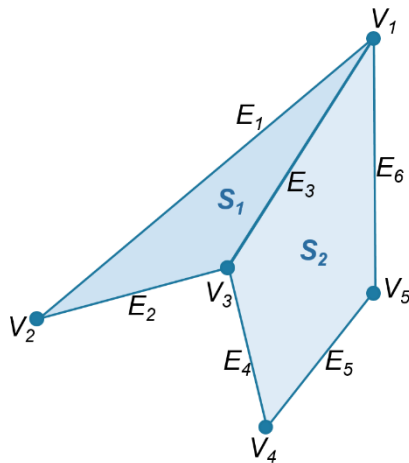




Datenstrukturen für B-Reps enthalten neben geometrischer Information auch Attribute (Eigenschaften). Die Geometrie besteht aus Punktlisten, Kantenlisten, Flächenlisten und muss auf Konsistenz und Vollständigkeit überprüft werden.



VERTEX TABLE	
$V_1$ :	$x_1, y_1, z_1$
$V_2$ :	$x_2, y_2, z_2$
$V_3$ :	$x_3, y_3, z_3$
$V_4$ :	$x_4, y_4, z_4$
$V_5$ :	$x_5, y_5, z_5$

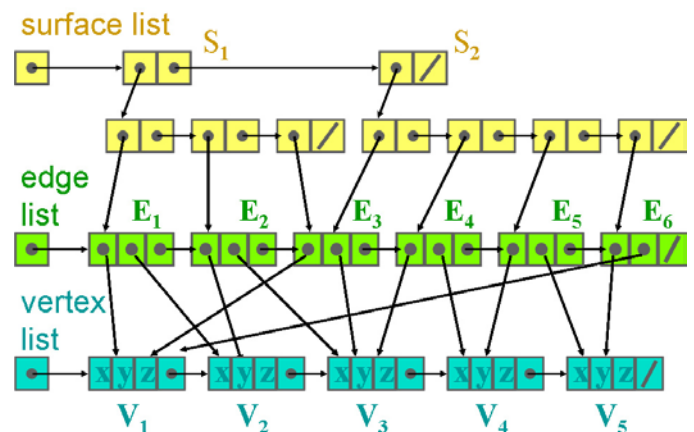
EDGE TABLE	
$E_1$ :	$V_1, V_2$
$E_2$ :	$V_2, V_3$
$E_3$ :	$V_3, V_1$
$E_4$ :	$V_3, V_4$
$E_5$ :	$V_4, V_5$
$E_6$ :	$V_5, V_1$

POLYGON TABLE	
$S_1$ :	$E_1, E_2, E_3$
$S_2$ :	$E_3, E_4, E_5, E_6$

Das Beispiel links zeigt für eine ganz einfache Situation mit 2 Polygonen, wie die Punktliste (Vertex Table), Kantenliste (Edge Table) und die Flächenliste (Surface Table) sich gegenseitig referenzieren. Nur in der Punktliste ist die tatsächliche geometrische Information enthalten, die anderen Listen beschreiben lediglich die Topologie.

Dieselbe Struktur lässt sich auch mit Zeigerlisten darstellen (siehe Abbildung rechts).

Die gesamte Koordinateninformation befindet sich in den Punktknoten (V steht für Vertex). Wenn ein Punkt an einen neuen Ort transformiert wird, so reicht es, die Koordinaten dieses Punktes zu verändern. Die Topologie bleibt dabei erhalten. Die lineare Verkettung der Kanten und Punkte erleichtert die Bearbeitung (z.B. alle Kanten einmal zeichnen, oder alle Punkte verschieben).



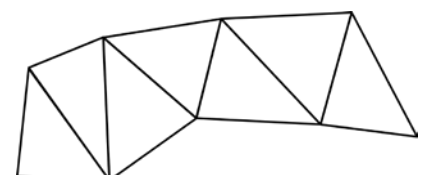
**Ein paar Begriffe:** Die Repräsentation jeder einzelnen Polygonfläche inkludiert die Trägerebene  $Ax + By + Cz + D = 0$  und die Eckpunkte  $V_1$  bis  $V_n$ . Aus den Ebenenparametern  $A, B, C, D$  erhält man sofort den Normalvektor auf die Ebene ( $A, B, C$ ). Als *Backface* bezeichnet man die Rückseite des Polygons, die also in das Objekt hinein schaut, als *Frontface* die Vorderseite, die also die Außenseite des Objektes mitformt. Mit „hinter dem Polygon“ meint man dann alle Punkte, die vom Backface aus sichtbar sind, „vor dem Polygon“ heißt, dass man von dort auf das Frontface sieht.

