mit höherer Frequenz hat eine kürzere Wellenlänge.
 - **X**wahr □ falsch
- Die Purpurlinie des CIE-Chromaticitydiagramms besteht aus spektralreinen Farben. □ wahr to falsch
- Drucker verwenden das <u>CMY(K)</u>-Farbmodell.



Beispiel: Polygonfüllen



Füllen Sie das Polygon nach der Non-Zero-Winding-Number Regel!

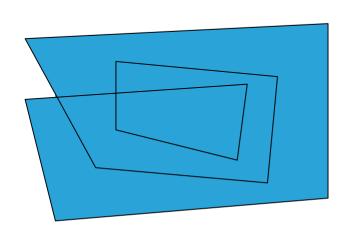


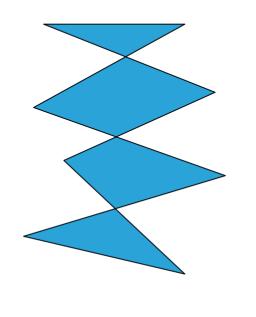


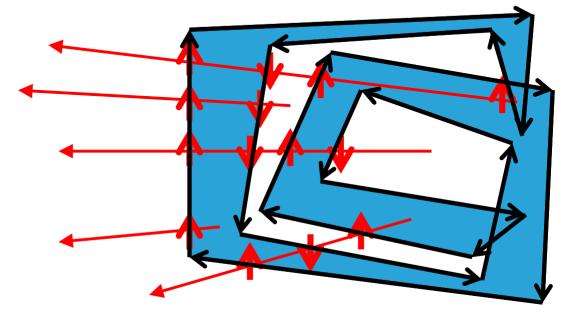
What is Inside?: Nonzero Winding Number



- point is inside if polygon surrounds it
- straight line to the outside:
 - same # edges up and down = outside
 - different # edges up and down = inside





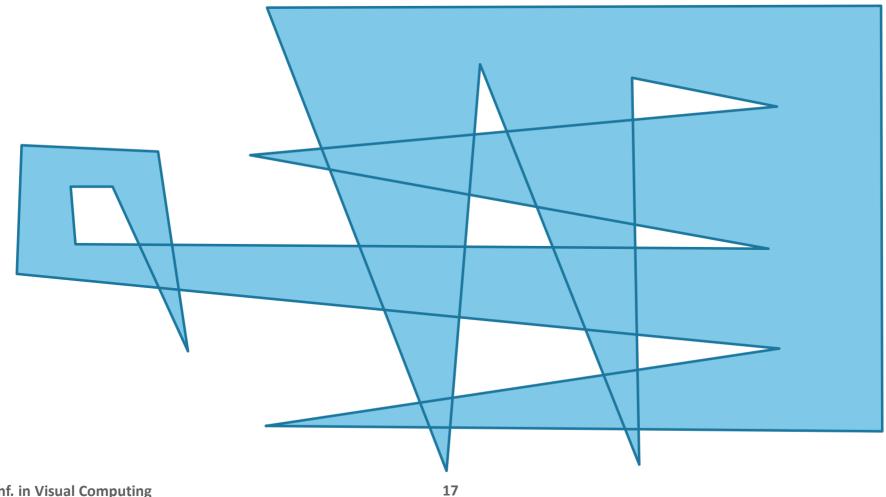




Beispiel: Polygonfüllen



Lösung



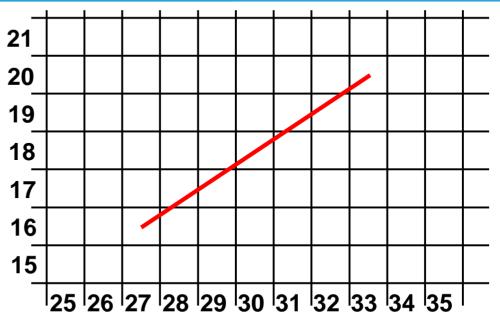


Beispiel: Rasterisierung



Zeichnen Sie die vom

Bresenham-Verfahren
erzeugten Pixel ein und geben
Sie die Werte der
Entscheidungsvariablen an!



$$\mathbf{p_0} = 2\Delta \mathbf{y} - \Delta \mathbf{x}$$

if $p_k < 0$

then draw pixel (x_k+1,y_k) ;

$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y$$

else draw pixel (x_k+1,y_k+1) ;

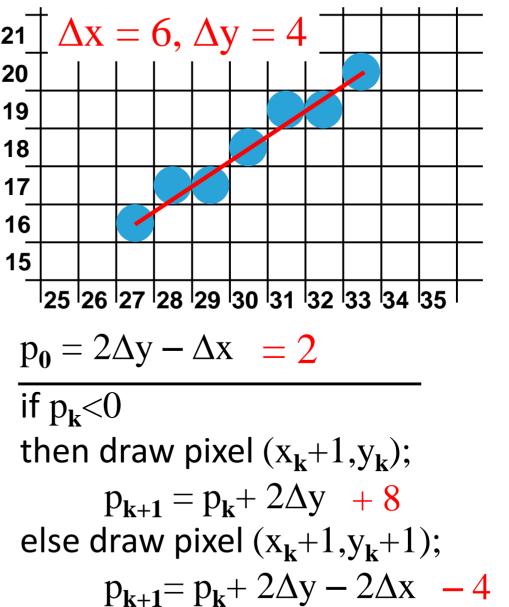
$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x$$



Bresenham: Example



k	p_k	(x_{k+1}, y_{k+1})
0 1 2 3 4 5	2 -2 6 2 -2	(27,16) (28,17) (29,17) (30,18) (31,19) (32,19) (33,20)

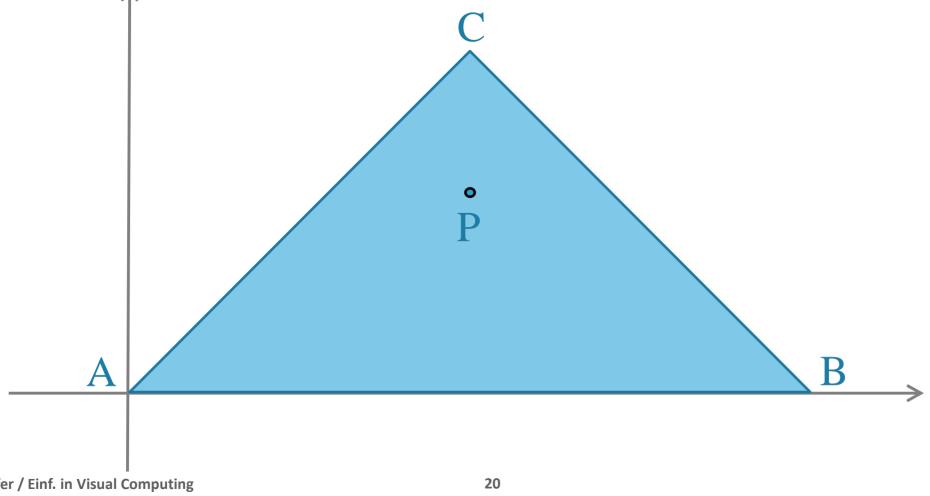




Beispiel: Baryzentrische Koordinaten



Welche baryzentrischen Koordinaten hat der Punkt P(5,3) im Dreieck A(0,0), B(10,0), C(5,5)?





