Greining Reiknirita – Verkefni 6

Dæmi 1

a) Já það er hægt, ef við skoðum legg frá hnúti u til hnúts v og forgildi hjá u er minna en forgildi v og eftirgildið u er stærra en eftirgildi v þá erum við með trjálegg eða baklegg. En á móti ef u og v upfylla þessi skilyrði en v var heimsóttur áður en u var heimsóttur í fyrsta sinn, þ.e. forgildi v er minna en forgildi u, þá erum við með framlegg.

b) Já netið er órásað, þegar við fjarlægjum baklegg þá eru við að taka möguleikann að fara til baka í leitinni til þess að finna forföður. Bakleggir eru einu leggirnir sem geta myndað hringrás í stefndu neti og er því órásað.

- Trjáleggir myndar grunnin í dýptarleitartréinu og er órásað.
- Framleggir tengja hnút við afkomendur hans sem eru ekki beint börn. Mynda ekki hringrás án bakleggja.
- Krossleggir tengja hnúta sem eru hvorki foreldrar né afkomendur hvors annars, búa heldur ekki til hringrásir án bakleggja.

Dæmi 2

i. Hnútar í netinu tákna liðin í íþróttakappleiknum, ef það eru m lið þá m hnútar.

ii. Leggir í netinu tákna úrslit keppna á milli liða, stefndur leggur frá $A \rightarrow B$ táknar að lið A sé betra en lið B. Fjöldi leggja er háður fjölda keppna eða n í versta falli, ef öll lið hafa keppt við öll önnur lið þá getur fjöldi leggja verið $\frac{m(m-1)}{2}$.

iii. Eiginleikinn er hvort það er hægt að finna veg frá einum hnút til annars í gegnum stefna netið sem táknar sigra, þá er hægt að staðfesta „lögmálið" að A er betra en B og B er betra en C þá er A betra en C. Ef netið hér myndar hringrás þá gildir lögmálið ekki fyrir þá keðju af leikjum sem mynda hringrás.

iv. Notum reiknirit til að sjá hvort netið innihaldi hringrás, sem í þessu tilfelli myndi þýða að lögmálið gildir ekki. Hægt er að nota djúpleitarnet með breytingum til að greina hringrás í stefndu neti.

v. Tímaflækjan skiptist í þrennt:

1. Útbúa netið með $O(n)$ þar sem n er fjöldi leikja.
2. Keyra djúlpleitarnetið sem er $O(V+E)$ þar sem m er fjöldi hnúta og e er fjöldi leggja.
3. Yfirfæra lausn ef hringur fannst eða ekki og því $O(1)$.
   Þannig samtals er tímaflækjan $O(n+V+E)$.

Dæmi 3

i. Hnútar í netinu tákna forritseiningar tölvuleiks, ef við erum með n forritseingar þá eru hnútarnir n talsins.

ii. Leggir í netinu tákna háðleika á milli forritseininga, þar sem leggur frá einingu v til einingu w segir að það þurfi að ljúka við að þýða v áður en við þýðum w. Fjöldi leggja E er háður fjölda háðleika á milli eininga.

iii. Eiginleikinn sem svarar til upphaflega verkefnisins er ákvörðun á röð þýðingar sem tekur minnsta mögulega tíma með tilliti til háðleika á milli eininga. Hér þurfum við að finna röðun á hnútum.

iv. Notum reiknirit fyrir grannröðun á stefndu órásuðu neti, grannröðun finnur línulega röðun á öllum hnútunum og brýtur ekki háðleikann á milli hnúta.

v. Tímaflækjan fyrir grannröðun á stefndu neti er $O(V+E)$ þar sem V er fjöldi hnúta (forritseininga) og E er fjöldi leggja (háðleika á milli eininga). Þýðing á hverjum hnút tekur nákvæmlega eina mínútu og hægt að þýða eins margar einingar samhliða og mögulegt er. Þá er minnsti mögulegi tíminn til að þýða allan leikinn lengd lengsta vegar í netinu frá upphafi til enda.

Dæmi 4

Ef við notum stefnt órásað net þá getum við skilgreint hvern hnút sem undirverkefni í kvikri bestun, þar sem hver hnútur er staða (i, j) í strengnum A. Hnúturinn táknar lengd lengstu samhverfu hlutrunu sem byrjar í stafnum $A[i]$ og endar í stafnum $A[j]$. Hver hnútur í netinu (i, j) hefur tengingu við hnúta $(i+1, i-1)$ ef $A[i] \ = \ A[j]$ seme táknar að bæta við sama staf báðum meginn við samhverfu hlutrununna og auka því lengd um 2. Ef stafirnir eru ekki eins þá tengist hnúturinn við hnúta $(i+1, j)$ og $(i, j-1)$, sem athugar lengstu samhverfu hlutrunu án þess að bæta við staf á enda. Hér táknar því hver hnútur undirverkefni og hver leggur táknar rakningarvensl á milli hnúta (undirverkefna).

Dæmi 5

i. Hnútar í netinu tákna verk sem þarf að vinna, hér erum við með 4 hnúta eða verk A, B, C, D.

ii. Leggir í netinu tákna í hvaða röð það þarf að vinna verk, þar sem eitt verk þarf að vera klárað áður en hægt er að hefja nýtt verk, hér eru 4 leggir á milli verka.

iii. Eiginleikinn sem svarar til upphaflega verkefnisins er að finna minnsta tíma sem það tekur að klára öll verk með tilliti til háðleika.

iv. Hér notum við kvika bestun eða DAG reiknirit (Directed Acyclic Graph) þar sem við framkvæmum grannfræðilega röðun á DAG til að skipa verk, frumstillum lengd á lengstu vegalengd fyrir hvert verk og ítrum svo yfir í grannfræðilegri röðun og uppfærum lengstu vegalengd í max núverandi gildi og lengstu vegalengd forvera plús tíma sem verk tekur. Vert að hafa í huga að CPM er einnig gott.

v. Tímaflækjan á þessu er O(V+E) þar sem hver hnútur og leggur er farið yfir einu sinni, þar er V = hnútur = verk og E = leggur = háðleiki.