Wenn man ein rechtshändiges Koordinatensystem vorausschickt und die Eckpunkte jedes Polygons (von vorne betrachtet) im mathematisch positiven Sinn (also gegen den Uhrzeigersinn) anordnet, dann gilt für einen Punkt  $(x, y, z)$

- wenn  $Ax + By + Cz + D = 0$  dann liegt der Punkt **auf** der Ebene
- wenn  $Ax + By + Cz + D < 0$  dann liegt der Punkt **hinter** der Ebene
- wenn  $Ax + By + Cz + D > 0$  dann liegt der Punkt **vor** der Ebene

Ebenso lässt sich aus drei aufeinanderfolgenden Eckpunkten  $V_1, V_2, V_3$  ein nach außen gerichteter Normalvektor  $N$  durch  $N = (V_2 - V_1) \times (V_3 - V_1)$  errechnen. Dieses Wissen werden wir später noch brauchen.

Sehr häufig werden ausschließlich Dreiecke als Polygone verwendet, weil sie viele Eigenschaften haben, die die Algorithmen vereinfachen (z.B. sind Dreiecke immer eben). Eine Datenstruktur, die ausschließlich aus Dreiecken besteht, nennt man auch *Dreiecks-Mesh*; eine lineare Abfolge von Dreiecken (jedes weitere Dreieck wird durch nur einen Punkt angegeben!) nennt man *Dreiecks-Strip* (siehe Abb.).



## Constructive Solid Geometry (CSG)

Bei CSG werden Objekte aus dreidimensionalen Primitiven mit Hilfe von Mengenoperationen konstruiert. Sie werden so angeordnet, dass sie in einer hierarchischen Datenstruktur angeordnet werden können, die – obwohl es sich eigentlich nur um einen kreisfreien Graphen handelt – normalerweise CSG-Baum genannt wird. Als Primitive dienen einfach geometrische Formen wie Kugel, Tetraeder, Würfel, Zylinder, die mit den Operatoren Vereinigung, Durchschnitt und Differenz verknüpft werden. Da alle Primitive trivialerweise konsistent sind und die Operatoren aus

konsistenten Teilen nur konsistente Objekte erzeugen, sind bei CSG alle Objekte immer konsistent (keine Löcher in der Oberfläche, wohldefiniertes Inneres).

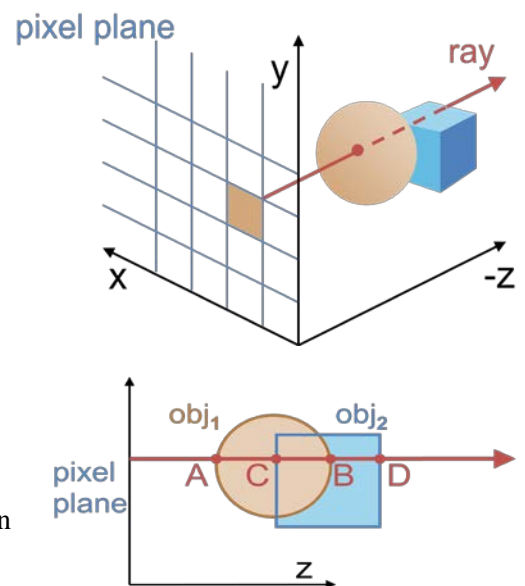
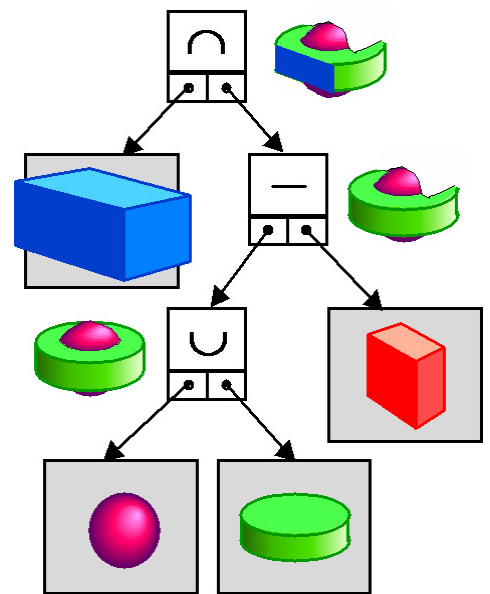
Zusätzlich enthält jeder Knoten eines CSG-Baums noch Transformationen (in Form von Matrizen), die angeben, welche Transformationen auf den darunter befindlichen Teilbaum angewendet werden. Primitive (z.B. achsenparalleler Einheitswürfel) erhalten dadurch ein weites Spektrum an Formen (z.B. beliebig im Raum positionierter Quader), und auch jedes komplexere Objekt kann noch verschoben, skaliert, gedreht usw. werden.