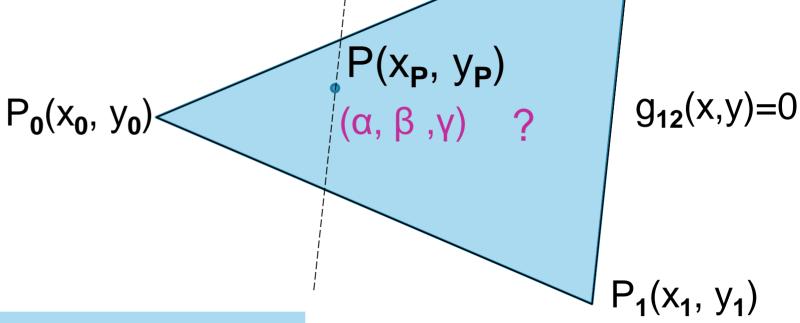
Computing (α, β, γ) for P(x,y)



 $P_2(x_2, y_2)$

line through P_1 , P_2 : $g_{12}(x,y) = a_{12}x + b_{12}y + c_{12} = 0$ then $\alpha = g_{12}(x_P, y_P) / g_{12}(x_0, y_0)$

β,γ analogous



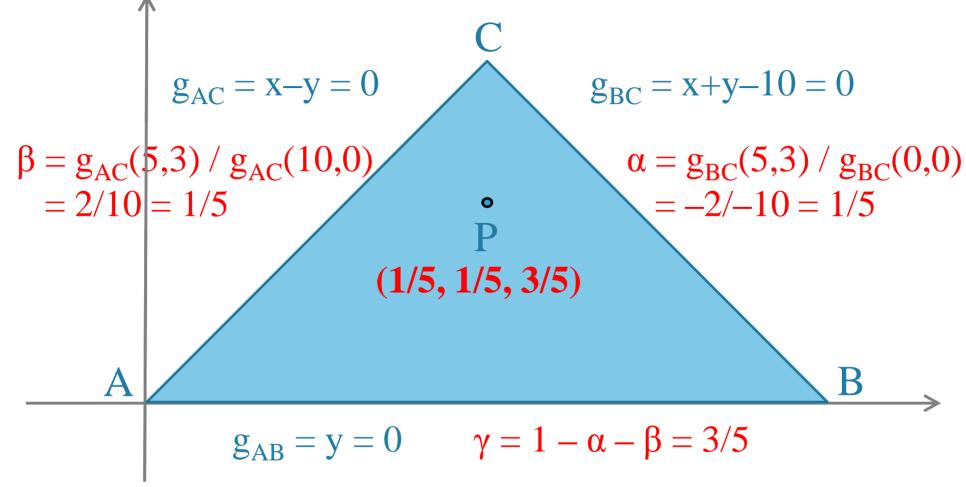
$$P = \alpha P_0 + \beta P_1 + \gamma P_2$$
 triangle = {P | \alpha + \beta + \gamma = 1, 0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1, 0 < \gamma < 1}



Beispiel: Baryzentrische Koordinaten



Welche baryzentrischen Koordinaten hat der Punkt P(5,3) im Dreieck A(0,0), B(10,0), C(5,5)?



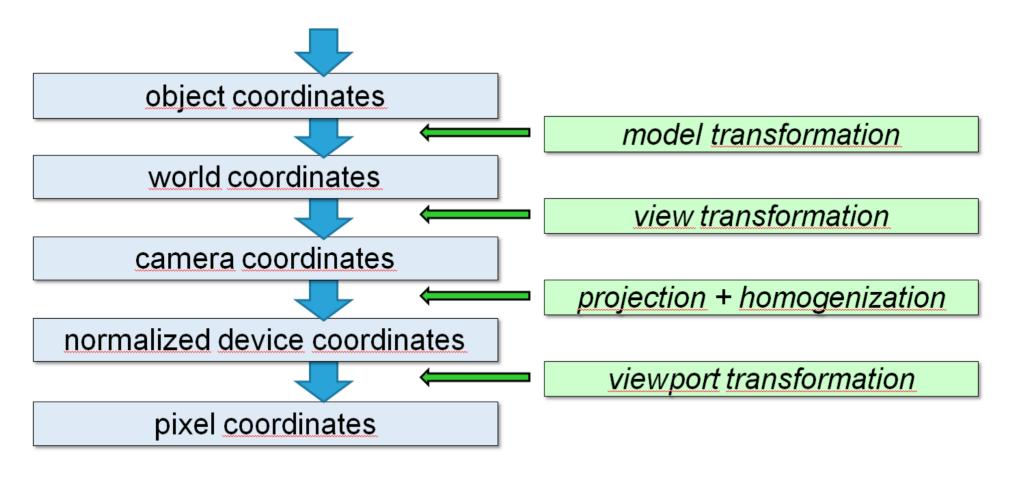


Graphikpipeline / Viewing-Pipeline



Nach der View-Transformation befindet man sich im







Objektrepräsentation



Bei einer B-Rep wird nur die Oberfläche der Objekte beschrieben.

□ wahr □ falsch

- CSG-Objekte werden durch die Operatoren Vereinigung, Durchschnitt und Mengendifferenz beschrieben. □ wahr □ falsch
- Der einzige Weg um CSG-Objekte zu zeichnen ist sie in BRep-Objekte umzurechnen.
 wahr | falsch
- Ein Szenengraph ist eine genormte Datenstruktur zum Austausch geometrischer Daten.□ wahr □ falsch



Polygon Surfaces (1)



set of surface polygons enclose object interior

= Boundary Representation

("B-Rep")



example: machine part surface represented by triangles



Objektrepräsentation



Bei einer B-Rep wird nur die Oberfläche der Objekte beschrieben.



- CSG-Objekte werden durch die Operatoren Vereinigung, Durchschnitt und Mengendifferenz beschrieben. □ wahr □ falsch
- Der einzige Weg um CSG-Objekte zu zeichnen ist sie in BRep-Objekte umzurechnen.□ wahr □ falsch
- Ein Szenengraph ist eine genormte Datenstruktur zum Austausch geometrischer Daten. □ wahr □ falsch



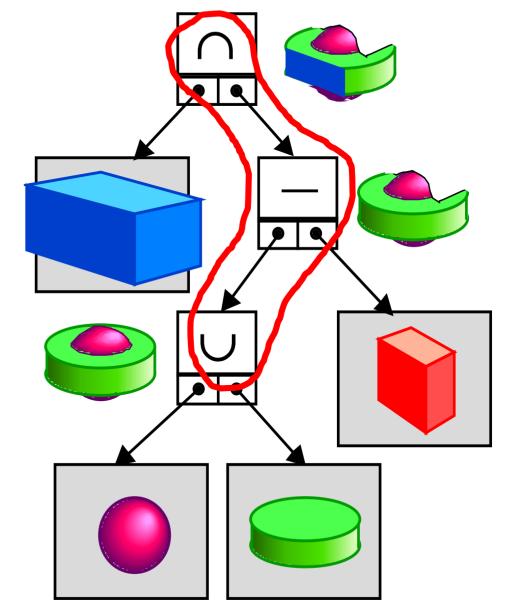
CSG Data Structure



Every object is assembled from simple solids with set operations

data structure: binary tree

recursive evaluation



Objektrepräsentation



- Bei einer B-Rep wird nur die Oberfläche der Objekte beschrieben.
 - **X** wahr □ falsch
- CSG-Objekte werden durch die Operatoren Vereinigung, Durchschnitt und Mengendifferenz beschrieben. ★ wahr □ falsch
- Der einzige Weg um CSG-Objekte zu zeichnen ist sie in BRep-Objekte umzurechnen.
 wahr | falsch
- Ein Szenengraph ist eine genormte Datenstruktur zum Austausch geometrischer Daten. □ wahr □ falsch



Rendering of CSG Trees



transform into B-Rep and use normal hidden surface algorithm



render directly with ray casting (or with ray tracing)



Objektrepräsentation



- Bei einer B-Rep wird nur die Oberfläche der Objekte beschrieben.
 - **X** wahr □ falsch
- CSG-Objekte werden durch die Operatoren Vereinigung, Durchschnitt und Mengendifferenz beschrieben.
 ★ wahr □ falsch
- Der einzige Weg um CSG-Objekte zu zeichnen ist sie in BRep-Objekte umzurechnen.
 wahr Kfalsch
- Ein Szenengraph ist eine genormte Datenstruktur zum Austausch geometrischer Daten. □ wahr □ falsch



Scene Graphs



- object-oriented data structure
 - directed acyclic graph
- describes logical and/or spatial relationship of scene objects
- describes groups of (groups of ...) objects
- no exact definition
- used in most graphics systems, e.g.
 - OpenSceneGraph
 - VRML
 - X3D ...



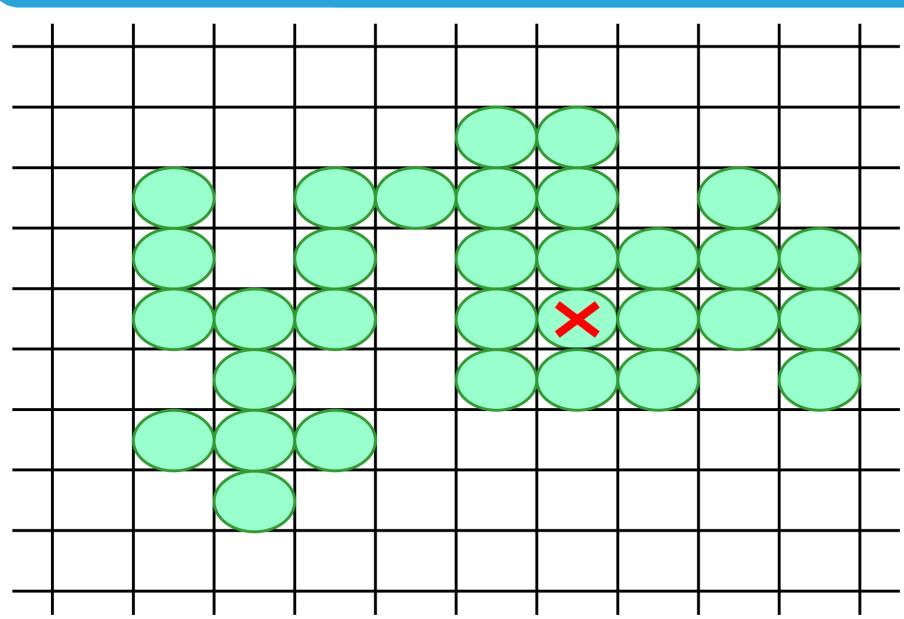
Objektrepräsentation



- Bei einer B-Rep wird nur die Oberfläche der Objekte beschrieben.
 - **x** wahr □ falsch
- CSG-Objekte werden durch die Operatoren Vereinigung, Durchschnitt und Mengendifferenz beschrieben.
 ★ wahr □ falsch
- Der einzige Weg um CSG-Objekte zu zeichnen ist sie in BRep-Objekte umzurechnen.
 wahr Kfalsch
- Ein Szenengraph ist eine genormte Datenstruktur zum Austausch geometrischer Daten. □ wahr ★falsch





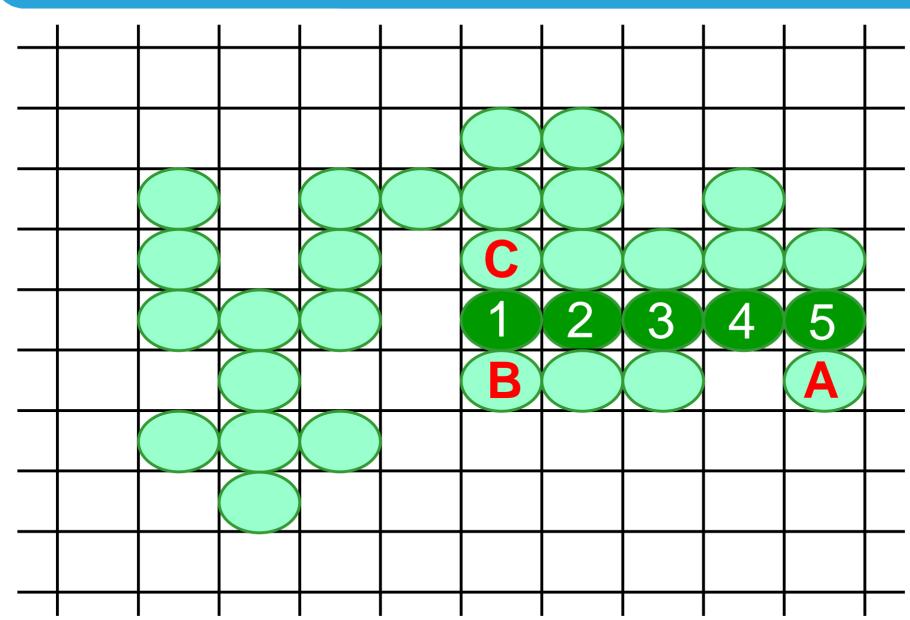


Stack:

X





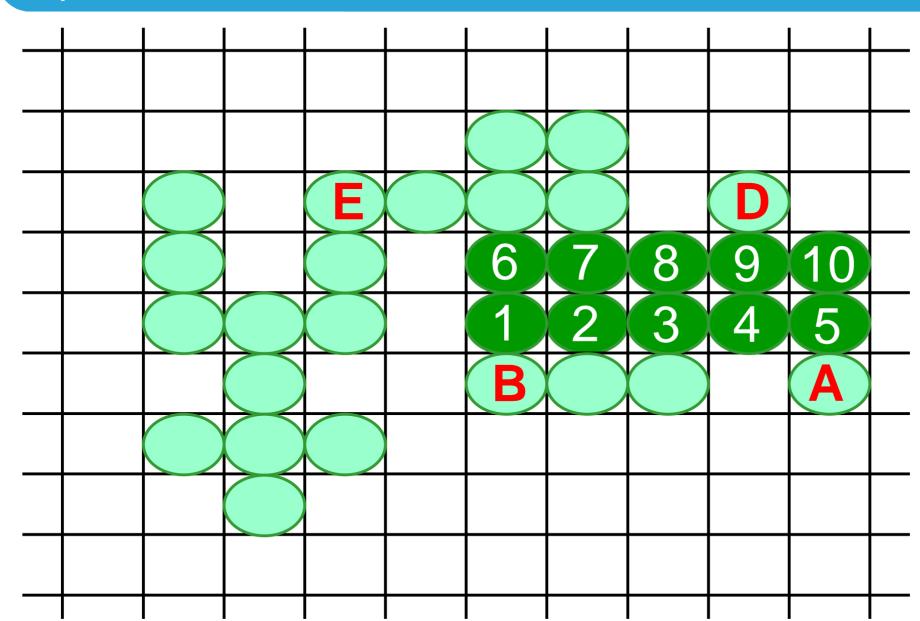


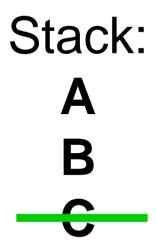






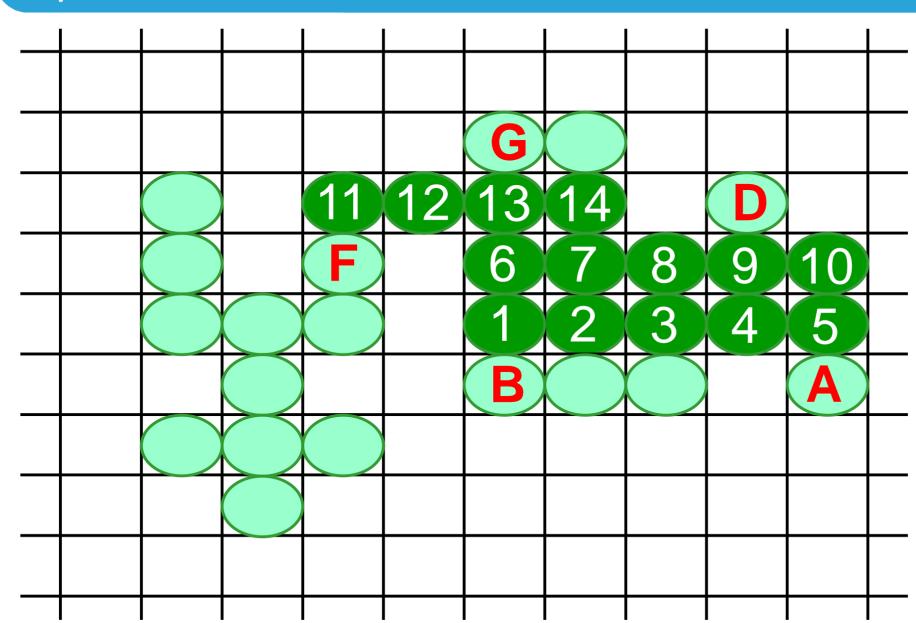








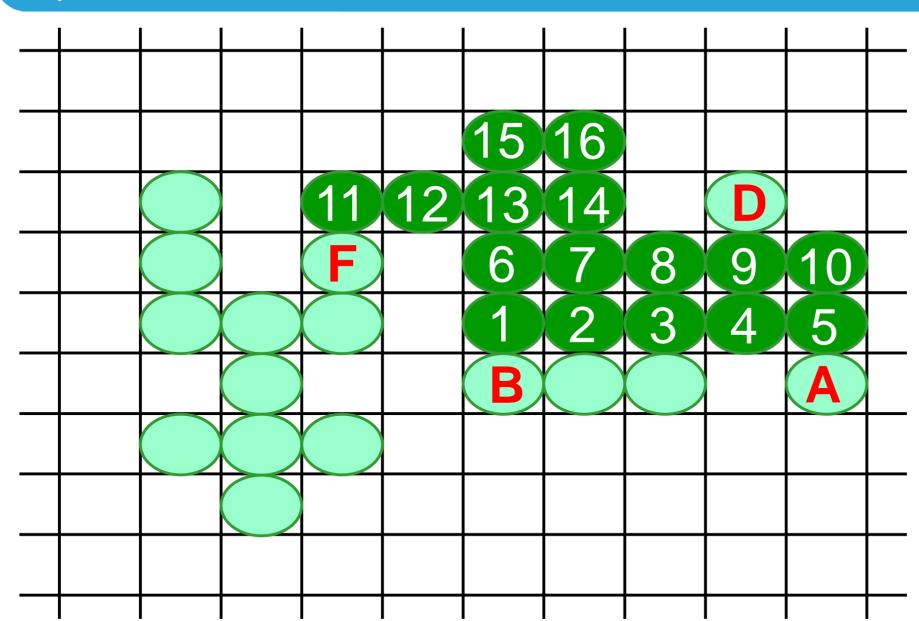




Stack:
A
B
D
F



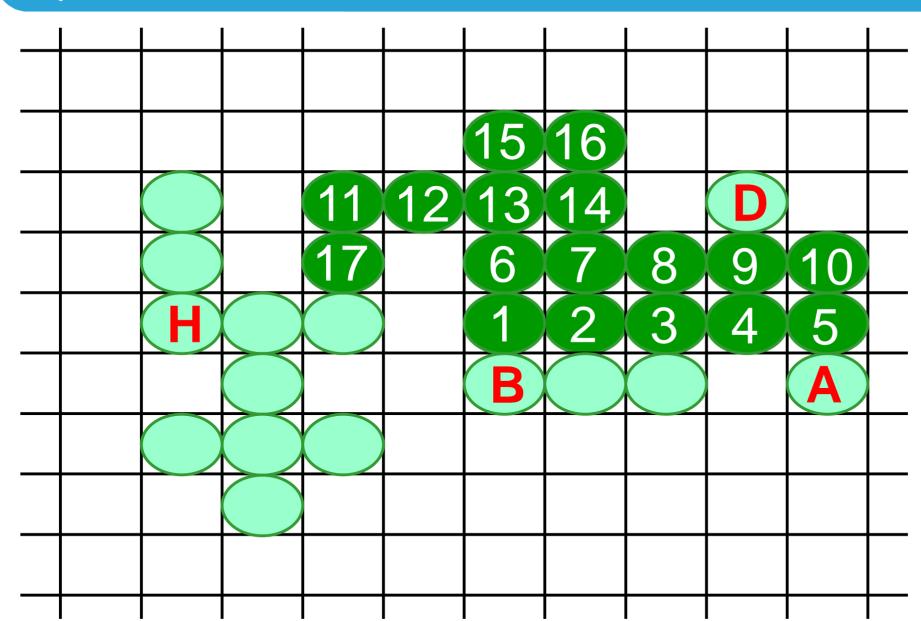


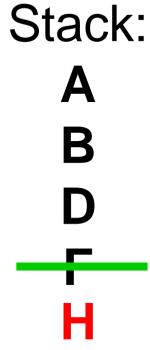


Stack:
A
B
D
F



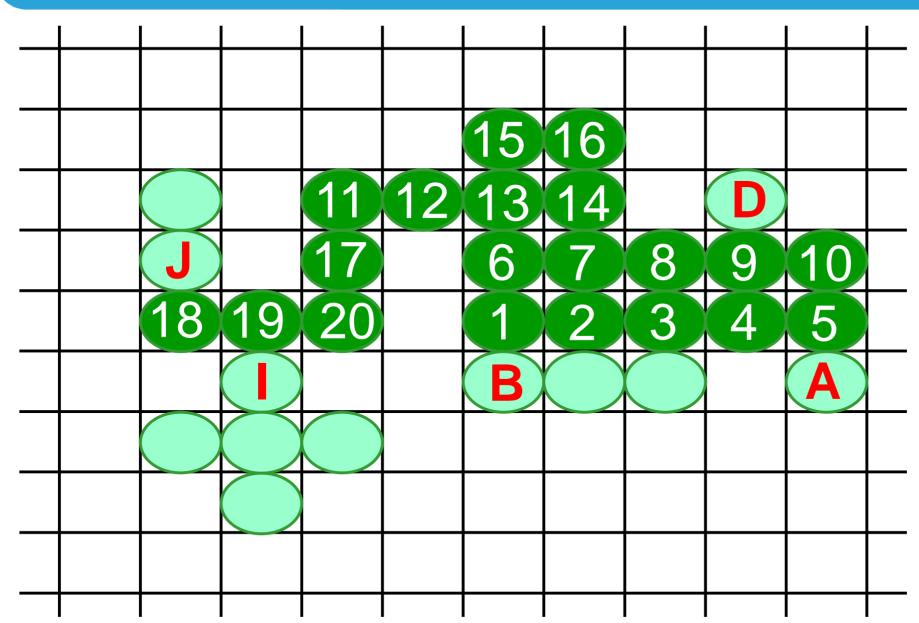


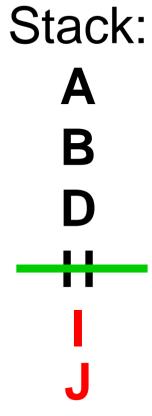






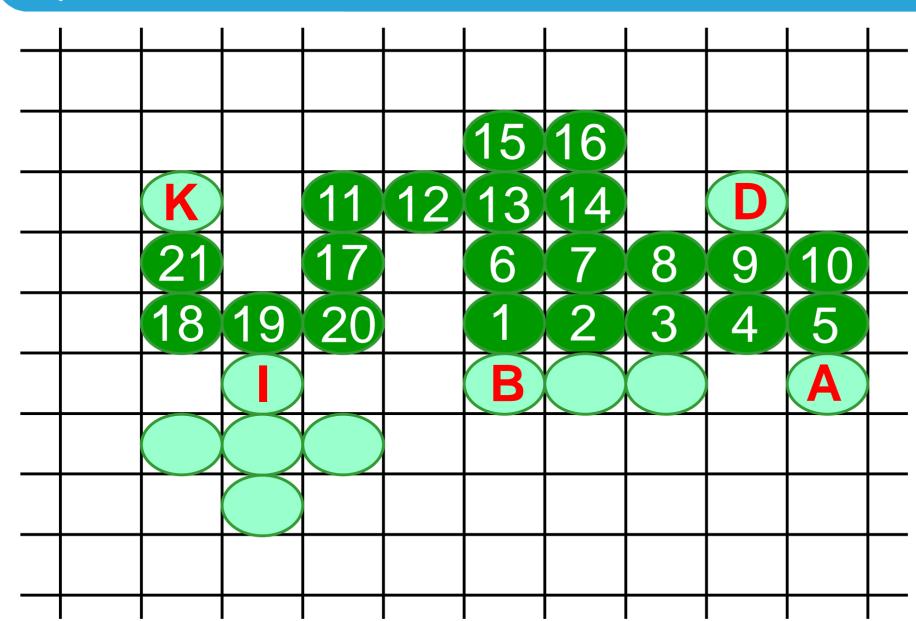


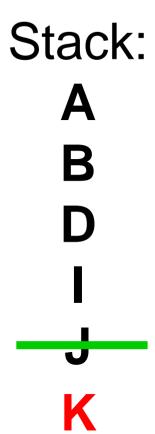






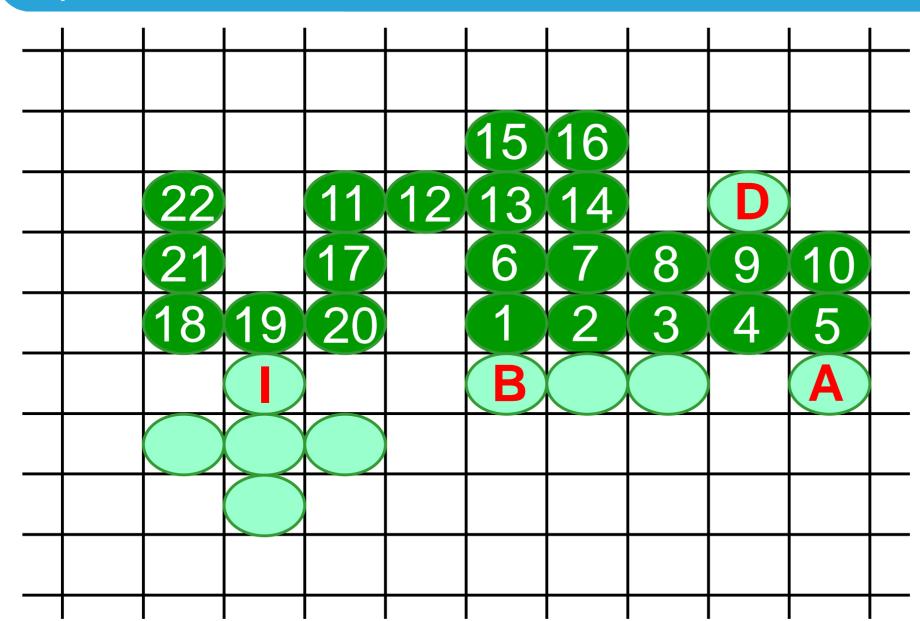


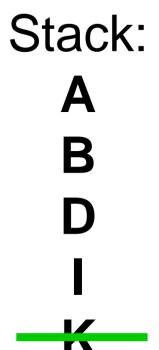






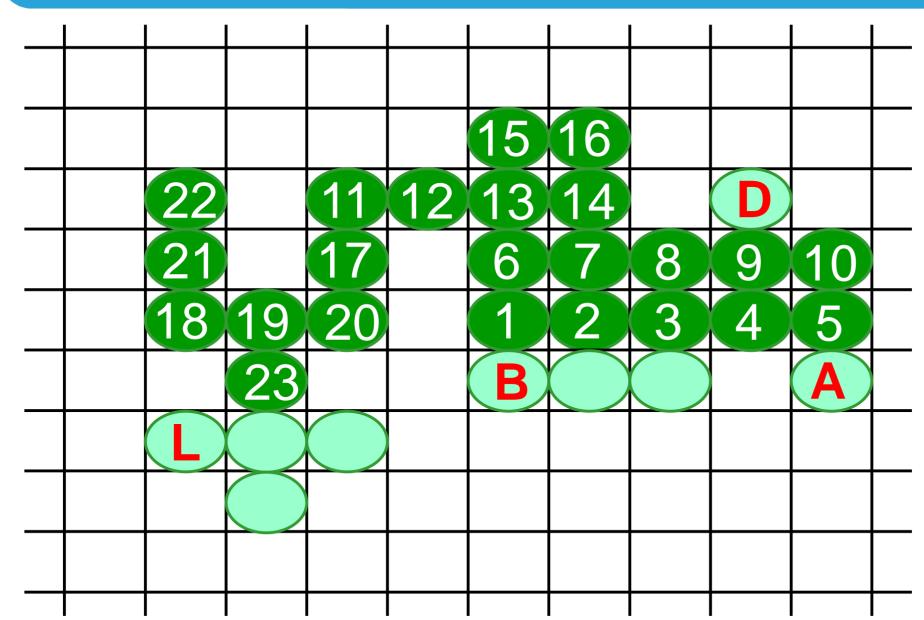


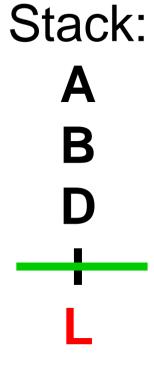






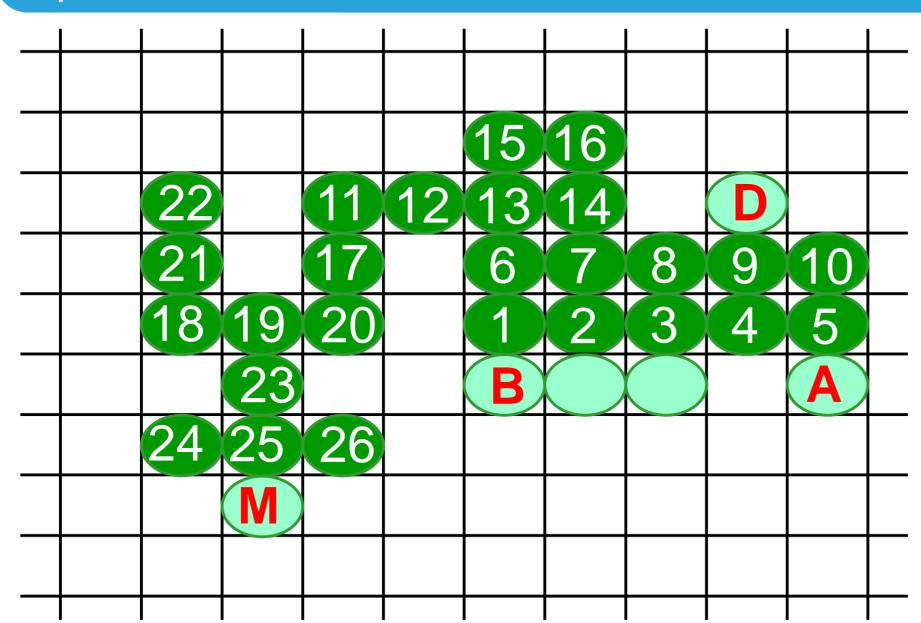


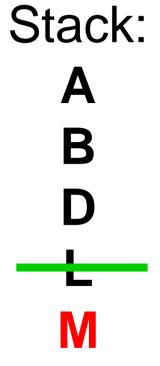






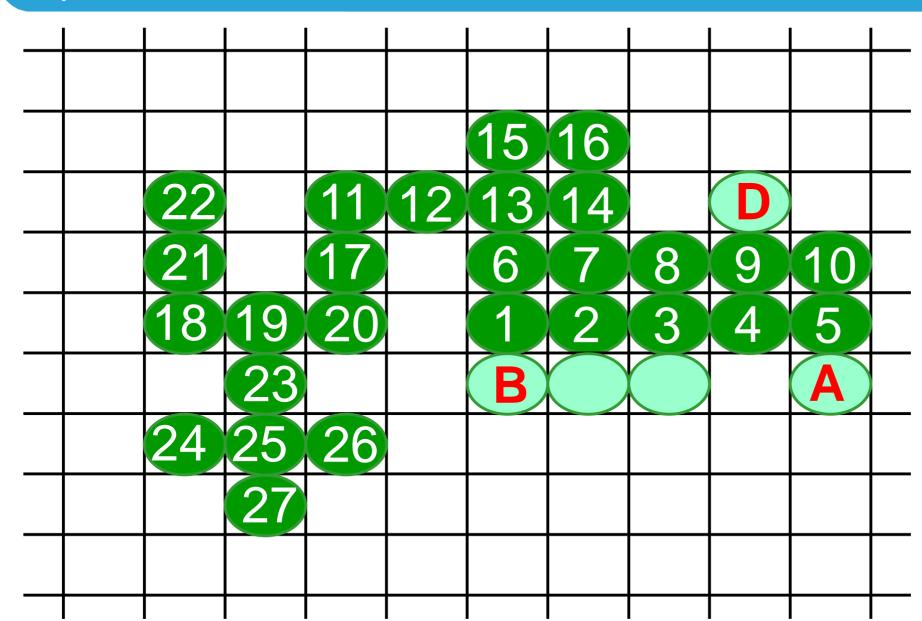












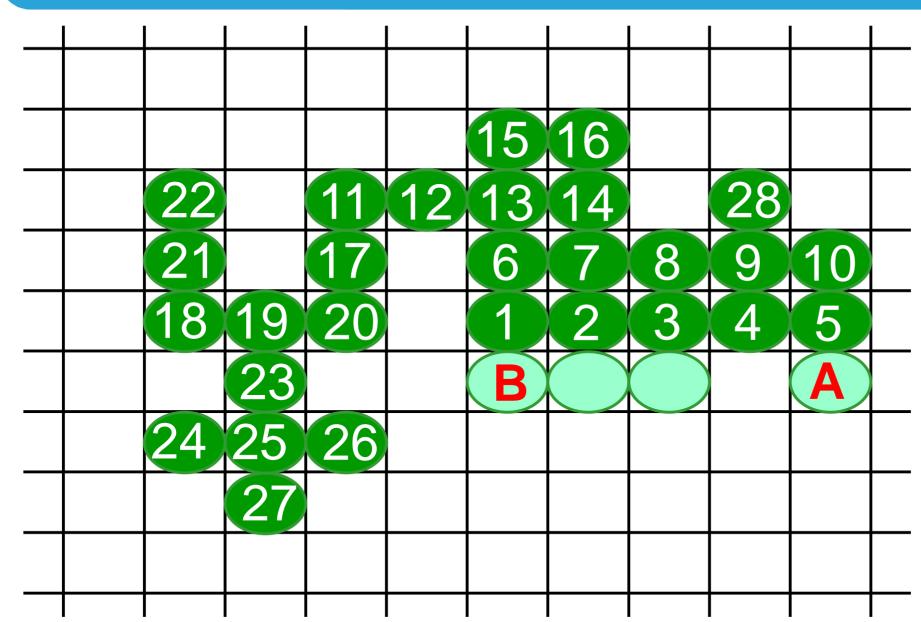


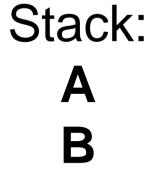
B D





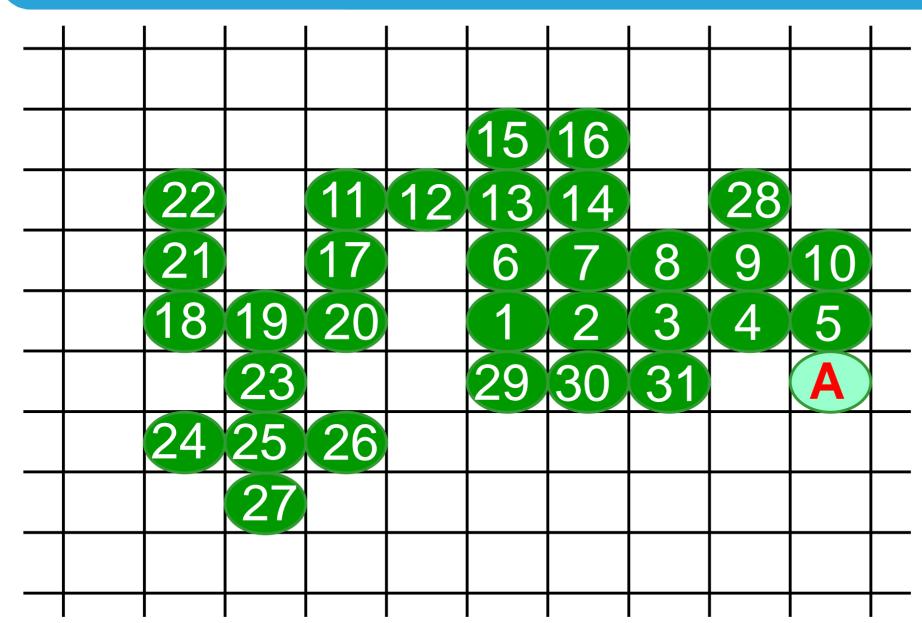










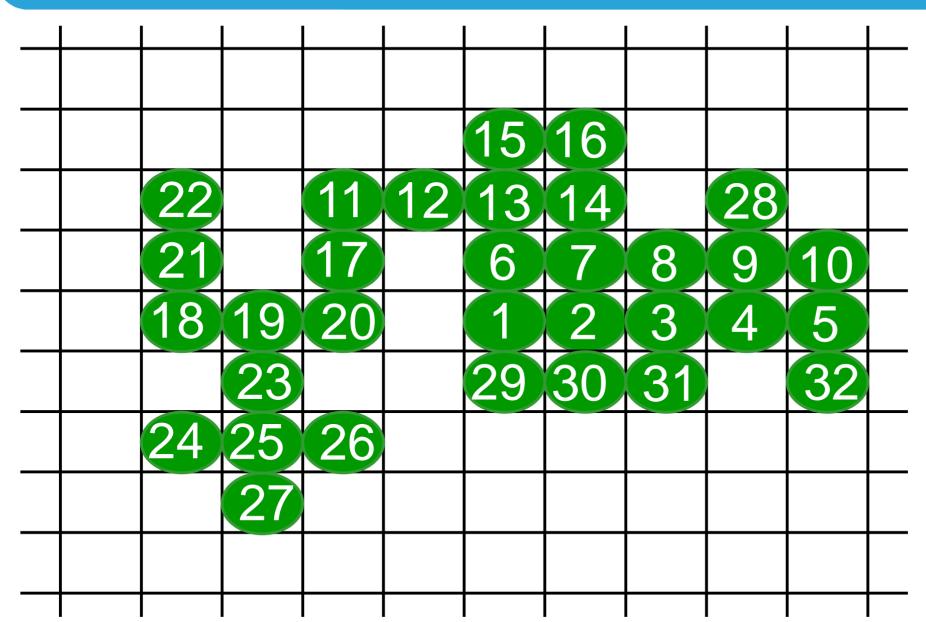


Stack:









Stack:



fertig!



Basiswissen Matrizen (1)