Vorteile von CSG-Objekten ist die exakte Repräsentation (eine Kugel ist wirklich eine Kugel!), der geringe Speicherbedarf und die Einfachheit von Transformationen. Der Hauptnachteil ist die wesentlich aufwändigere Berechnung von Bildern, also das kompliziertere Rendering. Dazu muss man entweder die ganze Datenstruktur in eine B-Rep-Repräsentation umwandeln und auf herkömmliche Art rendern, oder man verwendet Ray-Casting oder Ray-Tracing zur direkten Bilderstellung.

### Ray-Casting von CSG-Objekten

Die gebräuchlichste Methode um CSG-Objekte abzubilden ist das Ray-Casting, bei dem das Bild pixelweise berechnet wird. Für jedes Pixel wird in Blickrichtung ein Strahl (Ray) gelegt („auswerfen“ = to cast) und mit allen Objekten der Szene geschnitten. Der vorderste dieser Schnittpunkte gibt an, welches Objekt in diesem Pixel zu sehen ist, und das Pixel erhält dessen Farbe. Bei einem CSG-Baum erfolgt diese Berechnung rekursiv:

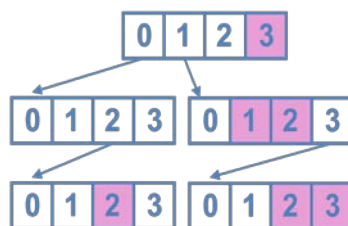
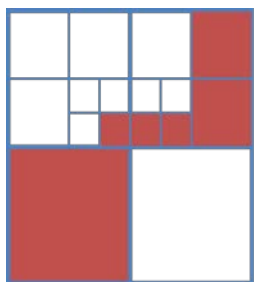
- bei **Endknoten** ist die Berechnung aller Schnittpunkte einfach,
- bei **Zwischenknoten** werden die Schnittpunktlisten der beiden Nachfolger entsprechend dem Operator verknüpft:  
aus den Listen (A,B) und (C,D) im Beispiel rechts entsteht  
    bei Vereinigung die Liste (A,D),  
    bei Durchschnitt die Liste (C,B),  
    bei Differenz die Liste (A,C).
- bei der **Baumwurzel** wird der erste Punkt der verknüpften Schnittpunktliste ausgewählt.



Wir werden später das Thema Ray-Tracing, eine Obermenge von Ray-Casting, noch wesentlich genauer behandeln.

## Quadtrees und Octrees

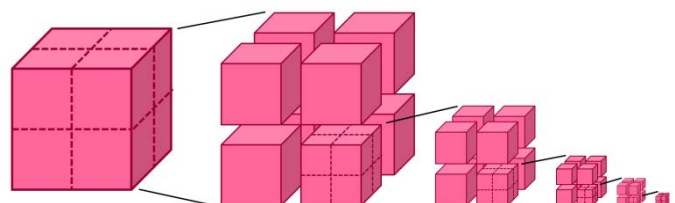
Ein **Quadtree** ist eine Datenstruktur, die zur Repräsentation beliebiger zweidimensionaler Strukturen geeignet ist. Der relevante Bereich wird überall dort in vier Viertel geteilt, wo die Information noch zu kompliziert ist um einfach abgelegt zu werden, andernfalls wird die einfache Information abgelegt. Jedem Bildbereich entspricht ein Knoten eines Baumes, in dem jeder Knoten (maximal) vier Nachfolger hat („Quadtree“).



Das nebenstehende Beispiel zeigt einen einfachen Quadtree, der eine zweifarbige einfache Graphik repräsentiert. Der Wurzelknoten entspricht dem ganzen Bild, die Knoten in der zweiten Reihe entsprechen den oberen zwei Vierteln des Bildes und die letzten zwei Knoten entsprechen den zwei Bereichen, die am feinsten aufgelöst sind.

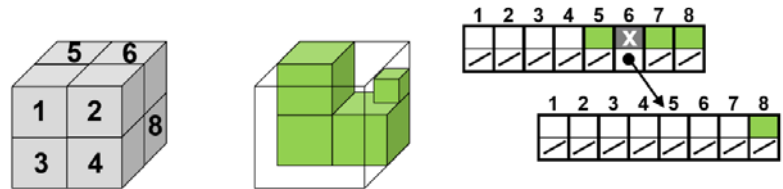
Quadrant 0	Quadrant 1
Quadrant 3	Quadrant 2

Ein **Octree** ist die Erweiterung dieses Konzeptes auf drei Dimensionen. Ein beliebig geformtes Objekt (oder auch eine ganze Szene) innerhalb eines Würfels wird dadurch repräsentiert, dass „einfache“ Teilwürfel