Multiplikation eines nD-Vektors mit einer n \times n-Matrix bewirkt eine *affine Transformation*:

Kollinearität, Parallelität, Teilverhältnisse bleiben erhalten.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \qquad P = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_n \end{bmatrix} \qquad P' = A \cdot P$$

Die *Inverse* A^{-1} einer Matrix A bewirkt: $P = A^{-1} \cdot P'$

Außerdem gilt natürlich $A^{-1} \cdot A = I$, wobei $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \ddots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$



Basiswissen Matrizen (2)



Die Addition von Matrizen erfolgt elementweise:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} + b_{n1} & a_{n2} + b_{n2} & \dots & a_{nn} + b_{nn} \end{bmatrix}$$

Die *Multiplikation* von Matrizen erfolgt durch skalare Multiplikation von Zeilen- und Spaltenvektoren:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ \dots & & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & a_{21} \cdot b_{12} + \dots + a_{2n} \cdot b_{n2} & \dots & c_{2n} \\ \dots & & & \dots & & \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

Basiswissen Matrizen (3)



Für Matrizen-Addition gelten:

Assoziativgesetz: (A+B)+C = A+(B+C)

Kommutativgesetz: A+B=B+A

Für Matrizen-Multiplikation gelten:

Assoziativgesetz: $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

Kommutativgesetz NICHT: $A \cdot B \neq B \cdot A$

Weiters gilt das:

Distributivgesetz: $(A+B)\cdot C=A\cdot C+B\cdot C$ und $A\cdot (B+C)=A\cdot B+A\cdot C$

Basiswissen Matrizen (4)



Die $Transponierte A^T$ einer Matrix A erhält man durch Spiegelung aller Elemente an der Hauptachse:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & \dots & \mathbf{a}_{1n} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} & \dots & \mathbf{a}_{2n} \\ \dots & & \dots & \\ \mathbf{a}_{n1} & \mathbf{a}_{n2} & \dots & \mathbf{a}_{nn} \end{bmatrix}$$

$$A^{T} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & & & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

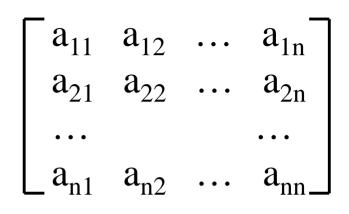
Eine *Matritze* gibt es nicht! Ähnliche Begriffe:



Matrize (Druckvorlage)



Matratze



Matrix



Beispiel Transformation



Ein Turm mit dem Mittelpunkt seiner Grundfläche an der Stelle (0,0,0) soll in der Höhe um den Faktor 3 vergrößert werden, danach um seine senkrechte Achse um den Winkel 60° gegen den Uhrzeigersinn rotiert werden und schließlich um 20 (Meter) vom Betrachter weg geschoben werden. Der Betrachter schaut wie üblich in –z-Richtung waagrecht zum Turm, auch die x-Achse ist horizontal. Berechnen Sie die Transformationsmatrix!

x-Achse und z-Achse waagrecht, daher y-Achse senkrecht

T₁: Skalierung um 3 in y-Richtung

T₂: Drehung um 60° um y-Achse in math. positive Richtung

T₃: Verschieben in negative z-Richtung um 20



Beispiel Transformation (2)



Skalierung (1,3,1), y-Rotation +60°, Translation (0,0,-20)

1.
$$M_1 = S(1,3,1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.
$$M_2 = R_y(+60^\circ) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sqrt{3} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.
$$M_3 = T(0,0,-20) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_3 \cdot \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{M}_1$$



Beispiel Transformation (3)



Skalierung (1,3,1), y-Rotation +60°, Translation (0,0,-20)

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sqrt{3} & 2 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sqrt{3} & 2 & 0 & \frac{1}{2} & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_3 \cdot \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{M}_1$$



Reminder: Product of Vectors



$$\mathbf{V_1} = \begin{pmatrix} \mathbf{a_1} \\ \mathbf{b_1} \\ \mathbf{c_1} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{V_2} = \begin{pmatrix} \mathbf{a_2} \\ \mathbf{b_2} \\ \mathbf{c_2} \end{pmatrix}$$

scalar product:

$$V_1 \cdot V_2 = ?$$

cross product (vector product):

$$V_1 \times V_2 = ?$$

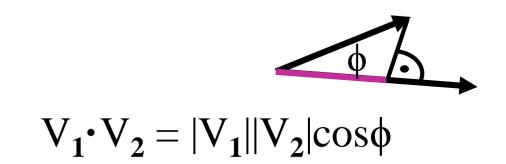


Reminder: Product of Vectors



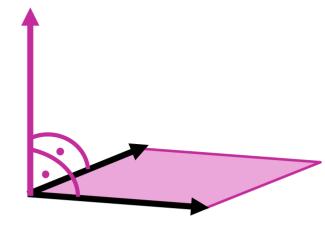
scalar product:

$$V_1 \cdot V_2 = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix} = a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2$$



cross product (vector product):

$$V_{1} \times V_{2} = \begin{pmatrix} a_{1} \\ b_{1} \\ c_{1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_{2} \\ b_{2} \\ c_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{1} c_{2} - c_{1} b_{2} \\ c_{1} a_{2} - a_{1} c_{2} \\ a_{1} b_{2} - b_{1} a_{2} \end{pmatrix}$$



$$|V_1 \times V_2| = |V_1||V_2|\sin\phi$$

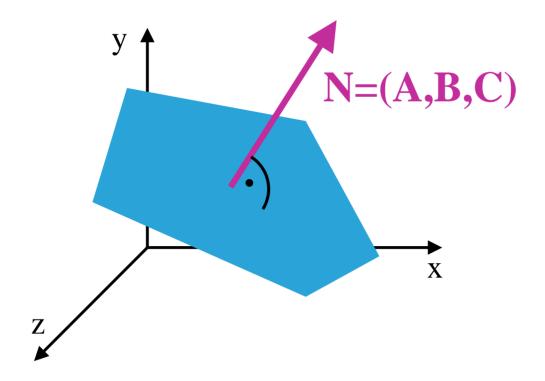


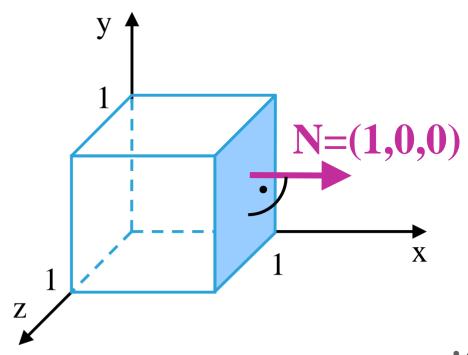
Polygon Surfaces: Plane Equation



$$\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{C}\mathbf{z} + \mathbf{D} = \mathbf{0}$$

- plane parameters A,B,C,D
- \blacksquare normal (**A,B,C**)





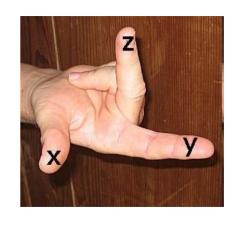


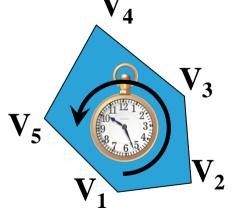
Front and Back Polygon Faces



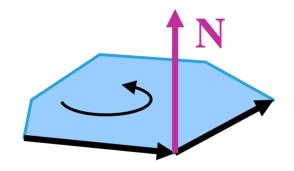
$$Ax + By + Cz + D = 0$$
 for points on the surface
 < 0 for points behind
 > 0 for points in front

if (1) right-handed coordinate system(2) polygon points areordered counterclockwise





$$V_1, V_2, V_3$$
 counterclockwise \Rightarrow normal vector $N = (V_2 - V_1) \times (V_3 - V_2)$





Beispiel Kamerakoordinaten



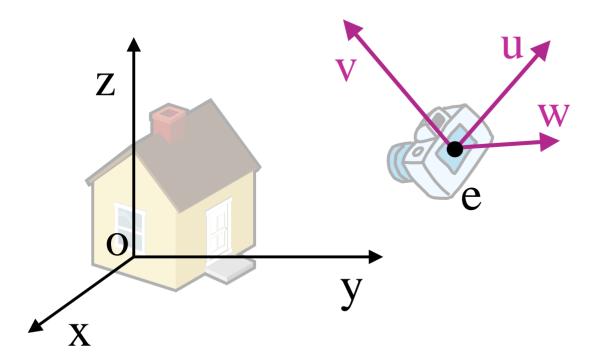
Eine Kamera liegt im Punkt (3,4,5) und blickt auf den Punkt (3,2,1). Geben Sie die normalisierten Achsen des Kamerakoordinatensystems an, wenn die senkrechte Achse der Weltkoordinaten nach oben (z) zeigt.



Viewing: Camera Transformation (1)



- view reference point
 - origin of camera coordinate system
 - gaze direction or look-at point



right-handed camera-coordinate system, with axes u, v, w, relative to world-coordinate scene



Viewing: Camera Transformation (2)



e ... eye position

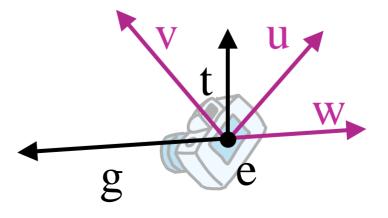
g ... gaze direction (positive w-axis points to the viewer)

t ... view-up vector

$$\mathbf{w} = -\frac{\mathbf{g}}{|\mathbf{g}|}$$

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{t} \times \mathbf{w}}{|\mathbf{t} \times \mathbf{w}|}$$

$$v = w \times u$$





Beispiel Kamerakoordinaten



Eine Kamera liegt im Punkt (3,5,5) und blickt auf den Punkt (3,2,1). Geben Sie die normalisierten Achsen des Kamerakoordinatensystems an, wenn die senkrechte Achse der Weltkoordinaten nach oben (z) zeigt.

$$g = (3, 2, 1) - (3, 5, 5) = (0, -3, -4)$$

$$w = -g / |g| = (0, 3, 4) / 5 = (0, 3/5, 4/5)$$

$$t = (0, 0, 1)$$

$$u = t \times w / |t \times w| = (-3/5, 0, 0) / 3/5 = (-1, 0, 0)$$

$$v = w \times u = \begin{bmatrix} 0 \\ 3/5 \\ 4/5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4/5 \\ 3/5 \end{bmatrix} = \underline{(0, -4/5, 3/5)}$$

$$|g| = \sqrt{0^2 + 3^2 + 4^2} = 5$$

$$\mathbf{t} \times \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 3/5 \\ 4/5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3/5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