(leer oder ganz innerhalb eines Objektes) durch Endknoten beschrieben werden, und kompliziertere Teilwürfel (alle anderen!) in acht kleinere Teilwürfel (Oktanten) unterteilt werden, auf die wieder dieselben Regeln angewendet werden (rekursiv). Dadurch entsteht ein Baum, in dem jeder Knoten 8 Nachfolger hat („Octree“). Man hört mit der Unterteilung auch dann auf, wenn die Teilwürfel eine bestimmte Mindestgröße unterschreiten (z.B. ein Tausendstel der Gesamtgröße); in diesem Fall erhält der Knoten des Baumes die bestmögliche einfache Information. Das passiert zumindest bei allen schrägen Oberflächen irgendwann, und dann müssen diese Randwürfel entweder als innerhalb oder als außerhalb deklariert werden. Das nachstehende Beispiel mit nur zwei hierarchischen Ebenen zeigt auch das Problem der beschränkten räumlichen Auflösung. Die Zeichenkette ist ein Beispiel für eine Linearisierung der Octree-Information, z.B. zum Abspeichern in einer Datei.

Octrees haben den Vorteil, dass man beliebige Formen repräsentieren kann und dass man schnell untersuchen kann, was sich an einer bestimmten räumlichen Position befindet. Dem stehen als Nachteile gegenüber: ungenaue Repräsentation, hoher Speicherbedarf, komplizierte Transformationen. Octrees werden genauso wie Quadrees rekursiv bearbeitet. Mengenoperationen sind so ganz einfach, dafür sind geometrische Transformationen (von Ausnahmen abgesehen) sehr aufwändig, weil der Octree komplett neu generiert werden muss. Das Rendering von Octrees ist dagegen bei Verwendung eines überschreibbaren Speichers einfach:



Linearisierung: **X(EEEESEX(EEEEEES)SS)**  
 E ... Empty, S ... Solid, X ... Mixed

```
if Knoten ist einfach
then zeichne Knoten (d.h. tue nichts wenn Knoten leer ist)
else rekursiver Aufruf der 8 Oktanten von hinten nach vorne
```

## Andere Objektrepräsentationen

Es gibt noch eine Fülle von anderen Objektrepräsentationen und zugehörigen Datenstrukturen, die zum Teil für sehr spezielle Objekte und Anwendungen entwickelt wurden. Dazu zählen BSP-Bäume, Fraktale, Graphische Grammatiken und prozedurale Modelle, Partikelsysteme, physikalisch basierte Modelle, dreidimensionale Volumendaten, und einige weitere. Wir werden später noch gekrümmte Oberflächen und Freiformflächen näher betrachten. Die anderen Datenstrukturen werden in weiterführenden Lehrveranstaltungen behandelt.

## Szenengraphen

Als Szenengraph bezeichnet man eine objektorientierte Datenstruktur, mit der die logische und/oder räumliche Anordnung einzelner Elemente einer (zwei- oder) dreidimensionalen Szene hierarchisch beschrieben wird. Dieser Begriff ist nicht genau definiert, es ist eher ein Oberbegriff für alle möglichen hierarchischen Beschreibungsformen für Objekte, die man graphisch darstellen will. Graphentheoretisch handelt es sich um einen baumähnlichen gerichteten kreisfreien Graphen, dessen Wurzelknoten die gesamte Szene repräsentiert, jeder Zwischenknoten beschreibt eine Teilszene (ist ja die Wurzel eines Teil"baumes"), und die Endknoten stehen für die einfachsten Objekte der Szene (das können auch sehr unterschiedliche Repräsentationen sein). In OpenSceneGraph, VRML und X3D sind Szenengraphen zentrale Konzepte.

Wir wollen uns als Beispiel eine Stadtszene denken, bei der der gesamte Szenengraph die Stadt repräsentiert. Jedes Haus entspricht einem Zwischenknoten, jedes Fenster entspricht ebenfalls einem Zwischenknoten, allerdings weiter unten im „Baum“, und einfache Objekte wie Fensterscheiben oder Schrauben könnten die einfachsten Objekte sein. Wenn ein Teil öfter vorkommt, dann kann man im Szenengraph die schon vorhandene Information mehrfach nutzen, allerdings braucht man dann die Information, wo und in welcher Lage und Größe diese Teile dann auftreten.

Zwischenknoten enthalten solche Informationen, die den gesamten Teilgraphen betreffen, wie das Material oder die Farbe, die Position und Lage im Raum, die Größe, eine eventuelle Verzerrung. Alle geometrischen Transformationen kann man sehr elegant in Matrizen ablegen, wie das geht werden wir im nächsten Kapitel sehen.

